

논문 2016-53-8-11

Coherent 신호의 입사방향 추정을 위한 상관관계 제거 기법

(A Decorrelation Technique for Direction-of-Arrival Estimation
of Coherent Signals)

박 근 호*, 신 중 우*, 김 형 남**

(Geun-Ho Park, Jong-Woo Shin, and Hyoung-Nam Kim[©])

요 약

배열 안테나를 이용한 부공간 (subspace) 기반의 도래각 추정 알고리즘은 다중 경로에 의해 나타나는 coherent 신호가 입사하는 경우 원 신호 공분산 행렬의 특이성 (singularity)으로 인해 도래각 추정 정확도가 급격히 감소한다. Coherent 신호에 의한 도래각 추정 알고리즘의 성능 저하를 극복하기 위해 제안된 공간 차이 기법 (spatial differencing method)은 coherent 신호의 도래각 추정뿐만 아니라 안테나 개수 이상의 신호원을 추정하는 기법으로 주목받았다. 그러나, 공간 차이 기법은 수신 신호의 유한한 표본 수에 의해 발생하는 uncorrelated 신호 간의 상관관계 (correlation)에 따라 도래각 추정 성능이 크게 영향을 받는 구조적 문제가 존재한다. 이러한 문제를 극복하기 위해, 본 논문에서는 획득한 수신 신호의 정보를 최대한 활용하여 uncorrelated 신호간의 상관관계를 효과적으로 제거하는 일반화된 공간 차이 기법을 제안한다. 그리고 모의실험을 통해 도래각 추정 정확도와 추정 가능 신호원의 수의 관점에서 성능을 평가하여 제안한 기법의 우수성을 입증한다.

Abstract

Subspace-based direction-of-arrival (DOA) estimation algorithms have a difficulty in dealing with coherent signals caused by multi-path environment. As one of attempts to solve this problem, a spatial differencing method is known to be useful for not only estimating DOAs of the coherent signals but also improving the number of resolvable wavefronts even more than the number of antenna elements. However, since the conventional spatial differencing method uses only the partial statistics of the observed data, this method suffers from the performance degradation in estimation accuracy caused by the residual correlation between the uncorrelated signals. To cope with this problem, in this paper, a generalized spatial differencing method is proposed. Unlike the conventional method, the proposed method utilizes the entire statistics of the received signals. Therefore, the additional performance enhancement in both estimation accuracy and the number of resolvable wavefronts can be achieved. The performance analyses with computer simulations show that the proposed method outperforms the conventional method in terms of the estimation accuracy and the number of resolvable wavefronts.

Keywords : DOA estimation, coherent signal, spatial differencing method, uniform linear array

I. 서 론

도래각 추정 (direction-of-arrival estimation) 기법은 안테나 배열 (antenna array)을 이용하여 신호원의 입사 각도를 추정하는 것으로, 물리적인 각도 다이버시티 (angle diversity) 확보를 통해 전송 용량을 극대화시키는 차세대 통신 시스템의 제반 기술로 연구되고 있으

며, 레이더나 소나 등에서는 정밀 위치탐지 및 빔형성기의 조향각도 설정 등에 활용된다^[1-4]. 수신신호의 공분산 행렬을 이용하는 부공간 (subspace) 기반 기법은 가장 널리 알려진 도래각 추정 기법으로서 높은 도래각 분해능을 보이는 특징이 있으며, 대표적인 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘으로는 MUSIC (multiple signal classification)^[5], root-MUSIC^[6], min-norm^[7], ESPRIT

* 학생회원, ** 평생회원, 부산대학교 전자공학과 (Department of Electronics Engineering, Pusan National University)
© Corresponding Author (E-mail : hnkim@pusan.ac.kr)

※ 이 논문은 2015년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2014R1A1A2056013)

Received : October 13, 2015

Revised : July 11, 2016

Accepted : July 27, 2016

(estimation signal parameter via a rotational invariance technique)^[8] 등이 존재한다. 하지만, 이와 같은 부공간 기반 도래각 추정 알고리즘은 다중 경로에 의해 상관관계 (correlation)가 매우 높은 coherent 신호가 배열 안테나에 입사하는 경우, 원 신호의 공분산 행렬이 특이 행렬 (singular matrix)이 되면서 도래각 추정 성능이 저하되는 문제점이 존재한다^[9].

Coherent 신호 간의 상관관계를 감소시키기 위한 방법으로 spatial smoothing 기반의 전처리 기법^[9~11]들이 제안되었다. Spatial smoothing^[10] 기법은 M 개의 안테나로 구성된 균일 선형 배열 안테나 (uniform linear array)에서 추정 가능한 신호원의 수가 $[M/2]$ ¹로 감소하는 특징이 있다^[9~10]. Forward/backward spatial smoothing (FBSS)^[9]은 backward 부어레이를 추가로 구성하여 추정 가능한 신호원의 수를 $[2M/3]$ 개로 증가시켰으며, improved spatial smoothing^[11]은 수신 신호의 상호상관 (cross-correlation) 정보를 이용하여 도래각 추정 정확도를 개선하였다.

하지만, spatial smoothing 기반의 다양한 기법들은 부어레이를 구성하는 과정에서 유효 개구면 (effective aperture)의 크기가 감소^[9~11]하기 때문에 $(M-1)$ 개 이상의 도래각을 추정할 수 없다는 한계가 존재한다^[9]. 공간 차이 기법 (spatial differencing method)^[12]은 spatial smoothing 기반의 기법들이 가지는 이러한 한계를 극복하기 위해 제안된 전처리 방법으로, 협대역 (narrowband) 특성^[12]을 가지는 uncorrelated 신호와 coherent 신호가 동시에 입사하는 경우 수신신호의 공간 공분산 행렬로부터 uncorrelated 신호의 도래각을 추정하고, coherent 신호의 도래각 정보를 포함하는 공간 차이 행렬 (spatial differencing matrix)을 구성하여 coherent 신호의 도래각을 추정한다. 공간 차이 기법은 안테나 개수 이상의 신호원에 대한 도래각 추정이 가능하지만, 수집신호의 유한한 표본 수에 의해 발생하는 uncorrelated 신호 간의 상관관계에 도래각 추정 성능이 크게 영향을 받는 문제가 존재한다^[13].

