

개별요소법을 이용한 도상자갈 침하 영향인자 평가

김기재* · 이성진** · 장승엽*** · 황성호****

Kim, Ki Jae*, Lee, Sung Jin**, Jang, Seung Yup***, Hwang, Sung Ho****

Evaluation of the Influence Factors on the Ballast Settlement by using the Discrete Element Method

ABSTRACT

Most of the domestic railroad tracks are ballast track and repetitive maintenance is required in this track. Therefore, it is necessary to optimize maintenance process for maintenance cost reduction and more effective maintenance. For this, it is important to develop a reasonable settlement progressive model of ballast layer. However, the behavior of ballast is different to that of soils, since ballast is composed of large coarse gravel. Thus, in this study, we carried out numerical analysis by using the discrete element method (PFC 2D) for better understanding of ballast settlement and development of reasonable settlement progressive model. And, we evaluated the settlement of ballast according to particles shape, porosity and loading conditions.

Key words : DEM, Ballast, Settlement, Railroad, Maintenance

초록

국내 대부분의 노선은 자갈도상궤도로 이루어져 있어, 지속적인 유지보수가 요구되고 있다. 따라서, 보다 효과적인 유지보수를 통해 비용 절감을 위해서는 예방보수를 통한 유지보수의 최적화가 필요하다. 여기에는 도상자갈층의 침하 진전모델의 확보가 필수적이다. 그러나, 자갈도상재료는 입자가 큰 조립재료로서 일반 지반재료와는 다른 거동을 보인다. 따라서, 본 연구에서는 자갈재료의 거동에 대한 이해와 침하진전모델의 합리적인 개발을 위해 개별요소해석을 수행하였으며, 입자 형상, 공극률, 하중조합 및 빈도에 따른 침하거동을 비교 분석하였다.

검색어 : 개별요소법, 자갈도상재료, 침하, 철도, 유지보수

1. 서론

궤도는 레일, 체결장치, 침목으로 구성된 상부 구조와 도상자갈, 보조도상, 노상으로 구성된 하부 구조로 구성되어 있다. 과거에는 경험적인 구조물로 침목 아래의 하부 구조를 구성하는 재료보다 상부구조에 대한 관심이 많았지만, 궤도 유지보수비에서 하부구조가 차지하는 부분이 많은 사실을 인식한 후, 이에 대한 중요성이 강조되고 있다. 따라서, 유지관리 비용의 최소화를 위하여 점진적인 궤도파괴의 원인 분석 및 그 예방책의 마련을 위하여 보다 체계적인 연구가 요구되고 있다.

궤도의 유지보수비 절감을 위하여 다양한 형태의 궤도를 구성하여 사용하고 있지만, 기존선의 경우에는 대부분 자갈도상으로 이루어져 있기 때문에 도상궤도의 거동특성 분석 및 이를 통한 유지보수의 효율성 증진은 필수적이라고 할 수 있다(Chung, 1998). 한편 도상궤도를

* 한국철도공사 사원 (Korail · kimkj2080@naver.com)

** 정회원 · 교신저자 · 한국철도기술연구원 선임연구원 (Corresponding Author · KRRI · geolsj@krii.re.kr)

*** 중신회원 · 한국철도기술연구원 책임연구원 (KRRI · syjang@krii.re.kr)

**** 정회원 · 한국철도기술연구원 선임연구원 (KRRI · forever7@krii.re.kr)

Received September 21, 2015/ revised May 13, 2016/ accepted June 22, 2016

구성하는 주요 재료인 도상자갈이 궤도의 구조적 성능 저하를 발생시키는 가장 중요한 구성품 중 하나이며, 노반에 비해 큰 침하가 발생하여 도상궤도 침하에 대한 주요한 영향인자로 평가된다(Selig and Waters, 1994). 따라서, 자갈도상궤도 기능의 효율성 및 유지보수비의 절감을 위해서는 자갈도상궤도의 침하 및 성능 저하에 큰 영향을 미치는 요인인 도상자갈에 대한 재료적 성질뿐만 아니라 궤도시스템이나 주변 환경에 의한 영향과 같이 현장조건을 고려한 도상자갈에 대한 침하 모델 활용이 필요하다.

즉, 이러한 침하 모델을 이용하여 자갈도상궤도의 궤도틀림 및 침하를 예측한 계획 보수를 통하여 최적화된 유지보수 관리가 필요하지만, 자갈도상 입자의 경우 연속체가 아닌 개별 입자의 형태로 그에 대한 거동 특성을 예측하기는 어려움이 따르며, 현장 시험을 통한 연구는 다양한 영향조건의 제어에 한계가 있기 때문에 정확한 평가를 수행하기 어렵다. 따라서, 다양한 영향인자들이 도상자갈의 침하에 미치는 영향 정도를 정성적으로 비교·평가하는 데에는 개별요소법을 활용하는 것이 효과적일 수 있다.

