

우리나라와 호주 고등학교 수학과 해석 영역 교육과정 비교¹⁾

고 호 경* · 장 경 윤** · 신 민 경***

국가 별 교육과정 비교는 우리나라 국가 교육과정에 제시된 내용과 방향을 탐색하는 주요한 연구 방법이다. 이에 본 연구는 2012년 새로운 교육과정을 공표, 2015년부터 시행하고 있는 호주를 대상으로 고등학교 수학과 교육과정을 비교·분석하였다. 그 결과 호주의 교육과정 성취기준은 다루어야 할 개념을 실생활 맥락까지 함께 제시한다거나 다루어야 하는 수학적 내용을 구체적으로 제시하고 있다는 특징이 있다. 해석영역을 중심으로 분석한 결과, 정적분의 도입을 ‘급수의 합’으로 정의하고 있으며, 우리나라 고등학교 교육과정 성취기준에는 나타나지 않는 ‘운동 모델링’, ‘수치적분법’ 등이 나타나고, 그 외 ‘벡터함수의 미적분’ 내용은 우리나라보다 심화된 내용으로 다루고 있다는 특징이 있다. 또한 호주의 교과서를 분석한 결과, 어떤 수학적 정의를 이해시키는 데 있어서 도움이 되는 보조 개념들을 충분히 다루고 있음이 나타났는데, 접근 방식에 있어 우리나라 학습자의 인지적 부담 경감 측면에서의 연구에 고려해야할 사항이라 볼 수 있다.

1. 들어가는 말

각 국가의 교육과정은 그 나라만의 사회·문화적 배경을 토대로 하고 있는 동시에 이 시대를 살아가는 세계화 시민으로서의 시대적 요구를 반영하고 있다. 따라서 국가 별 교육과정 비교는 우리나라 국가 교육과정에 제시된 내용과 방향을 탐색하는 주요한 연구 방법이라 할 수 있다(소경희, 2011).

2015년 교수·학습 현장에의 어려움 등을 해소하고 변화된 교육정책을 반영하기 위하여 교육과정이 새로이 공표 되었다. 2015 개정 수학과 교육과정은 교육과정 총론의 방향과 ‘문·

이과 통합형 수학과 교육과정 재구조화 연구(박경미 외 2014)’의 방향을 반영하여 ‘수학 교과역량의 강조’, ‘학습 부담 경감 실현’, ‘학습자의 정의적 측면 강조’, ‘실생활 중심의 통계 내용 재구성’, ‘공학적 도구의 활용 강조’를 기본 방향으로 제시하고, 이를 교육 내용에 반영하였다. 그 한 예로, ‘학습 부담 경감 실현’을 위해 수학의 ‘수열의 극한’ 관련 내용을 <수학II>에서 <미적분>으로 상향 이동한 것을 들 수 있다. 이와 같이 우리나라는 여러 목적 하에 교육과정을 개정하게 이르렀으나 한 국가의 교육과정은 국가의 내적 요구사항을 반영하는 것 못지않게 국제적 변화와 동향을 적절히 반영했는

* 아주대학교, kohoh@ajou.ac.kr (제1 저자)

** 건국대학교, kchang@konkuk.ac.kr

*** 아주대학교 대학원, smk@ajou.ac.kr (교신저자)

1) 본 연구는 2015년도 대한수학교육학회에서 수행한 ‘수학 교육과정 국제 비교 연구’ 중 호주국가 분석에 대한 내용 중 일부를 수정·보완 한 것임.

가가 중요한 사항이라 할 수 있다.

사실, 수학교육계는 그동안 수학 교육과정에 대한 국제 비교 연구를 꾸준히 수행해 오고 있다. 예를 들어, 미국의 캘리포니아와 영국, 일본의 교육과정 체제를 비교한 연구(나귀수 외 2003), 한 국가의 교육과정을 분석한 연구(박경미 2004; 정영옥 2004) 등이 있으며, 또한 고등학교 교육과정을 중심으로 일본, 대만, 홍콩, 중국, 핀란드의 교육과정 체제를 분석한 연구(김선희 2014)와 고등학교의 통계영역을 중심으로 미국 교육과정의 성취기준과 비교 분석한 연구(나미영 외 2015)를 통해 국제적 동향을 파악하고 이를 근거로 우리나라 교육과정을 개정 시에 시사점으로 활용해왔다.

교육과정 뿐 아니라 교과서에 대한 국제 비교 연구도 교육과정 개정에 있어 근거로 작용한다. 교과서 국제비교에 대한 연구는 수학 교과뿐 아니라 국어, 사회, 과학, 통합교과를 아우르는 5개 교과에 대해 6개의 나라를 대상으로 교과서를 비교한 연구(이용숙 외 1995)와 학교급을 제한해 수학 교과서를 비교하는 연구로 초등 수학에서는 싱가포르(최병훈 외 2006), 일본(윤제진, 강홍재 2008), 중국(김판수 2011) 등과 비교한 연구가 있으며 중등 수학에서는 일본과 미국, 영국(박경미 외 2002), 독일(허난 외 2011) 등이 있다. 고등 수학에서는 미적분 영역에 한해 러시아의 교과서를 비교분석한 연구(이숙경 1993), 아일랜드의 교과서를 비교 분석한 연구(정서영, 윤종국 2009)와 핀란드의 교과서 전반에 걸쳐 비교 분석한 연구(최영란, 조민식 2010) 등이 있다. 이렇듯 국가의 교육과정과 교과서에 대한 비교 연구가 수행되어 왔으나, 주로 수학 성취도가 높은 국가인 핀란드나 싱가포르, 일본이나 중국, 대만 등을 중심으로 연

구가 되었다.

최근 다른 나라 국가교육과정의 개발 과정과 특징에 대한 비교 연구 중 새롭게 국가교육과정을 도입하는 호주의 교육과정의 개발 과정과 특징을 분석한 연구가 있다(소경희 외 2011). 2012 PISA 결과에 따르면, 호주는 수학 성취도가 OECD 평균보다 통계적으로 유의하게 높으며, 정의적 영역에서 수학 내적 동기 지수와 도구적 동기 지수가 한국보다 높은 것으로 나타났다. 따라서 우리나라의 개정 교육과정과 해외 교육과정 비교를 통해 시사점을 도출하고자 할 때, 한국보다 수학 정의적 특성 면에서 상위 수준에 있으면서도 국제적 동향을 반영하여 최근에 새로이 개정된 호주의 교육과정과 비교·분석하는 것도 의미 있을 것이다.

이에 따라 본 연구는 2015 개정 교육과정에서 가장 이슈가 많이 되었던 영역인 고등학교 해석 영역 위주로 우리나라와 호주의 교육과정을 비교·분석하고자 한다. 향후 2015 개정 교육과정이 반영되는 교과서 개발에 방향성을 제시하고, 나아가 앞으로의 교육과정 개선에 시사점을 제공하고자 한다.

II. 호주 고등학교 수학과 교육과정

호주는 2009년 연방정부에 의해 설립된 호주 교육과정평가원(Australian Curriculum Assessment and Reporting Authority, ACARA)의 주도 아래 새로운 교육과정 개발이 이루어졌다²⁾. 이에 따라 수학과 중등 교육과정(Secondary Australian Curriculum) 역시 ACARA 위원회에 의해 개발되었으며, 본 연구는 2012년 2월 (Version 6.0으

2) 새로 개발된 호주 교육과정은 공평과 기회(Equity and opportunity), 다른 학습 영역과의 연결(Connections to other learning areas), 교육과정의 명확성(Clarity of the curriculum), 학습의 폭과 깊이(Breadth and depth)

로 재구성) ACARA 위원회에서 공표한 중·고 등 수학 교육과정으로 분석하였으며, 교육과정을 보다 잘 이해하기 위하여 호주의 교과서도 함께 살펴보았다.

1. 호주 고등학교 수학교육 목표

호주의 고등학교 교육과정(Senior Secondary Curriculum, 이후 고등학교 교육과정)은 선택과목인 필수수학(Essential Mathematics), 일반수학(General Mathematics), 수학적 방법론(Mathematical Methods), 심화수학(Specialist Mathematics)으로 구성되고 각 과목의 교육목표는 다음과 같다.

먼저, 필수수학의 교육목표로 다음과 같은 내용을 제시하고 있다. ‘수학과 통계로 그려지는 개념과 기술의 이해’, ‘수학과 통계로부터 그려지는 개념과 기술을 사용하여 응용된 문제를 해결하는 능력’, ‘수학 및 통계적 상황에서의 추론과 해석능력’, ‘적절한 수학 및 통계적 언어를 사용하여 체계적이고 간결한 방식으로 의사소통할 수 있는 능력’, ‘적절한 기술을 사용하고 선택할 수 있는 능력’ 등.

일반수학의 교육목표로 다음과 같은 내용을 제시하고 있다. ‘수와 대수의 영역, 기하와 삼각함수, 그래프와 네트워크, 통계로 그려지는 개념과 기술의 이해’, ‘수와 대수의 영역, 기하와 삼각함수, 그래프와 네트워크, 통계로 그려지는 개념과 기술을 사용하여 응용된 문제를 해결하는 능력’, ‘수학 및 통계적 상황에서의 추론과 해석능력’, ‘적절한 수학 및 통계적 언어를 사용하여 체계적이고 간결한 방식으로 수학적 또는 통계적 문제 해결의 결과를 의사소통할 수 있는 능력’, ‘적절한 기술을 사용하고 선택할 수 있는 능력’ 등.

수학적 방법론의 교육목표로 다음과 같은 내용을 제시하고 있다. ‘대수, 함수, 미적분, 확률 및 통계로 그려지는 개념과 기술의 이해’, ‘대수, 함수, 미적분, 확률 및 통계로 그려지는 개념과 기술을 사용하여 응용된 문제를 해결하는 능력’, ‘수학 및 통계적 상황에서의 추론과 문제에 대한 해결방법의 타당성을 확인하는 것을 포함한 수학 및 통계적 정보의 해석능력’, ‘적절한 수학 및 통계적 언어를 사용하여 체계적이고 간결한 방식으로 의사소통할 수 있는 능력’, ‘적절한 기술을 사용하고 선택할 수 있는 능력’ 등.

마지막으로 심화수학의 교육목표로 다음과 같은 내용을 제시하고 있다. ‘조합, 기하, 삼각함수, 복소수, 벡터, 행렬, 미적분 및 통계로 그려지는 개념과 기술의 이해’, ‘조합, 기하, 삼각함수, 복소수, 벡터, 행렬, 미적분 및 통계로부터 그려지는 개념과 기술을 사용하여 응용된 문제를 해결하는 능력’, ‘적절한 기술을 사용하고 선택할 수 있는 능력’, ‘수학 및 통계적 상황에서의 추론과 문제에 대한 해결방법의 타당성을 확인하는 것을 포함한 수학 및 통계적 정보의 해석능력’, ‘적절한 수학 및 통계적 언어를 사용하여 체계적이고 간결한 방식으로 의사소통할 수 있는 능력’, ‘증명을 구성할 수 있는 능력’ 등.

2. 호주의 고등학교 수학 교과목의 이수 계열

호주 교육과정에 제시된 고등학교 수학 교과목은 <표 II-1>과 같다. <표 II-1>에서와 같이 호주의 고등학교 수학 교과목 내용 요소는 우리나라의 고등학교 2~3학년에 해당하는 학년이

of study), 디지털 기술의 역할(The role of digital technologies), 학습자(F-12학년)의 특성(The nature of the learner (F-12), 일반 역량(General capabilities), 통합 교육과정의 관점(Cross-curriculum perspectives)에 따라 개발되었다고 밝히고 있다.

라고 볼 수 있다. 이러한 각 과목은 2년간 수업을 진행할 수 있으며, 크게 네 개의 Unit로 구성되어 있다. 각 Unit은 3~4개의 주제인 topic으로 구성되어 있다. 11학년에는 각 과목의 Unit1~Unit2, 12학년에는 각 과목의 Unit3~Unit4를 이수하도록 권장한다.