본 논문에서는 이와 같은 문제를 극복하고 향상된 도래각 추정 성능을 달성하기 위해, 일부의 부어레이를 이용하여 공간 차이 행렬을 구성하는 기존의 기법과 달리 모든 부어레이를 이용하여 uncorrelated 신호간의 상관관계를 더욱 효과적으로 제거하는 일반화된 공간 차이 행렬을 제안한다. 제안된 방법을 이용하면 기존의

공간차이 행렬 기법에 비해 높은 도래각 추정 정확도를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 더 많은 수의 신호원을 분리할 수 있는 특징이 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 uncorrelated 신호 및 coherent 신호가 균일 선형 배열 안테나로 입사하는 경우 수신 신호 모델을 정리하고, III 장에서는 공간 차이 기법을 이용한 uncorrelated 신호 및 coherent 신호의 도래각 추정 방법에 대해 소개한다. IV 장에서는 기존의 공간 차이 기법을 기반으로 새로운 공간 차이 기법을 제안하고, V 장에서 기존의 기법과 제안한 기법을 도래각 추정 정확도와 추정 가능한 신호원 수를 기준으로 성능을 평가한다. 마지막으로 VI 장에서는 결론을 통해 내용을 마무리한다.

II. 수신신호 모델

M 개의 등방성 안테나 (isotropic antenna)로 구성된 균일 선형 배열 안테나 (uniform linear array)를 이용하여 λ 의 파장을 가지는 협대역 신호를 수신할 때, 안테나 배치 방법에 따른 공간적 특성이 조향 벡터 (steering vector) $\mathbf{a}(\theta)$ 로 나타내게 되며 균일 선형 배열 안테나의 경우에는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta) &= [1, e^{-jk d \sin \theta}, \dots, e^{-j(M-1)k d \sin \theta}]^T \\ &= \left[1, e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta}, \dots, e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (M-1) d \sin \theta} \right]^T. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $k = 2\pi/\lambda$ 는 파수 (wavenumber)를 나타내고, 일반적으로 d 는 안테나 사이의 거리를 의미하며 목표하는 수신신호의 반파장 $\lambda/2$ 로 설정된다. 그리고 θ 는 신호원의 입사각도로 균일 선형 배열 안테나의 배치 방향과 수직을 이루는 각도를 의미하며, $[\cdot]^T$ 는 행렬과 벡터의 전치 (transpose)를 나타낸다.

D 개의 협대역 신호가 균일 선형 배열 안테나로 입사한다고 가정할 때, 이를 D_u 개의 uncorrelated 신호 $s_k(t)$ ($k = 1, \dots, D_u$)와 $D_c = D - D_u$ 개의 coherent 신호로 나누어 나타낼 수 있다. D_c 개의 coherent 신호는 통계적으로 독립적인 L 개의 원 신호로 구성되어 있고, l 번째 그룹에는 상관관계가 매우 높은 p_l ($l = 1, \dots, L$)개의 신호로 구성되어 있으며 이를 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

¹ $[x]$ 는 x 보다 작거나 같은 최대 정수를 의미한다.

$$\sum_{l=1}^L p_l = D_c, \quad L < D_c. \quad (2)$$

M 개의 안테나로 구성된 균일 선형 배열 안테나에 입사하는 수신신호 $\mathbf{x}(t)$ 는 다음 식으로 모델링할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \\ &= \sum_{k=1}^{D_u} \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) \\ &\quad + \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^{p_l} \alpha_{lp} \mathbf{a}(\theta_{lp}) s_l^c(t) + \mathbf{n}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ 는 평균이 0이고 분산이 σ_n^2 인 가우시안 분포를 가지는 잡음 벡터를 나타낸다. 그리고, α_{lp} ($p = 1, \dots, p_l$)는 l 번째 원 신호에 의해 발생한 p 번째 다중 경로 신호의 페이딩 계수 (fading coefficient)이며 각각의 coherent 신호는 θ_{lp} 로 입사한다고 가정한다. Uncorrelated 신호 및 coherent 신호의 array manifold matrix를 각각 \mathbf{A}_u 와 \mathbf{A}_c 라 하면, 이는 다음 식과 같다.

$$\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_{D_u})], \quad (4)$$

$$\mathbf{A}_c = [\mathbf{A}_1 \boldsymbol{\alpha}_1, \mathbf{A}_2 \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \mathbf{A}_L \boldsymbol{\alpha}_L]. \quad (5)$$

식 (5)에서 \mathbf{A}_l 과 $\boldsymbol{\alpha}_l$ ($l = 1, \dots, L$)은 l 번째 coherent 그룹에 포함된 신호원의 array manifold matrix와 페이딩 계수 벡터를 의미하며, 다음 식 (6), (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}_l = [\mathbf{a}(\theta_{l1}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{lp_l})], \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_l = [\alpha_{l1}, \dots, \alpha_{lp_l}]^T. \quad (7)$$

Uncorrelated 신호 벡터를 $\mathbf{s}_u(t) = [s_1(t), \dots, s_{D_u}(t)]^T$, L 개 그룹의 coherent 신호 벡터를 $\mathbf{s}_c(t) = [s_1^c(t), \dots, s_L^c(t)]^T$, 원 신호 벡터를 $\mathbf{s}(t) = [\mathbf{s}_u^T(t) \ \mathbf{s}_c^T(t)]^T$ 라 할 때, 수신신호 $\mathbf{x}(t)$ 를 식 (8)과 같이 행렬의 형태로 간략화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}_u \mathbf{s}_u(t) + \mathbf{A}_c \mathbf{s}_c(t) + \mathbf{n}(t) \\ &= \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 모든 신호의 array manifold matrix를 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_u, \mathbf{A}_c]$ 로 나타내었다.