Lim and McDowell (2005)은 열차하중이 작용하는 도상자갈의 역학적 거동 연구를 위해서 Box test를 시뮬레이션하여 도상자갈의 맞물림(Interlocking)효과가 침하에 미치는 영향에 대해 연구를 수행하였다. Lobo-Guerrero and Vallejo (2006), Hossain et al. (2007), Lu (2008), Indraratna et al. (2010), Lu and McDowell (2010)은 개별요소법을 이용한 수치해석으로 도상자갈 입자의 마모 및 파쇄를 나타낼 수 있는 입자를 생성하여 다양한 조건의 실내시험 및 궤도에서의 입자 마모 및 파쇄에 따른 침하에 대한 연구를 수행한 바 있으며, Lu and McDowell (2007), Stahl and Konietzky (2011), ZHANG and ZHOU (2012)은 실제 도상자갈의 입자형상을 나타낼 수 있는 3차원 입자형상 방법을 제시하였으며, 생성한 입자를 이용하여 다양한 실내시험을 수행하여, 도상자갈의 침하 및 입자형상의 영향을 평가하였다. Chen et al. (2012)은 지오그리드로 강화된 도상자갈에 대한 반복하중을 모사하여, 구속 유·무에 따른 지오그리드의 적정 설치 위치에 대한 수치해석을

수행하였다.

이와 같이 수치해석을 이용한 자갈도상 재료의 거동 예측에 대한 침하 진전 모델을 확보하기 위해서는 주요 영향 인자들에 대한 평가를 통해 모델 변수와 상수를 제시해야 할 것이다. 이에 본 논문에서는 도상자갈의 침하 모델에서 고려해야 할 변수와 상수에 포함될 영향인자 중 하중크기, 하중조합/빈도, 입자형상, 공극률 등이 자갈도상궤도의 침하에 미치는 영향을 평가하기 위해 실내시험과 함께 개별요소법(Discrete Element Method)을 이용하여 도상자갈의 역학적 거동의 이해를 위한 기초연구를 수행하였다.

2. PFC 2D를 활용한 자갈도상 재료 침하 거동 평가

2.1 미시물성치(Micro-Parameters) 산정

개별요소법에서 개별 입자들의 상호거동을 규정하기 위한 미시물성치는 전체적인 물리적 현상과 직접적인 상관관계를 갖지 못한다. 따라서, 개별 입자들의 상호거동을 규정하기 위한 미시물성치의 산정은 연속체 모델과 같이 특정 실내 또는 현장시험을 통해 직접적으로 산정될 수 없다. 또한, 동일한 미시물성치를 적용하더라도 전체적인 거동양상은 입자의 크기 및 배열형태, 공극률 등에 따라 큰 차이를 보일 수 있다(Noh, 2013). 따라서, PFC와 같은 개별요소법에서는 실내 또는 현장시험 등을 수행한 결과와 입자의 미시물성치를 적용한 PFC 해석결과를 비교하는 작업을 수행하여 재료의 거동을 잘 표현할 수 있는 적정 미시물성치를 산정해가는 역해석 절차가 필요하다. 따라서, 본 논문에서는 PFC 2D로 실내 Box Test를 모델화하여 실내 Box Test 결과와 유사한 도상자갈의 거동이 나타나는 미시물성치를 산정하였다.

2.1.1 실내시험

수치해석시 필요한 미시물성치를 산정하기 위해 실내시험인 Box test를 수행하였으며, 실내 Box test의 장비는 Fig. 1과 같이 국내 경부고속철도의 궤도영역을 반영하여 시험 Box는 폭(W)

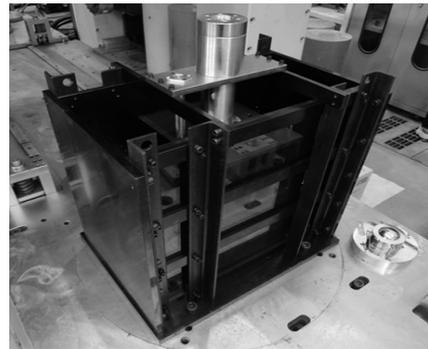
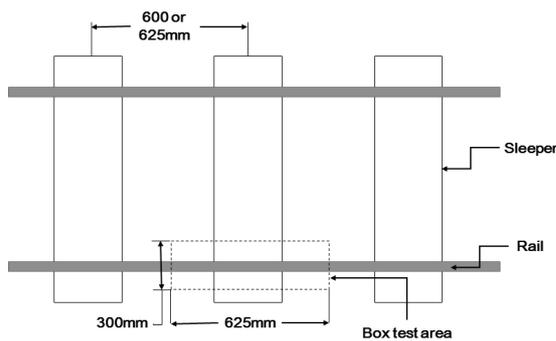


Fig. 1. The Box Test Apparatus

625mm, 깊이(D) 300mm, 높이(H) 600mm로 윤중에 의한 도상자갈의 거동을 평가할 수 있도록 제작하였다. 도상자갈에 재하를 위한 재하장치로 침목의 제원을 고려하여 폭(W) 270mm, 깊이(D) 300mm, 높이(H) 200mm로 제작하였다(Lee et al., 2013).

Box test를 수행하기 위한 도상자갈의 선별은 재료의 종류에 따른 영향을 배제하기 위해 동일 지역의 도상자갈을 사용하였으며, 도상자갈의 입도는 철도용품 공사규격서에 제시된 상한입도(Fig. 2)에서 먼지나 오물의 영향을 배제하기 위해 10mm이하의 입자를 제거 후, 세척한 도상자갈을 사용하여 일정 밀도의 시편을 제작하였다.

