

주파수영역 Hankel matrix를 사용한 교량의 가속도센서 최적위치 결정

강성현¹, 신수봉^{2*}

Determination of Optimal Accelerometer Locations for Bridges using Frequency-Domain Hankel Matrix

Sungheon Kang¹, Soobong Shin^{2*}

Abstract: A new algorithm for determining optimal accelerometer locations is proposed by using a frequency-domain Hankel matrix which is much simpler to construct than a time-domain Hankel matrix. The algorithm was examined through simulation studies by comparing the outcomes with those from other available methods. To compare and analyze the results from different methods, a dynamic analysis was carried out under seismic excitation and acceleration data were obtained at the selected optimal sensor locations. Vibrational amplitudes at the selected sensor locations were determined and those of all the other degrees of freedom were determined by using a spline function. MAC index of each method was calculated and compared to look at which method could determine more effective locations of accelerometers. The proposed frequency-domain Hankel matrix could determine reasonable selection of accelerometer locations compared with the others.

Keywords: Optimal sensor location, Frequency-domain Hankel matrix, Spline function

1. 서 론

우리나라는 판의 경계지점에 위치하고 있지 않기 때문에 대규모 지진과는 크게 관계가 없지만, 기상청 자료에 의하면 국내 지진의 발생빈도는 점점 증가하는 추세이다(Korea Meteorological Administration, 2015). 따라서 예상하지 못한 지진에 대비하여 「지진가속도계측기 설치 및 운영기준」(Ministry of Public Safety and Security, 2015)이 개발되어 주요 건물 및 시설물들에는 지진가속도센서 설치 및 운영이 의무화 되어 있다.

현재 시행중인 「지진가속도계측기 설치 및 운영기준」에서는 시설물별 지진가속도센서의 설치 위치나 방법 등이 제시 되어 있다. 그러나 모든 시설물을 포함하고 있지 않고, 안전진단을 위해 사용하는 것보다 많은 수의 지진가속도센서를 설치하도록 하고 있으며, 이로 인한 효율성에 대한 근거는 명확히 제시되어 있지 못한 실정이다. 따라서 구조물의 종류와 관계없이 적당한 개수의 지진가속도센서로 구조물 전체의 동적

응답을 보다 명확하게 추정하도록 하는 지진가속도센서의 최적 위치 선정법의 개발이 필요하다(Kang, 2015).

최적 센서위치 결정법에는 반복적 선택을 통해 결정하는 방법(Meo and Zumpano, 2005), 시간이력 해석을 한 뒤 응답 데이터로 센서위치를 추정하는 시간영역의 데이터를 사용하는 방법(Cherng, 2003), 그리고 시간이력 응답 데이터를 FFT (Fast Fourier Transform)로 변환시킨 주파수 값을 기반으로 센서 위치를 추정하는 주파수영역의 데이터를 사용하는 방법(Kwon and Shin, 2006)으로 구분할 수 있다. 이중 시간이력 및 주파수영역 데이터를 사용하는 방법들은 모두 전체 자유도에서의 시간이력 해석결과를 필요로 한다.

시간이력해석은 계산 시간이 많이 소요되며, 질량이나 강성 등 상세모델의 기본 자료가 필요하다. 그러나 현재 시중에서 흔히 사용되는 해석 솔루션의 결과로는 상세모델의 일부 정보를 얻을 수 없기 때문에 별도의 모델링 작업을 다시 한번 거침으로써 시간과 비용의 손실이 발생한다. 또 다른 문제점으로 동적하중의 조건에 따라 결과가 달라지는 문제가 있다. 따라서 본 연구에서는 시간영역 계측데이터를 사용하는 Hankel matrix 방법을 주파수영역 데이터를 바로 사용하도록 확장 및 개발하여 시간이력해석 결과를 사용하는 방법에 비해 계산의 용이성을 확보하였다. 개발된 주파수영역 Hankel matrix 방법을 보 및 교량 구조물 모델 예제에 적용하여 기존 센서 최적위치 결정 방법들과 비교·분석하였다.

¹학생회원, 인하대학교 토목공학과 석사과정

²정회원, 인하대학교 사회인프라공학과 교수, 교신저자

*Corresponding author: sbshin@inha.ac.kr

Department of Civil Engineering, Inha University

•본 논문에 대한 토의를 2016년 8월 1일까지 학회로 보내주시면 2016년 9월 호에 토론결과를 게재하겠습니다.