<표 II-1> 호주 교육과정 고등학교 수학 교과목 내용 요소

과목	내용 요소
필수 수학	백분율 및 이율 계산, 측정, 대수, 그래프, 데이터의 비교와 표현, 백분율, 이율과 비율, 시간과 운동, 측정, 비례적도, 그래프(해석과 그리기), 자료수집, 확률과 상대도수, 지구 기하학과 표준시간대, 대출과 복리
일반 수학	소비자 산술, 대수와 행렬, 도형과 측정, 변량 데이터 분석과 통계조사 과정, 삼각함수의 응용, 선형방정식과 그래프, 이변량 데이터 분석, 수열의 증가와 감소, 그래프와 네트워크, 시간열 분석, 대출, 투자 및 연금, 네트워크와 수학적 의사소통
수학적 방법론	함수와 그래프, 삼각함수, 계산과 확률, 지수함수, 등차 및 등비수열과 급수, 미분학의 기초, 더 많은 미분과 적용, 적분 이산확률변수, 로그함수, 연속확률변수와 정규분포, 비율에 대한 신뢰구간의 추정(모비율 추정)
심화 수학	조합, 공간벡터, 기하학, 삼각법, 행렬, 실수, 복소수, 함수와 그래프 그리기, 3차원 벡터, 적분과 적분의 적용, 변화율과 미분방정식, 통계적 추론

각 과목의 특징은 실용적인 내용의 필수수학, 대부분 학생들이 이수하게 되는 일반수학, 수학과 관련 학과로 진학을 위해 다루게 되는 수학적 방법론 및 심화수학으로 이루어져 교육 및 진학 목적에 따라 선택하여 이수할 수 있다³⁾.

3. 호주의 고등학교 교육과정의 수학 내용 체계와 성취 기준

3) 우리나라와는 다른 점 하나는 위의 과목 외에도 정규 교육과정은 아니나 학교 내에서 Further Mathematics와 같은 내용을 다루기도 한다.

가. 수학 내용 체계

호주의 고등학교(11~12학년) 경우는 수학의 대 영역으로 나누어진 것이 아니라, 각 과목들은 네 개의 대단원(Unit)으로 나뉘어져 있고 주제 중심으로 다루고 있다.

본 연구에서는 호주의 고등학교인 경우는 대영역이 나누어져 있지 않기 때문에 각 교과들의 세부 내용 요소에 따라 우리나라 대영역 비교체제에 맞추어 ‘대수’, ‘해석’, ‘기하’, ‘확률과 통계’로 나누어 비교하였다.

호주 고등학교 수학 교과목은 Unit 1, 2는 11학년에 Unit 3, 4는 12학년에 가르치도록 권장하기 때문에 본 연구에서는 Unit 1, 2를 11학년 Unit 3, 4를 12학년으로 구분하여 제시하였다.

호주 고등학교의 수학 내용 체계는 <표 II-2>와 같다.

필수수학은 일상생활에서 사용할 수 있는 개념들을 주로 다루어 각 영역 골고루 배치되었다. 일반수학은 이산수학의 실질적 사용과 관련된 내용으로, 데이터를 중심으로 각 영역들이 사용되었다. 수학적 방법론은 미적분과 통계적 분석의 사용능력을 중심으로 두어 해석과 통계 영역의 비중이 크다. 심화수학은 수학적 방법론을 기초로 다양한 영역에서의 응용을 중심으로 두어 다양한 영역의 비중이 골고루 있으며, 상당히 심화된 내용을 다룬다.

나. 수학 성취 기준

(1) 수학 성취 기준 양식

호주의 고등학교 교육과정의 네 교과목은 모두 주제중심으로 내용을 구성하므로, 주제에 따라 행동 중심의 구체적인 문장으로 성취기준이

<표 II-2> 호주 고등학교 교육과정 수학 내용 체계

교과목 (학년)	고등학교				
	대수	해석	기하	확률과 통계	
필수수학	11	근삿값, 백분율, 시간과 계산, 비율, 축적의 계산, 속도의 단위와 계산 등			자료의 분류와 표현, 특이점, 대푯값과 산포도, 자료 표현을 위한 그래프 등
	12	근삿값 복습, 측정, 단리와 복리, reducing balance loan, 점화식, 상환 금액과 이율 등	좌표평면, 일차함수 그래프, 일차함수 그래프의 특성과 해석(예: 손익분기점) 등	평면도형과 입체도형, 전개도 및 투사도, 도면, 도면과 추정의 활용, 위도와 경도의 활용, 피타고라스 정리, 다양한 도형의 측정(원형 포함), 축척, 도면, 답은 도형, 답 음비, 사인법칙, 코사인법칙, 삼각형의 넓이 등	인구조사와 설문 설계, 표본추출, 표본조사, 오차와 왜전, 편향의 예, 이변량 자료, 최적인 선, 상관계수, 통계적 확률, 표본공간, 수형도와 배열 등
일반수학	11	백분율 증가의 활용(할인, 인상, 손실, GST 등), 환율, best-buy, 다항식의 계산, 행렬, 연립일차방정식			자료 수집, 유형과 표현, 임의추출, 대푯값과 산포도의 활용, 상자그림, 통계조사방법 복습, 특이점, 자료 표현을 위한 그래프 등
	12	수열, 단리와 복리, 할부금과 상환, 유효이자율, 예금, 연금, 영속의 뜻과 식, 정기예금 등			변수, 그래프 표현, 최소제곱선, 결정계수, 그래프, 오일러 공식, 가중 그래프, 오일러 그래프, 해밀턴 그래프, 최대유량, 최소절단 이론, 이분 그래프 등
수학적 방법론	11	수열	일차방정식, 연립일차 방정식, 이차방정식, 나머지정리, 인수분해, 함수 및 대칭성질, 이차함수, 삼각함수, 사인법칙, 코사인법칙, 삼각함수의 덧셈정리, 변화율, 속도-가속도, 변화율 근사, 기울기와 미분, 함수의 그래프 개형, 부정적분, 지수함수 모델링 등		집합, 이항정리, 이항계수, 조합, 표본공간, 사건, 여사건, 확률, 수학적 확률과 통계적 확률, 확률의 합의 법칙, 상대도수, 시행, 수형도, two-way table, 조건부 확률, 사건의 독립과 종속, 확률의 곱셈정리 등
	12		미분법, 지수함수의 미분, 연쇄법칙, 삼각함수의 미분, 중분, 이계도함수, 가속도, 그래프 개형, 구분구적법, 넓이와 적분, 정적분 정의, 미적분의 기본정리, 적분법, 함수의 정적분, 속도-거리, 로그, 로그함수, 로그함수의 미분 등		확률분포, 통계적 확률, 여사건, 덧셈정리와 곱셈정리, 조건부확률, 사건의 독립과 종속, 이산균등과 비균등 확률변수, 베르누이, 이항분포, 정규분포, 분위수, 임의 추출과 편향, 표본비율, 신뢰구간, 오차범위와 신뢰수준 등
심화수학	11	수학적 증명 방법, 명제, 수학적 귀납법, 소수와 합성수, 정수와 관련된 증명, 순환소수, 유리수, 무리수(번분수), 실수, 행렬, 행렬식, 복소수, 복소평면, 극좌표, 극형식 등	삼각함수, 삼각함수의 덧셈정리, 삼각함수의 성질, 삼각방정식과 부등식, 삼각방정식의 근사해와 해 등	평면벡터, 극형식, 사각형의 성질, 삼각형 합동과 증명, 기하적 성질의 증명, 벡터의 내적, 정사영, 각과 중심각, 원에서의 성질, 선형변환, 인접행렬, 성과 역변환 등	합의 법칙과 곱의 법칙, 비둘기집의 원리, 순열, 원순열, 순열의 활용, 조합, 파스칼의 삼각형, 이항계수, 포함배제의 원리 등
	12	복소수의 복습, 극형식의 활용, 드 브와브르 정리, 극방정식으로 나타난 곡선, 단원의 n 제곱근, 단위원의 성질, 복소 다항식, 복소수의 나머지정리, 복소방정식의 해 등	함수, 분수함수, 삼각함수의 적분, 치환적분, 부분적분, 쌍곡선함수의 적분, 역삼각함수의 미분, 매개방정식, 벡터함수, 벡터함수의 미적분, 원형-선형 움직임을 위한 속도-가속도, 음함수의 미분, 합성함수의 미분, 미분방정식, 로지스틱 방정식, 뉴턴의 운동법칙, 진동 운동, 곡선 사이의 넓이, 회전체의 부피, 정적분의 근삿값, 이상적분 (확률 밀도함수) 등	공간벡터, 구의 방정식, 극형식, 기하적 성질의 증명, 직선의 방정식, 평면의 방정식, 가우스소거법과 연립일차방정식 등	표본평균, 표본분포 시뮬레이션(이항분포, 균등연속확률변수, 정규분포 등), 정규분포의 신뢰구간 추정, 신뢰구간 추정, 표본평균의 활용(설문조사 절차) 등

기술되어 있다. 실제 생활과 밀접한 내용으로 구성된 필수수학의 ‘시간과 운동’ 주제의 ‘거리’ 단원의 한 성취기준을 보면, ‘시행착오와 체계적인 방법을 통해서 거리를 최적화 : 예를 들어, 최단경로, 모든 도시를 방문할 수 있거나 모든 도로를 사용(지날 수 있는)할 수 있는 노선으로 상당히 구체적이고 실제 상황과 관련된 내용으로 기술된 것을 확인할 수 있다. 반면, 수학과 관련된 진학을 목적으로 구성된 <심화수학>의 ‘공간벡터’ 주제의 ‘벡터 미적분’ 단원의 한 성취기준을 보면, ‘시간에 대한 벡터함수의 미분과 적분으로 수학 내용 요소로만 이루어진 것을 확인할 수 있다.

호주의 고등학교(11~12학년)의 각 교과는 4개의 unit으로 이루어져 있고, 각 unit은 몇 개의 하위 주제(topic)로 나누어져 수학 내용을 다루고 있다. unit 3~4는 unit 1~2의 내용이 반복해서 나온다. 교육과정 문서는 단원 설명, 학습 결과, 내용 설명을 포함하고 있다.

예를 들어 필수수학에서의 Unit 1의 Topic 1 교육과정 성취 기준을 보면 다음과 같다(<표 II-3>).

<표 II-3> 호주 고등학교 수학 성취기준 제시 예

<p>단원 설명</p> <p>이 단원(unit)에서는 학생들이 계산, 측정의 응용, 미지수를 찾는 식의 사용, 그래프의 해석과 관련된 문제를 풀 수 있도록 수학적 기술과 이해를 돕는다. 교사는 이 단원(unit)에서 네 가지 주제(topic)의 개념 - ‘계산, 백분율 및 이율’, ‘측정’, ‘대수’ 그리고 ‘그래프’ - 을 학생들의 흥미와 유의미한 상황 속에서 적용하도록 격려한다. 다양한 접근방식은 이 목적에 도달할 수 있도록 한다. 사용할 수 있는 두 개의 상황은 수학과 음식, 수익과 비용 관리가 있다. 하지만, 이런 상황들은 모든 학생들과 관련된 것이 아닐 수 있으므로, 교사는 특정</p>

<p>학생 집단과 관련된 적절한 상황을 찾도록 권장한다. 이 단원(unit)을 가르칠 때 공학도구와 공학도구의 활용의 광범위한 범위가 가정된다. 공학도구의 적당한 형식을 사용할 때와 사용하지 않을 때를 구분할 수 있는 능력과, 공학도구로 유연하게 사용할 수 있는 능력은 중요한 기술이다.</p>
<p>학습 결과</p> <p>이 단원(unit)을 학습한 학생들은</p> <ul style="list-style-type: none"> - 계산, 측정, 대수 및 그래프에서의 기술과 개념을 이해할 수 있다. - 계산, 측정, 대수 및 그래프에서 추론과 실제적인 문제해결을 적용할 수 있다. - 적절한 수학적 언어를 사용하여 문제를 해결할 때의 전략과 주장을 의사소통할 수 있다. - 수학적 정보를 해석하고 자신의 문제 해결 방법의 타당성을 확인할 수 있다.
<p>내용 설명</p> <p>○ Unit1</p> <p>Topic 1: 계산, 백분율, 이율</p> <p>계산:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 기본 사칙연산이 필요한 실질적인 문제 해결 - 올바른 순서에 따른 산술연산의 적용 - 산술 연산으로 구한 답의 타당성 확인 - 계산의 추정치를 얻기 위한 첫 숫자 leading-digit 근사 사용 - 여러 단계의 계산을 위한 계산기 사용 - 정확성을 위한 계산의 결과 확인 - 소수점 자릿값의 중요성 인식 - 소수 자릿수에 필요한 수를 소수로 평가 - 소수 자릿수에 필요한 수를 반올림하거나 내림 - 계산을 위한 근사 전략을 적용

다. 고등학교 해석영역 성취 기준

호주의 교육과정 성취 기준 내용 중에서 해석 영역을 제시한 내용을 정리하면 다음과 같다(<표 II-4>).