조성한 시편을 이용하여 PFC의 미시물성치 산정을 위한 시험 조건은 Table 1에 설명된 바와 같으며, 그 결과는 Fig. 4에 수치해석 결과와 같이 나타내었다.

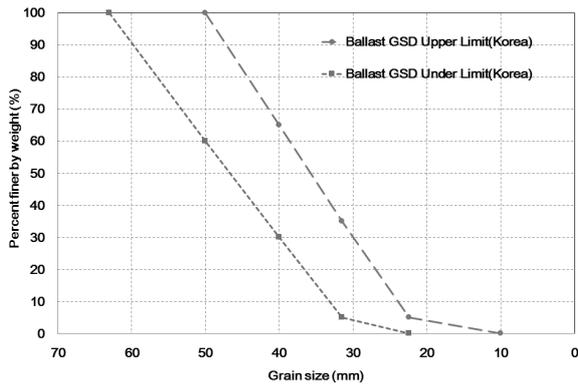


Fig. 2. The Range of Particle Size of Ballast

2.1.2 미시물성치 산정을 위한 역해석

수치해석에서 입자는 단위 길이의 원통형을 가지는 선형(Linear) 물성 모델에 접촉강성(Contact-stiffness)거동 모델과 미끄러짐(Slip)거동 모델을 선택하여 적용하였다.

문헌조사 및 실내 Box test 결과 도상자갈의 침하는 입자의 파쇄보다는 입자의 재배열에 의한 영향이 지배적으로 나타났다. 따라서, 수치해석시 도상자갈의 구간별 실제 입자의 형상을 고려한 파쇄되지 않는 Clump 입자를 사용하였으며 모델 생성 절차는 다음과 같다. 실내 Box test와 동일한 크기의 직사각형 Wall과 같은 입도 분포를 가지는 원형 Ball을 생성하여 원형 Ball의 크기에 따라 구간별(10~22.4mm, 22.4~31.5mm, 31.5~40mm, 40~50mm) 범위를 설정한 후, Table 2에 나타난 둥근 형상과 장방형 형상의 Clump입자를 혼합하여 생성하였다. Fig. 3은 실내 Box test와 PFC 2D로 생성한 Box test 모델을 나타내었으며, 수치해석을 위한 Box test모델의 공극률은 25.42%이다.

실내 Box Test 결과(B-1, B-2)를 이용한 수치해석 모델의 역해

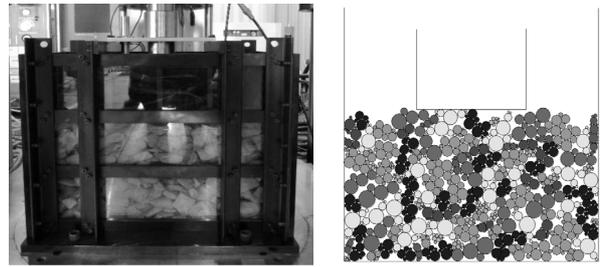


Fig. 3. The Models of Experiment and Numerical Analysis

Table 1. Box Test Condition

No. of specimen	GSD	Unit weight (t/m ³)	Seating force (kN)	Cyclic deviatoric force (kN)	Loading frequency (Hz)	No. of cyclic loading (n)	Remarks
B-1	Ballast upper limit	1.48	2	20	10	1,000	Test condition for micro-parameters
B-2				40		1,000	

Table 2. Shape of Ballast

Particle size (mm)	Round shape	Elongated shape	Particle size (mm)	Round shape	Elongated shape
10~22.4			22.4~31.5		
31.5~40			40~50		

석을 수행하여 산정한 미시물성치는 Table 3과 같고 그 결과는 Fig. 4에 나타내었다.

Table 3. Micro-Parameters

Micro-parameter	Values
Particle density (kg/m^3)	2600
Particle diameter (m)	$1 \times 10^{-2} \sim 5 \times 10^{-2}$
Friction factor	0.46
Normal & Shear contact stiffness (N/m)	2×10^8
Wall stiffness (N/m)	2×10^8