2. 주파수영역의 Hankel Matrix와 기존 센서 최적위치 결정 이론

2.1 Hankel Matrix

Hankel matrix는 수학자 Hermann Hankel이 고안한 행렬의 종류로, 일정한 대각선을 포함하는 사각형 행렬이다(Kang, 2015). Hankel matrix의 구성과 특징은 다음 식 (1)과 같다.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ b & c & d & e & f \\ c & d & e & f & g \\ d & e & f & g & h \\ e & f & g & h & i \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{i,j} = \mathbf{H}_{i-1,j+1}$$

Liu et al.(1996)은 최적 모드변수 추정을 위해 대각행렬의 특성치가 비대각행렬보다 큰 특징의 Hankel matrix를 응용하여 구조물의 센서위치를 결정하였고, Li and Yam(2001)은 얇은 플레이트 구조에서 진동제어 및 손상탐지를 위한 센서 위치 선택에 시간영역 Hankel matrix를 적용하였다.

또한 Cheng(2003)은 signal subspace correlation 기법과 Hankel matrix를 접목하여 Hankel matrix 방법의 보완책을 제안하고, 2D 뼈대구조물 수치예제를 통하여 검증하였다.

2.1.1 Blocked Hankel Matrix

시간영역에서 사용되는 blocked Hankel matrix는 Hankel matrix를 다음 식 (2)와 같이 블록화 한 행렬로써, l 번째 자유도에서의 입력에 의해 i 번째 자유도에서 측정된 시간이력 데이터 k 개를 구성한다.

$$\mathbf{H}_{il} = \mathbf{H}_{(k \times k)} = \begin{bmatrix} y_o & y_1 & \cdots & y_{k-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_k \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{k-1} & y_k & \cdots & y_{2k-2} \end{bmatrix}_{il} \quad (2)$$

MIMO(multi-input multi-output) 시스템에서의 blocked Hankel matrix는 다음 식 (3)과 같이 p 개의 입력과 m 개의 출력으로 구성된다.

$$\mathbf{H}_{(mk \times pk)} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \cdots & \mathbf{H}_{1p} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \cdots & \mathbf{H}_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{m1} & \mathbf{H}_{m2} & \cdots & \mathbf{H}_{mp} \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.1.2 주파수영역 Hankel Matrix

위에서 소개한 Hankel matrix와 blocked Hankel matrix는 시간이력 해석 결과를 바탕으로 계산이 이루어졌다. 그러나 본 연구에서는 주파수영역의 eigenvalue 해석 결과만을 가지고 가속도센서의 위치를 결정하고자 하기 때문에, Hankel matrix의 구성을 아래와 같이 달리 하였다.

먼저 구조해석 결과 i 번째 자유도에서 구해진 j 번째 mode의 진동형상을 ϕ 로 다음 식 (4)와 같이 정의하였다.

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1j} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{i1} & \phi_{i2} & \cdots & \phi_{ij} \end{bmatrix}_{(i \times j)} \quad (4)$$

식 (4)에 계산된 m 개의 모드 형상을 n 개의 자유도별로 각각 Hankel matrix의 형태로 식 (5)와 같이 구성한다.

$$\mathbf{H}_n = \begin{bmatrix} \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{n(m+1)/2} \\ \phi_{n2} & \phi_{n3} & \cdots & \phi_{n(m/2)+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n(m+1)/2} & \phi_{n(m/2)+1} & \cdots & \phi_{nm} \end{bmatrix}_{\left(\frac{m+1}{2} \times \frac{m+1}{2}\right)} \quad (5)$$

다음으로, 식 (5)에서 구성된 행렬에 특이치분해(SVD: singular value decomposition)을 적용하여 다음 식 (6)과 같이 분해한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_n &= \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n \mathbf{V}_n^T \\ &= \mathbf{U}_n \begin{bmatrix} \sigma_{n1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{n(m+1)/2} \end{bmatrix} \mathbf{V}_n^T \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 분해된 행렬 중, 대각행렬의 특징을 갖는 특이값 행렬인 \mathbf{S}_n 의 대각합(trace)을 자유도 별로 계산하여 만든 결과 행렬을 \mathbf{r} 이라 정의하고, 이 행렬은 다음 식 (7)과 같다.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \text{trace}(\mathbf{S}_1) \\ \text{trace}(\mathbf{S}_2) \\ \vdots \\ \text{trace}(\mathbf{S}_n) \end{bmatrix} \quad (n \times 1) \quad (7)$$

식 (7)의 각 항이 n 번째 자유도의 영향을 의미하며, 큰 값의 위치부터 순차적으로 최종 가속도센서의 위치를 결정한다. Hankel matrix 방법에서는 별도의 반복계산이 필요하지 않다.