<표 II-4> 호주의 고등학교 교육과정의 해석영역 성취 기준

교과목		단원		성취기준
필수 수학	Unit 3	Topic3 그래프	좌표평면	좌표평면에서 점을 찍는 것에 의해 두 차원의 좌표축이 익숙함을 설명 음의 x 값을 포함한 일차함수를 위한 값들의 표를 만들기 연필과 종이 또는 소프트웨어로 x 의 모든 값에 대한 일차함수 그래프 그리기
			그래프 사용	여행 그래프와 변환 그래프를 포함한 실제상황에서의 그래프를 해석하고 사용 실제 상황을 표현하기 위해 주어진 자료로 그래프 그리기 실제상황으로부터 그려진 두 일차함수의 그래프의 교점과 다른 중요한 특징 해석 예를 들어, 손익분기점 두 점의 중점의 좌표 결정 비례 및 선형적으로 관계되는 변수의 예를 검토 선형 특성, 절편, 기울기를 포함한 $y = mx + c$ 의 그래프의 모양 인지 주어진 충분한 정보로 일차방정식을 찾기 일차방정식 문제 해결
수학적 방법론	Unit 1	Topic1 함수와 그래프	직선과 선형관계	이차식으로 관계되는 변수의 예를 검토 포물선의 특성 꼭짓점 대칭축 및 절편을 포함한 $y = x^2, y = a(x - b)^2 + c$ 그래프의 모양 인지 완전제곱식으로 변형하거나 이차식을 이용해 이차방정식 문제해결 주어진 충분한 정보로 이차방정식 찾기 꼭짓점 및 이차의 해를 찾고 판별식을 이해 일반적인 이차 그래프 $y = ax^2 + bx + c$ 의 특성을 인지
			이차 관계의 복습	반비례의 예를 설명 쌍곡선 모양과 점근선을 포함해 $y = \frac{1}{x}$ 와 $y = \frac{a}{x - b}$ 그래프의 특성을 인지
			반비례	$y = x^n (n \in \mathbb{N}, n = -1, n = \frac{1}{2})$ 그래프의 특성 인지(모양 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 에 따른 특성 등)
			지수와 다항식	계수 및 다항식의 차수를 확인 인수로부터 이차 및 삼차 다항식을 확장 $y = x^3, y = a(x - b)^3 + c, y = k(x - a)(x - b)(x - c)$ 그래프의 특성을 인지 일차 인수를 쉽게 얻을 수 있는 경우에 삼차 다항식을 인수분해 공학도구를 사용해 일차인수를 대수적으로 쉽게 얻을 수 있는 삼차방정식 풀이
			관계의 그래프	$x^2 + y^2 = r^2$ 와 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 그래프의 특성(원형 모양, 중심, 반지름) 인지 $y^2 = x$ 그래프의 특성(포물선 모양과 대칭축을 포함하여) 을 인지
			함수	집합 간 대응으로써 그리고 한 변수를 다른 측면에서 정의하는 규칙 또는 식으로써 함수의 개념을 이해 함수 표기법 사용; 정의역과 치역, 독립변수와 종속변수 함수의 그래프의 개념 이해 $y = f(x) + a, y = f(x + b)$ 의 그래프 및 평행이동(translations) 설명 $y = cf(x), y = f(kx)$ 의 그래프 및 확대(dilation) 설명 함수와 관계 사이의 차이점을 인지하고 vertical line test(수직선을 그려 함수인지 판별)를 인지
			코사인 및 사인법칙	직각삼각형에서 변의 길이의 비로써 사인, 코사인, 탄젠트 복습 $\cos\theta, \sin\theta, \tan\theta$ 의 단위원의 정의 및 도(degree)를 사용한 주기성의 이해 한 선의 경사(inclination)와 다른 선의 기울기 사이의 각 관계 설명 사인 및 코사인 법칙과 삼각형의 넓이 공식 $\text{Area} = \frac{1}{2}bc\sin A$ 을 세우고 사용
			호도법	호도법의 정의 및 사용, 일반각과의 관계를 이해 원에서 호의 길이 및 영역의 넓이 계산
			삼각함수	$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ 의 단위원의 정의 및 호도(radian)를 사용한 주기성의 이해 $\frac{\pi}{6}$ 와 $\frac{\pi}{4}$ 의 정수배에서 $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ 의 정확한 값을 인지 확장된 정의역에서 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x$ 의 그래프 인지 진폭 변화와 $y = a\sin x$ 와 $y = a\cos x$ 그래프를 설명 주기 변화와 $y = \sin bx, y = \cos bx, y = \tan bx$ 그래프를 설명 축 변화와 $y = \sin(x + c), y = \cos(x + c)$ 의 그래프 설명

Unit 2	Topic1 지수 함수	지수와 지수법칙	$y = \tan(x+c)$ 그리고 $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$ 와 $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x$ 간의 관계			
			각의 합과 차. 증명 및 적용 - 삼각함수의 덧셈정리			
			삼각함수에 의한 모델링에 대해 알맞은 상황을 확인하고 실생활 문제를 해결 공학도구를 사용해(간단한 경우에는 대수적으로) 삼각함수를 포함한 방정식 풀이			
	지수함수	지수함수	지수(분수 형태의 지수를 포함한) 복습과 지수법칙 무리수, 분수 지수 변환 과학적 표기법(scientific notation: 1.2×10^{11} 같은)과 유효숫자의 이해 및 사용			
			지수함수의 대수적 성질을 입증하고 사용 $y = a^x$ ($a > 0$) 그래프와 점근선, 변환($y = a^x + b$ 와 $y = a^{x+c}$)의 성질상의 특징을 인지 지수함수에 의한 모델링에 대해 알맞은 상황 확인 및 실생활 문제 해결 공학도구를 사용해(간단한 경우에는 대수적으로) 지수함수를 포함한 방정식 풀이			
			함수 f 의 평균변화율로써 $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 을 해석 변수 x 와 y 에 대한 변화 또는 증가를 나타내기 위한 라이프니츠의 표기법 δx 와 δy 의 사용 $y = f(x)$ 에서 계차문 $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 에 대한 $\frac{\delta y}{\delta x}$ 표기법 사용 $y = f(x)$ 의 현의 기울기로써 $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 와 $\frac{\delta y}{\delta x}$ 의 비를 해석			
	Topic3 미분학 기초	변화율	변화율	극한 개념의 비공식적 도입으로써 $h \rightarrow 0$ 일 때, $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 의 작용을 설명 도함수 $f'(x)$ 를 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 로써 정의 도함수의 라이프니츠 표기법 사용: $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$ 와 $y = f(x)$ 에서 $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ 가 일치하는 것 순간 변화율로써 도함수를 해석 $y = f(x)$ 의 접선의 기울기로써 도함수를 해석		
				도함수의 개념	도함수의 개념	간단한 멱함수에서 도함수의 수치 값을 추정 비선형 함수의 변화율 변수 예를 설명 $(x+h)^n$ 전개 $(x+h)^2 - x^2$ 인수분해에 의한 양의 정수 n 에 대하여 $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ 입증
						도함수의 계산
		도함수의 성질	도함수의 성질			
				도함수의 활용	도함수의 활용	
						역도함수
		미분법	미분법			

		<p>함수의 합성에 대한 개념 이해, 합성함수의 도함수를 구하기 위한 연쇄법칙 사용</p> <p>xe^x, $\tan x$, $\frac{1}{x^n}$, $x \sin x$, $e^{-x} \sin x$ and $f(ax+b)$ 등의 미분(곱, 몫, 연쇄법칙 적용)</p>
	이계도함수와 미분의 활용	<p>중분 식 사용: 독립변수의 변화로부터 나온 값인 종속변수 y의 변화를 추정하기 위해 $\delta y \cong \frac{dy}{dx} \times \delta x$</p> <p>1차 도함수의 변화율로써 이계도함수의 개념 이해</p> <p>시간에 대한 위치의 이계도함수로써 가속도를 인지</p> <p>오목과 변곡점의 개념 및 이계도함수와와의 관계 이해</p> <p>극대 극소를 찾기 위한 이계도함수 검사(second derivative test) 이해 및 사용</p> <p>임계점과 변곡점을 찾기 위해 도함수, 이계도함수를 사용해 함수의 그래프 그리기</p> <p>도함수, 이계도함수를 사용한 다양한 분야로부터 최적화 문제 풀기</p>
	부정적분	<p>미분의 역으로써 적분(anti-differentiation)을 인지</p> <p>부정적분(anti-derivatives or indefinite integral) 표기법 $\int f(x)dx$의 사용</p> <p>$n \neq -1$에 대해 식 $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$ 을 세우고 사용</p> <p>식 $\int e^x dx = e^x + c$을 세우고 사용</p> <p>식 $\int \sin x dx = -\cos x + c$ 와 $\int \cos x dx = \sin x + c$ 을 세우고 사용</p> <p>적분(anti-differentiation)의 선형성을 인지하고 사용</p> <p>$\int f(ax+b) dx$ 형태의 부정적분을 결정</p> <p>도함수가 같은 곡선의 족(families)을 확인</p> <p>한 점 $f(a) = b$와 $f'(x)$가 주어졌을 때, $f(x)$를 결정</p> <p>직선 운동 문제에서 속도가 주어졌을 때 위치의 변화량 결정</p>
	Topic2 적분	<p>넓이 문제 설명, 곡선 $y = f(x)$ 아래의 면적 추정을 위한 $\sum_i f(x_i)\delta x_i$ 형태 사용</p> <p>$f(x) > 0$일 때, 곡선 $y = f(x)$ 아래의 면적으로써 정적분 $\int_a^b f(x)dx$을 해석</p> <p>$\sum_i f(x_i)\delta x_i$ 형태의 합의 극한으로써 정적분 $\int_a^b f(x)dx$을 인지</p> <p>부호를 가진 넓이(signed area)의 합으로써 $\int_a^b f(x)dx$을 해석</p> <p>정적분의 덧셈과 선형성을 인지 및 사용</p>
	미적분의 기본정리	<p>부호를 가진 넓이(signed area)함수 $F(x) = \int_a^x f(t)dt$의 개념 이해</p> <p>정리의 이해 및 사용: $F'(x) = \frac{d}{dx} \left(\int_a^x f(t)dt \right) = f(x)$ 그리고 기하적으로 증명</p> <p>식 $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$을 이해하고 정적분을 계산하는데 사용</p>
	적분의 활용	<p>곡선 아래의 면적 계산</p> <p>total change theorem(전체 변화량)</p> <p>간단한 경우에서 곡선들 사이의 면적을 계산</p> <p>가속도와 위치의 초기값이 있을 때, 위치와 속도를 결정</p>
Unit 4	Topic1 로그함수	<p>지수로써 로그를 정의: $a^x = b$는 $x = \log_a b$와 동치다. 즉, $a^{\log_a b} = b$</p> <p>로그의 대수적 성질을 입증하고 사용</p> <p>로그와 지수 사이 관계는 역관계임을 인지: $y = a^x$와 $x = \log_a y$는 동치</p> <p>음향의 데시벨, 리히터 척도, 옥타브, pH 등 로그자(대수눈금) 해석 및 사용</p> <p>로그를 사용한 지수를 포함한 방정식 풀기</p> <p>점근선을 포함한 $y = \log_a x$ ($a > 1$)와 변환($y = \log_a x + b$와 $y = \log_a(x+c)$)의 특징 인지</p> <p>대수적 및 그래프적으로 로그함수를 포함한 간단한 방정식 풀기</p>