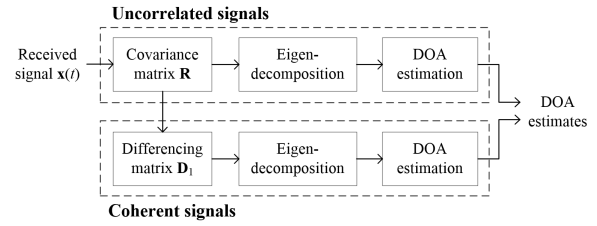


그림 1. 공간 차이 기법의 블록 다이어그램
Fig. 1. Block diagram of the spatial differencing method.

Uncorrelated 신호의 공간 공분산 행렬을 $\mathbf{R}_u = E[\mathbf{s}_u(t) \mathbf{s}_u^H(t)]$, D_c 개의 전체 coherent 신호 중에서 독립적인 L 개의 공간 공분산 행렬을 $\mathbf{R}_c = E[\mathbf{s}_c(t) \mathbf{s}_c^H(t)]$, 모든 독립적인 원 신호의 공분산 행렬을 $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t)]$ 라고 할 때, 수신신호 $\mathbf{x}(t)$ 로부터 공간 공분산 행렬 \mathbf{R} 은 다음 식과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H + \mathbf{A}_c \mathbf{R}_c \mathbf{A}_c^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \\ &= \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M. \end{aligned} \quad (9)$$

각 원 신호의 공분산 행렬은

$$\mathbf{R}_u = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_{D_u}^2\},$$

$$\mathbf{R}_c = \text{diag}\{\sigma_{D_u+1}^2, \dots, \sigma_{D_u+L}^2\}, \quad \mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_c \end{bmatrix}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 $\text{diag}\{\cdot\}$ 는 원소를 대각 성분으로 하는 행렬을 의미한다. 실제 응용 분야에서는 기댓값 연산이 불가능하므로, 일정 수집 시간동안 획득한 N 개의 신호 표본을 이용하여 다음 식 (10)과 같이 공간 공분산 행렬을 추정할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t). \quad (10)$$

III. 공간 차이 기법

수신신호의 공간 공분산 행렬로부터 uncorrelated 신호의 도래각을 추정하고, 공분산 행렬에서 유도 가능한 공간 차이 행렬을 통해 coherent 신호의 도래각을 추정하는 과정을 일컬어 공간 차이 기법^[12]이라고 한다. 그림 1은 공간 차이 기법을 블록 다이어그램으로 나타낸 것으로서, 두 번의 고유치 분해와 도래각 추정 알고리즘의 연산을 통해 각기 다른 방향으로 입사하는 신호의 도래각을 추정하는 과정을 보여주고 있다. 본 절에서는

공간 차이 기법을 이용하여 uncorrelated 신호의 도래각을 추정하는 방법과 coherent 신호의 도래각을 추정하는 방법을 설명한다. 두 가지 경우 모두 신호원의 수는 추정을 통해 알고 있는 것으로 가정한다^[14].

1. Uncorrelated 신호의 도래각 추정

Uncorrelated 신호의 도래각 추정을 위해서는 조향 벡터와 직교하는 잡음 부공간 (noise subspace)이 고유치 분해로부터 유도되어야 한다. Uncorrelated 신호만이 존재하는 상황과 달리, coherent 신호가 동시에 입사하는 경우 독립적인 coherent 신호의 수를 가상의 uncorrelated 신호로 가정하여 잡음 부공간을 유도하면 uncorrelated 신호의 도래각 추정이 가능하다.

Uncorrelated 신호의 도래각 추정을 위해 공간 공분산 행렬을 식 (11)과 같이 고유 벡터와 고유값으로 분해하여 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{A}\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}_S\mathbf{A}_S\mathbf{Q}_S^H + \mathbf{Q}_N\mathbf{A}_N\mathbf{Q}_N^H. \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{A} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}$ 는 고유값을 대각 성분으로 가지는 대각행렬이며 각 고유값은 내림차순으로 정렬하여 표현하였다. $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_M]$ 는 고유 벡터를 열벡터로 가지는 행렬로 각 고유값에 해당하는 고유 벡터 행렬이다. 상대적으로 큰 고유값을 가지는 ($D_u + L$)개의 고유 벡터 행렬을 $\mathbf{Q}_S = [\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{D_u+L}]$, 나머지 고유 벡터 행렬을 $\mathbf{Q}_N = [\mathbf{q}_{D_u+L+1}, \dots, \mathbf{q}_M]$ 으로 나타내었고, \mathbf{Q}_S 와 \mathbf{Q}_N 의 고유값은 $\mathbf{A}_S = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{D_u+L}\}$ 와 $\mathbf{A}_N = \text{diag}\{\lambda_{D_u+L+1}, \dots, \lambda_M\}$ 으로 나타내었다.

\mathbf{Q}_S 와 \mathbf{Q}_N 의 열 벡터에 의해 생성 (span) 되는 벡터 공간을 각각 신호 부공간과 잡음 부공간이라 한다. 잡음 부공간은 uncorrelated 신호의 입사 각도 $\theta_k (k = 1, \dots, D_u)$ 에 해당하는 조향 벡터와 직교하므로 이를 식 (12)를 이용하여 나타낼 수 있고, 식 (13)을 이용하여 uncorrelated 신호의 도래각을 추정할 수 있다.

$$f_u(\theta_k) = |\mathbf{a}^H(\theta_k)\mathbf{Q}_N|^2 = 0, \quad k = 1, \dots, D_u, \quad (12)$$

$$\hat{\theta}_k = \arg \min_{\theta} f_u(\theta). \quad (13)$$

2. Coherent 신호의 도래각 추정

공간 공분산 행렬로부터 공간 차이 행렬을 유도하고 이에 대한 고유치 분해 및 도래각 추정 알고리즘을 적

용하면 coherent 신호의 도래각 추정이 가능하다. 식 (4)에서 uncorrelated 신호와 coherent 신호에 의한 행렬을 각각 $\mathbf{R}_U = \mathbf{A}_u\mathbf{R}_u\mathbf{A}_u^H$, $\mathbf{R}_C = \mathbf{A}_c\mathbf{R}_c\mathbf{A}_c^H$ 라 할 때, 공간 차이 행렬은 uncorrelated 신호에 대한 공분산 행렬인 \mathbf{R}_U 를 제거하고, coherent 신호에 대한 공분산 행렬인 \mathbf{R}_C 를 포함하는 특징을 가지고 있으므로 coherent 신호에 대해 도래각 추정을 수행할 수 있다.