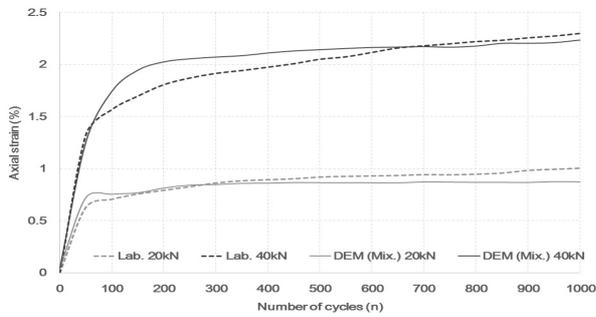


Fig. 4. The Result of Experiment and Numerical Analysis for Micro Parameters

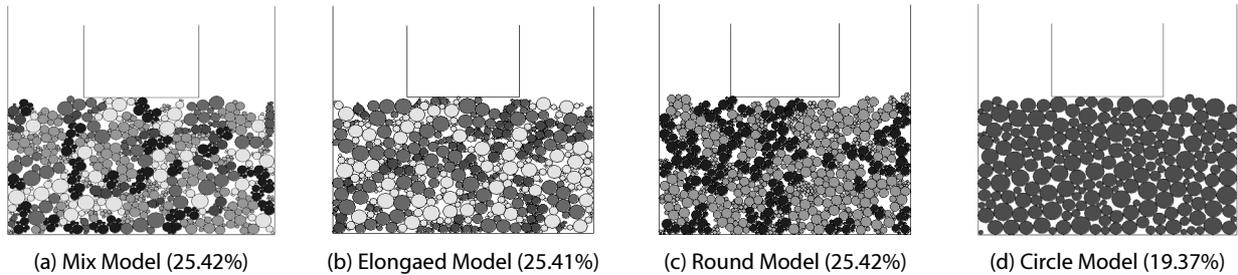


Fig. 5. The Box Test Models According to the Particle Shape

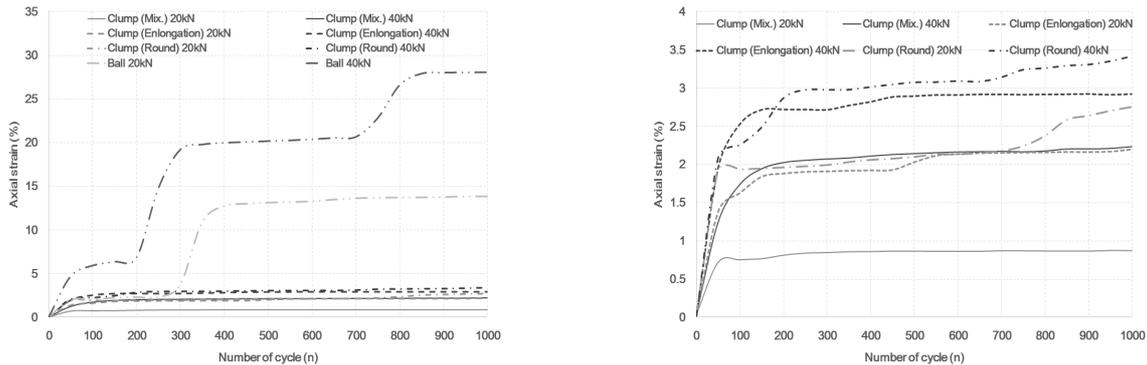


Fig. 6. The Strain According to the Particle Shape

2.2 개별요소법을 이용한 도상자갈 침하의 영향요소 평가

Box test 결과의 역해석을 통해 획득한 미시물성치를 이용하여 입자형상, 시편의 밀도 및 다짐도를 나타내는 공극률, 하중조합의 영향에 대하여 평가하였다.

2.2.1 입자 형상의 영향

실제 도상계도의 거동에서 도상자갈 입자 형상의 영향에 대해 많은 관심과 연구가 필요한 것으로 인식되고 있다. 그러나, 실내시험이나 현장시험에서 도상자갈의 입자형상에 따른 영향을 고려하기엔 그 한계가 있기 때문에 PFC 2D를 이용하여 Fig. 5와 같이 장방형 형상과 둥근 형상이 절반씩 혼합한 모델, 장방형 형상만으로 구성된 모델, 둥근 형상만으로 구성된 모델과 함께 추가로 도상자갈의 형상을 원형으로 가정한 모델을 포함하여 총 4종류의 Box test 모델에 대해 거동을 평가하였다.

입자형상에 따른 영향을 고려한 해석결과는 Fig. 6에 나타내었다. 원형 형상이 공극이 가장 작은 것에 비해 매우 큰 변형이 발생하였는데 이는 입자형상이 원형으로 입자간 맞물림 효과가 감소하여 마찰계수가 큰 영향을 주지 못한 것으로 변형률은 반복하중 횟수에 따라 계단식으로 발생하였으며, 이 구간에서 입자의 이동 및 재배열이 크게 발생된 것으로 판단된다. 또한, 유사한 밀도로 다짐된 시편의 경우 입자의 형상이 원형에 가까울수록