			로그함수에 의한 모델링에 대해 알맞은 상황 확인 및 실생활 문제 해결을 위한 사용	
			자연로그의 정의 $\ln x = \log_e x$ 함수 $y = e^x$ 와 $y = \ln x$ 의 역관계를 인지하고 사용 식 $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$ 을 세우고 사용 $x > 0$ 에 대해 식 $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$ 을 세우고 사용 실생활 문제 해결을 위한 로그함수 및 그 도함수의 사용	
심화 수학	Unit 2	Topic1 삼각법	기본적인 삼각함수	
			각의 합성	
			삼각함수의 역함수	
		삼각함수 성질	삼각함수의 역함수(reciprocal trigonometric function)를 정의하고, 그래프를 그리고, 간단한 변환 그래프로 표현	
			삼각함수의 적용	
	Unit 3	Topic2 함수와 그래프 스케치	함수	
			Topic3 공간벡터	벡터 미적분
				Unit 4
		미적분의 활용		

		고 자료를 모델화하기 위해 연관된 확률과 분위수를 사용하고 실생활 문제를 해결
Topic2 변화율과 미분 방정식	변화율과 미분 방정식	곡선의 방정식이 음함수 형태로 주어졌을 때 곡선의 기울기를 구하기 위해 음함수 미분법 사용
		연쇄법칙의 경우와 관련된 비율 : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$
		변수분리법(separation of variable)을 이용하여 $\frac{dy}{dx} = f(x)$ 형태의 간단한 미분 방정식과 $\frac{dy}{dx} = g(y)$ 형태의 미분 방정식과 $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$ 형태의 일반적인 미분 방정식 풀기
		1차 미분 방정식의 기울기면(방향 또는 경도) 살펴보기
		비율이 포함된 상황에서 화학, 생물, 경제 등에서 나타나는 로지스틱 방정식을 포함한 미분 방정식 공식화
		모멘텀, 힘, 합력(resultant force), 작용과 반작용 살펴보기
	운동 모델링	일정한 힘과 일정하지 않은 힘 고려
		동일점으로 모이는 힘에서 몸의 운동 이해
		가속에 대한 식 $\frac{dv}{dt}$, $v \frac{dv}{dx}$ 와 $d\left(\frac{1}{2}v^2\right)$ 의 사용과 단진동을 포함하는 등가속도와 등가속도가 아닌 직선상의 운동을 포함하는 문제를 생각하고 풀기

III. 고등학교 교육과정 해석영역 내용 비교

본 장에서는 우리나라 고등학교 대 영역(대수, 해석, 기하, 확률과 통계) 중에서 해석 영역에 해당되는 내용에 대하여, 우리나라와 호주 교육과정의 고등학교 영역별 성취기준을 학년, 내용의 심화 정도를 중심으로 비교 분석 하였다.

1. 수학 I 과 수학 II 성취기준과의 비교

우리나라 교육과정 교과목 수학 I 과 수학 II 에서 해석 영역에 대한 성취 기준이 들어 있는 내용을 정리하면 다음과 같다;

- 수학 I: 거듭제곱근의 뜻과 성질, 지수법칙, 로그의 뜻과 그 성질, 상용로그, 지수함수와 로그함수의 뜻, 지수함수와 로그함수의 그래프

와 성질, 일반각과 호도법의 뜻

- 수학 II: 함수의 극한의 뜻, 도함수의 기하학적 의미, 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법과 다항함수의 도함수, 접선의 방정식, 함수의 증감, 극대 및 극소, 함수의 그래프 개형, 속도와 가속도의 문제 해결, 부정적분의 뜻, 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분과 다항함수의 부정적분, 다항함수의 정적분, 속도와 거리 문제 해결

이와 같은 우리나라 교육과정의 각 교과목에서의 성취 기준과 호주 교육과정의 고등학교 해석 영역의 성취기준에 대한 비교 분석 내용을 제시한 것은 <표 III-1>과 같다.

4) 성취기준 비교표에서 같은 주제이지만 우리나라가 호주보다 더 상세하고 깊이 있게 다루는 경우는 ■ 표기를 하였고, 호주에서 더 깊이 있게 다루는 경우는 □ 표기를 하였다. 우리나라와 호주 모두 유사한 정도의 난이도와 양으로 다룬다고 판단한 것은 아무런 표기를 하지 않았다.

<표 III-1> 수학 I, 수학II와 호주 교육과정의 해석 영역 성취 기준 비교

한국 성취기준	호주 성취기준	비고
거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻과 성질	(11학년 Method 4단원) $y = x^n$ 다항식의 그래프 (11학년 Method 11단원) 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻과 성질	밑이 음수인 거듭제곱(근)은 다루지 않음
지수의 유리수, 실수까지의 확장	(11학년 Method 11단원) 지수의 유리수까지의 확장	■
지수법칙	(11학년 Method 11단원) 지수법칙	
로그의 뜻과 그 성질	(12학년 Method 7단원) 로그의 뜻과 그 성질	
상용로그	(12학년 Method 7단원) 상용로그	
지수함수와 로그함수의 뜻	(11학년 Method 11단원) 지수함수의 뜻 (12학년 Method 7단원) 로그함수의 뜻	
지수함수와 로그함수의 그래프와 성질	(11학년 Method 11단원) 지수함수의 그래프 및 성질 (12학년 Method 7단원) 로그함수의 그래프 및 성질	
지수함수와 로그함수 활용	(11학년 Method 11단원) 지수 방정식, 지수함수의 활용 (12학년 Method 7단원) 로그 방정식, 로그함수의 활용	■ 문제의 수가 많음, 공학도구 사용
일반각과 호도법의 뜻	(11학년 Method 3단원) 일반각과 호도법의 뜻	
삼각함수의 뜻, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프	(11학년 Method 3단원과 6단원, 11학년 Specialist 9단원과 12단원) 삼각함수의 뜻, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프	■ 공학도구 사용, sec, cosec, cot 다룸
사인법칙과 코사인법칙 이해, 활용	(11학년 General 10단원) 사인법칙과 코사인법칙 이해, 활용 (헤론의 공식도 포함) (11학년 Method 3단원과 6단원) 사인법칙과 코사인법칙 이해, 삼각함수의 활용 (11학년 Specialist 9단원과 12단원) 삼각함수의 활용	■ 공학도구 사용, 다양한 활용 (실생활 모델링)
함수의 극한의 뜻	(11학년 Method 9단원) 함수의 극한의 뜻	
함수의 극한 성질 및 극한값	(11학년 Method 9단원) 함수의 극한값	■ 극한성질 다루지 않음
함수의 연속의 뜻 연속함수의 성질		
미분계수의 뜻	(11학년 Method 7단원) 미분계수의 뜻, 변화율, 변화 근사율	■ 변화율(실질적 소재 활용)은 공학도구를 이용하여 더 깊이 다룸. 미분계수 없이 도함수로 바로 접근
미분계수의 기하학적 의미 (한 점에 다가갈 때 함수의 접선의 기울기로써)	(11학년 Method 9단원) 도함수의 기하학적 의미(변화율, 그래프의 기울기)	같은 내용을 다루고 있으나 미분계수의 기하학적 의미보다 도함수의 기하학적 의미를 더 중점으로 다룸
미분가능성과 연속성의 관계 점점 있는 경우.. $y=f(x)$	(11학년 Method 10단원) 다양한 함수의 도함수 찾기	■ 연속성과의 관계를 다루지 않으나 분수함수나 절댓값 함수의 도함수는 구함
함수의 도함수	(11학년 Method 9단원) 함수의 도함수	기하, 물리적 설명이 들어간 도함수 접근
함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법과 다항함수의 도함수	(11학년 Method 10단원) 함수의 실수배, 합, 차의 미분법과 다항함수의 도함수 (12학년 Method 1단원) 곱의 미분법	
접선의 방정식	(11학년 Method 10단원과 12단원) 접선의 방정식	
함수에 대한 평균값 정리		
함수의 증감, 극대 및 극소	(11학년 Method 10단원과 12단원) 함수의 증감, 극대 및 극소	
함수의 그래프 개형	(11학년 Method 10단원과 12단원) 함수의 그래프 개형	
방정식과 부등식 풀이	(11학년 Method 12단원) 방정식에 대한 문제 해결	■ 부등식의 풀이는 다루지 않으므로 부등식에 대한 문제

한국 성취기준	호주 성취기준	비고
		해결 없음.
속도와 가속도의 문제 해결	(11학년 Method 12단원) 속도와 가속도의 문제 해결	
부정적분의 뜻	(11학년 Method 12단원) 역도함수의 뜻, 문제 풀이 (12학년 Method 6단원) 부정적분의 뜻	
함수의 실수배, 합, 차의 부정적분과 다항함수의 부정적분	(12학년 Method 6단원) 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분과 다항함수의 부정적분	
정적분의 뜻	(12학년 Method 4단원) 정적분의 뜻	■ 넓이로써 정적분과 기본성질 접근
다항함수의 정적분	(12학년 Method 4단원) 다항함수의 정적분	
곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이	(12학년 Method 4단원과 6단원) 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이	■ 부호를 가진 넓이와 전체 변화량
속도와 거리에 대한 문제 해결	(12학년 Method 6단원) 속도와 거리에 대한 문제 해결	

<표 III-1> 에서 우리나라에서 더 깊게 배우는 내용에 대하여 조금 더 상세히 언급하자면, 우선 수학 I 의 ‘지수의 유리수, 실수까지의 확장 이해’는 호주 교육과정에서는 지수의 실수까지의 확장은 다루지 않으며, 지수의 밑이 음수인 것은 다루지 않는다.

또한 수학II에서의 ‘함수의 극한의 성질 및 극한값’에 대해 ‘함수의 극한의 성질’은 호주 교육과정에서는 직접적으로 정리하지 않고 직관적으로 성질을 이용해 도함수의 성질로 넘어가는 것에 그친다. ‘미분가능성과 연속성의 관계’에 대해 분수함수나 절댓값 함수의 도함수가 어떤 형태인지 그래프를 그리는 것에 그치며, 연속성과 미분가능성의 관계에 대한 별도의 언급은 없다.

같은 학년 같은 주제이지만 호주가 우리나라보다 더 상세하고 깊이 있게 다루는 경우를 살펴보자면, 수학 I 의 ‘지수함수와 로그함수의 활용’은 호주 교육과정에서는 학생이 공학도구를 사용하여 그래프를 다루어 지수함수와 로그함수의 본질적인 의미를 스스로 탐구할 수 있도록 하였다. 또한, 실생활에서 지수함수와 로그함수 형태의 성질을 띠는 것을 모델링하고 활용하는 문제를 많이 수록하였다.

