



# 구속효과를 고려한 철근 콘크리트 기둥의 모멘트-곡률 관계 단순모델

곽민경<sup>1)</sup> · 양근혁<sup>2)\*</sup>

<sup>1)</sup>경기대학교 건축공학과    <sup>2)</sup>경기대학교 플랜트·건축공학과

## Simplified Moment-Curvature Relationship Model of Reinforced Concrete Columns Considering Confinement Effect

Min-Kyoung Kwak<sup>1)</sup> and Keun-Hyeok Yang<sup>2)\*</sup>

<sup>1)</sup>Dept. of Architectural Engineering, Kyonggi University Graduate School, Seoul 03746, Rep. of Korea

<sup>2)</sup>Dept. of Plant Architectural Engineering, Kyonggi University, Suwon 16227, Rep. of Korea

**ABSTRACT** The present study simplified the moment-curvature relationship to straightforwardly determine the flexural behavior of reinforced concrete (RC) columns. For the idealized column section, moments and neutral axis depths at different stages (first flexural crack, yielding of tensile reinforcing bar, maximum strength, and 80% of the maximum strength at the descending branch) were derived on the basis of the equilibrium condition of forces and compatibility condition. Concrete strains at the extreme compression fiber beyond the maximum strength were determined using the stress-strain relationship of confined concrete, proposed by Kim et al. The lateral load-displacement curves converted from the simplified moment-curvature relationship of columns are well consistent with test results obtained from column specimens under various parameters. The moments and the corresponding neutral axis depth at different stages were formulated as a function of longitudinal reinforcement and transverse reinforcement indices and/or applied axial load index. Overall, curvature ductility of columns was significantly affected by the axial load level as well as concrete compressive strength and the amount of longitudinal and transverse reinforcing bars.

**Keywords** : column, moment-curvature relationship, lateral force-lateral displacement relationship, confinement, curvature ductility

### 1. 서 론

철근콘크리트(reinforced concrete, RC) 기둥은 지진 등의 횡력에 저항하여 구조물의 내진성능을 확보하는데 중요한 역할을 하는 수직부재이다.<sup>1)</sup> 이에 따라 RC 기둥은 부재의 접합부 및 위험단면에서 모멘트 재분배와 연성거동 확보를 위하여 대변형에서도 하중을 전달할 수 있도록 설계되어야 한다.<sup>2)</sup> RC 기둥의 연성은 횡보강근의 양 및 배근형태에 의해 중요한 영향을 받는다. ACI 318-11 기준에서는 기둥의 휨 연성을 확보하기 위해 잠재 소성힌지 구간에서 횡보강근의 배근상세를 규정하고 있다.<sup>3)</sup> 기존 연구자들<sup>4)~6)</sup>은 기둥의 소요연성을 확보하기 위하여 횡보강근양과 배근형태 및 축력비의 함수로 연성비 평가 모델을 제시하고 있다. 하지만, 이들 모델들은 제한된 실험결과에 근거함으로서 고강도 콘크리트 및 고축력 하의 기둥에 대해서는 그 안전성 평가가 지속적으로 필요하다.

RC 부재의 휨 거동 및 연성평가는 모멘트-곡률 관계에 의해 합리적으로 평가 될 수 있다. 하지만 RC 기둥의 모멘트-곡률 거동은 콘크리트 압축강도, 주철근의 항복강도, 축력비 및 횡보강근에 의한 구속력 등의 다양한 변수에 의해 영향을 받으므로 그 예측은 다소 복잡한 절차를 필요로 한다.

이 연구의 목적은 RC 기둥의 휨 거동을 효과적으로 평가하고 곡률연성 기반의 기둥설계를 위한 기초자료로서 활용될 수 있는 모멘트-곡률 관계를 초기 휨 균열 발생, 인장철근 항복, 최대 내력 및 그 후 최대 내력의 80% 시점을 연결하는 단순 식으로 제시하였다. 기둥의 최대 내력 및 최대 내력 이후 거동에 대해서는 횡보강근에 의한 콘크리트 구속효과를 고려하였으며, 단순화된 모멘트-곡률 관계를 이용하여 RC 기둥의 곡률 연성비 평가모델을 제시하였다. 제시된 단순 모멘트-곡률 관계는 실험결과와의 비교를 위해 횡하중-횡변위로 환산하였는데, 횡하중은 임계단면에서의 모멘트로부터 산정되었으며, 횡변

\*Corresponding author E-mail : yangkh@kgu.ac.kr

Received July 29, 2015, Revised February 16, 2016,

Accepted March 25, 2016

©2016 by Korea Concrete Institute

위는 잠개소성현저 길이와 이상화된 곡률 분포로부터 환산하였다.

## 2. 기본 가정

### 2.1 단면의 이상화

힘과 압축력을 동시에 받는 철근 콘크리트 기둥의 단면은 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 이상화할 수 있다. 기둥 내부의 주철근은 압축측 및 인장측의 단부철근과 일정한 간격으로 배근되는 중간철근으로 분류될 수 있는데, 이때 중간철근은 일정한 간격으로 배근되므로 선형철근으로 단순화하였다. 기둥의 휨 거동을 예측하기 위한 단면 해석 절차의 기본가정은 다음과 같다: 1) 평면은 휨 변형 후에도 평면이다; 2) 휨 균열 후 콘크리트의 인장응력전달은 무시한다; 3) 철근과 콘크리트는 완전 부착이다; 4) 철근은 선형 재료로서 완전 탄소성이다; 5) 코어 콘크리트 응력-변형률 관계는 횡보강근의 구속효과를 고려한다.

### 2.2 구성 재료들의 응력-변형률 관계

일반적으로 기둥의 휨 거동은 초기 휨 균열 발생, 인장철근의 항복강도 도달, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 80% 단계를 연결하는 선으로 나타낼 수 있다.<sup>10)</sup> 이들 각 단계에서의 기둥 휨 내력은 구성 재료들의 응력-변형률 관계를 이용하여 산정할 수 있다. 초기 휨 균열 단계는 인장측 콘크리트의 응력이 파괴 계수에 도달하였을 때로 가정될 수 있으며, 인장철근 항복 시에는 인장측 단부철근의 변형률이 항복 변형률에 도달하였을 때이며, 최대 내력은 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 압축측 연단의 코어 콘크리트의 응력이 최대 응력( $f_{cc}$ )에 도달하였을 때의 시점으로 정의될 수 있다. 기둥의 최대 내력 시점 및 최대내력 이후 80% 내력 시점에서는 모든 주철근은 항복상태로 가정하였다. 기둥 단면 중간에 분포된 중간철근들 중에서 중립축 부근의 철근들은 항복에 도달하지 않겠지만, 그 주철근 양은 비교적 작다. 모든 주철근의 항복으로 가정하여 산정한 내력은 비선형해석을 통해 주철근의 변형률 분포상태를 고려하여 산정한 결과와 비교하면 그 오차는 약 3% 이내이다.<sup>11)</sup> 구속되지 않은 콘크리트 및 횡보강근에 의해 구속된 콘크리트의 응력-변형률 관계는 각각