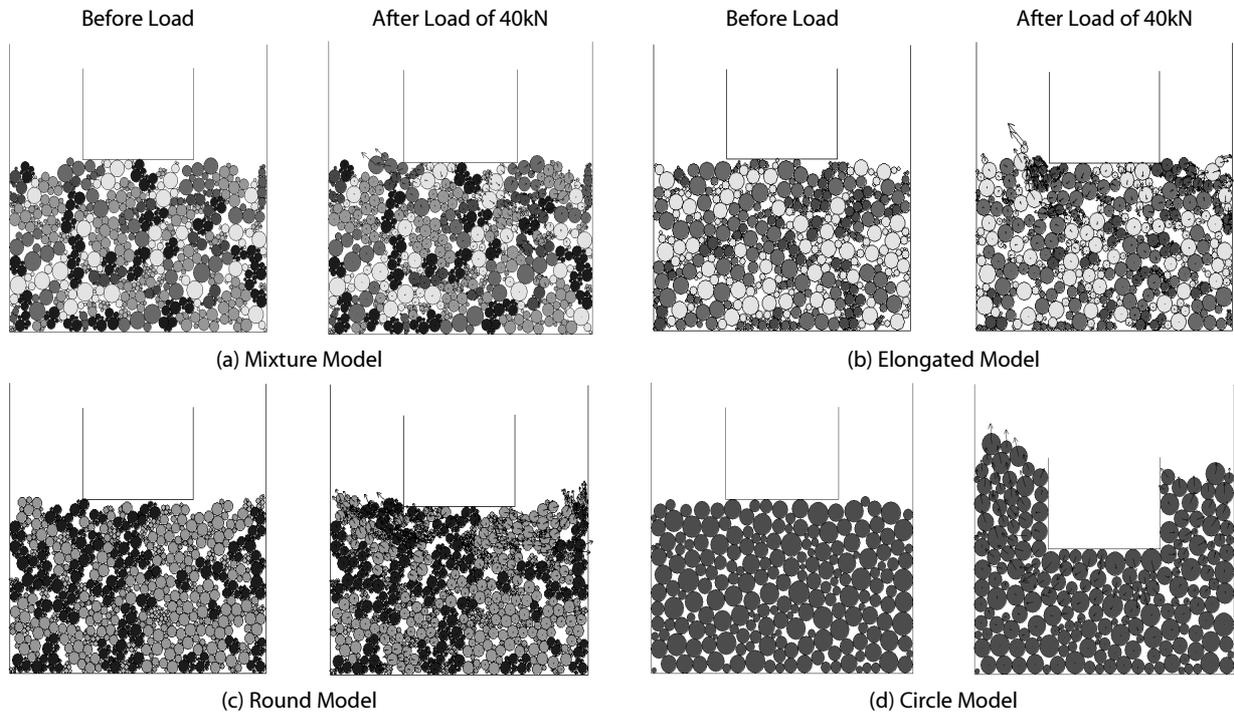


Fig. 7. Displacement and Arrangement of Particles

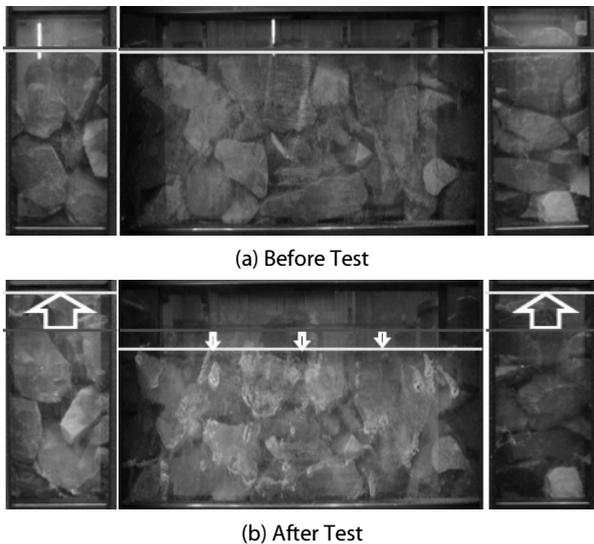


Fig. 8. The Rearrangement of Particles in the Box Test

입자간 맞물림 효과가 적은 것으로 보이며 둥근형과 장방형을 혼합한 경우 입자간 맞물림 효과의 증대로 인해 변형률이 작게 나타났음을 확인할 수 있었다.

Fig. 7은 하중 작용에 따른 입자의 변위 벡터를 나타낸 것이다. 그 결과로 원형형상과 둥근형의 모델에서 입자들의 이동이 크게 발생하는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 모든 Box test모델에서

반복하중 작용으로 인해 침목 하부에 존재하는 입자가 밑으로 하강하는 거동이 나타나며 그 주변에 접촉하고 있는 입자를 이동시킨다. 따라서, 반복하중 작용 횟수가 증가함에 따라 침목 측면으로 입자들이 상승하여 변형이 진행되었다. 이러한 경향은 실내 Box test에서도 동일하게 나타났다(Fig. 8).

2.2.2 공극률의 영향

도상계도에서 갱환작업시 동일한 밀도로 다짐작업을 수행하는 것은 실제적으로 불가능하며 위치에 따라 다짐도가 다르다. 또한, 침목하부의 MTT (Multiple Tie Tamper)작업 후 도상자갈이 빈 공극에 채워진 정도 또한 작업 위치마다 그 정도가 다르다. 따라서, Fig. 9와 같이 둥근형과 장방형 입자형상을 혼합한 Box test모델에 대하여 총 3종류로 공극률을 변화시켜 수치해석을 수행하였다. PFC 2D를 이용한 혼합형 Box test모델에 대하여 시편의 최대 최소 다짐도로 생성하였으며 공극률은 각각 23.63%, 25.42%, 27.45%이다.