그 외에도 ‘삼각함수의 뜻’, ‘사인함수, 코사

인함수, 탄젠트함수의 그래프’, ‘사인법칙과 코사인법칙 이해, 활용’은 호주 교육과정의 11학년 수학적 방법론과 심화수학에서 다루고 있으며 일반수학에서는 삼각함수를 다루지 않고 ‘사인법칙과 코사인법칙’만 다루고 있다. 삼각함수까지 함께 다루는 수학적 방법론과 심화수학에서는 삼각함수를 두 단원에 걸쳐 다루어 학습자의 학습 부담을 덜었다. 난이도는 한국 교육과정과 유사하지만 공학도구를 사용해 ‘지수함수와 로그함수의 활용’과 마찬가지로 함수의 본질적인 의미를 스스로 탐구할 수 있도록 하였으며, 실생활을 모델링하는 다양한 활용을 다루어 한국 교육정보보다 더 상세하다고 볼 수 있다.

우리나라 수학II에서의 ‘미분계수의 뜻’에 대해 변화율을 호주는 속도를 이용해 설명하고 공학도구를 사용해 깊이 다루고 있으며, 그래프의 기울기가 변하는 것을 미분계수 없이 도함수로 바로 도입하여 한국 교육정보보다 ‘변화’로써의 미분을 이해할 수 있도록 깊이 있게 다루고 있다.

2. 미적분과 경제수학 성취기준과의 비교

우리나라 교육과정 선택 교과목 미적분과 경

제수학에서 해석 영역에 대한 성취 기준이 들어 있는 내용을 정리하면 다음과 같다;

- 미적분: 수열의 수렴 및 발산, 등비수열의 극한값, 등비급수의 뜻과 합, 등비급수의 활용, 지수함수와 로그함수의 극한, 합성함수의 미분, 음함수와 역함수 미분, 함수의 그래프 개형, 속도와 가속도 문제 해결, 치환적분법 이해 및 활용, 부분적분법 이해 및 활용, 부정적분과 정적분, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이, 입체도

형의 부피, 속도와 거리 문제 해결

- 경제수학: 미분의 의미, 미분 활용 그래프의 개형 그리기

이와 같은 우리나라 교육과정의 각 교과목에서의 성취 기준과 호주 교육과정의 고등학교 해석 영역의 성취기준에 대한 비교 분석 내용을 제시한 것은 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 미적분과 경제수학과 호주 교육과정의 해석 영역 성취 기준 비교

한국 성취기준	호주 성취기준	비고
수열의 수렴 및 발산	(11학년 Method 8단원) 수열의 수렴 및 발산	
수열의 극한의 성질 및 극한값	(12학년 General 3단원, 11학년 Method 8단원) 수열의 극한	■ 극한의 기본성질 안다름
등비수열의 극한값	(11학년 Method 8단원) 등비수열의 극한값	
급수의 수렴 및 발산		
등비급수의 뜻과 합	(12학년 General 3단원, 11학년 Method 8단원) 등비급수의 뜻과 합	
등비급수의 활용	(11학년 Method 8단원) 등비급수의 활용	
지수함수와 로그함수의 극한	(12학년 Method 1단원) 자연상수 e 와 지수함수의 극한 (12학년 Method 7단원) 로그함수의 극한	
지수함수와 로그함수의 미분	(12학년 Method 1단원) 지수함수의 미분과 활용 (12학년 Method 7단원) 로그함수의 미분과 활용	■ 다양한 문제를 다룸
삼각함수의 덧셈정리	(11학년 Method 6단원) 삼각함수의 덧셈정리 (11학년 Specialist 9단원) 각의 합성(합, 차, 배각, 반각 성질 및 증명), 삼각함수의 역수(sec, cosec, cot) 뜻과 그래프, 삼각함수의 덧셈정리, 삼각함수 성질 증명 및 활용	■ 미분의 성질로써 다름, = 기호가 아닌 ≡의 사용
삼각함수의 극한		
사인함수와 코사인함수의 미분	(12학년 Method 1단원) 삼각함수의 미분	■ 삼각함수 미분 도입
함수의 몫 미분	(12학년 Method 1단원) 함수의 몫 미분, xe^x , $\tan x$, $\frac{1}{x^n}$, $x \sin x$, $e^{-x} \sin x$, $f(ax+b)$ 등의 곱, 몫, 연쇄법칙을 활용한 미분	■
합성함수의 미분	(12학년 Method 1단원) 합성함수의 미분	
매개변수 함수 미분	(12학년 Specialist 5단원) 매개변수 함수 미분	■ 단순 매개변수함수 미분이 아닌, 기하적 의미를 다룸
음함수와 역함수 미분	(12학년 Specialist 8단원) 음함수와 역함수의 미분 (곡선의 기울기, 연쇄법칙)	
이계도함수	(12학년 Method 3단원) 이계도함수	■ '증분'을 다룸
접선의 방정식(로그지수함수 포함)	(12학년 Method 1단원) 접선의 기울기	■ 접선 기울기를 실생활에서의 쓰임 중심으로 다룸
함수의 그래프 개형 (이계도함수 이용한 블록상태 조사)	(12학년 Method 3단원) 함수의 그래프 개형(이계도함수 이용한 블록 상태 조사)	호주에서는 실생활 다양한 예를 다룸
방정식과 부등식 문제 해결 (실근		

한국 성취기준	호주 성취기준	비고
개수, 부등식 성립함을 증명)		
속도와 가속도 문제 해결	(12학년 Method 3단원, 12학년 Specialist 8단원) 속도와 가속도 문제 해결	■ 물리 내용(모멘텀, 힘)도 들어가 있음
치환적분법 이해 및 활용	(12학년 Specialist 7단원) 치환적분법 이해 및 활용	
부분적분법 이해 및 활용	(12학년 Specialist 7단원) 부분적분법 이해 및 활용	
부정적분과 정적분	(12학년 Method 6단원, 12학년 Specialist 7단원) 부정적분과 정적분	
정적분과 급수의 합 간의 관계	(12학년 Method 4단원) 정적분과 급수의 합 간의 관계	■ 한국: 다양한 형태를 다룸 호주: 단순한 관계(정적분 정의)만 다룸
곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이	(12학년 Method 4단원) 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이	
입체도형의 부피	(12학년 Method 4단원) 입체도형의 부피	
속도와 거리 문제 해결	(12학년 Method 6단원) 속도와 거리 문제 해결	
생산, 비용을 함수로 나타내기		
수요곡선과 공급곡선의 의미		
효용의 의미 및 함수와 그래프로 나타내기		
수요와 공급의 상호작용		
세금과 소득의 변화의 영향		
효용함수 활용한 의사결정		
부등식의 영역 의미 활용		
미분의 의미	수학II와 상동 (평균변화율, 극한, 미분계수, 도함수)	
미분 활용 그래프의 개형 그리기	수학II와 상동 (증가, 감소, 극대, 극소)	
한계생산량의 의미와 최적생산량		
탄력성의 의미		

<표 III-2> 에서 우리나라가 호주보다 깊게 배우고 있는 내용을 조금 상세히 언급하자면, 우선 미적분의 ‘수열의 극한의 성질 및 극한값’은 ‘극한의 기본 성질’이 호주 교육과정에서는 별도의 정리 없이 직관적으로 기본 성질을 만족한다는 전제하에 그 다음의 개념으로 넘어가고 있다. 또한 ‘접선의 방정식(로그, 지수함수 포함)’은 접선의 방정식의 풀이를 다루는 것이 아니라 실생활에서 볼 수 있는 현상을 그래프로써 나타낸 후 그래프의 ‘접선의 기울기’ 정도로 제시하고 있다. ‘정적분과 급수의 합 간의 관계’는 한국에서는 급수로 정적분을 정의한 후 기본 형태를 다양한 형태로 변형하는 것까지 다루지만 호주 교육과정에서는 정적분의 정의으로써 단순한 관계만 제시하고 있다.

같은 학년 같은 주제이지만 호주가 우리나라보다 더 상세하고 깊이 있게 다루는 경우를 살

펴보면, 먼저 ‘정적분의 뜻’에 대해 호주 교육과정은 구분구적법으로써 정적분을 정의하고 기본 성질을 다루고 있다. 또한, ‘곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이’에 대해 ‘부호를 가진 넓이(signed area)’와 ‘전체 변화량 정리(total change theorem)’를 다루어 한국 교육과정보다 깊이 있고 상세하게 다루고 있다.

미적분의 ‘지수함수와 로그함수의 미분’에 대해 ‘지수함수의 미분의 활용’과 ‘로그함수의 미분의 활용’을 각각 12학년 수학적 방법론에서 1단원과 7단원으로 분리해 더욱 다양한 문제를 다루고 있다. 또한 ‘삼각함수의 덧셈정리’에 대해 삼각함수의 미분을 배우기 전의 정리로써만 다루는 것이 아니라 ‘삼각함수의 성질’로써 깊이 다루고 있다. 다양한 성질을 증명하며 계산기를 사용하지 않고 배운 성질에 대한 문제 풀이, 각의 주기성을 고려해 “=” 기호가 아닌

“≡” 기호의 사용 등 삼각함수와 관련된 공식의 의미를 보다 더 명확히 하고 있다.

‘사인함수와 코사인함수의 미분’에 대해 한국 교육과정과 달리 부채꼴에서 샌드위치정리를 직관적으로 사용한 증명 방식을 사용하며, 식 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 을 별도로 제시하지 않고 몫의 미분법을 사용하여 미분한다. ‘함수의 몫 미분’ 성취기준에 대해 호주 교육과정에서는 삼각함수의 미분을 다루면서 몫의 미분법을 미리 사용하고 있기 때문에 ‘연쇄법칙’과 ‘몫의 미분법’을 사용한 다양한 함수 xe^x , $\tan x$, $\frac{1}{x^n}$, $x \sin x$, $e^{-x} \sin x$, $f(ax+b)$ 등의 미분을 다룬다.

뿐만 아니라 ‘매개변수 함수 미분’에 대해 호주 교육과정에서는 매개변수로 나타난 벡터 함수의 미분을 다루고 있으며, ‘이계도함수’는 우리나라 교육과정의 심화수학 I 까지 포함하면 호주 교육과정과 비슷한 수준이지만 전문교과를 제외하면 호주 교육과정에는 ‘중분’, ‘불룩과 오목’ 등이 있어 더욱 상세히 다루고 있다고 볼 수 있다. ‘속도와 가속도 문제 해결’ 성취기준에 대해 호주 교육과정에서는 물리 내용인 모멘텀, 힘과 관련된 문제해결도 다루고 있다.

그 외의 특이 사항을 정리하자면, ‘지수함수와 로그함수의 뜻’, ‘지수함수와 로그함수의 그래프와 성질’ 등 ‘지수와 로그’를 <수학 I>에서 먼저 다루기 때문에 지수함수와 로그함수를 함께 다루는 우리나라 교육과정과 달리, ‘지수함수’는 11학년에 ‘지수방정식’, ‘지수함수의 활용’까지 다룬 후 12학년에 ‘로그함수’에 대해 다루는 것을 볼 수 있다. 또한, 우리나라 교육과정에서는 수학 I에서 ‘지수와 로그’를 다룬 후 ‘지수함수와 로그함수의 극한과 미분’은 미적분에서 다루는 것과 달리, 호주 교육과정에서는 ‘지수함수’는 11학년, ‘지수함수의 극한과 미

분’은 12학년 1단원에 다루고 ‘로그함수의 성질’과 함께 ‘로그함수의 극한과 미분’을 12학년 7단원에서 한꺼번에 다룬다.

3. 두 나라의 성취 기준 중 서로 상이한 내용

호주와 우리나라 교육과정 성취 기준 중 차이가 많이 나는 내용을 도출하기 위하여 먼저, 우리나라에서는 다루지만 호주에서 다루지 않는 성취기준을 정리하면 다음과 같다;

- 수학II: ‘함수의 연속의 뜻’, ‘연속함수의 성질’, ‘함수에 대한 평균값 정리’
- 미적분: ‘급수의 수렴 및 발산’, ‘삼각함수의 극한’, ‘방정식과 부등식 문제 해결(실근 개수, 부등식 성립함을 증명)’
- 실용수학: ‘규칙과 식(도형수나 피보나치 수열)’, ‘실생활에서 활용되는 수식(불쾌지수, 체질량지수, 지니계수, 물가지수, 반발지수)’
- 경제수학: ‘생산, 비용을 함수로 나타내기’, ‘수요곡선과 공급곡선의 의미’, ‘효용의 의미 및 함수와 그래프로 나타내기’, ‘수요와 공급의 상호작용’, ‘세금과 소득의 변화의 영향’, ‘효용함수 활용한 의사결정’, ‘부등식의 영역 의미 활용’, ‘한계생산량의 의미와 최적생산량’, ‘탄력성의 의미’가 있다.