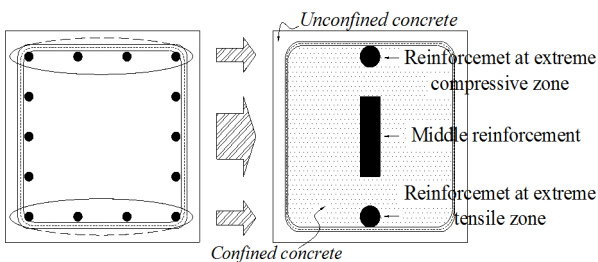


Fig. 1 Idealized column section

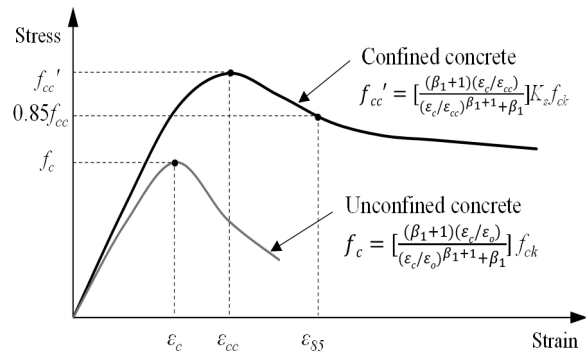


Fig. 2 Stress-strain relationship of concrete

Yang et al.<sup>12)</sup> 및 Kim et al.<sup>13)</sup>의 모델을 이용하였다(Fig. 2).

## 3. 모멘트-곡률 관계

### 3.1 초기 휨 균열 ( $M_g$ )

기둥의 초기 휨 균열은 인장측 콘크리트의 응력이 파괴계수( $f_r(=0.63\sqrt{f_{ck}})$ )에 도달했을 때로 가정될 수 있다(Fig. 3 (a)). 일반적으로 기둥의 단면 및 주철근 배근은 대칭이며, 초기 휨 균열 시점에서 콘크리트의 압축과 인장의 연단응력은 비슷한 크기로 있으므로 이때의 중립축 깊이( $c_g$ )는 단면의 도심에 가깝게 존재하게 된다. 이때 구성재료들의 응력은 탄성범위에 있으므로, 내부 콘크리트 및 철근의 힘들은 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$C_c = 0.5f_c c_g B \quad (1)$$

$$C'_s = f'_s A'_s \quad (2)$$

$$C_m = 0.5f'_m A_{m(c)} \quad (3)$$

$$T_m = 0.5f_m A_{m(t)} \quad (4)$$

$$T_s = f_s A_s \quad (5)$$

여기서,  $C_c$ 는 콘크리트의 압축력을,  $f_c(=E_c\epsilon_c)$ 는 콘크리트의 응력을,  $B$ 는 기둥 단면에서의 넓이를,  $C'_s$ 는 압축측 단부 철근의 압축력을,  $f'_s(=E_s\epsilon'_s)$ 는 압축측 단부철근의 압축응력을,  $A'_s$ 는 압축측 단부철근의 단면적을,  $C_m$ 은 중간철근의 압축력을,  $f'_m(=E_s\epsilon'_{sm})$ 은 압축측 중간철근의 응력을,  $A_{m(c)}(=A_m((c_g - d_m)/(D - 2d_m)))$ 는 압축측 중간철근의 단면적을,  $T_m$ 은 인장측 중간철근의 인장력을,  $f_m(=E_s\epsilon_{sm})$ 은 인장측 중간철근의 인장력을,  $A_{m(t)}(=A_m((D - c_g - d_m)/(D - 2d_m)))$ 는 중립축에 따른 인장측 중간철근의 단면적을,  $T_s$ 는 인장측 단부철근의 인장력을,  $f_s(=E_s\epsilon_s)$ 는 인장측 단부철근의 응력을,  $A_s$ 는 인장측 단부철근의 단면적을  $E_c$  및  $E_s(=200,000 \text{ MPa})$ 는 각각 콘크리트 및 철

근의 탄성계수를 나타낸다. 콘크리트( $\epsilon_c$ ), 압축측 단부철근( $\epsilon_s'$ ), 압축측 중간철근( $\epsilon_{sm}'$ ), 인장측 중간철근( $\epsilon_{sm}$ ) 및 인장측 단부철근( $\epsilon_s$ )의 평균 변형률은 단면의 변형률 분포로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_c = \frac{\epsilon_{cr} c_{cr}}{(D - c_{cr})} \quad (6)$$

$$\epsilon_s' = \frac{\epsilon_{cr} (c_{cr} - d')}{(D - c_{cr})} \quad (7)$$

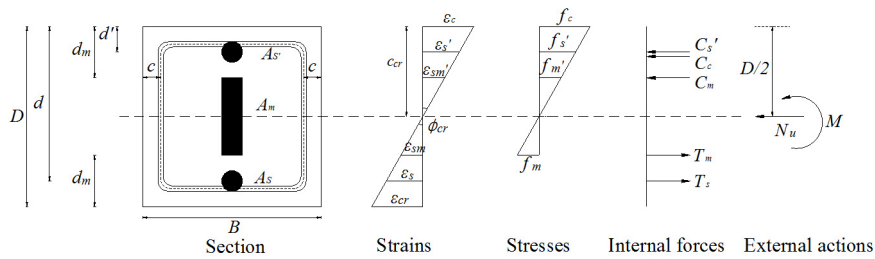
$$\epsilon_{sm}' = \frac{\epsilon_{cr} (c_{cr} - d_m)}{(D - c_{cr})} \quad (8)$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\epsilon_{cr} (D - d_m - c_{cr})}{(D - c_{cr})} \quad (9)$$

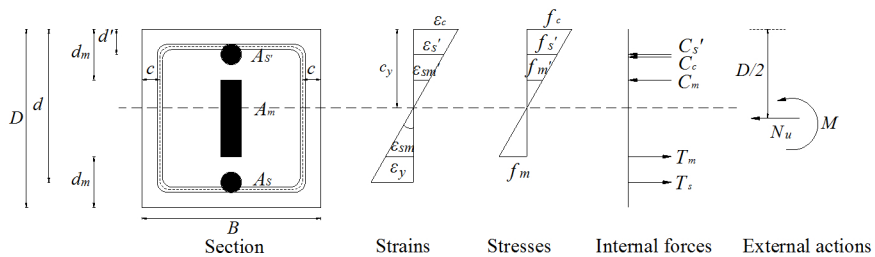
$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{cr} (d - c_{cr})}{(D - c_{cr})} \quad (10)$$

여기서,  $D$ 는 기둥단면에서의 높이를,  $d'$  및  $d$ 는 각각 콘크리트 연단으로부터 압축측 및 인장측 단부철근까지의 거리를,  $d_m$ 은 압축측 콘크리트 연단으로부터 중간철근 시작과 끝의 거리를 나타낸다. 이때 파괴계수( $f_r$ ) 및 콘크리트 탄성계수( $E_c$ )는 ACI 318-11 기준에서 제시한 식을 이용해 산정하였다. 초기 휨 균열의 중립축 깊이( $c_{cr}$ )는 식 (1)~(5) 및 식 (6)~(10)의 단면내부 힘과 작용된 축력( $N_u$ )의 평형조건식으로부터 다음과 같은 2차 방정식으로 나타낼 수 있다.

