산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제36권, 2016.
Journal of Industrial Technology, Kangwon Natl. Univ., Korea, No. 36, 2016.

재작업과 폐기가 수반되는 경제적 생산량 모형

Economic Manufacturing Quantity Models with Rework and Disposal

손 권 익*
Sohn, Kwon-Ik

Abstract

This paper presents EMQ models in which some proportion of defective items are produced and some of them are converted to good items through rework process and items not converted are disposed. Numerical models are developed for three cases of disposal and optimal solution of each model is derived. In the first model, if a defective item is found during the production process, only re-workable items are stored and reworked after normal production is finished. Not re-workable items are disposed immediately during normal production. The second model deals with the case where all defective items are stored and items to be disposed are determined in rework process. In the third model, an additional inspection process exists before rework to determine rework or disposal. Numerical examples are presented to validate the proposed models.

키워드 : *EMQ 모형, 불량품, 재작업, 폐기*
Keywords : *EMQ model, defective item, 'disposal*

1. 서론

EMQ(Economic Manufacturing Quantity) 모형은 로트(lot)로 생산하는 경우로 일정한 양을 생산한 후 쉬었다가 다시 생산하는 방식이다. 이 EMQ 모형은 현실적 상황을 고려하여 여러 가지 형태의 모형으로 확장되어 오고 있다. 그 중 하나로 생산시스템의 불완전성에 기인하여 생산되는 제품이 모두 양품이 아니라 불량품도 포함될 수 있다는 점을 반영한 것이다. 현실적으로도 불량품이 발생하면 이를 재가공하거나 폐기하게 된다.

불완전한 생산시스템 하에서의 경제적 생산량에 관한 연구는 여러 저자들에 의해 진행되어 왔다. 이를 크게 두 가지 분야로 나눌 수 있는데 하나는 생산시스템이 생산과정에서 정상 가동상태가 비정상 가동상태로 바뀌는 현상을 반영한 모형이고 다른 하나는 생산시스템이 불안정하여 일정 부분 불량이 늘 발생하는 수율 문제를 고려한 모형이다. 첫 번째 방향의 연구로 Rosenblatt와 Lee[4]는 생산시스템이 생산과정에서 퇴화되어 일정 부분 불량품을 생산할 때의 EMQ 모형을 다루었으며 구한 최적의 생산주기가 고전적인 EMQ 모형보다 짧다는 것을 보였다. 또, 이를 불량률이 준비비용의 함수인 경우 및 퇴화과정이 동적인 경우로 확장하였다. 그 후 Lee와 Rosenblatt[2]는 EMQ와 기계 정비를 위한 검사 계획을 동시에 결정하는 모형을 다루어 검사 간격이 등 간격일 때 최적이라는 것을 보였다. 나아가 이들[3]은 공정 복구비용이 공정이 비정상 상태가 된 시점부터 이를 검사과정에서 발견하여 수리할 때까지의 경과시간에 비례한다는 사실적 가정 하에 생산 및 정비계획을 동시에 다룬 문제를 연구하였다. 김창현과 홍유신

* 강원대학교 시스템경영공학과 교수, 공학박사

[7]은 Rosenblatt와 Lee[4]의 모형을 일반화하여 기계가 정상상태로 가동하는 시간이 랜덤하고 임의의 일반분포를 따를 때 최적 생산시간을 결정하는 모형을 제시하였으며 비용함수의 대략화가 아닌 원래 비용함수의 최적해를 도출하였다. 또 이들[8]은 Lee와 Rosenblatt[2] 모형에서 최적해를 구하는 과정을 개선하여 원래 비용 함수의 최적해를 도출하고 이를 구하는 알고리듬을 제시하였다. 두 번째 방향의 연구로 Jamal 등[1]은 생산과정 상 일정 비율의 불량이 발생하고 이를 재작업하여 양품으로 만드는 단일 단계 생산시스템에서 최적 생산량을 결정하는 모형을 제시하였다. 동일 주기 내에서 재작업이 이루어지는 정책과 이를 연장하여 N주기 후에 재작업이 이루어지는 정책을 다루었다. 김창현[5]은 Jamal 등[1]의 첫 번째 모형에서 불량품의 발생 비율이 확률분포를 따르고 재작업 대상인 불량품의 재고유지비용을 고려한 경우에서의 최적 생산량 결정 문제를 다루었다. 또 김창현[6]은 첫 번째 분야의 연구[4]를 Jamal 등[1]의 연구에 접목시켜 생산시스템이 불완전하여 불량품이 발생할 수 있으며 발생하는 불량품은 모두 재작업에 투입되는 경우의 최적 생산시간을 결정하는 모형을 제시하였다.