공간 차이 행렬은 \mathbf{R}_U 가 모든 대각 성분이 같은 Toeplitz 행렬이라는 구조적 특징을 이용하여 \mathbf{R}_U 에 대한 항을 모두 제거할 수 있으며^[12], 임의의 Toeplitz 행렬 $\mathbf{Y} \in C^{M \times M}$ 는 다음 식을 통해 제거될 수 있다.

$$\mathbf{Y} - \mathbf{J}_M\mathbf{Y}^*\mathbf{J}_M = 0, \quad (14)$$

$$\mathbf{J}_M = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, \mathbf{J}_M 은 반대각선 (anti-diagonal) 성분을 1로 가지고 M 크기를 가지는 정방행렬 (square matrix)인 교환행렬 (exchange matrix)을 의미한다.

부어레이의 수를 K 라 할 때, 공간 차이 행렬은 spatial smoothing 기법^[10]과 유사하게 k 번째 부어레이에 해당하는 공분산 행렬 $\mathbf{R}_k (k = 1, \dots, K)$ 를 이용하여 유도가능하며, \mathbf{R}_k 는 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{S}_k\mathbf{R}\mathbf{S}_k^H. \quad (16)$$

$G (= M - K + 1)$ 를 부어레이의 개구 크기라 할 때, $\mathbf{S}_k \in C^{G \times M}$ 는 선택 행렬 (selection matrix)을 의미하고 식 (17)로 정의한다.

$$\mathbf{S}_k = [\mathbf{0}_{G \times (k-1)}, \mathbf{I}_G, \mathbf{0}_{G \times (K-k)}]. \quad (17)$$

공간 차이 행렬 \mathbf{D}_1 은 G 의 크기를 가지는 교환행렬 \mathbf{J}_G 를 이용하여 식 (18)과 같이 정의된다^[12].

$$\mathbf{D}_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{R}_1 - \mathbf{J}_G\mathbf{R}_k^*\mathbf{J}_G). \quad (18)$$

이와 같이, 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_1 은 첫 번째와 k 번째 부어레이의 공분산 행렬 차이를 통해 유도된다.

공간 차이 행렬 \mathbf{D}_1 에 대해 고유치 분해를 적용하면 식 (19)와 같다.

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{B}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{B}^H = \mathbf{B}_s\boldsymbol{\Sigma}_s\mathbf{B}_s^H + \mathbf{B}_n\boldsymbol{\Sigma}_n\mathbf{B}_n^H. \quad (19)$$

고유값 행렬 $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}\{\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_{M-K+1}\}$ 는 각 고유값의 절대값을 내림차순으로 정렬하여 나타낸 것이며, 해당 고유값에 대한 고유벡터는 $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{M-K+1}]$ 과 같다. 모든 coherent 신호의 개수를 D_c 개라고 할 때 공간 차이 행렬로부터 유도되는 신호 부공간 및 잡음 부공간과 각 부공간의 고유값 행렬은

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_s &= [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_{D_c}], \\ \mathbf{B}_n &= [\mathbf{b}_{D_c+1}, \dots, \mathbf{b}_{M-K+1}], \\ \boldsymbol{\Sigma}_s &= \text{diag}\{\lambda'_1, \dots, \lambda'_{D_c}\}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_n &= \text{diag}\{\lambda'_{D_c+1}, \dots, \lambda'_{M-K+1}\} \text{와 같다.} \end{aligned}$$

Coherent 신호의 입사각도 θ_{lp} ($l = 1, \dots, L, p = 1, \dots, P_l$)에 해당하는 조향 벡터와 \mathbf{B}_n 의 열 벡터가 생성하는 벡터 공간인 잡음 부공간이 직교하는 성질을 식 (20)으로 나타낼 수 있으며, 식 (21)을 이용하여 coherent 신호의 도래각 추정값 $\hat{\theta}_{lp}$ 를 유도할 수 있다.

$$f_c(\theta_{lp}) = |\mathbf{a}^H(\theta_{lp})\mathbf{Q}_N|^2 = 0, \quad (20)$$

$$\hat{\theta}_{lp} = \arg \min_{\theta} f_c(\theta). \quad (21)$$

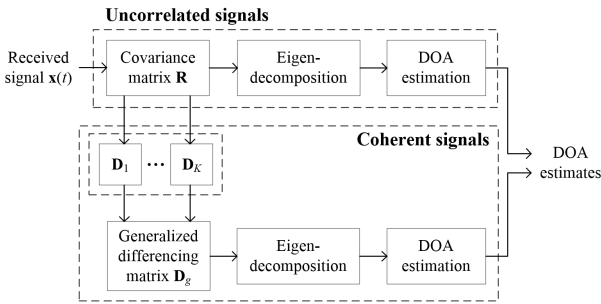


그림 2. 일반화된 공간 차이 기법의 블록 다이어그램.
Fig. 2. Block diagram of the generalized spatial differencing method.