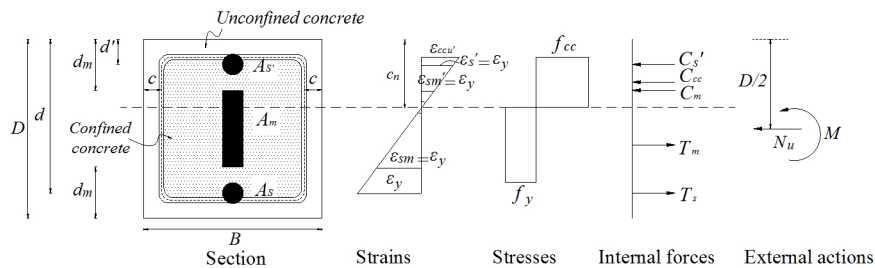
$$c_{cr} = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1 C_1}}{2A_1} \quad (11)$$



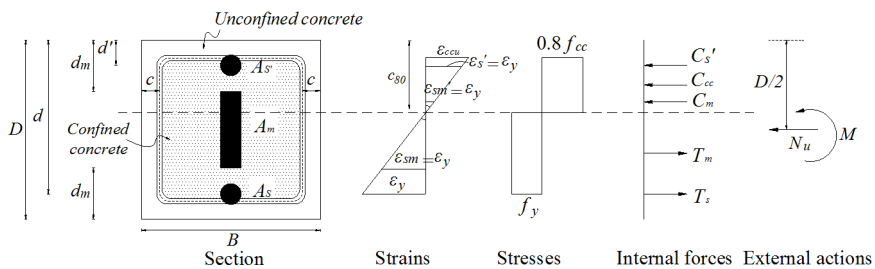
(a) The first flexural cracking strength



(b) Yielding moment



(c) Maximum moment



(d) 80% of the maximum strength at the descending branch

Fig. 3 Distribution of stresses and strains at different stages

$$A_1 = 0.5\epsilon_{cr}E_cB \quad (12)$$

$$B_1 = \epsilon_{cr}E_s(A_s' + A_m + A_s) + N_u \quad (13)$$

$$C_1 = -\epsilon_{cr}E_s(A_s'd' + A_{m(c)}d_m + A_{m(t)}(D-d_m) + A_s d_4) - N_u D \quad (14)$$

초기 휨 균열 모멘트( $M_{cr}$ )는 식 (11)에 의해 산정된 중립축 깊이( $c_{cr}$ )와 각 응력으로부터 산정한 힘의 관계를 적용하여 다음과 같이 정리 될 수 있다.

$$M_{cr} = \left[ \begin{array}{l} 0.33BE_c\epsilon_{cr}c_{cr}^3 \\ + E_s\epsilon_{cr}c_{cr}^2(A_s' + A_m + A_s) \\ - 2E_s\epsilon_{cr}c_{cr}(A_s'd' + A_{m(c)}d_m + A_{m(t)}(D-d_m) + A_s d) \\ + E_s\epsilon_{cr}(A_s'd'^2 + A_{m(c)}d_m^2 + A_{m(t)}(D-d_m)^2 + A_s d^2) \\ + N_u(0.5D-c_{cr})(D-c_{cr}) \end{array} \right] / (D-c_{cr}) \quad (15)$$

초기 휨 균열 발생 시 곡률( $\phi_{cr}$ )은 식 (11)에 의해 산정된 중립축 깊이( $c_{cr}$ )와 인장축 콘크리트의 변형률로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_{cr} = \frac{\epsilon_{cr}}{D-c_{cr}} \quad (16)$$

### 3.2 항복 모멘트( $M_y$ )

기둥의 항복 모멘트( $M_y$ )는 인장철근이 항복 변형률( $\epsilon_y = f_y/E_s$ )에 도달한 시점이므로 이때의 콘크리트 및 중간철근의 응력은 일반적으로 탄성범위에 있다(Fig. 3(b)). 따라서 인장철근이 항복변형률 시점에 도달할 때 중립축 깊이( $c_y$ )는 식 (1)~(10)과 같은 힘의 평형조건으로부터 다음과 같은 2차방정식으로 나타낼 수 있다. 단, 인장철근은 항복응력을 적용하며, 압축철근과 중간철근의 응력은 변형률 분포와 중립축 깊이로부터 산정하여 적용한다.

$$c_y = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2} \quad (17)$$

$$A_2 = 0.5\epsilon_y E_c B \quad (18)$$

$$B_2 = \epsilon_y E_s (A_s' + A_m) + A_s f_y + N_u \quad (19)$$

$$C_2 = -\epsilon_y E_s (A_s' d' + A_{m(c)} d_m + A_{m(t)} (D - d_m)) - A_s f_y - N_u D \quad (20)$$

항복 모멘트( $M_y$ )는 식 (17)에 의해 산정된 중립축 깊이( $c_y$ )와 각 응력으로부터 산정한 힘의 관계를 적용하여 다음과 같이 정리 될 수 있다.

$$M_y = \left[ \begin{array}{l} 0.33c_y^3 E_c B \epsilon_y \\ + (A_s + A_m + A_s') E_s \epsilon_y c_y^2 \\ - 2\epsilon_y E_s c_y (A_s' + A_{m(c)} + A_s) \\ + (A_s' d'^2 + A_{m(c)} d_m^2 + A_{m(t)} (D-d_m)^2) \epsilon_y E_s \\ + A_s f_y (d-c_y) (D-c_y) \\ + N_u (0.5D-c_y) (D-c_y) \end{array} \right] / (D-c_y) \quad (21)$$

인장철근 항복 시 곡률( $\phi_y$ )은 식 (17)에 의해 산정된 중립축 깊이( $c_y$ )와 인장철근 항복 시 변형률로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_y = \epsilon_y / (d - c_y) \quad (22)$$

### 3.3 최대 휨 내력( $M_n$ )

기둥의 최대 휨 내력( $M_n$ )은 압축연단 영역에서의 콘크리트 응력이 횡보강근에 의해 구속된 콘크리트의 최대 응력( $f_{cc}$ )에 도달하였을 때로 가정될 수 있다. 이때 압축연단에서의 비구속 콘크리트의 변형률은 대부분 0.004 이상으로 있으므로 압축축 철근은 항복을 가정한다.<sup>14,15)</sup> 일반적으로 기둥의 최대 내력 시 압축연단의 비구속 콘크리트의 변형률은 압축축 콘크리트 한계 변형률 보다 큰 영역인 압축에 의해 파괴된다.<sup>10)</sup> 따라서 기둥의 최대 내력 이후 압축축 비구속 콘크리트의 응력전달을 무시하면, 최대 내력 시점에서 횡보강근에 의해 구속된 콘크리트의 압축력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{cc} = f_{cc} c_n (B - 2c) \quad (23)$$