2.2 Fisher Information Matrix

본 연구에서는 진동형상만을 사용하여 식 (8)과 같이 Fisher

Information Matrix(FIM) F 를 정의한 Penny et al.(1994)의 형태를 따랐으며, 여기에 식 (8)의 MS-EIDV(Kwon, 2006)의 계산과정을 응용하여 mode별로 FIM F_m 을 계산 하였다.

$$F_m = (\Phi_j)^T (\Phi_j) \quad (1 \times 1) \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

여기서, m 번째 mode별 F_m 은 단수이며, j 번째의 모드형상이 없는 경우 식 (8)의 계산을 생략한다(Kang, 2015). 이어서 n 번째 자유도의 맥등원행렬 E_n 를 자유도별로 다음과 같이 계산한다.

$$E_n = \sum_{j=1}^m (\Phi_j) F_j^{-1} (\Phi_j)^T \quad (1 \times 1) \quad (9)$$

최종적인 유한독립분포벡터(EIDV) e_d 는 다음과 같이 계산한다.

$$e_d = \begin{bmatrix} \text{diag}(E_1) \\ \text{diag}(E_2) \\ \vdots \\ \text{diag}(E_n) \end{bmatrix} \quad (n \times 1) \quad (10)$$

FIM은 계산된 EIDV의 항 중 가장 작은 자유도를 제거한 후, 식 (8)부터의 과정을 원하는 센서의 개수가 나올 때 까지 반복함으로써 최종 센서의 위치를 결정하게 되므로 반복 계산이 필요하다.

2.3 LG Method

LG method는 구조물에 설치하는 가진기와 센서의 균형 잡힌 위치를 결정하는 방법으로(Gawronski and Lim, 1996), 두 저자의 앞 글자를 따서 LG method라고 불린다(Cherng, 2003).

LG method는 시간영역 데이터를 blocked Hankel matrix H 로 구성한 후, $H^T H$ 의 trace값을 기여도로 하여 최적 위치를 결정하는 방법이다. 기여도 γ 는 다음 식 (11)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \text{trace}(H^T H) \\ &= \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{r=1}^n \tilde{\gamma}_{ir}^2 \right\} = \sum_{i=1}^m \gamma_i^2 \end{aligned} \quad (11)$$

위치별로 구해진 r 번째 모드에서 구해진 i 번째 기여도는 다음 식 (12)와 같다.

$$\Gamma_{LG} = \begin{bmatrix} \tilde{\gamma}_{11}^2 & \tilde{\gamma}_{12}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{1n}^2 \\ \tilde{\gamma}_{21}^2 & \tilde{\gamma}_{22}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \tilde{\gamma}_{m1}^2 & \tilde{\gamma}_{m2}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{mn}^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

그러나 본 연구에서는 시간영역 데이터 대신 주파수영역 데이터를 다루기 때문에 기존 LG method를 수정하여 기여도 대신 모드별 합이 1로 정규화된 모드 형상의 제곱을 사용하였으며, 새롭게 계산된 기여도 φ 는 다음 식 (13)과 (14)에 나타내었다.

$$\Gamma_{LG} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11}^2 & \tilde{\phi}_{12}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{1n}^2 \\ \tilde{\phi}_{21}^2 & \tilde{\phi}_{22}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \tilde{\phi}_{m1}^2 & \tilde{\phi}_{m2}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{mn}^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\varphi_i = \frac{\tilde{\phi}_i^2}{\phi^2}, \quad 0 \leq \varphi_i < 1 \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^m \varphi_i = 1$$

FIM에서는 반복법을 사용하였지만, LG method에서는 반복법 사용 여부에 관계없이 같은 결과를 보여주기 때문에 별도의 반복작업 없이 식 (14)에서 계산된 기여도 φ_i 가 큰 순서대로 센서의 위치를 결정하였다.

2.4 BHM Method

Bayard et al.(1988)은 우주정거장 구조물의 궤도식별을 위해 우주정거장 구조물에 최적 센서위치를 결정하는 기법을 연구했으며, 이 방법을 저자들의 앞글자를 따서 BHM method라 이름 붙여졌다(Cherng, 2003).

BHM method도 LG method와 유사하게 blocked Hankel matrix를 기반으로 한 방법이지만 $H^T H$ 의 log값을 구하여 센서의 최적위치 결정에 사용한 점에서 차이가 있다.

본 연구에서는 LG method와 동일하게 BHM method도 r 번째 mode에서의 i 번째 센서의 기여도 대신 각 mode별 합이 1로 정규화된 모드 형상의 제곱을 사용하였고, 기여도를 나타내는 지수 ψ 를 다음 식 (15)과 (16)에 나타내었다.

$$\Gamma_{BHM} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11}^2 & \tilde{\phi}_{12}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{1n}^2 \\ \tilde{\phi}_{21}^2 & \tilde{\phi}_{22}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \tilde{\phi}_{m1}^2 & \tilde{\phi}_{m2}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{mn}^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Psi_i = \log \left(\prod_{r=1}^n \widetilde{\phi}_{ir}^T \widetilde{\phi}_{ir} \right) = \sum_{r=1}^n \log(\widetilde{\phi}_{ir}^T \widetilde{\phi}_{ir}) \quad (16)$$

Log 식의 특성 상 모드 형상이 0이라면 계산이 불가능하다. 이러한 경우, Ψ_i 는 0으로 계산하였다.