또한 같은 주제이지만 호주에서는 고등학교 11학년 내지는 12학년에 다루나 우리나라에서는 보다 저학년에서 다루는 내용이 있는데, 이를 따로 정리하였다(<표 III-3>).

<표 III-3> 호주의 고등학교 해석 영역 성취기준 중 우리나라가 저학년에서 다루는 내용

호주 성취기준	한국 학년
11학년 Method (성취기준: Unit1 Topic1 03 반비례) - 반비례의 예, $y = \frac{1}{x}$ 와 $y = \frac{a}{x-b}$ 그래프의 특성	중학교 1학년
12학년 Essential (성취기준: Unit3 Topic3 01 좌표평면) - 좌표 축 도입, 표로 나타난 일차함수, 소프트웨어를 활용하거나 직접 일차함수의 그래프 그리기 등	중학교 일차함수
11학년 General (성취기준: Unit2 Topic3 02 직선 그래프와 적용) - 공학도구를 사용하거나 하지않고 직선 그래프 작성, 직선 그래프의 실생활 활용 등	중학교 일차함수
11학년 Method (성취기준: Unit1 Topic1 05 관계의 그래프) - 원의 방정식과 특성, $y^2 = x$ 그래프의 특성 등	고1 함수
11학년 Method (성취기준: Unit1 Topic1 06 함수) - 다양한 방식으로 함수의 개념 이해, 정의역과 치역, 독립 및 종속 변수, 함수의 그래프, 그래프의 변환과 확장, 함수 판별 등	고1 함수
12학년 Specialist (성취기준: Unit3 Topic2 01 함수) - 두 함수의 합성, 일대일 함수, 역함수, 함수의 그래프와 역함수 그래프의 반사성, 그래프 그리기, 절댓값을 포함한 함수의 그래프, 유리 함수의 그래프 등	고1 함수와 그래프

<표 III-3>에서와 같이 우리나라의 중학교 1학년부터 다루는 ‘반비례와 그 그래프’를 호주는 11학년에 와서야 가르치고 있으며, 호주의 중학교 교육과정까지 등장하지 않던 ‘함수’라는 용어가 12학년 필수수학에서 좌표평면을 배운 후 ‘일차방정식을 일차함수로 부를 수 있다.’는 말로써 함수를 제시하면서, 11학년 일반수학에서 ‘직선방정식의 그래프’와 함께 독립변수, 종속변수를 배우면서 일차 함수를 자연스럽게 사용하고 있다.

11학년 수학적 방법론에서는 집합 간 대응으로써 함수의 개념을 이해하고, 12학년 심화수학에서는 이미 이전 교과를 끝낸 후 배우는 교과이기 때문에 별도의 함수의 개념을 다룬 후 뒤의 개념을 다루는 것이 아니라 바로 ‘삼각함수’

로 들어가며, 12학년 심화수학에서 바로 ‘함수의 합성’을 다루고 있다.

반면, 우리나라에서는 전문교과에서 배우는 내용이나 호주에서는 고등학교 선택 교육과정에서 나타나는 성취기준을 따로 정리하면 <표 III-4>와 같다.

<표 III-4> 호주 교육과정에서만 나타나는 고등학교 해석 영역 성취기준

호주 성취기준	한국 전문교과
12학년 Specialist (성취기준: Unit4 Topic1 01 적분법) - 역삼각함수, 역삼각함수의 미분	심화수학 I 역삼각함수의 미분
12학년 Method (성취기준: Unit3 Topic1 04 이계도함수와 미분의 적용) - 증분 $\delta y \cong \frac{dy}{dx} \times \delta x$, 이계도함수, 가속도로써 이계도함수, 그래프의 오목과 변곡점, 이계도함수 검사, 이계도함수 검사를 사용한 함수의 그래프, 실생활 다양한 분야에서의 최적화 문제 해결 등	심화수학 I n 계도함수
12학년 Method (성취기준: Unit3 Topic2 02 정적분) - $\sum_i f(x_i)\delta x_i$, $\int f(x)dx$ 의 합의 극한으로써 정적분, 곡선 아래의 면적으로써 정적분, 부호를 가진 넓이의 합으로써 정적분, 정적분의 계산, 선형성 등	심화수학 II 구분구적법과 정적분 뜻
12학년 Specialist (성취기준: Unit4 Topic2 01 변화율과 미분방정식) - 음함수 미분법, 연쇄법칙 등	심화수학 II 음함수 미분을 이용한 접선의 방정식
12학년 Specialist (성취기준: Unit3 Topic3 04 벡터 미적분) - 시간을 매개변수로 벡터함수, 타원과 쌍곡선의 지취방정식, 벡터함수의 미분과 적분, 운동방정식, 포물선 운동에 벡터 미적분 적용 등	심화수학 II 매개변수 함수의 미분을 이용한 접선의 방정식

<표 III-4>에 의하면, 우리나라 심화수학 I에서 배우는 ‘역삼각함수의 미분’을 호주 교육과정에서는 ‘적분법’을 다루면서 함께 다루고 있다.

심화수학 II의 ‘구분구적법과 정적분 뜻’에 대해 호주 교육과정에서는 수학적 방법론 교과에서 4단원과 6단원에 거쳐 정적분을 곡선 아래의 면적을 직사각형으로 나누는 구분구적법, 구

분구적법으로 접근하는 정적분, 미적분의 기본 정리형태로 접근하는 정적분 모두 자세히 다루고 있다. 구분구적법에 대해 학생들로 하여금 어려움을 겪지 않도록 어떤 영역을 잘게 나누는 방법을 시각적으로 자세하게 수록하고 있다. 또한 ‘음함수 미분을 이용한 접선의 방정식’에 대해 연쇄법칙과 함께 음함수 형태로 나타난 곡선의 방정식에서의 기울기를 구하기 위해 음함수 미분법을 사용하도록 제시하고 있다. 접선의 방정식이 아닌 ‘기울기’만 구하며, 과학에서 나오는 현상과 융합한 ‘문제해결 중심’으로 구현되어 있다.

심화수학Ⅱ의 ‘매개변수로 나타난 함수의 미분을 이용한 곡선 위의 한 점의 접선의 방정식’에 대해서도 접선의 방정식을 다루기보다는 ‘접선의 기울기’를 구하도록 제시하며, ‘음함수 미분을 이용한 접선의 기울기’와 마찬가지로 속도와 가속도로써 과학현상과 융합하여 제시하고 있다. 이때 매개변수로 나타난 함수는 벡터함수로써, ‘벡터함수의 도함수를 이용한 곡선의 기울기’와 ‘벡터로 표현된 시간에 대한 위치함수의 속도와 가속도’ 등을 다루고 있다.

마지막으로 우리나라 교육과정과는 다르게 호주 고등학교 수학 선택 과목에서만 나타나는 성취기준을 따로 정리하면 <표 III-5>와 같다.

<표 III-5> 호주 교육과정에서만 나타나는 성취기준

호주 교과목 및 단위	성취기준
11학년 Essential 5단원 (성취기준: Unit1 topic4 02 그래프 그리기)	일차그래프 및 계단 그래프 - 일반적인 그래프를 그리기 위한 스프레드시트 사용, 스프레드시트에서의 다양한 그래프 등
12학년 Specialist (성취기준: Unit4 Topic2 01 변화율과 미분방정식)	변수분리법을 이용한 미분방정식, 기울기, 다양한 분야에서의 로지스틱 방정식 등
12학년 Specialist (성취기준: Unit4 Topic2 02 운동 모델)	모멘텀, 힘, 합력, 작용과 반작용 등 물리적 성질과 미적

링)	분
12학년 Specialist (성취기준: Unit4 Topic1 02 미적분의 활용)	공학 도구를 사용한 수치적분법, 지수함수변수의 확률밀도함수와 적분을 사용한 실생활 문제해결

IV. 호주의 고등학교 교과서를 통해 바라본 교육과정 내용의 특징: 미적분을 중심으로

1. 교과서 체제 특징

호주 교과서 체제의 특징을 설명하자면, 먼저 나선형 교육과정으로 구성된 교과서라는 특징이 나타난다. 이는 호주가 중학교와 마찬가지로 나선형 교육과정을 따르고 있어 같은 내용이 학년을 거쳐서 반복해서 다루어지고 있으며, 학년이 높아지면서 보다 확장되고 심화된 내용을 다루고 있다. 예를 들어, 수학적 방법론의 11학년 ‘미분의 활용’ 단원에서 ‘역도함수’를 먼저 다루고, 12학년 ‘적분의 활용’ 단원에서 11학년에 배운 ‘역도함수’를 복습하면서 적분의 기본성질을 다루고 있다.

또한 교과서 전반에 걸쳐서 간단한 개념 설명과 문제 중심 학습이라는 특징을 뽑을 수 있다. 호주의 교과서는 개념은 비교적 간단히 설명하고 나머지는 상세한 설명 포함한 예제 문제와 연습할 수 있는 많은 문제를 통해 학습할 수 있도록 되어 있는 것이 특징이다. 각 소단원마다 연습문제가 실려 있고 단원이 끝날 때 복습할 수 있도록 단위 마무리가 실려 있으며, 3개의 단원이 끝날 때 마다 세 단원에 대한 복습문제가 제시된다. 교과서에서 개념을 자세히 설명하기도 하지만, 주로 소단원 연습문제를 통한 개념 이해 및 이해 확장이 이루어진다.

내용에 있어서의 특징을 살펴보자면, 실생활

맥락을 적극 활용하고 있다는 것을 알 수 있다. 예를 들어, 필수수학에서는 기하 영역을 다룰 때 실생활에서 볼 수 있는 물체와 건물의 모양을 관찰하여 평면도형과 입체도형을 다루고, 물체의 전개도와 투시도, 건물의 도면과 정면도를 그리거나 해석하는 활동을 통해 다루고 있다. 또한 일반수학에서는 ‘돈 벌기(Earning money)’ 단원에서 요금, 월급, 초과근무, 수수료, 의뢰비용 등의 용어 정의부터 실제적 상황 속에서의 문제까지 다루고 있으며, 주식시장에서 주가 수익비율을 계산하기, 배당 수익률 계산하기 등과 같은 내용과 이에 따라 금융 관련 수학 내용을 다루고 있다.

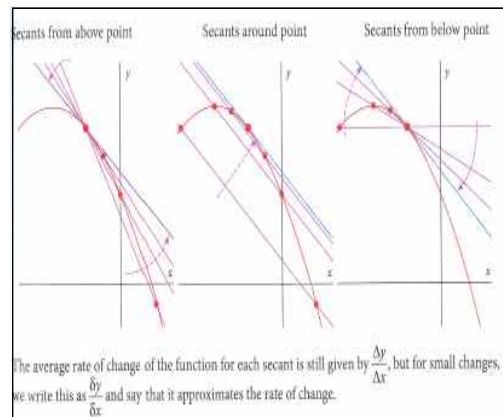
마지막으로, 동일 영역 내에서만 아니라 다른 영역에서도 같은 성취 기준이 나타날 수 있다는 것이다. 예를 들어, 확률과 통계 영역에서 다루는 ‘지수확률밀도함수’를 심화수학의 적분의 활용 단원에서 다루고 있다. 연속확률분포의 한 종류인 지수분포를 정의하고, 적분값이 1이 되는 것을 보인다. 우리나라 교육과정에서도 미적분 I 을 이수한 학생은 확률과 통계에서 연속확률변수와 관련된 내용을 적분을 이용할 수 있게 제시하고 있지만, 호주에서는 연속확률변수 중 지수분포라는 특정 함수를 예로 들면서 확률을 구하기 위해 적분을 사용하는 연습을 하는 등 영역 간 연계성이 보다 가시적으로 드러난다는 점이 특징이라 할 수 있다.