해석결과는 반복하중 작용횟수에 따른 변형률로 나타내었다 (Fig. 10). 공극률에 따라 도상자갈의 초기 변형률에 큰 차이가 나타났으며, 공극률이 작을수록 총 변형률은 감소하는 경향이 나타났다. 다음과 같은 해석결과를 통해 공극률이 초기 변형에 매우 큰 영향을 주며 그 영향에 따라 최종 변형률에도 큰 영향을 미치는 것으로 나타났다. 즉, 다짐의 차이로 발생하는 공극률의 차이에

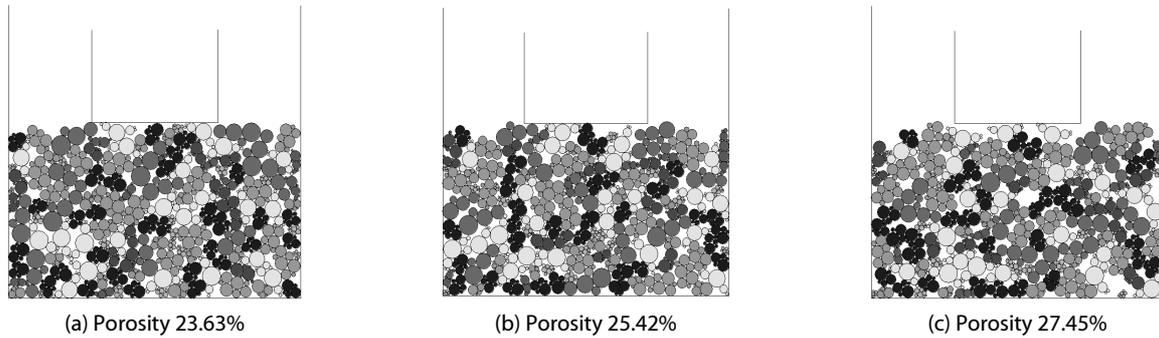


Fig. 9. The Box Test Models According to the Porosity

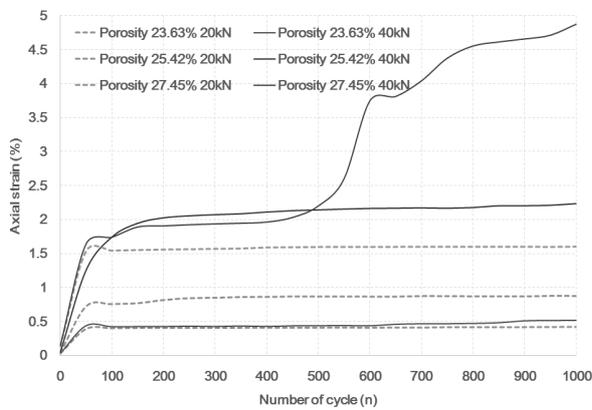


Fig. 10. The Strain According to the Porosity

따라 초기 침하량의 차이가 매우 크게 발생하고 이후 안정화되는 과정에서는 침하가 모두 수렴하는 경향을 볼 수 있었다. 다만, 공극률이 27.45%이고, 40kN의 반복하중이 재하된 경우, 하중 재하 횟수가 증가되면서 불규칙적으로 침하가 급격히 진전되는 경향을 보였는데, 이는 큰 공극률에 맞도록 다져진 입자 배열 구조

등이 40kN의 하중이 반복 재하되는 과정에서 하중 재하의 접촉점의 감소로 인해 입자의 이동 및 재배열이 발생되기 쉬운 입자 배열 구조에서 추가적인 침하가 발생된 것으로 평가된다.

2.2.3 하중조합의 영향

앞서 실내시험 결과를 바탕으로 산정된 미시물성치를 사용해서 입자형상과 공극률에 따른 자갈재료의 침하 거동을 평가한 결과, 실제 재료에서 발생하는 거동의 경향을 해석으로 잘 표현 해내고 있음을 알 수 있었다. 이어서 본 연구에서 관심을 가지고 접근한 주요한 해석 조건인 하중 조합의 영향에 대해 평가하였다.

실제 도상계도에서 열차 통과시 도상자갈에 전달되는 하중은 축경 위치, 열차 종류, 통과 속도, 레일 및 침목의 종류, 도상자갈 두께 등 다양한 영향요소에 의해 다양한 하중의 크기 및 형태가 나타난다. 이에 PFC 2D를 이용한 추가적인 다양한 크기와 형태의 하중을 조합한 수치해석을 통해 도상자갈의 거동을 예측해 보았다.

하중조합은 하중크기의 시간 제어와 반복하중 횟수 제어로 생성 하였으며 Table 4 and Fig. 11에 나타내었다. 하중크기의 시간제어를 통해 10Hz의 반복하중 10kN, 20kN, 30kN, 40kN을 각각

Table 4. Loading Condition

Loading condition	No. of loading	Seating force (kN)	Cyclic deviatoric force (kN)	Loading frequency (Hz)	No. of cyclic loading (n)	Remarks
Time condition of loading size	L-1	2	10, 20, 30 & 40	10	1,000	Sequential increase of loading size
	L-2		20, 30 & 40			
	L-3		30 & 40			
Number control of repeated loading	L-4		20 & 40			10times(20kN) + 10times(40kN)
	L-5		20 & 40			40times(20kN) + 10times(40kN)
	L-6		20 & 40			90times(20kN) + 10times(40kN)
	L-7		20 & 40			190times(20kN) + 10times(40kN)
	L-8		20 & 40			490times(20kN) + 10times(40kN)
	L-9		20 & 40			890times(20kN) + 10times(40kN)