IV. 일반화된 공간 차이 기법

기존의 공간 차이 기법은 공분산 행렬의 첫 번째 부어레이를 기준으로 유도되는 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_1 을 이용하여, coherent 신호의 도래각을 추정한다. 하지만, coherent 신호의 정보를 포함하는 공간 차이 행렬은 공

분산 행렬의 m 번째 부어레이를 기준으로 유도가 가능하므로, K 개의 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_m ($m = 1, \dots, K$)을 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{D}_m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{R}_m - \mathbf{J}_G \mathbf{R}_k^* \mathbf{J}_G). \quad (22)$$

공간 차이 행렬 \mathbf{D}_m 은 K 개의 부어레이에 해당하는 공분산 행렬로부터 유도되었기 때문에, coherent 신호의 도래각에 대한 독립적인 정보를 포함하고 있다. 따라서, 도래각 추정이 효과적으로 이루어지도록 모든 K 개의 \mathbf{D}_m 을 적절히 활용할 방안이 필요하다.

본 논문에서 제안하는 일반화된 공간 차이 기법은 그림 2와 같이 K 개의 \mathbf{D}_m 을 모두 이용하는 방법으로, 일반화된 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_g 를 통해 coherent 신호의 도래각을 추정한다. \mathbf{D}_g 에 포함된 coherent 신호의 공분산 행렬이 정칙행렬 (nonsingular matrix) 이 되도록 공간 차이 행렬을 구성하면 coherent 신호의 도래각 추정이 가능하며^[9~10], 이러한 조건을 만족시키기 위해 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_g 를 다음 식과 같이 모든 \mathbf{D}_m 을 제공하여 더하는 것으로 정의할 수 있다.

$$\mathbf{D}_g = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{D}_m^2. \quad (23)$$

입사각에 해당하는 조향 벡터와 직교하는 잡음 부공간을 유도하기 위해, \mathbf{D}_g 에 고유치 분해를 적용하면 식 (24)와 같다.

$$\mathbf{D}_g = \mathbf{C}\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}^H = \mathbf{C}_s\boldsymbol{\Gamma}_s\mathbf{C}_s^H + \mathbf{C}_n\boldsymbol{\Gamma}_n\mathbf{C}_n^H. \quad (24)$$

고유값 행렬 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{M-K+1}\}$ 는 각 고유값을 내림차순으로 정렬한 것으로, 해당 고유값의 고유벡터는 $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{M-K+1}]$ 와 같다. 신호 부공간 및 잡음 부공간과 각 부공간의 고유값 행렬은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_s &= [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{D_c}], \\ \mathbf{C}_n &= [\mathbf{c}_{D_c+1}, \dots, \mathbf{c}_{M-K+1}], \\ \boldsymbol{\Gamma}_s &= \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_{D_c}\}, \\ \boldsymbol{\Gamma}_n &= \text{diag}\{\gamma_{D_c+1}, \dots, \gamma_{M-K+1}\}. \end{aligned}$$

표 1. 기존 공간 차이 기법과 제안한 기법 비교.

Table1. Comparison between the conventional method and proposed method.

	기존 공간 차이 기법	제안한 공간 차이 기법
Spatial differencing matrix	$\mathbf{D}_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{R}_1 - \mathbf{J}_G \mathbf{R}_k^* \mathbf{J}_G)$	$\mathbf{D}_m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{R}_m - \mathbf{J}_G \mathbf{R}_k^* \mathbf{J}_G), \mathbf{D}_g = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{D}_m^2.$
Computational complexity	Matrix product : 2 Matrix summation : $K+1$	Matrix product : $K+2$ Matrix summation : $2K+1$

표 2. Coherent 신호의 도래각 추정 정확도 분석을 위한 모의실험 파라미터.

Table2. Simulation parameters for analyzing DOA estimation accuracy of coherent signals.

Parameters	모의실험 1	모의실험 2
안테나 개수 (M)	8	9
부어레이 개수 (K)	3	4
부어레이 개수 크기 ($G = M - K + 1$)	6	6
Uncorrelated 신호의 수 (D_u)	2	2
Coherent 신호의 수 (D_c)	2	5
Coherent 신호 그룹의 수 (L)	1	2
Uncorrelated 신호 입사각	$\{-20^\circ, -10^\circ\}$	$\{-50^\circ, -30^\circ\}$
Coherent 신호 입사각	$\{10^\circ, 35^\circ\}$	$\{0^\circ, 10^\circ, -30^\circ, -20^\circ, 60^\circ\}$

Coherent 신호의 입사 각도에 대한 조향 벡터와 잡음 부공간 $\mathbf{\Gamma}_n$ 이 직교하므로 식 (25)와 (26)을 만족하는 각도를 찾음으로써 coherent 신호의 도래각 추정이 가능하다.

$$f_g(\theta_{lp}) = |\mathbf{a}^H(\theta_{lp}) \mathbf{\Gamma}_n|^2 = 0, \quad (25)$$

$$\hat{\theta}_{lp} = \arg \min_{\theta} f_g(\theta). \quad (26)$$

표 1은 기존 공간 차이 기법과 제안한 기법의 공간 차이 행렬과 각 기법의 연산량을 비교한 것으로서, 기존 공간 차이 기법은 공분산 행렬의 첫 번째 부어레이 \mathbf{R}_1 을 기준으로 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_1 을 유도한다. 제안한 기법은 공분산 행렬의 모든 부어레이 $\mathbf{R}_m (m=1, \dots, K)$ 를 이용하여 공간 차이 행렬 \mathbf{D}_m 을 유도하며, 모든 공간 차이 행렬을 활용하기 위해 \mathbf{D}_g 를 이용하여 도

래각을 추정한다. 기존 기법과 제안한 기법의 연산량은 공분산 행렬과 부어레이 계산을 제외한 공간 차이 행렬 계산에 요구되는 행렬 합과 곱을 비교하여 표 1에 나타내었다.

IV. 모의실험

기존의 기법과 제안한 공간 차이 기법의 도래각 추정 성능을 평가하기 위해 도래각 추정 정확도와 추정 가능한 coherent 신호의 수를 기준으로 모의실험을 진행하였다.