2. 미분과 적분 영역 교과서 분석

2015 개정교육과정 미분과 적분 영역에서는 ‘수열의 극한’ 관련 내용을 수학II에서 삭제 후 미적분으로 이동하였고, 이에 따라 정적분의 정의 방식이 급수의 합으로 정의하는 방식이 아닌 미적분의 기본정리를 정의의 형태로 재진술하는 방식으로 변경되었다.

이러한 우리나라 교육과정의 변화에 따라 호주 교과서에서도 ‘미분과 적분의 도입 방식’과 ‘정적분의 정의 방식’을 중점으로 살펴보고자 한다. 이를 위하여 미분의 도입 방식과 정적분의 정의 방식, 미분의 활용과 적분의 활용을 중심으로 비교하고, 기타사항을 정리하였다.

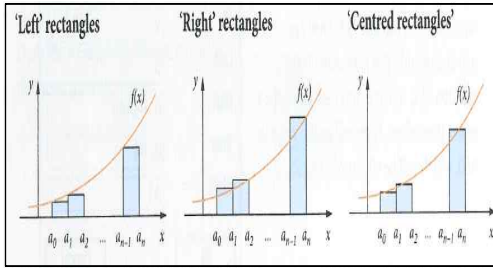
먼저, 미분의 도입 방식 비교하면 우리나라와 호주 모두 극한을 이용하여 미분을 도입하고 있으나, 호주 교과서에서는 변화율과 변화율 함수를 직접 숫자를 넣어 구하는 ‘수치적 방법’을 보조적으로 사용하고 있다. 도함수 도입에 있어 접근하는 단계를 세분화하여 할선(secant)과 접선(tangent)의 기울기를 용어로서 먼저 제시하고, ‘변화율 함수’를 다루고 나서 도함수에 접근함을 알 수 있다([그림 IV-1]).



[그림 IV-1] secant의 왼쪽, 오른쪽, 기울기가 같게 근사하는 방법(11학년 수학적 방법론 p.363)

두 번째, 정적분의 도입 방식을 비교하면 호주는 정적분을 도입하기에 앞서 미분의 역연산으로써 도함수의 활용에서 ‘부정적분’을 먼저 다루고, 적분과 넓이의 관계를 먼저 탐구한다. 전체 범위에서의 곡선과 x축 사이의 넓이를 대략적으로 추측하고, 곡선 아래의 넓이를 직사각형으로 나누어 각 직사각형의 높이를 가로로 왼쪽 값,

중앙 값, 오른쪽 값의 합술향을 두는 것에 따라 세 종류로 넓이를 근사할 수 있음을 다룬다. 우리나라의 구분구적법과 유사한 세 종류의 ‘넓이 근사’를 다룬 후에야 ‘정적분’을 ‘직사각형들의 합’으로써 정의함을 알 수 있다(그림 IV-2).



[그림 IV-2] 넓이 근사의 세 가지 방법(12학년 수학적 방법론 p.164)

또한 정적분을 직사각형들의 넓이의 합으로 정의하기 전에 여러 단원에 걸쳐 미분의 역연산으로써 부정적분을 다루며, 정적분을 정의한 후 미적분의 기본정리를 다룬다. 그 후 정적분을 미적분의 기본정리으로써 다룰 수 있음을 제시한다.

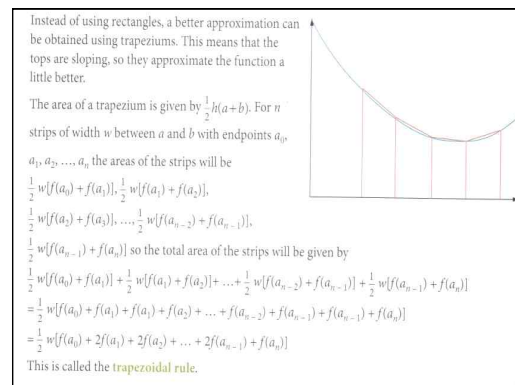
세 번째, 도함수의 활용을 비교해보자면 호주 교육과정에서는 한국 교육과정에서 다루는 ‘롤의 정리’나 ‘평균값 정리’를 다루지 않는다. 한국 교육과정에서는 ‘연속성’과 ‘미분 가능성’에 대해 중점을 두어 도함수의 활용을 다루기 때문에 ‘롤의 정리’나 ‘평균값 정리’를 다루지만 호주 교육과정에서는 ‘연속성’과 ‘미분 가능성’을 해석적으로 엄밀하게 다루지 않기 때문에 이 두 정리를 다루지 않는다.

또한 호주 교과서에서는 속도와 가속도 문제 해결 과정에서 ‘역도함수’를 자연스럽게 사용하고 있으며, 실제 생활에서 도함수가 쓰이는 것을 염두에 두고 물리현상에서 볼 수 있는 ‘변화율’이나 ‘힘’, ‘최적화’ 등에 중점을 두고 있다.

특히 ‘최적화’에 있어 수학적 방법론에서 미분의 활용 단원의 절반 분량에 걸쳐 다루고 있다.

네 번째, 소재 측면에서 보면, 도함수를 실제적인 상황에서 활용할 수 있도록 다양한 예제를 다루고 있다. 예를 들어, 심화수학에서는 도함수의 활용으로써 한국의 과학교과에서 다루는 ‘뉴턴의 운동 법칙’을 함께 다루고 있다. 현실에서 사용하고 있는 물리적 개념들을 수학교과서에서 직접 다룸으로써 융합적 사고를 할 수 있도록 한다. 뉴턴의 운동 법칙, 모멘텀 개념을 직접 제시하기 때문에 수학교과 안에서 과학에서 쓰이는 개념을 비중 있게 다루는 것을 볼 수 있다. 다만, 예제나 연습문제는 복잡한 사고를 요하는 문제가 아닌 간단한 계산이 쓰이는 문제로 이루어져 있다.

다섯 번째, 적분의 활용에서 살펴보면 호주 교육과정에서는 한국의 3차 교육과정에서 잠시 등장하고 삭제된 ‘정적분의 근사값’에 대한 내용이 적분의 활용으로써 다루어진다. 또한 적분값을 근사하기 위한 수치적분에서 사용되는 방법인 ‘중점법칙’, ‘사다리꼴 공식’, ‘심프슨 공식’을 다루고 있다(그림 IV-3). 그러나 각 법칙에서 ‘오차’나 ‘오차 사이의 관계’에 대해서는 다루지 않는다.

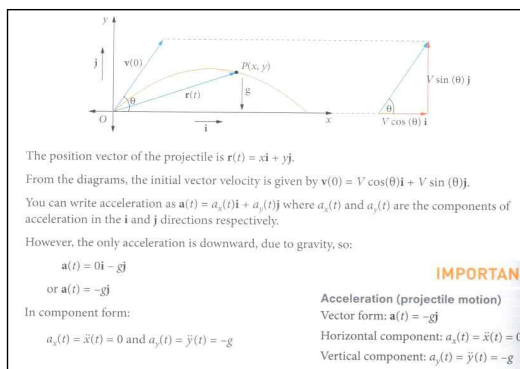


[그림 IV-3] 사다리꼴 공식(12학년 심화수학 p.388)

그 외의 특징을 살펴보면, 호주 교육과정에서는 삼각함수의 미분을 성취기준에서 명시한대로 극한의 수치적 추정에 의해 도함수를 구하고 기하작도(단위원에서 직각삼각형을 그려 부등식을 세운 후 샌드위치정리를 직관적으로 사용)를 이용하여 증명하고 있는데, 삼각함수의 덧셈정리를 이용하지 않고, 미분의 정의를 적용하여 공학도구를 사용해 도함수를 추측하는 것과 단위원에서의 직각삼각형을 그려 부등식을 세운 후 샌드위치정리를 직관적으로 사용하여 다루고 있다.

또한 매개변수 함수의 미분은 시간을 매개변수로 나타내는 벡터함수로써 실제로 매개변수로 표현해야하는 상황을 제시하여 다루고 있으며, 매개변수로 표현된 벡터 함수의 미분을 다루면서 시간에 따라 포물선 형태로 운동하는 물체에 대해 다루고 있다([그림 IV-4]).

마지막으로 음함수의 미분은 일계미분방정식을 다루기에 앞서 정의하며, 미분방정식의 예로 ‘로지스틱 방정식’을 다양한 상황에서의 예제와 연습문제로 제시한다는 특징이 있다.



[그림 IV-4] 포물선 운동에서 벡터함수의 미분(12학년 심화수학 p.220)

V. 나가는 말

다른 나라에서 다루는 수학 학습 내용과 우리나라와의 공통점 및 차이점을 파악하는 것은 국가 교육과정과 관련하여 시사점을 도출할 수 있는 방법 중 하나라 할 수 있다(방정숙 외, 2015). 본 연구는 이러한 관점에서 다른 나라와의 교육과정 비교 연구를 수행하게 되었고, 비교 나라의 선별로서는 비교적 최근이라 할 수 있는 2012년 새로운 교육과정을 공표, 2015년부터 시행하고 있는 호주를 대상으로 비교·분석하게 되었다.

호주의 고등학교(Senior Secondary)는 우리나라 학제와 다르기 때문에 서로의 학년을 일대일 비교하는 것이 타당한 일은 아니라 할 수 있지만, 비교적 우리나라 고등학교 2~3학년 교육과정에 해당된다고 볼 수 있다. 내용적인 측면에 있어서도 호주의 고등학교 교육과정은 선택 교과목인 필수수학, 일반수학, 수학적 방법론, 심화수학으로 구성되어 있고, 각 교과목에는 unit 1에서부터 unit 4까지 4개의 대단원으로 이루어져 있다. 따라서 우리나라 교육과정에서 처럼 수학 내용에 따른 대영역 구분이 되어 있지 않아서 호주의 교육과정의 각 교과목과 우리나라 교과목을 일대일 비교하는 것이 가능하지 않다. 이에 따라 호주의 교육과정에서 다루는 내용을 일일이 분해하여 대수, 기하, 확률·통계, 해석 영역으로 나누었을 때, 해석 영역에 해당되는 모든 내용을 발췌하여 우리나라 교육과정의 해석 영역과 비교하였다.

우리나라 교육과정과 호주의 교육과정 분석 결과를 제시하는데 있어서 먼저, 다루고 있는 내용의 양적 혹은 난이도 측면에서는 내용에 따라 우리나라는 다루고 호주는 다루고 있지 않거나 우리나라는 다루지 않으나 호주는 다루고 있는 등 서로 상이한 부분이 많아서 둘 중 어느 나라가 더 많은 수학 내용을 다루고 있다고 단정 짓기 어렵다는 사실을 밝혀둔다. 예를

들어, 우리나라에서만 다루고 있는 내용으로 ‘실수까지의 지수 확장’, ‘함수의 극한 성질’, ‘함수의 연속’, ‘연속과 미분 가능성’, ‘함수의 평균값 정리’, ‘미분법을 이용한 부등식 풀이’, ‘수열의 극한의 성질’, ‘정적분과 급수의 합 간의 관계’ 등이 있다.

이에 반해 호주는, 미분계수를 다룰 때 그래프에서 변화율만 간단히 제시하는 우리나라와는 다르게 변화율을 나타내는 식을 새로운 함수로 정의하고 변화율 함수의 성질을 다루며, δx 의 변화량에 따라 변화율의 근사값을 관찰한다거나 하는 변화율에 대한 근사값을 다루고 있다. 그리고 호주는 우리나라와 다르게 물리적 내용과 융합시킨 ‘운동 모델링’을 성취기준에 두기도 하고 또한 우리나라 교육과정에서 다루고 있지 않은 사다리꼴 법칙, 중점 법칙, 심프슨의 법칙을 다루는 ‘수치적분법’과 같은 내용을 다루기도 한다.