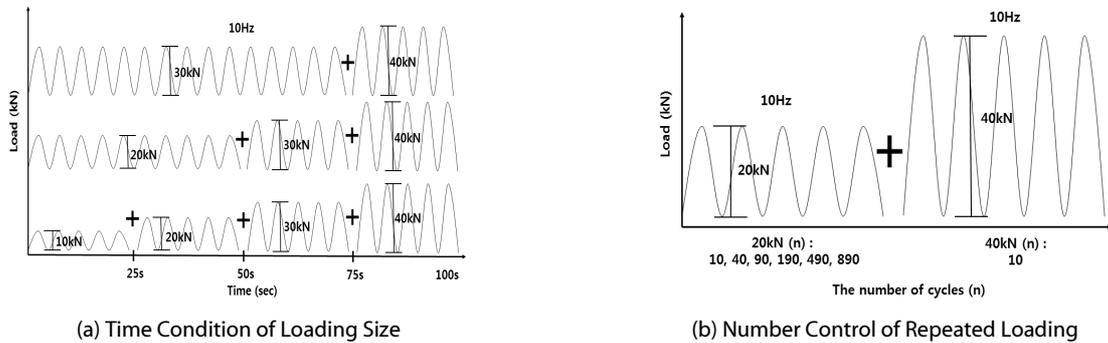


Fig. 11. The Load Method

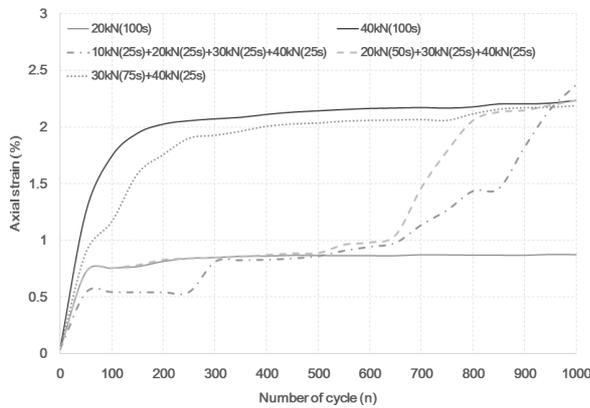


Fig. 12. The Result of Time Condition of Loading Size

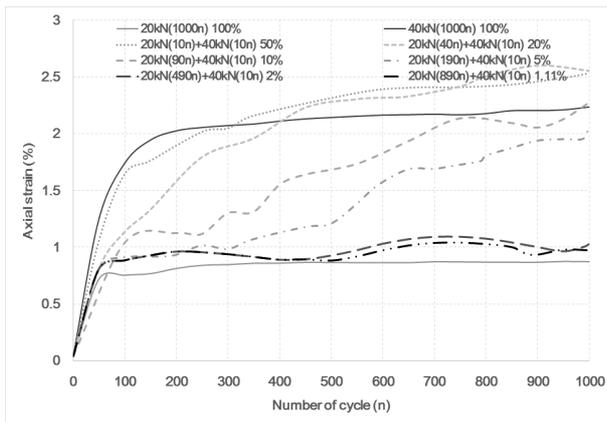


Fig. 13. The Result of the Number Control of Repeated Loading

25초씩 작용한 하중조합(L-1), 하중 20kN을 50초동안 가하고 30kN, 40kN을 각각 25초씩 작용한 하중조합(L-2)과 하중 30kN을 75초동안 가하고 40kN을 25초씩 작용한 하중조합(L-3)과 같이 총 3종류의 하중조합을 생성하였다. 또한, 반복하중 횟수 제어를 통해 20kN의 반복하중이 10, 40, 90, 190, 490, 890회 마다 40kN의 반복하중이 10회 작용하는 총 6종류의 하중(L-4-L-9)을 생성하였

으며, 혼합형 Box test 모델에 적용하여 하중조합에 따른 도상자갈의 침하거동을 평가하였다.

하중크기의 작용시간 제어를 통한 PFC 2D 해석결과는 Fig. 12와 같다. 변형률은 작용한 하중크기가 증가함에 따라 단계적으로 증가하여 최종 변형률은 모든 하중조합에서 유사한 결과가 나타났다. 결국 다양한 하중조합이 반복적으로 작용하는 경우, 변형률은 하중 작용 순서보다 작용한 최대 하중의 크기에 의해 더 큰 영향이 미치는 것을 확인할 수 있었다.

한편, 40kN의 반복하중이 다양한 주기로 반복작용할 경우에 대한 결과는 Fig. 13에 나타내었다. 그 결과는 40kN의 반복하중 빈도가 증가함에 따라 변형률은 단계적으로 증가하였으며, 하중 20kN을 10회 또는 40회 작용시키고 40kN을 10회 작용시킨 하중조합은 40kN만을 작용시킨 경우와 유사한 최종 변형률이 나타났다. 따라서, 최대하중 반복주기가 짧아질수록 최대하중만을 작용한 최종 변형률에 근접해지고 도달하는 시간이 짧아지는 것을 확인하였다. 이러한 시험결과는 실제 철도노선에서 하중 종류별 주행 빈도에 따라 발생 가능한 침하예측에 필요한 침하모델을 노선조건에 따라 보정하여 적용할 수 있는 기초자료로 활용할 수 있을 것이다.