3. 기존 방법과 주파수영역 Hankel matrix의 적용 결과 비교

3.1 적용 절차

본 연구에서는 먼저 구조해석 프로그램에서 해석한 결과를 2장에 서술한 4가지 방법별 알고리즘에 각각 대입하여 최적 센서를 선택한다. 본 연구에서 적용한 단계별 적용 및 검증 순서는 Fig. 1에 나타내었다.

3.2 MAC 지수를 활용한 결과 검증

주파수영역의 자료만으로 최적 센서의 위치를 선택했지만 선택된 위치의 타당성 검증을 위해서 MAC 지수를 계산하여 활용하였다. MAC(modal assurance criterion) 지수는 간편하게 2개의 서로 다른 mode의 동일한 정도를 나타내는 지수이

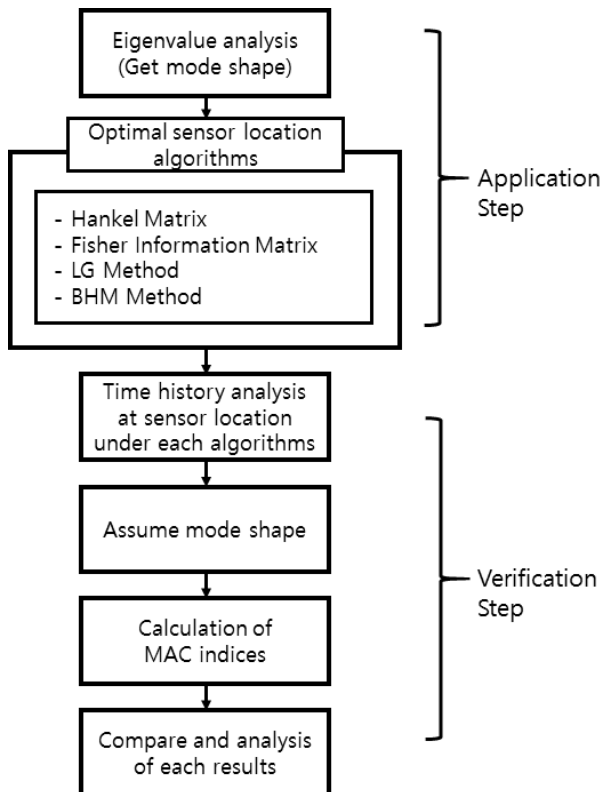


Fig. 1 Process of compare & analysis

다(Zhang et al., 2001). MAC 지수가 1에 가까울수록 2개의 mode가 일치함을 나타낸다. MAC 지수는 다음 식 (17)과 같이 구할 수 있다.

$$MAC(\{\psi_i^A\}, \{\psi_i^M\}) = \frac{|\{\psi_i^A\}^T \{\psi_i^M\}|^2}{(\{\psi_i^A\}^T \{\psi_i^A\}) (\{\psi_i^M\}^T \{\psi_i^M\})} \quad (17)$$

여기서, ψ_i^A 는 해석모델의 i 번째 모드형상을 나타내며, ψ_i^M 은 계측한 i 번째 모드형상이다.

모드 형상 추정에 필요한 가속도데이터는 유한요소해석 프로그램에 지진동 및 이동하중을 가하여 해석하였으며, 가속도데이터는 모든 하중이 가해진 이후 자유진동 상태에서 구한 값을 사용하였다. 또한 부재가 여러 개인 경우에는 부재별 MAC 지수를 구한 뒤, 이들의 평균값으로 최종 MAC 지수를 산정하였다.

3.3 단순보 예제

3.3.1 모델 재원

첫 번째 예제는 Fig. 2의 길이 20m의 단순보로, 유한요소해석 프로그램을 이용하여 모델링하였다. 단순보 모델의 요소의 개수는 20개, 절점 수는 21개이며, 연직, 수평, 회전 자유도 중 연직방향(UZ)의 자유도만을 사용했기 때문에, 총 63개 중 21개의 자유도에 대한 최적 센서위치를 결정하였다. Fig. 3은 해석으로 구한 보 모델의 모드 형상과 고유진동수를 정리한 것이다.