1. Coherent 신호의 도래각 추정 정확도

Coherent 신호의 도래각의 추정 정확도를 평가하기 위해 signal to noise ratio (SNR) 및 snapshot 개수에 따른 root-mean-square-error (RMSE)를 비교하였다. 독립적인 모의실험의 횟수를 N 이라 하면, RMSE는 다음 식으로부터 유도할 수 있다.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\boldsymbol{\theta}_c - \hat{\boldsymbol{\theta}}_c^k)^T (\boldsymbol{\theta}_c - \hat{\boldsymbol{\theta}}_c^k)}. \quad (27)$$

여기서 $\boldsymbol{\theta}_c = [\boldsymbol{\theta}_1^T, \boldsymbol{\theta}_2^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_L^T]^T$ 는 도래각 벡터, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_c^k$ 는 k 번째 시행에 대한 추정치 벡터를 의미하고 각 도래각 추정 알고리즘은 root-MUSIC을 사용하였다.

각 기법의 RMSE는 두 가지 모의실험 환경에서 진행되었으며 각 모의실험의 파라미터는 표 2에 정리하였다. 모든 실험 환경에서 모의실험 횟수는 총 200번이 시행되었다. 각 모의실험에 대해 SNR 및 snapshot 개수에 따라 RMSE를 그림 3부터 그림 6까지 나타내었으며 SNR에 따른 RMSE 그래프에서 snapshot 개수는 1000개, snapshot 개수에 따른 RMSE 그래프에서 SNR은 10dB로 고정하였다.

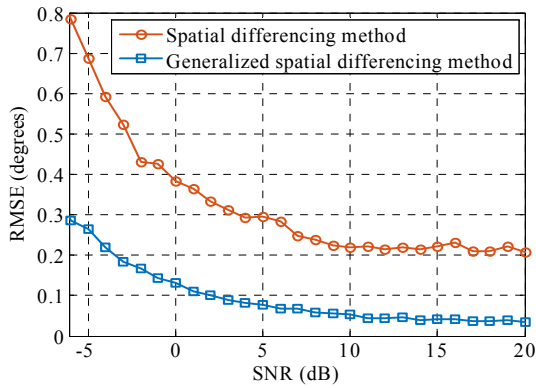


그림 3. SNR에 따른 RMSE (모의실험 1)
Fig. 3. SNR versus RMSE (Simulation 1).

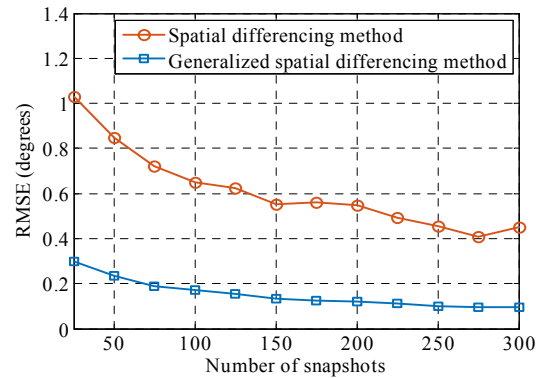


그림 4. K (snapshot 개수)에 따른 RMSE (모의실험 1)
Fig. 4. K (number of snapshots) versus RMSE (Simulation 1).

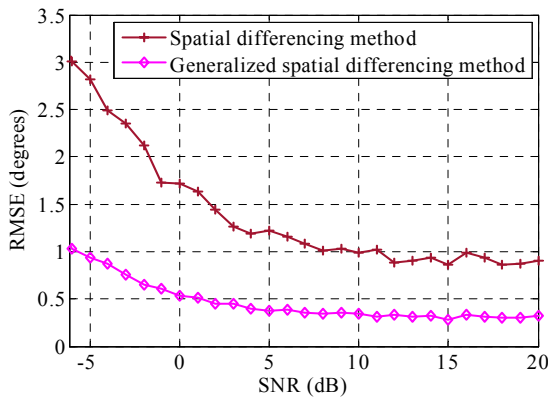


그림 5. SNR에 따른 RMSE (모의실험 2)
Fig. 5. SNR versus RMSE (Simulation 2).

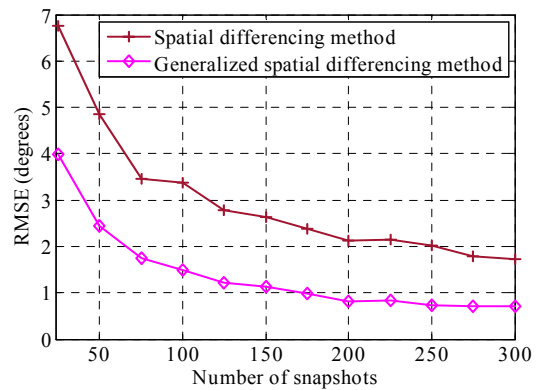


그림 6. K (snapshot 개수)에 따른 RMSE (모의실험 2)
Fig. 6. K (number of snapshots) versus RMSE (Simulation 2).

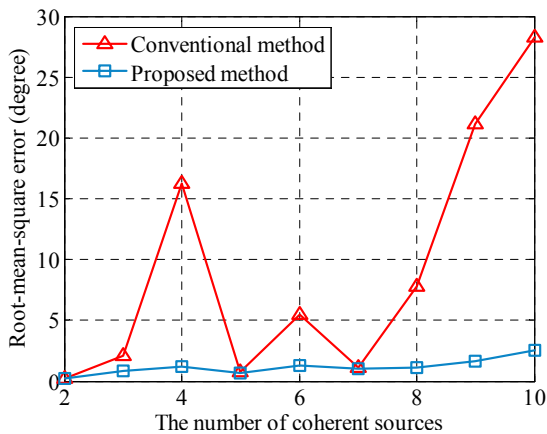


그림 7. Coherent 신호 개수에 따른 도래각 추정치의 RMSE (SNR 15 dB, $K=1000$)
Fig. 7. RMSE of the DOA estimates according to the number of coherent signals (SNR 15 dB, $K=1000$).