또한 호주의 교과서에서는 비교적 간단한 개념 설명이 나와 있지만 많은 문제가 제시되어 있을 뿐 아니라 다양한 수준의 문제까지 포함되어 있기 때문에, 내용의 양이나 심화 정도에서 두 나라의 차이점을 논하는 것이 합당치 않다. 예를 들어, ‘벡터함수의 미적분’ 같은 경우 우리나라 2009 개정 교육과정에서도 음함수/매개변수를 벡터의 성질에서 다루는 것이 아니라, 기하 영역에서 간단히 다루고 있고 2015 개정 교육과정에서는 미적분 교과에 통합하면서 성취기준이 보다 약화되어 있는 상태이지만, 호주에서는 물리적 상황의 포물선 운동을 도입하면서 진공탄도 방정식까지 유도하고 있으므로 우리나라 2009 개정 교육과정 내용보다 심화되어 있다고 볼 수 있다. 따라서 두 나라의 해석 영역에 대한 난이도나 분량 관련에 대한 논의가 필요하다면 추후 학교 수학 수업 시수까지 고려해서 종합적으로 비교하는 것이 더 합당해

보인다.

그러나 이러한 양적 비교 분석 외에도 수학 내용에 접근하는 방법에 있어서 의미 있는 분석이 도출되었다. 예를 들어, 우리나라 2015 개정 교육과정에 따르면 정적분의 도입 방식이 급수의 합으로 정의하던 방식으로부터 미적분의 기본정리를 정의의 형태로 재 진술하는 방식으로 변경되었다(박경미 외 2014). 반면 호주는 미분과 적분 영역에서 정적분의 도입을 ‘급수의 합’으로 정의하고 있으며, 정적분의 정의에 앞서 ‘곡선과 x 축 사이의 넓이’를 다각형으로 근사하는 것을 다룬 후 구분구적법을 쉽게 이해하기 쉬운 수준으로 충분히 다루고 있다. 또한 정적분의 정의를 다루기 위해서는 곡선 아래의 넓이를 자세히 다루고 있으며, 정의를 이해하는데 도움이 되는 보조 개념들을 충분히 다루고 있다. 이는 정적분을 도입하기 전에 곡선 아래의 넓이를 하나의 다각형이나 x 축에 수직인 여러 개의 직사각형으로 넓이 근사를 하는 것을 다루고 이후 미적분의 기본정리를 배우는 방식으로 접근하고 있는 것이다. 따라서 우리나라 교육과정 개선 연구에 있어서도 이와 같은 방식이 학습자의 인지적 부담 경감 측면에서 도움이 될 수 있는지 심도 있게 검토할 필요가 있으며 수학 내용의 양적 축소에만 관심을 두는 것이 아닌 학습 과정에서 보조 개념들을 보다 충분히 다루는 방향을 고려해 봐야 할 것이다.

마지막으로 호주의 교육과정과 교과서의 또 다른 특징은, 교육과정 및 교과서가 주제 중심으로 이루어져 있으며, 이에 따라 대단원 unit 1에서 다룬 수학 내용을 unit 3의 또 다른 상황에서 그 내용을 반복해서 다루게 될 수도 있다. 예를 들어, 필수수학에서 ‘단리와 복리’를 12학년 5단원에서 간단히 개념을 다루고 14단원에서 복리의 예로써 대출을 한 단원에 걸쳐 주제

중심으로 충분히 다루고 있다. 이는 같은 방식으로 내용을 폭 넓은 맥락에서 반복해서(내용의 깊이가 달라질 수 있으나) 다룸으로 인하여 다층적 접근이 가능하다는 특징이 있다. 뿐만 아니라 호주의 교과서는 실제 생활에서의 쓰임과 과학현상에서의 적용 등 다양한 예를 다루고 있어 수학의 도구적 동기를 높일 수 있다. 이와 관련하여 활용적인 측면도 강조되고 있는데 예를 들어, 도함수의 활용으로 ‘물체의 운동’, ‘로지스틱 방정식’을 다루고 있고, 정적분의 활용에서는 ‘정적분의 근삿값’, ‘지수확률밀도함수’를 다루어 미적분에 대한 활용을 폭 넓은 맥락에서 다루고 있음을 알 수 있다.

이러한 특징은 교과서뿐만 아니라 교육과정 문서 체계 자체에서도 찾아볼 수 있는데, 호주의 교육과정 성취기준은 다루어야 할 개념을 실생활 맥락까지 함께 제시한다거나(필수수학, 일반수학) 다루어야 하는 수학적 내용을 구체적으로 상세히 제시(수학적 방법론, 심화수학)하고 있다. 예를 들어 비율을 다루는 데 있어서, 속도, 이율, 요금, 단가 비교, 심박동수 등과 같은 소재와 더불어 성취기준을 제시한다거나, 도함수의 활용과 관련하여 ‘유한 구간 정의역에서 간단한 다항식을 포함한 다양한 상황에서 발생하는 최적화 문제 풀기’와 같이 어떤 수학 내용을 어느 정도의 수준으로 다루어야 할지를 구체적으로 제시하고 있다. 이러한 교육과정 성취기준 예시는 수학 개념의 실생활에의 적용 측면이나 우리나라 교육과정 성취기준 문서 체계 개선에 있어서 고려해봐야 할 내용이라 할 수 있다. 교육과정을 어떠한 형식과 내용으로 구성하는가는 학생들이 받게 되는 교육 경험의 질과 밀접한 것이므로 국가교육과정 기준 문서의 구성 체제나 하위 내용의 중요성은 매우 크다(임유나·홍우조, 2014). 따라서 기능적 측면에서나 사용적 측면을 고려할 때, 보다 상세한

성취기준을 제시하는 교육과정 문서 체계 개선 연구가 뒤따라야 할 것이다.

참고문헌

- 김선희(2014) 고등학교 수학과 교육과정 개선을 위한 외국 교육과정의 탐색-일본, 대만, 홍콩, 핀란드, 중국을 중심으로. **수학교육학연구**, 24(4), 481-498
- 김관수(2011) 한국과 중국의 초등수학 교과서의 내용과 전개방식 비교-수개념과 덧셈 뺄셈 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 15(3), 599-617
- 나귀수, 황혜정, 임재훈(2003). 수학과 교육과정에서의 내용 비교 연구-: 우리나라, 미국의 캘리포니아주, 영국, 일본을 중심으로. **수학교육학연구**, 13(3), 403-428.
- 나미영, 이창석, 이지연, 윤상준, 오예린, 권오남 (2015) 2009 개정 수학과 교육과정과 CCSSM 성취기준 비교: 고등학교 통계 단원을 중심으로. **학습자중심교과교육연구**, 15(11), 327-347.
- 박경미(2004) 중국 수학 교육과정의 내용과 구성 방식의 특징. **학교수학**, 6(2), 119-134
- 박경미, 권오남, 박선화, 박만구, 변희현, 강은주, 서보억, 이환철, 김동원, 김선희(2014) **문·이과 통합형 수학과 교육과정 재구조화 연구**. 교육부 정책연구.
- 박경미, 임재훈(2002) 교과서: 한국, 일본과 미국, 영국의 수학 교과서 비교. **학교수학**, 4(2), 317-331
- 방정숙, 이지영, 이상미, 박영은, 김수경, 최인영, 선우진(2015). 한국·중국·일본·미국의 초등학교 수학과 교육과정 비교·분석. **한국학교수학회논문집**, 18(2), 311-334.
- 소경희(2011). 국가교육과정에 제시된 창의성 관련 지침의 개선 방향 탐색- 캐나다, 영국,

- 호주 교육과정과의 비교를 중심으로. **교육문화연구**, 17(2), 149-174.
- 소경희, 장주경, 이선영(2011) 호주 국가교육과정의 개발 과정 및 주요 특징. **비교교육연구**, 21(2), 51-73
- 송미영, 임해미, 최혁준, 박혜영, 손수경(2013) **OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2012 결과 보고서**. 한국교육과정평가원 연구보고 **RRE 2013-6-1**
- 윤제진, 강홍재(2008) 한국과 일본의 초등학교 수학교과서 비교 연구-6학년을 중심으로. **한국일본교육학연구**, 13(1), 165-197
- 이숙경(1993) 한국과 러시아의 고등학교 수학교과서 비교 연구-미적분을 중심으로. **수학교육**, 32(3), 158-194
- 이용숙, 김영준, 이근남, 양미경, 최성욱, 박순경(1995) **교과서 정책과 내용구성 방식 국제 비교 연구**. 한국교육개발원 연구보고 **RR 95-17**
- 임유나, 호우조(2014). 국제비교를 통한 국가교육과정기준 총론 구성 체제의 개선. **한국교육학연구**, 20(1), 41-66.
- 정서영, 윤종국(2009) 한국과 아일랜드의 고등학교 수학 교과서 비교·분석. **한국교원대학교 교육연구원**, 25(2), 161-179
- 정영옥(2004) 독일의 수학 교육과정에 대한 고찰-Nordrhein-Westfalen 주를 중심으로. **학교수학**, 6(2), 181-211
- 최병훈, 방정숙, 송근영, 황현미, 구미진, 이성미(2006) 한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석-도형과 측정 영역을 중심으로. **학교수학**, 8(1), 45-68
- 최영란, 조민식(2011) 한국과 핀란드의 고등학교 수학 교과서 비교 연구. **한국교원대학교 교육연구원**, 27(1), 61-82
- 허난, 안은경, 고호경(2011) 한국과 독일의 중학교 수학 교과서 분석을 통한 함수 내용 비교. **학교수학**, 13(2), 323-343
- Caruso, T. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS GENERAL 12* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Coffey, D, et al. (2011), *Mathematics 10-10A student book*. Australia: PEARSON.
- MacBeth-Dunn, T. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS GENERAL 11* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Swift, S. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS METHODS 11* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Swift, S. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS METHODS 12* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Swift, S. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS SPECIALIST 11* for the Australian Curriculum., Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Swift, S. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS SPECIALIST 12* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Thomson, S. et al. (2014), *NELSON SENIOR MATHS ESSENTIALS 11* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Thomson, S. et al. (2015), *NELSON SENIOR MATHS ESSENTIALS 12* for the Australian Curriculum. Australia: NELSON CENGAGE Learning.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority (ACARA), <http://www.australiancurriculum.edu.au/>

A Comparative Curriculum Analysis of High School Mathematics in Korea and Australia

Ko, Ho Kyoung (Ajou University)

Chang, Kyung-Yoon (Konkuk University)

Shin, Min Kyung (Graduation School, Ajou University)

Comparison of curriculum between various countries is a major research method for studying a course and content quoted on Korea's national curriculum. Therefore this research focuses on comparing and analyzing a new curriculum which Australia has announced on 2012 and conducting since 2015.

From this research result, we found that Australia's curriculum achievement shows some unique characteristics. Such examples can be dealing a concept with real life context and proposing a mathematical content specifically.

Also they introduce the definite integral by defining to the sum of series. There are other characteristics such as modelling motion, and numerical integration which Korea's highschool curriculum achievement doesn't deal with, and the content of vector calculus is handled more deeply. As a result of analyzing Australia's textbook, it fully deals with the supplementary notion to help understand mathematical definition. Hence further research will be needed later on to relieve the aspect of cognitive burden on Korean learners.

* Key Words : Korea High-School Curriculum(한국 고등학교 교육과정), Australian Senior Secondary Curriculum(호주 고등학교 교육과정), Analysis Area(해석 영역), Comparative Study(비교 연구)

논문접수 : 2016. 5. 10

논문수정 : 2016. 6. 5

심사완료 : 2016. 6. 8