여기서,  $c$ 는 콘크리트 표면으로부터 띠철근 중심까지의 거리를 나타낸다. 단면 내부 힘의 평형조건식에 의해 최대 내력 시 중립축 깊이( $c_n$ )는 식 (1)~(10)과 같은 산정 절차 및 평형조건식에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_n = \frac{f_y (-A_s' - A_{m(c)} + A_{m(t)} + A_s) + N_u}{(B - 2c) f_{cc}} \quad (24)$$

이때, 최대 내력 모멘트( $M_n$ )는 식 (24)에서 산정된 중립축 깊이( $c_n$ )와 각 응력으로부터 산정한 힘의 관계를 적용하여 다음과 같이 정리 될 수 있다.

$$M_n = \left[ \begin{array}{l} 0.5(B-2c) f_{cc} c_n^2 + f_y A_s' (c_n - d') \\ + f_y A_{m(c)} (c_n - d_m) \\ + f_y A_{m(t)} (-c_n + D - d_m) \\ + f_y A_s (-c_n + d) \\ + N_u (-c_n + 0.5D) \end{array} \right] \quad (25)$$

최대 내력 시 곡률( $\phi_n$ )은 식 (24)에 의해 산정된 중립축 깊이( $c_n$ )와 구속된 콘크리트의 압축연단 변형률 분포로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_n = \epsilon_{cc}/c_n \quad (26)$$

여기서,  $\epsilon_{cc}$ 는 구속된 콘크리트의 최대응력 시 변형률로서 Kim et al.<sup>13)</sup>의 제안모델로부터 산정한다.

### 3.4 최대 휨 내력의 80%( $M_{80}$ )

최대내력 도달 이후 기둥 내부들의 응력은 Fig. 3(d)에 나타낸 바와 같이 압축측 콘크리트 응력의 감소와 함께 저하된다. 최대 내력 도달 후 80% 시점에서 콘크리트의 압축력은 Mun and Yang<sup>16)</sup>이 제시한 구속된 콘크리트의 근사 응력블록을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{cc} = 0.8f_{cc}c_{80}(B-2c) \quad (27)$$

최대 내력 도달 후 80% 시점의 중립축 깊이( $c_{80}$ )는 다음과 같이 모멘트 평형조건으로부터 산정될 수 있다.

$$M_{80} = M_{cc} + M_{cs} + M_{cm} + M_{tm} + M_{ts} + M_{Nu} \quad (28)$$

여기서,  $M_{cc}(=C_{cc}(c_{80}-c_{80}/2))$ ,  $M_{cs}(=C'_s(c_{80}-d'))$ ,  $M_{cm}(=C_m(c_{80}-d_m))$ ,  $M_{tm}(=T_m(D-d_m-c_{80}))$  및  $M_{ts}(=T_s(d-c_{80}))$ 는 각각 압축측 구속된 콘크리트, 압축측 철근, 압축측 중간철근, 인장측 중간철근 및 인장측 철근의 모멘트를,  $M_{Nu}(=N_u(0.5D-c_{80}))$ 은 기둥 단면의 중심에서 중립축으로부터의 축력에 의한 외부 모멘트를 나타낸다. 따라서 식 (28)를 정리하면 중립축 깊이( $c_{80}$ )는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$c_{80} = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3} \quad (29)$$

$$A_3 = -A_m f_y \quad (30)$$

$$B_3 = A_m f_y d_2 \quad (31)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} (0.5(B-2c)(N_u + A_m f_y + 2A_s f_y) \\ (D^2 + 2d_m^2) - 3Dd_m \\ -(D-2d_m)(M_{80} + A'_s f_y \\ (d_1 - 0.5d_m)) \end{bmatrix} \quad (32)$$

최대 내력 도달 후 80% 시점의 곡률( $\phi_{80}$ )은 식 (29)에 의해 산정된 중립축 깊이( $c_{80}$ )와 압축측 콘크리트 변형률로부터 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$\phi_{80} = \epsilon_{80}/c_{80} \quad (33)$$

여기서,  $\epsilon_{80}$ 은 최대 내력의 80% 시점에서 콘크리트 변형률로서, Kim et al.<sup>13)</sup>의 모델로부터 최대 내력의 85% 시점과 80% 시점의 선형비례를 적용하여 다음과 같이 산

정될 수 있다.

$$\epsilon_{80} = \frac{0.20}{0.15} 7.5[(f_o/f_{cc})^{1.4} \rho_{sh}^{0.9} + \epsilon_{cc}^{0.9}]^{1.5} \quad (34)$$

## 4. 모델의 단순화

초기 휨 균열, 인장철근 항복, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 80%의 모멘트는 각각 식 (15), (21), (25) 및 (28)와 같이 나타낼 수 있는데, 이들의 적용은 다소 복잡하다. 또한 각 시점에서의 곡률산정을 위한 중립축 깊이는 각각 식 (11), (17), (24) 및 (29)를 통해 결정할 수 있지만 이들의 적용도 단순하지 않다. 즉, 실용적인 측면을 고려하면 모멘트 산정식들과 중립축 깊이 결정식들을 단순하게 나타낼 필요가 있다. 이를 위해 변수해석 연구를 수행하였다. 제시된 모델에 적용된 변수와 범위는 단면의 인장철근 비( $\rho_s$ )가 0.01~0.04, 콘크리트 압축강도( $f_{ck}$ )가 20~100 MPa, 철근의 항복강도( $f_y$ )가 400~600 MPa, 축력비( $R_n=N_u/A_g f_{ck}$ )가 0.1~0.6이다. 각 시점에서의 모델식은 콘크리트, 철근 및 축력비에 따른 변수들의 영향을 분석하고, 회귀분석을 통해 영향변수들을 조합하여 일반화하였다.

기둥의 휨 강도 및 중립축 깊이는 단면의 크기, 콘크리트 압축강도, 주철근 양 및 강도, 그리고 작용 축하중에 의해 영향을 받는다. 일반적으로 철근콘크리트 부재의 휨강도에 대한 콘크리트 압축강도 및 주철근 양과 강도의 영향은 주철근 지수( $\omega_s$ )의 개념을 적용한다.<sup>15)</sup> 이를 고려하여 본 연구의 단순 모멘트 산정식에서도 주철근 지수( $\omega_s$ ), 축력지수( $\omega_p$ ), 횡보강근 체적지수( $\omega_{hs}$ )의 개념을 도입하였다. 변수연구에서 얻은  $M_{cr}$ ,  $M_y$ ,  $M_n$  및  $M_{80}$ 와 이때의 중립축 깊이들은 각 지수의 영향에 대해 회귀분석을 수행하였으며(Fig. 4 및 5), 그 결과 다음과 같이 나타낼 수 있었다. 초기 휨 균열 발생 시 휨 강도는 횡보강근의 영향이 매우 작으므로 주철근 및 축력 지수에 의한 함수로 나타내었다.