그림 3과 그림 4에서는 안테나 개수에 비해 적은 수의 신호원이 입사하는 환경으로, RMSE가 크지 않으나 일반화된 공간 차이 행렬을 이용한 도래각 추정치가 절반 이하의 RMSE를 나타내는 것을 확인

할 수 있다. 그림 5와 그림 6에서는 모의실험 1과 비교하여 많은 수의 coherent 신호가 입사하는 경우를 모의 실험한 것으로 전체적으로 RMSE가 증가하였으나 제안한 기법이 coherent 신호의 도래각 추정 정확도 측면에서 우수한 성능을 나타내고 있음을 알 수 있다.

2. 추정 가능한 coherent 신호의 수

공간 차이 기법과 제한한 공간 차이 기법을 통해 추정할 수 있는 coherent 신호의 수를 평가하기 위해, coherent 신호 개수에 따른 각 도래각 추정 기법의 RMSE와 모의실험 파라미터를 각각 그림 7과 표 3에 나타내었다. 도래각 추정 알고리즘은 root-MUSIC 을 사용하였으며, 각 coherent 신호 개수에 대해 총 200회의 모의실험을 진행하였다.

그림 7에서 확인할 수 있듯이, 제한한 공간 차이 기법은 coherent 신호의 개수의 변화에 따라 3° 이하의 RMSE를 나타내고 있다. 하지만 기존 공간 차이 기법은 coherent 신호의 개수가 8개 이상 증가할 경우에는 RMSE가 급격히 증가하는 경향을 나타낸다. 또한,

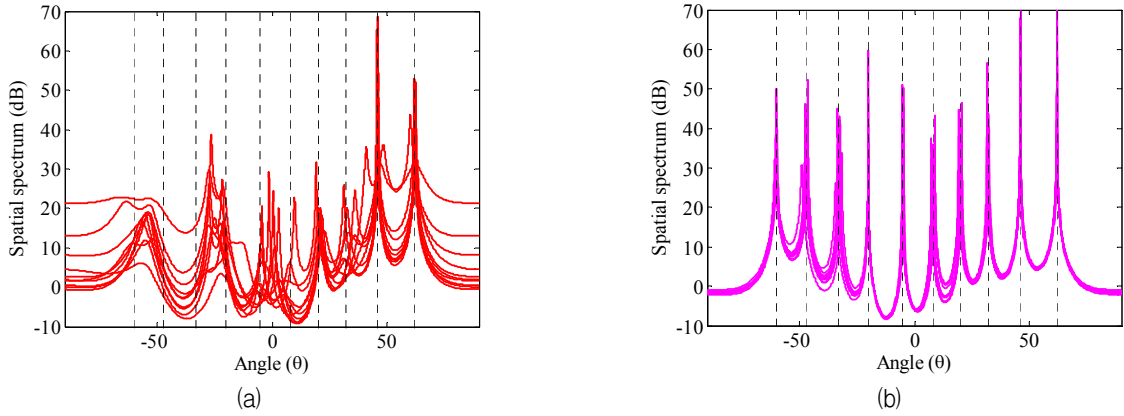


그림 8. Coherent 신호의 MUSIC 스펙트럼: (a) 공간 차이 기법, (b) 일반화된 공간 차이 기법
 Fig. 8. MUSIC spectrum of coherent sources: (a) spatial differencing method, (b) generalized spatial differencing method.

표 3. Coherent 신호 개수에 따른 도래각 추정 성능 분석을 위한 모의실험 파라미터
 Table 3. Simulation parameters for analyzing the accuracy of DOA estimates according to the number of coherent signals.

Simulation parameters	Coherent 신호의 개수								
	$D_c = 2$	$D_c = 3$	$D_c = 4$	$D_c = 5$	$D_c = 6$	$D_c = 7$	$D_c = 8$	$D_c = 9$	$D_c = 10$
Coherent 신호 입사각 (degree)	{-60°, -47°}	{-60°, -47°, -33°}	{-60°, -47°, -33°, -20°}	{-60°, -47°, -33°, -20°, -5°}	{-60°, -47°, -33°, -20°, -5°, 8°}	{-60°, -47°, -33°, -20°, -5°, 8°, 20°}	{-60°, -47°, -33°, -20°, -5°, 8°, 20°, 32°}	{-60°, -47°, -33°, -20°, -5°, 8°, 20°, 32°, 46°}	{-60°, -47°, -33°, -20°, -5°, 8°, 20°, 32°, 46°, 62°}
Coherent 그룹 내의 신호 개수 (p_l)	$p_1 = 2$	$p_1 = 3$	$p_1 = 4$	$p_1 = 3, p_2 = 2$	$p_1 = 4, p_2 = 2$	$p_1 = 3, p_2 = 2, p_3 = 2$	$p_1 = 4, p_2 = 2, p_3 = 2$	$p_1 = 4, p_2 = 3, p_3 = 2$	$p_1 = 4, p_2 = 4, p_3 = 2$
Coherent 신호 그룹의 수 (L)	1			2			3		
안테나 개수 (M)	12								
부어레이 개수 (K)	2								
부어레이 개구 크기 ($G = M - K + 1$)	11								
Uncorrelated 신호의 개수 (D_u)	3								
Uncorrelated 신호 입사각 (degree)	{-64°, -25.6°, 34°}								

coherent 신호의 개수가 4 개일 때, 기존 공간 차이 기법의 RMSE는 이상치 (outlier)의 발생으로 인해 RMSE가 15° 이상 증가하는 것을 확인할 수 있다.

그림 8 (a)와 (b)는 10 개의 coherent 신호가 입사할 때 각 공간 차이 기법에 대한 MUSIC 스펙트럼을 나타낸 것으로서, coherent 신호의 도래각은 스펙트럼의 극

댓값이 형성된 지점으로부터 추정 가능하다. 각 기법의 도래각 추정 성능을 MUSIC 스펙트럼으로부터 확인하기 위해, 각 스펙트럼에 도래각의 참 값에 해당하는 부분에 수직 점선을 표시하였다. 제안한 기법의 경우 기존의 알고리즘에 비해 coherent 신호의 도래각 참 값에 대해 극댓값을 효과적으로 형성하고 있는 것을 확인

인할 수 있다. 이는 제안된 방법의 도래각 추정 정밀도가 더 높다는 것을 의미하며, 추정 가능한 신호원의 수가 더욱 많다는 것을 나타낸다.