다양한 계측 케이스에 대한 검토를 수행하였으나, 이중 본

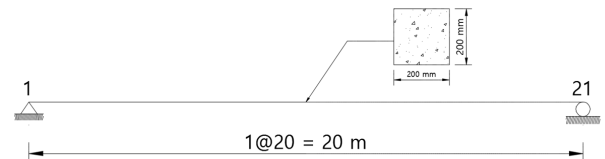


Fig. 2 Simple beam model

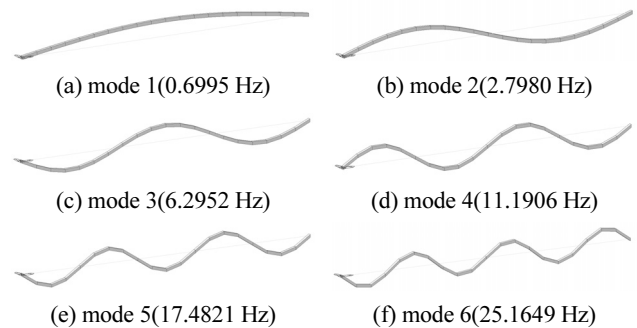
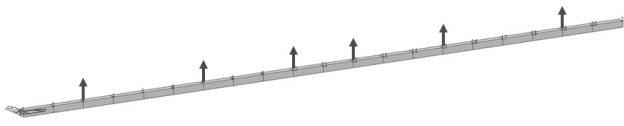
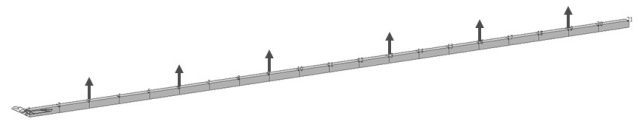


Fig. 3 Mode shapes of simple beam model

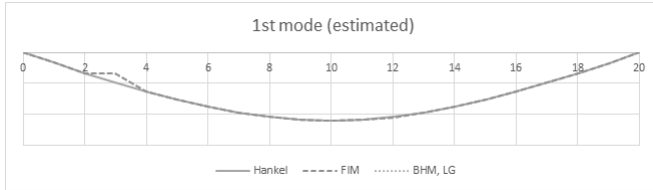


(a) Hankel matrix(node No. 3, 7, 10, 12, 15, 19)

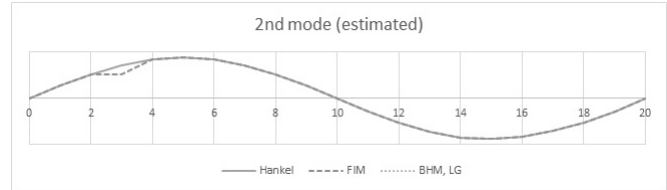


(b) FIM, LG, BHM method(node No. 3, 6, 9, 13, 16, 19)

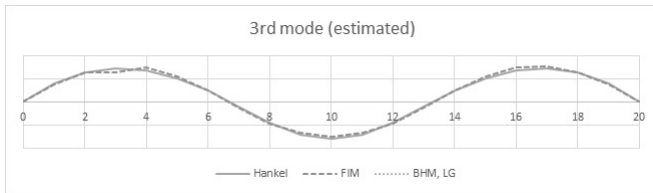
Fig. 4 Optimal sensor locations of simple beam model



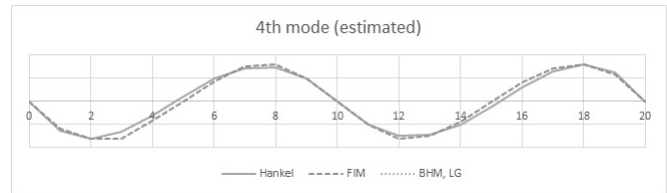
(a) 1st mode



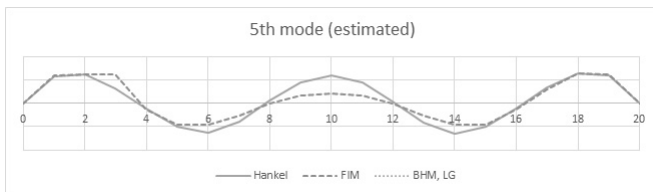
(b) 2nd mode



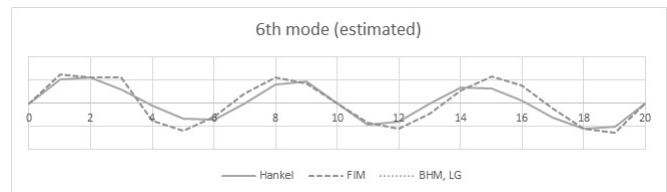
(c) 3rd mode



(d) 4th mode



(e) 5th mode



(f) 6th mode

Fig. 5 Mode identification of simple beam model

논문에서는 1~6차 mode를 사용하고 6개의 센서를 선택한 case의 결과만 정리하였다.