$$\eta_{cr} = M_{cr}/f_{ck} B d^2 = [0.02(\omega_s^{0.4} + \omega_p^{0.6})^{2.69}] \quad (35)$$

$$\eta_y = M_y/f_{ck} B d^2 = [0.20(1.2\omega_s^{0.7} + \omega_p^{0.5})^{1.51}] \quad (36)$$

$$\eta_n = M_n/f_{ck} B d^2 = [0.39(1.2\omega_s^{1.4} + \omega_p^{1.4} + \omega_{hs}^{2.5})^{0.71}] \quad (37)$$

$$\eta_{80} = M_{80}/f_{ck} B d^2 = [0.28(1.1\omega_s + \omega_p^{1.1} + \omega_{hs}^{3.1})^{0.96}] \quad (38)$$

여기서,  $\eta_{cr}$ ,  $\eta_y$ ,  $\eta_n$  및  $\eta_{80}$ 은 각각 초기 휨 균열, 인장철근 항복, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 80% 시점의 모멘트 지수를,  $\omega_s(=(A_s + A_m + A'_s)f_y/f_{ck} B d)$  및  $\omega_p(=N_u/f_{ck} B d)$ 는 각각 주철근 및 축력 지수를,  $\omega_{hs}(=\rho_{sh} f_{ysh}/f_{ck})$ 는 횡보강근 체적지수를 나타낸다.

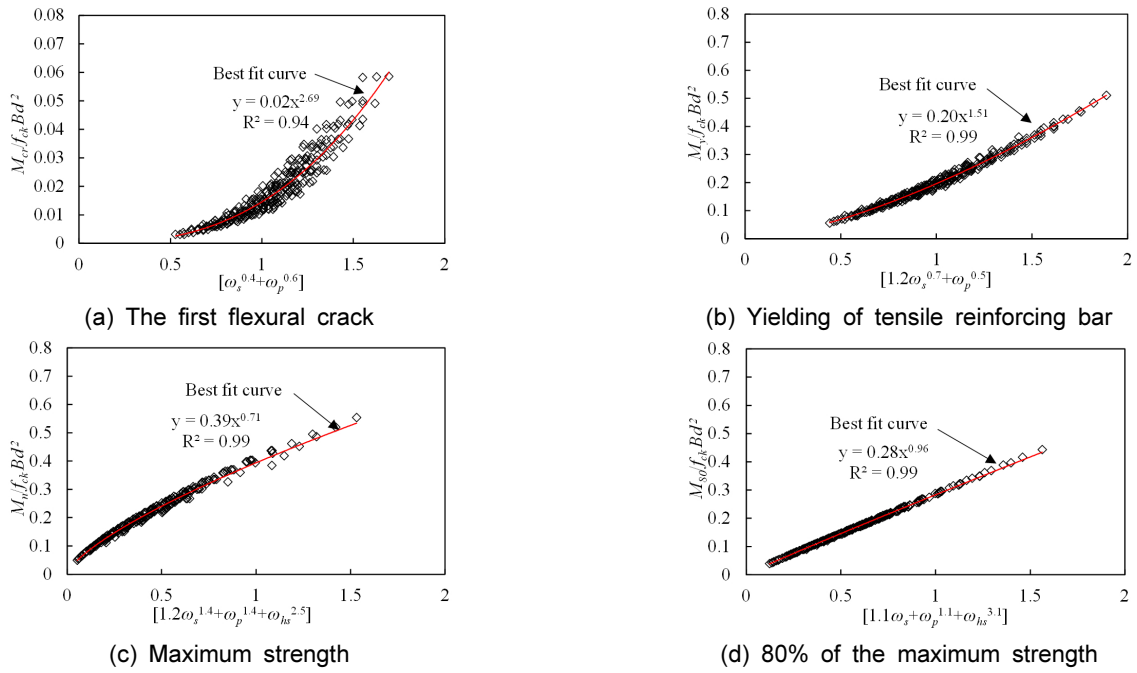


Fig. 4 Simplified model for moment at different stages

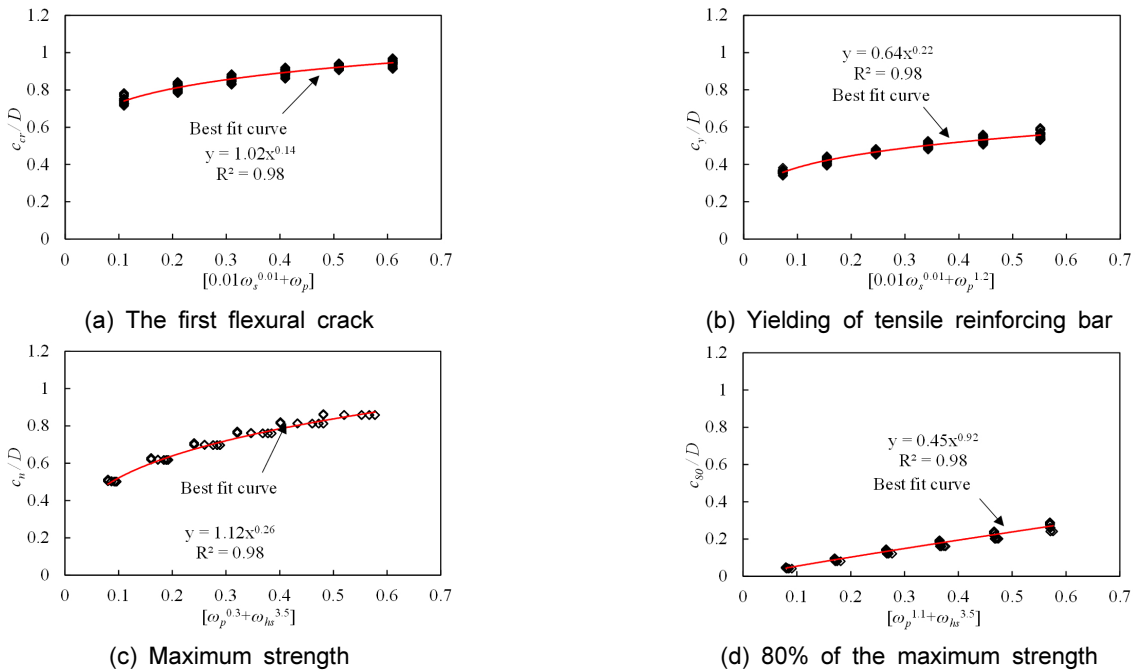


Fig. 5 Simplified model for neutral axis depth at different stages

곡률 산정을 위한 중립축 깊이는 Fig. 5에 나타난 바와 같이 변수연구를 통해 얻은 결과들의 회귀분석을 통해 다음과 같이 나타낼 수 있었다.

$$c_{cr} = [1.02(0.01\omega_s^{0.01} + \omega_p)^{0.14}]D \quad (39)$$

$$c_y = [0.64(0.01\omega_s^{0.01} + \omega_p^{1.2})^{0.22}]D \quad (40)$$

$$c_n = [1.12(\omega_p^{0.3} + \omega_{hs}^{3.5})^{0.26}]D \quad (41)$$

$$c_{80} = [0.45(\omega_p^{1.1} + \omega_{hs}^{3.5})^{0.92}]D \quad (42)$$

최대 휨 내력 및 최대 휨 내력의 80% 시점에서 주철근 지수에 의한 중립축 깊이 증가율은 약 0.4% 미만이다. 이는 기둥의 단면에서 주철근이 대칭 배근되므로 주철근에 의한 압축력과 인장력 힘의 평형상태가 되어 주철근 지수에 의한 중립축 깊이의 변화가 매우 작다는 것을 의미한다. 기둥의  $M_n$ 과 이때의 중립축 깊이는  $\omega_s$ ,  $\omega_p$  및  $\omega_{hs}$ 의 함수로 제시되었다. 이들 변수 중  $\omega_p$ 가 2배 증가할 때  $M_n$ 과 이때의 중립축 깊이는 각각 약 1.6배와 1.2배 증가

하며,  $\omega_{hs}$ 가 2배 증가할 때  $M_n$ 에 대한 영향은 미미하였으나, 중립축 깊이는 약 1.2배 증가한다.