Jamal 등[1]과 김창현[5][6]의 연구에서는 불량품은 재작업을 통해 모두 양품으로 바뀐다는 가정을 하였다. 본 연구에서는 불량품 중 일정 부분이 폐기되는 것을 가정하고 정상작업의 생산율과 재작업의 생산율이 상이할 수 있다는 점, 재작업비용 등을 고려하여 보다 일반적인 모형을 제시하고자 한다. 깨끗한 형태의 해를 구할 수 있도록 생산과정 중 불량품의 발생 비율은 일정한 것으로 가정한다. 여기서 불량품 중 폐기대상의 결정이 어느 시기에 이루어지느냐에 따라 다음 세 가지의 수리적 모형을 제시하고자 한다.

1) 모형 1 : 정상작업의 생산 중 불량품이 가려지고 아울러 폐기 대상도 결정된다.

2) 모형 2 : 정상작업의 생산 중 불량품이 가려지고 이를 재작업하는 과정에서 폐기 대상이 가려진다.

3) 모형 3 : 정상작업이 끝난 후 폐기대상을 골라내는 작업을 거친 후 재작업을 한다.

이상의 각 모형에 대해 2절, 3절, 4절에 총비용함수와 최적해를 각각 구한 후 5절에 수치 실험 결과를 제시하고 6절에 결론을 맺는다.

2. 수리모형 1 - 불량품과 동시에 폐기품이 결정되는 경우

2.1 가정

본 논문의 모형은 다음과 같은 가정 하에 개발된다.

1) 생산시스템은 하나의 기계로 구성되어 있고 단일 품목을 생산한다.

2) 생산율과 수요율은 일정하며 연속적으로 발생한다.

3) 재고부족은 발생하지 않는다.

4) 생산과정 중에 일정한 비율의 불량품이 발생하며 불량품 중 일부는 재작업하여 양품으로 바뀌고 일부는 폐기된다.

5) 재작업은 정규작업이 종료되면 동일 생산시스템으로 준비작업 없이 바로 시행된다. 재작업비용은 신제품을 생산하는 비용과 다를 수 있으며 재작업의 생산율도 정규작업의 생산율과 다를 수 있다.

6) 재작업동안은 불량품이 발생하지 않는다.

7) 불량품 선별에 소요되는 시간이나 비용은 무시한다.

* 가정 6은 수리모형 2에서는 일정한 비율의 불량품이 발생하는 것으로 완화 된다.

2.2 기호

모형에 사용되는 기호는 다음과 같다.

D : 수요율(단위/단위시간)
P_1 : 정규작업 생산율(단위/단위시간)
P_2 : 재작업 생산율(단위/단위시간)
P_3 : 폐기품 선별 작업율(단위/단위시간)
C_p : 제품 한 단위당 생산비용($/단위)
C_r : 불량품 한 단위당 재작업비용($/단위)
C_f : 불량품 한 단위당 폐기품 선별비용($/단위)
H_1 : 양품의 재고유지비용($/단위/단위시간)
H_2 : 불량품의 재고유지비용($/단위/단위시간)
π : 단위당 폐기비용($/단위)
S : 생산주기당 생산준비비용($/회)
Q : 생산주기당 생산량(로트 크기)
T : 생산주기(시간)
β : 생산량(Q)에 포함되어 있는 불량품 비율
α : 불량품 중 폐기량의 비율

* P_3 와 C_f 는 수리모형 3에서만 사용된다. 다른 모형들에서는 $P_3=\infty$, $C_f=0$으로 가정한다.