3.3.2 결과 비교 및 분석

6개 mode를 사용하여 6개 센서위치를 결정하기 위해 4개의 서로 다른 알고리즘을 적용하였으며, 그 결과는 Fig. 4에 도시하였다. Fig. 4에서 주파수영역 Hankel matrix 기법을 제외한 FIM과 LG, BHM method는 동일한 자유도를 선택하였으며 보다 균등하게 센서를 배치하도록 하고 있다.

선택된 자유도에서 구한 진동형상의 크기들을 바탕으로 spline function을 적용하여 보 전체 구간에 대한 진동형상을 mode별로 구하였으며, 이를 Fig. 5에서 서로 다른 두 가지 선택에 대해 비교하였다.

Fig. 5에서 추정된 결과를 바탕으로 MAC지수를 계산하여 Table 1에 정리하였다. Hankel matrix는 5차 mode까지는 0.97 이상의 결과로 정확한 추정이 가능하였으며, 6차 mode에서 0.88정도로 약간 낮은 결과를 나타내었다. 그러나 나머지 방

Table 1 MAC indices of simple beam model

Mode	MAC indices	
	Hankel matrix	FIM, LG, BHM
Mode 1	0.999962	0.999963
Mode 2	0.999896	0.999966
Mode 3	0.997115	0.999244
Mode 4	0.975886	0.992140
Mode 5	0.973938	0.857336
Mode 6	0.876034	0.979412

법인 FIM, LG, BHM method는 4차 mode까지는 정확하게 계산이 된 반면, 5차 mode는 0.86으로 정확하지 못하였으나 6차 mode는 오히려 0.98로 정확하게 추정하였다.

3.4 2경간 거더교 예제

3.4.1 모델 제원

두 번째 예제는 길이 90 m의 2경간 거더교이며, 3개의 주거

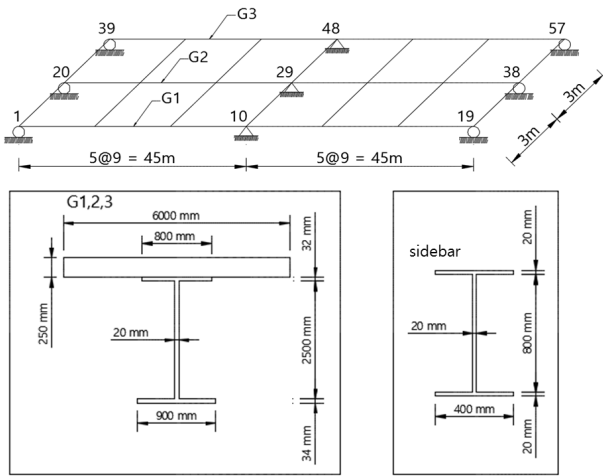


Fig. 6 Girder bridge model

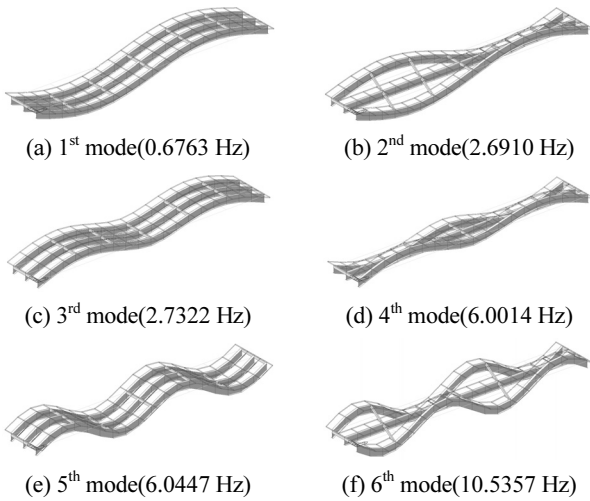


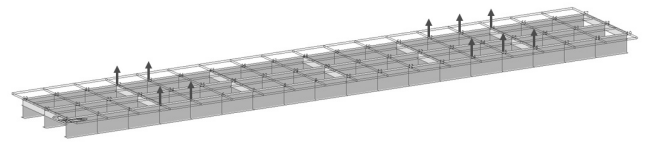
Fig. 7 Mode shapes of girder bridge model

더에 가로보가 10 m 간격으로 배치되어 있다. 중앙 지점인 45 m 에 지점이 추가되어 있는 형태로 대칭형이다. 거더교의 자세 한 제원은 Fig. 6에 정리하였으며, Fig. 7에 mode형상과 고유 진동수를 나타내었다.

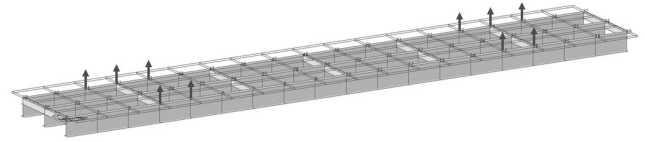
거더교 모델의 요소 수는 총 68개, 절점 수는 57개 이며, 연 직방향(UZ)의 57개의 자유도를 사용하였다. 본 논문에는 1~6 차까지의 mode를 사용하고 10개의 센서를 사용하는 경우의 결과만을 정리하였다.