단순 식으로 제시된 제안식은 그 타당성 검증은 위하여 단면  $500 \times 500$  mm를 가지는 기둥의 초기 휨 균열, 인장철근 항복, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 80% 시점의 값을 정해 모델값과 비교하여 Fig. 6에 나타내었다. 비교를 위하여 철근의 항복강도( $f_y$ )는 500 MPa, 콘크리트 압축강도( $f_{ck}$ )는 50 MPa, 축력비( $N_u/f_{ck}BD$ )는 0.4 및 주철근의 지수( $\omega_s$ )는 0.1로 하였다. 그 결과, 단순 제안식을 이용한  $M_{cr}$ ,  $M_y$ ,  $M_n$  및  $M_{80}$ 는 정해모델에 비해 약 0.42~3.8% 높게 예측되지만, 그 오차는 매우 적다.

일반적으로 축하중을 받지 않는 휨 부재의 곡률 연성비( $\mu_\phi$ )는 최대 휨 내력에서의 곡률( $\phi_n$ )과 인장철근이 항복하는 시점에서의 곡률( $\phi_y$ )의 비로 산정된다. 한편, 축하중을 받는 휨 부재의 곡률 연성비 산정에서는 최대 휨 내력에서의 곡률 대신 최대 휨 내력 이후 최대 휨 내력의 80%시점에서의 곡률( $\phi_{80}$ )의 값을 적용한다. 이에 따라 축하중을 받는 기둥의 곡률 연성비( $\mu_\phi$ )는 식 (22)과 (33)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

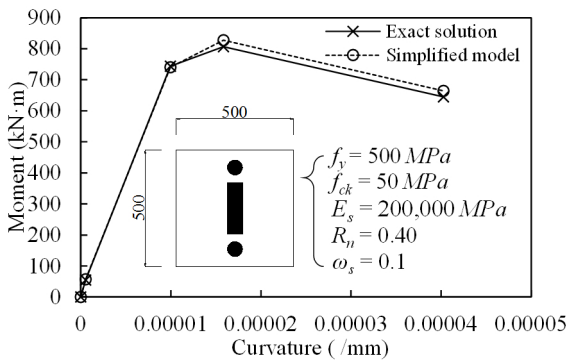


Fig. 6 Typical comparison of simplified moment-curvature model and exact solution derived from the idealized column section

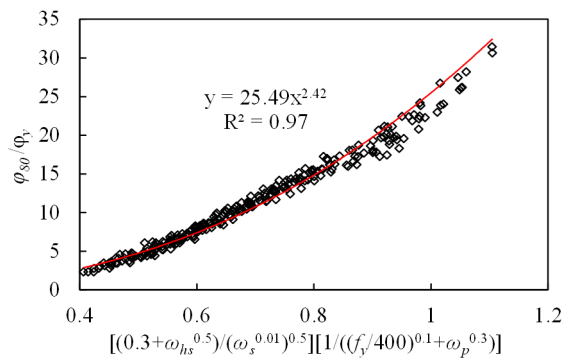


Fig. 7 Modeling for curvature ductility ratios

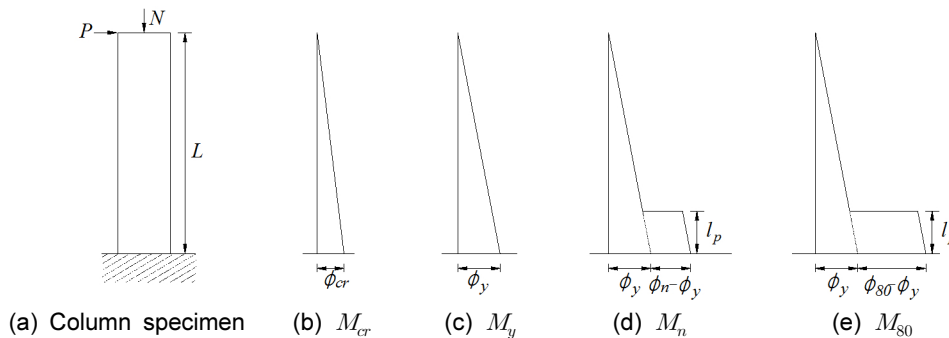


Fig. 8 Idealized curvature distribution along the column height at the different stages

복하는 시점에서의 곡률( $\phi_y$ )의 비로 산정된다. 한편, 축하중을 받는 휨 부재의 곡률 연성비 산정에서는 최대 휨 내력에서의 곡률 대신 최대 휨 내력 이후 최대 휨 내력의 80%시점에서의 곡률( $\phi_{80}$ )의 값을 적용한다. 이에 따라 축하중을 받는 기둥의 곡률 연성비( $\mu_\phi$ )는 식 (22)과 (33)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_\phi = \phi_{80}/\phi_y = \frac{(d-c_y)\epsilon_{80}}{c_{80}\epsilon_y} \quad (43)$$

식 (43)의 곡률 연성비는 주요 영향 인자에 대해 변수 연구를 수행하고, 그 결과를 회귀 분석하여 Fig. 7에 나타난 바와 같이 횡보강근 체적지수, 철근의 항복강도 및 축력지수의 함수로 다음과 같이 제시 할 수 있다.

$$\mu_\phi = 0.071 \text{EXP}(2.7\xi) \quad (44)$$

$$\xi = \left[ \left( \frac{0.3 + \omega_{hs}^{0.5}}{\omega_s^{0.01}} \right)^{0.5} \left( \frac{1}{(f_y/400)^{0.1} \omega_p^{0.3}} \right) \right] \quad (45)$$

제시된 기둥의 곡률 연성비는  $\omega_p$ 가 2배 증가 할 때 약 51.2% 감소하며,  $\omega_{hs}$ 가 2배 증가할 때 약 1.56배 증가한다.