3. 결론

본 논문에서는 실내 시험에서 수행하기 어려운 도상자갈의 입자형상, 공극률 및 다양한 하중조합 조건에 대한 평가를 수행하였다. 개별요소법 프로그램인 PFC 2D를 이용하여 실제 도상자갈의 입자형상을 모델링하였으며, Box test 결과에 대한 역해석을 통해 산정한 미시 물성치를 적용하여 다양한 조건의 영향요소에 대한 수치해석을 수행한 결론은 다음과 같다.

- (1) 둥근형, 장방형 및 원형 입자를 생성하여 입자형상에 따른 해석을 수행한 결과, 입자형상이 원형 형상에 가까운 경우

입자간 맞물림 현상이 적게 발생하여 큰 변형이 나타나는 결과를 보여 개별요소법을 이용한 수치해석을 통해 도상자갈의 입자형상에 따른 거동의 차이를 합리적으로 평가하고 있음을 확인할 수 있었다.

- (2) 자갈도상층의 밀도를 나타내는 공극률을 변화시켜 해석을 수행한 결과, 공극률이 크고 큰 하중재하가 포함된 경우 높은 수직변형률의 발생을 확인할 수 있었다.
- (3) 해석 조건하에서 예상 가능한 조건이었으나, 자갈도상계도의 침하 특성을 확인할 수 있었으며, 이를 통해 자갈도상계도의 침하에 미치는 다양한 자갈도상재료의 영향인자들의 조합으로부터 침하 패턴을 추정하기 위한 모형실험 및 현장 시험의 사전 연구 및 침하모델 도출을 위한 해석으로 적용가능 할 것으로 판단된다.
- (4) 현재 단계에서는 해석이 상대적으로 작은 반복횟수에 제한되고 있어 장기적인 거동의 평가는 어려웠지만, 추후 연구를 통해서 다양한 계도 구조 및 보강공법의 적용에 따라 그 상대적인 침하 특성을 비교·분석할 수 있을 것으로 판단된다.
- (5) 또한, 향후 도상자갈의 거동을 보다 합리적이고 효과적으로 예측하기 위해서는 실제 도상계도 모델링과 실제 열차하중과 유사한 하중조건을 적용한 수치해석을 수행하여 실내시험 및 현장계측을 통한 연구 수행이 어려운 다양한 현장조건에서의 도상계도의 침하거동에 대한 기초연구 자료의 제공이 가능할 것으로 사료된다.

감사의 글

본 논문은 국토교통부 미래철도기술 개발 사업의 연구비 지원(과제번호 14RTRP-B065581-02)에 의해 수행되었습니다.

References

Chen, C., McDowell, G. R. and Thom, N. H. (2012). "Discrete element modelling of cyclic loads of geogrid-reinforced ballast under confined and unconfined conditions." *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 35, pp. 76-86.

Chung, K. Y. (1998). *A fundamental research on railroad ballast improvement*, Korea Railway Research Institute (in Korean).

Hossain, Z., Indraratna, B., Darve, F. and Thakur, P. K. (2007). "DEM analysis of angular ballast breakage under cyclic loading." *Geomechanics and Geoengineering*, Vol. 2, No. 3, pp. 175-181.

Indraratna, B., Sanjay, N., David, C., Cholachat, R. et al. (2010). "Field assessment of the performance of a ballasted rail track with and without geosynthetics." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 136, No. 7, pp. 907-917.

Itasca (2002). *Particle Flow Code in 2 Dimensions 4.0 manual*, Itasca consulting Group, Minneapolis, Minnesota, United States of America.

Lee, S. J., Choi, I. Y., Kim, K. J. and Hwang, S. B. (2013). "Evaluation on ballast settlement by box test." *Autumn Conference & Annual Meeting of the Korean Society for Railway*, pp. 323-327 (in Korean).

Lim, W. L. and McDowell (2005). "Discrete element modelling of railway ballast." *Granular Matter*, Vol. 7, No. 1, pp. 19-29.

Lobo-Guerrero, S. and Vallejo, L. E. (2006). "Discrete element method Analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading." *Granular Matter*, Vol. 8, No. 3-4, pp. 195-204.

Lu, M. (2008). *Discrete element modelling of railway ballast*, PhD Thesis, University of Nottingham, Nottingham, England, UK.

Lu, M. and McDowell, G. R. (2007). "The importance of modelling ballast particle shape in DEM." *Granular Matter*, Vol. 9, No. 1-2, pp. 71-82.

Lu, M. and McDowell, G. R. (2010). "Discrete element modelling of railway ballast under monotonic and cyclic triaxial loading." *Geotechnique*, Vol. 60, No. 6, pp. 459-467.

Noh, T. K. (2013). *Numerical modeling for triaxial compression test based on discrete element method*, PhD Thesis, University of Seoul, Gwanak, Seoul, South Korea (in Korean).

Selig, E. T. and Waters, J. M. (1994). *Track Geotechnology and Substructure Management*, Thomas Telford, London (in United Kingdom).

Stahl, M. and Konietzky, H. (2011). "Discrete element simulation of ballast and gravel under special consideration of grain-shape, grain-size and relative density." *Granular Matter*, Vol. 13, No. 4, pp. 417-428.

ZHANG, C. and ZHOU, X. (2012). "Evaluation of the packing density of non-spherical particles using discrete element cluster algorithm." *Journal of Information & Computational Science*, Vol. 9, No. 16, pp. 4969-4977.