3.4.2 결과 비교 및 분석

6개 mode를 사용하여 10개 센서위치를 결정하기 위해 동 일하게 4개의 서로 다른 알고리즘을 적용하였으며, 그 결과는 Fig. 8에 도시하였다. Fig. 8에서 FIM과 LG, BHM method는 동일한 자유도를 선택하였으며 중앙 지점부를 중심으로 대칭 되게 배치되었다. 반면 주파수영역 Hankel matrix를 사용한



(a) Hankel matrix(node No. 4, 5, 14, 15, 16, 42, 43, 52, 53, 54)



(b) FIM, LG, BHM method(node No. 4, 5, 15, 16, 41, 42, 43, 53, 54, 55)

Fig. 8 Optimal sensor locations of girder bridge model

Table 2 MAC indices of girder bridge model

Mode	MAC indices - Hankel matrix			
	G1	G2	G3	Avg.
Mode 1	0.999796	0.999796	0.999796	0.999796
Mode 2	0.998394	1	0.998394	0.998929
Mode 3	0.999194	0.999193	0.999194	0.999194
Mode 4	0.997349	1	0.997349	0.998233
Mode 5	0.821207	0.821193	0.821207	0.821202
Mode 6	0.822129	1	0.822129	0.881419
Mode	MAC indices - FIM, LG, BHM method			
	G1	G2	G3	Avg.
Mode 1	0.999524	0.999548	0.999555	0.999543
Mode 2	0.997755	1	0.997849	0.998535
Mode 3	0.999170	0.999161	0.999152	0.999161
Mode 4	0.997462	1	0.997938	0.998467
Mode 5	0.628383	0.682271	0.735225	0.681960
Mode 6	0.628540	1	0.735217	0.787919

방법은 한쪽 경간에 보다 많은 센서가 배치되도록 비대칭적 으로 선택되었다. 동적하중을 추가하여 동해석을 진행하는 것부터 전체 자유도의 진동형상을 추정하는 과정은 단순보와 같지만, 거더교의 경우 spline function으로 모드 형상을 추정 하기 위해 3개의 주 거더 중 선택자유도가 없었던 2번째 거더 를 제외한 나머지 거더 각각에 추정을 시행했으며, 가로보의 변형이 없었기 때문에 1번과 3번 거더의 평균값을 2번거더의 위치로 한 후 각 거더의 MAC 지수를 구하여 평균을 내어 최 중 MAC 지수를 계산하였고, 결과를 Table 2에 정리하였다.

Table 2에서 모든 방법이 mode 4까지는 거의 정확하게 추 정했으며, mode 5와 mode 6은 모두 0.9가 되지 않았다. 이 중 FIM, LG, BHM method는 MAC지수가 5차와 6차 mode에 대 해 각각 0.68, 0.79로 Hankel matrix의 0.82, 0.88에 비해 낮은 값을 보였다.

3. 결 론

기존 센서위치 선택법인 FIM, LG, BHM method는 본 연구에서 수행한 예제에서 모두 동일한 위치의 센서를 선택하였으며, 대칭 모델에서 서로 대칭의 위치를 선택하는 경향을 보였다. 시간영역에서 적용하던 LG, BHM method를 주파수 영역으로 확대적용하면서 다소 간소화된 계산 방법과 log식의 이용 여부에 따른 차이를 제외하고 동일한 계산 프로세스에 의해 동일한 위치를 선택하였으며, FIM 알고리즘의 기본적인 계산과정 역시 LG, BHM method와 유사하기 때문에 기존 3가지 방법이 선택한 센서의 위치가 동일한 것으로 분석되었다. 반면 본 연구에서 새로 제시한 주파수영역 Hankel matrix는 기존 3가지 방법과는 다른 위치를 선택하였으며, 대칭 모델에서도 비대칭 위치를 선택하였다.

선택 위치가 대칭성을 띠는 경우에는 모델의 중심을 기준으로 좌, 우의 변위가 동일한 mode, 본 논문에서 4차 이하의 mode를 효과적으로 추정할 수 있었다. 반면 선택 위치가 비대칭성을 띠는 경우에는 4차 이하의 mode는 대칭성을 띠는 경우와 거의 비슷한 정확도로 추정하면서 5차 이상의 mode도 대칭성을 띠는 경우보다 우수하게 추정이 가능했다.