V. 결 론

본 논문에서는 협대역 특성을 갖는 uncorrelated 신호 및 coherent 신호가 동시에 균일 선형 배열 안테나로 입사하는 경우, 수신 신호의 통계치를 활용하는 추가적인 연산 과정을 통해 coherent 신호의 상관관계를 더 효과적으로 제거하는 방법에 대하여 제시하였다. 그 결과, coherent 신호의 도래각 추정이 보다 더 정확한 것을 확인하였으며 동일한 안테나 개수에서도 보다 더 많은 수의 coherent 신호의 도래각을 추정할 수 있음을 보였다. 본 논문에서 제안한 공간 차이 기법은 부어레이의 개수에 비례하여 기존의 도래각 추정 기법에 비해 연산량이 약간 증가하는 단점이 존재하지만, 도래각 추정 성능이 우수하고 추정 가능한 신호원의 수가 많은 특징을 가진다. 따라서, 다수의 다중 경로 신호가 혼재하는 복잡한 수신 환경에서 더 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 기대되며, 향후에는 각도 다이버시티 확보를 통해 전송 용량을 극대화하는 차세대 통신 시스템 기술과 레이더 및 소나 등의 정밀 위치탐지에 적극 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

REFERENCES

- [1] Chong Hyun Lee, Suk Joong Kim, Seung Gag Lim, "Performance analysis of DOA estimation and beamforming in 3-dimensional array antenna for GPS receiver," J. IEK, vol. 44-TC, no. 4, pp. 451-457, April. 2007.
- [2] J. G. Andrew, S. Buzzi, W. Choi, S. V. Hanly, A. Lozano, A. C. K. Soong, J. C. Zhang, "What will 5G be?" IEEE Selected Areas in Comm. vol. 32, no. 6, pp. 1065-1082, June. 2014.
- [3] S. Haykin, "Radar array signal processing for angle of arrival estimation," in S. Haykin, editor, Array Signal Processing, Prentice-Hall Englewood Cliff, NJ, 1985.
- [4] H. Krim, and M. Viberg, "Two decade of array signal processing research," IEEE Signal Process. Mag., vol. 13, no. 4, pp. 67-94, July. 1996.
- [5] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. AP, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [6] A. J. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms," in Proc. ICASSP, Boston, MA, 1983, pp. 336-339.
- [7] R. Kumaresan, and D. W. Tuft, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," IEEE Trans. Aerosp. Elect. Systems, vol. AES-19, pp. 134-139, 1983.
- [8] R. Roy, and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Process., vol. 37, no. 7, pp. 984-995, July. 1989.
- [9] S. U. Pillai, and B. H. Kwon, "Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification," IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Process., vol. 7, no. 1, pp. 8-15, Jan. 1989.
- [10] T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Process., vol. 33, no. 4, pp. 806-811, Aug. 1985.
- [11] W. Du, and R. L. Kirlin, "Improved Spatial Smoothing Techniques for DOA Estimation of Coherent Signals," IEEE Trans. Signal Process., vol. 39, no. 5, pp. 1208-1210, May. 1991.
- [12] F. Lin, J. Wang, C. Sun, and R. Du, "Spatial Differencing Method for DOA Estimation Under the Coexistence of Both Uncorrelated and Coherent Signals," IEEE Trans. Antenna and Propagation., vol. 60, no. 4, pp. 2052-2062, April. 2012
- [13] H. Tao, J. Xin, J. Wang, N. Zheng, and A. Sano, "Two-Dimensional Direction Estimation for a Mixture of Noncoherent and Coherent Signals," IEEE Trans. Signal Process., vol. 63, no. 2, pp. 318-333, Jan. 2015.
- [14] M. Wax, and T. Kailath, "Detection of signal by information theoretic criteria," IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Process., vol. 33, pp. 387-392, Apr. 1985.

— 저 자 소 개 —



박 근 호(학생회원)
 2013년 부산대학교 전자전기공학부
 학사 졸업
 2015년 부산대학교 전자전기컴퓨터
 공학과 석사 졸업
 2015년~현재 부산대학교 전기전자
 컴퓨터공학과 박사과정

<주관심분야: 배열 신호처리, 레이더 신호처리>



신 종 우(학생회원)
 2010년 부산대학교 전자전기공학부
 학사 졸업
 2012년 부산대학교 전자전기공학과
 석사 졸업
 2016년 부산대학교 전자전기컴퓨터
 공학과 박사 졸업

<주관심분야: 레이더 및 소나 시스템, 통신 신호 처리, 스마트 안테나>



김 형 남(평생회원)-교신저자
 1993년 2월 포항공과대학교 전자전
 기공학과 학사
 1995년 2월 포항공과대학교 전자전
 기공학과 석사
 2000년 2월 포항공과대학교 전자전
 기공학과 박사

2000년 3월~2000년 4월 포항공과대학교 전자컴
 퓨터공학부 박사 후 연구원
 2000년 5월~2003년 2월 한국전자통신연구원 선임
 연구원
 2003년 3월~2007년 2월 부산대학교 전자공학과
 조교수
 2007년 3월~2012년 2월 부산대학교 전자전기공
 학부 부교수
 2009년 2월~2010년 2월 Johns Hopkins Univ.
 Visiting Scholar
 2015년 9월~2016년 8월 Univ. of Southampton
 Visiting Professor
 2012년 3월~현재 부산대학교 전자공학과 교수
 <주관심분야: 통신 신호처리, 레이더 및 소나 신
 호처리, 디지털 방송신호처리, 생체신호처리>