## 5. 횡하중-횡변위 관계에 대한 실험결과와의 비교

### 5.1 단순 제안식의 횡하중-횡변위 관계 변환

기존 대부분 기둥의 실험은 캔틸레버 형식으로 기둥하부를 고정시켜 상부 자유단에 횡하중을 가력하여 단면의 모멘트-곡률 관계보다는 부재의 횡하중-횡변위 관계를 평가한다. 따라서 4장에서 제시된 모델의 적합성을 평가하기 위하여 기둥의 모멘트-곡률관계를 횡하중-횡변위 관계로 변환하고 실험결과와 비교하였다. 기둥의 횡하중은 Fig. 8에 나타난 바와 같이 각 시점의 휨 모멘트를 기둥의 위험단면에서부터 하중점까지의 높이(L)로 나누어 산정 할 수 있다. 횡변위는 기둥의 곡률 분포로부터 모멘트 면적법으로 계산 될 수 있는데, 이때 곡률은 초기 휨 균열발생 및 인장철근이 항복하는 시점 전까지 선형으로

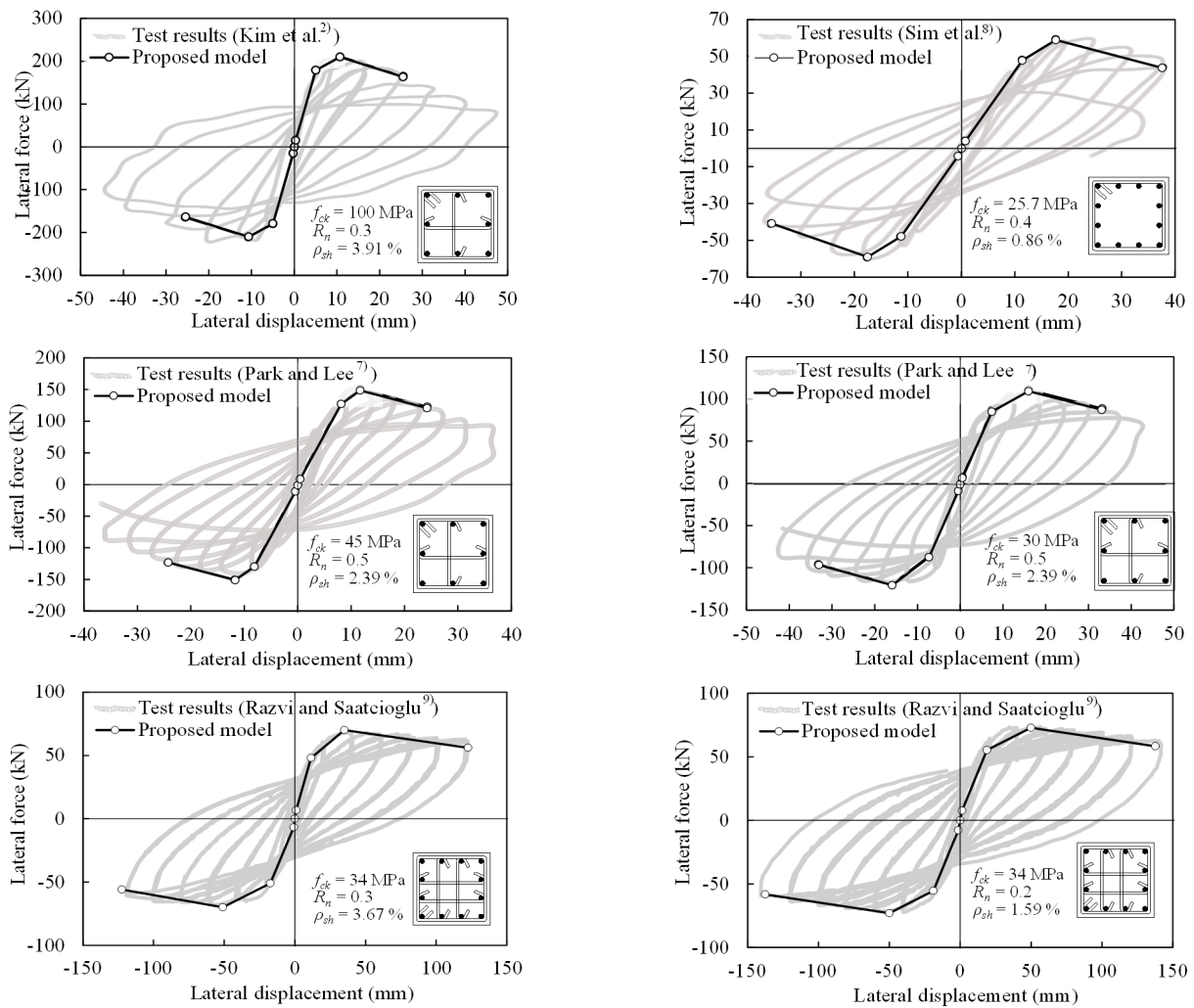


Fig. 9 Comparisons of predictions and measured lateral force-lateral displacement curves of columns

분포하며, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 80% 시점에서는 소성힌지( $l_p$ ) 구간에 집중되는 것으로 가정할 수 있다.<sup>17)</sup> 따라서 Fig. 8의 이상화된 곡률분포로부터 각 시점에서의 횡변위( $\Delta$ )는 다음과 같이 계산 될 수 있다.

$$\Delta_{cr} = \phi_{cr} L^2 / (1/3) \quad (46)$$

$$\Delta_y = \phi_y L^2 / (1/3) \quad (47)$$

$$\Delta_n = \phi_y L^2 / (1/3) + (\phi_n - \phi_y) l_p (L - 0.5 l_p) \quad (48)$$

$$\Delta_{80} = \phi_y L^2 / (1/3) + (\phi_{80} - \phi_y) l_p (L - 0.5 l_p) \quad (49)$$

여기서,  $\Delta_{cr}$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_n$  및  $\Delta_{80}$ 은 각각 초기 휨 균열 발생, 인장철근 항복, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 최대 내력의 80% 시점의 횡변위를 나타낸다. 이때 등가 소성 힌지 길이 ( $l_p$ )는 Paulay & Priestley<sup>17)</sup>의 제안모델로서 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$l_p = 0.08L + 0.022d_b f_y \quad (50)$$

여기서,  $d_b$ 는 주철근의 직경을 나타낸다.

## 5.2 제안모델과 실험 결과와의 비교

제시된 횡하중-횡변위 모델의 단순 제안식은 Fig. 9에 나타난 바와 같이 내부 횡보강근의 형태, 축력비 및 콘크리트 압축강도를 고려하여, Park and Lee,<sup>7)</sup> Kim et al.,<sup>2)</sup> Sim et al.<sup>8)</sup> 및 Razvi and Saatcioglu<sup>9)</sup>의 실험결과와 비교하였다. 비교에 이용된 기둥 실험체는 횡보강근의 배근형태가 외부만 보강된 단순배근형 기둥 및 내부 보조띠철근으로서 크로스타이가 배근된 기둥에서,  $f_{ck}$ 가 25.7~100 MPa,  $R_n$ 가 0.3~0.5,  $\rho_s$ 가 2.21~2.87%,  $f_y$ 가 425~484 MPa,  $\rho_{sh}$ 가 0.63~1.16이다. 비교 결과, 제안모델은 횡보강근 배근형태 작용축력비에 관계없이 기둥의 최대내력 (최대 4% 차이), 최대내력 시 변위 및 최대내력 이후 내력 하강 기울기에 대한 실험결과와 잘 일치하였다. 특히 제안모델은  $f_{ck}$ 가 100 MPa인 기둥의 횡하중-횡변위 거동도 잘 예측하였다. 따라서 제시된 모멘트-곡률 관계 모델은 RC 기둥의 휨 연성설계를 위해 비교적 단순한 절차에서 적용할 수 있을 것으로 기대된다.