MAC 지수에 의한 분석에 의하면 새로 제시한 주파수영역 Hankel matrix 방법이 기존 방법들의 MAC 지수와 비슷하거나 더 나은 수준의 정확도를 보였다. 주파수영역 Hankel matrix와 기존 3가지 방법 모두 선택한 센서의 위치에서 계측된 데이터를 사용하여 mode를 추정한 결과, 적어도 해석 대상 mode 개수의 1/2 이상은 정확하게 추정하였다.

시간영역의 자료를 기반으로 한 최적 센서위치 추정방법들은 계산 과정이 복잡하고 계산량이 많기 때문에 추가적인 시간과 비용이 발생하게 된다. 그러나 본 연구에서 제안한 주파수영역 Hankel matrix 방법을 사용하게 되면 구조해석 결과만으로 간단하고 빠르게 센서의 위치를 결정할 수 있으면서 기존의 방법들에 준하는 수준의 mode 추정이 가능하다.

현재까지의 연구는 계측 가능한 mode와 사용할 수 있는 센서의 개수가 설정된 경우 최적의 센서위치를 결정하는 방법을 검토하는 것에 한정하였다.

References

Bayard, D. S., Fred, Y. H., and Deirdre, R. M. (1988), Optimal Experiment Design for Identification of Large Space Structures, *Automatica*, 24(3), 357-364.

Cherng, A. P. (2003), Optimal Sensor Placement for Modal Parameter Identification using Signal Subspace Correlation Techniques, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17(2), 361-378.

Gawronski, W., and Lim, K. B. (1996), Balanced Actuator and Sensor Placement for Flexible Structures, *INT. J. Control*, 65(1), 131-145.

Kang, S. (2015), Development of a Method for Determining Optimal Accelerometer Locations using Frequency-Domain Hankel Matrix, Master Degree Thesis, Inha University, Incheon, 1-10(in Korean).

Korea Meteorological Administration (2015), Domestic earthquake trends, <http://www.kma.go.kr/>(in Korean).

Kwon, S. J. (2006), Determination of Optimal Accelerometer Locations in Frequency Domain and Time Domain with Verification by SI Methods, Ph. D Degree Thesis, Inha University, Incheon, 4-14(in Korean).

Kwon, S. J., and Shin, S. (2006), Determination of Optimal Accelerometer Locations using Mode-Shape Sensitivity, *J. of the Earthquake Engineering Society of Korea*, 10(6), 29-36(in Korean).

Li, Y. Y., and Yam, L. H. (2001), Sensitivity Analyses of Sensor Locations for Vibration Control and Damage Detection of Thin-Plate Systems, *J. of Sound and Vibration*, 240(4), 623-636.

Liu, C., and Tasker, F. (1996), Sensor Placement for Time-Domain Modal Parameter Estimation, *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, 19(6), 1349-1356.

Meo, M., and Zumpano, G. (2005), On the Optimal Sensor Placement Techniques for a Bridge Structure, *Engineering Structures*, 27(10), 1488-1497.

Ministry of Public Safety and Security (2015), Guideline for Earthquake Acceleration Measuring Instrument, Ministry of Public Safety and Security Bulletin No. 2015-1(in Korean).

Penny, J. E. T., Friswell, M. I., and Garvey, S. D. (1994), Automatic Choice of Measurement Locations for Dynamic Testing, *AIAA J.*, 32(2), 407-414.

Zhang, L., Brincker, R., and Andersen, P. (2001), Modal indicators for Operational Modal Identification, *19th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Kissimmee, Florida.

Received : 01/08/2016

Revised : 06/22/2016

Accepted : 06/22/2016

요 지 : 시설물의 거동 파악을 위한 대표적인 방법으로는 가속도센서에서 측정되는 동적응답을 이용하여 역해석을 통해 구조변수를 추정하는 방법이 있다. 정확한 구조변수의 추정을 위해서는 최적화된 센서의 위치가 필요한데, 본 논문에서는 다양한 최적 센서위치를 추정하는 방법을 정리하였으며, 기존 시간영역에서만 사용되었던 Hankel matrix법을 주파수영역으로 확대 개발하여 기존 최적 센서위치 추정 방법들과 결과를 비교·분석하였다. 결과 비교 및 검증을 위해 지진동에 의한 동적 해석을 수행하여 기존 및 새로운 방법으로 선택된 최적 센서위치에서의 가속도데이터를 활용하여 FFT(Fast Fourier Transform)를 통해 진동 형상의 크기를 구하고, spline function으로 전체 자유도에 대한 진동 형상을 추정하였으며, 추정된 진동 형상과 해석적으로 구해진 진동 형상과의 MAC 지수를 통하여 다양한 방법들의 모드 추정의 정확도를 비교하였다.

핵심용어 : 최적센서위치, 주파수영역 Hankel matrix, spline 함수