## 6. 결 론

이 연구에서는 RC 기둥의 휨 거동 및 소요 곡률연성비를 평가할 수 있는 단순한 모멘트-곡률 관계를 제시하였다. 단면의 변형률 적합 조건 및 힘의 평형조건에 기반하여 초기 휨 균열 발생 시, 인장철근 항복, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 최대내력의 80%인 각 시점에서 휨 내력, 중립축 깊이 및 압축연단 변형률을 유도하였다. 각 단계에서 횡보강근에 의한 콘크리트 구속효과는 Kim et al이 제안한 구속된 콘크리트의 응력-변형률 모델의 적용을 통하여 반영하였다. 변수연구는 콘크리트 강도 100 MPa 이하, 철근의 항복강도 600 MPa 이하, 축력비 0.6 이하, 주철근비 4% 이하에서 수행하였으므로 이들 이상의 변수를 갖는 기둥에 대해서는 추가 검증이 필요하다. 제시된 단순모델들로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 단순제시된 RC 기둥의 모멘트-곡률 관계로부터 환산된 횡하중-횡변위 거동은 콘크리트 압축강도, 횡보강근 양 및 작용 축력비에 관계없이 실험결과와 잘 일치하였다.
- 2) 기둥의 모멘트 내력은 주철근 지수, 축력지수 및 횡보강근양의 체적지수의 함수로, 중립축 깊이는 축력지수 및 횡보강근양의 체적지수의 함수로 제시될 수 있었다. 이들 변수 중 축력지수가 2배 증가할 때 최대 내력과 이때의 중립축 깊이는 각각 약 1.6배와 1.2배 증가하며, 횡보강근 체적지수가 2배 증가할 때 최대 내력에 대한 영향은 미미하였으나, 중립축 깊이는 약 1.2배 증가한다.
- 3) 기둥의 곡률 연성비 평가모델은 횡보강근 체적지수, 철근의 항복강도 및 축력지수의 함수로 제시될 수 있었다. 곡률 연성비는 축력지수가 2배 증가할 때 약 51.2% 감소하며, 횡보강근 체적지수가 2배 증가할 때 약 1.56배 증가한다.

## 감사의 글

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2014-R1A2A2A09054557).

## References

1. Seo, S.Y., and Ham, J.H., "Experimental Study on the Confinement Effect of Headed Cross Tie in RC Column Subjected to Cycling Horizontal Load", *Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection*, Vol.16 No.5, 2012, pp.1-10.
2. Kim, J.K., Han, B.S., and Shin, S.W., "Ductility Capacity of Ultra-High Strength R/C Tied Columns Considering the Axial Load Ratio and Configuration of Transverse Reinforcement", *Architectural Institute of Korea*, Vol.25, No.1, 2009, pp. 3-11.
3. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11) and Commentary*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, USA, 2011, p.503.
4. Lee, Y.H., Chung, B.H., and Chung, H.S., "A Study on Confinement Effectiveness of Lateral Ties in RC Columns under Axial Loads", *Architectural Institute of Korea*, Vol.16, No.12, 2000, pp.3-11.
5. Watson, S., and Park, R., "Simulated Seismic Load Tests on Reinforced Concrete Columns", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.120 No.6, 1994, pp.1825-1849.
6. Razvi, S., and Saatcioglu, M., "Confinement Model for High-Strength Concrete", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.125, No.3, 1999, pp.281-289.
7. Park, S.Y., and Lee, Y.H., "A Clip Confinement Effect on the Behavior of Concrete Column subjected to High Axial and Reversed Cyclic Lateral Loads", *Architectural Institute of Korea*, Vol.24, No.10, 2008, pp.19-28.
8. Sim, J.I., Yang, K.H., and Byun, H.Y., "Flexural Capacity and Ductility of Reinforced Concrete Columns Strengthened with Unbonded Wire Rope Units", *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol.21 No.2, 2009, pp.209-216.
9. Razvi, S., and Saatcioglu, M., "Confinement Model for High-Strength Concrete", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.125, No.3, 1999, pp.281-289.
10. Kang, S.M., and Park, H.G., "Moment-Curvature Relationship of Structural Walls with Confined Boundary Element", *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol.15, No.2, 2003, pp.281-288.
11. Kwak, M.K., "Flexural Performance of Reinforced Concrete Columns with the Supplementary V-ties subjected to the Constant Axial Loads and Reversed Lateral Loads", MSc Thesis, Graduate School, Kyonggi University, 2016, p.142.
12. Yang, K.H., Mun, J.H., Cho, M.S., and Kang, T.H.K., "A Stress-Strain Model for Various Unconfined Concrete in Compression", *ACI Structural Journal*, Vol.111, No.4, 2014, pp.819-826.
13. Kim, W.W., Mun, J.H., and Yang, K.H., "Simplified Model for the Stress-Strain Relationship of Confined Concrete", *Architectural Institute of Korea*, Vol.16, No.5, 2012, pp. 1-10.
14. Wallace, J.W., "Seismic Design of RC Structural Walls. Part I: New Code Format", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.12, No.1, 1995, pp.88-101.
15. Paulay, T., and Priestley, M.J.N., *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, Wiley Interscience Publication, New Jersey, USA, 1992, p.768.
16. Mun, J.H., and Yang, K.H., "Generalized Lateral Load-Displacement Relationship of Reinforced Concrete Shear Walls", *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol.26,

---

**요 약** 이 연구에서는 철근콘크리트(reinforced concrete, RC) 기둥의 휨 거동을 비교적 간단한 방법으로 평가하기 위해서 모멘트-곡률 관계를 단순화하였다. RC 기둥에서 주철근 배근을 이상화하고 힘의 평형조건 및 변형률 적합조건에 기반하여 초기 휨 균열 발생, 인장철근 항복 도달, 최대 내력 및 최대 내력 도달 후 최대 내력의 80% 시점에서의 내력과 중립축 깊이를 산정하였다. 기둥의 최대 내력 이후의 콘크리트 압축연단 변형률은 Kim et al의 구속된 콘크리트 응력-변형률 관계를 이용하여 산정하였다. 단순화된 모멘트-곡률 관계로부터 환산된 기둥의 횡하중-횡변위 관계는 다양한 변수하에서 수행한 기둥 실험결과와 잘 일치하였다. 고려된 각 단계에서의 모멘트와 중립축 깊이는 주철근 지수, 횡보강근 체적지수 및 축력 지수의 함수로 모델링하였다. 결국, 기둥의 곡률 연성은 콘크리트 압축강도 및 주철근과 횡보강근의 양과 함께 작용 축하중비에 중요한 영향을 받았다.

**핵심용어** : 기둥, 모멘트-곡률 관계, 횡하중-횡변위 관계, 구속력, 곡률 연성비