2.3 모형의 수식화

그림 1에서 abc 궤적은 고전적인 EMQ 모형의 재고수준 궤적을 보여 주고 있다. 기간 t_1 동안의 생산량은 Q 이므로 $t_1=Q/P_1$ 이 된다. 궤적 ab의 기울기는 고전적인 EMQ 모형에서 $P-D$ ($P=P_1$)로 주어진다. 본 모형에서 t_1 동안의 양품에 대한 재고 수준을 나타내는 ad의 기울기는 $(1-\beta)P_1-D$로 주어진다. 이 기울기는 0보다 큰 것으로 가정한다. 즉 $(1-\beta)P_1-D>0$ 이다. 궤적 ag의 기울기는

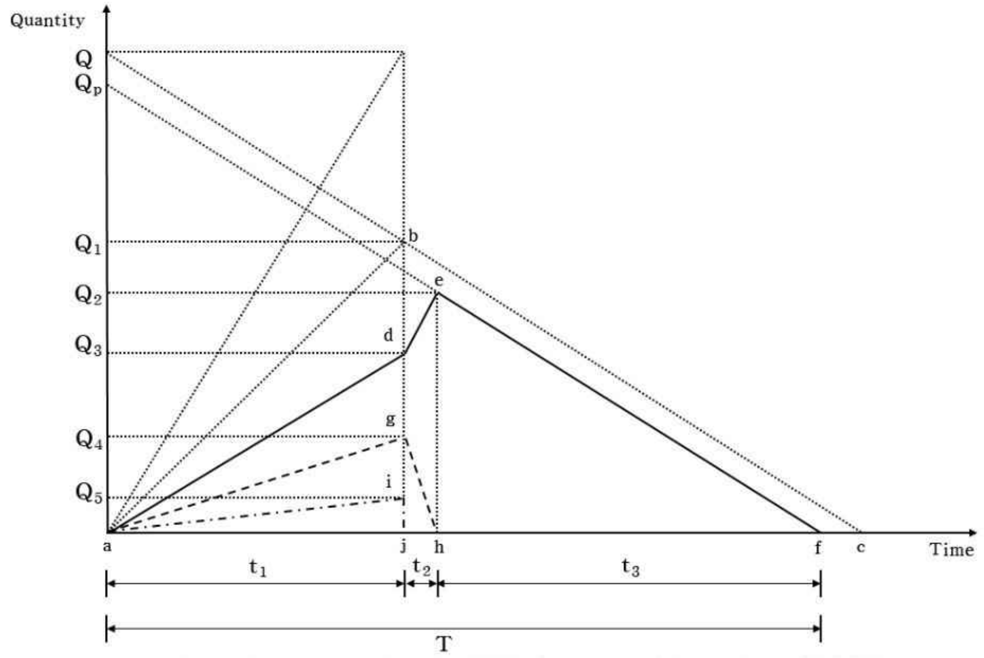

그림 1 양품, 불량품, 폐기품의 재고 궤적(모형 1)

전체 불량품 중 재작업 대상 불량품의 단위기간당 재고 증가율로 $(1-\alpha)\beta P_1$ 이다. 아울러 폐기품에 대한 재고수준을 보여주는 ai의 기울기는 $\alpha\beta P_1$ 이다. 이 모형에서는 재작업품이나 폐기품을 가려내는 시간은 무시한다. 궤적 de의 기울기는 재작업되어 양품으로 바뀌는 재생품에 대한 재고수준을 나타내는 기울기로 불량이 추가로 일어나지 않아 P_2-D 가 된다. 여기서 $P_2-D>0$ 이라는 가정보다는 $Q_2>0$ 이라는 가정이 유효할 것이다. 수요만 발생하는 궤적 ef의 기울기는 $-D$ 이다. 이를 바탕으로 먼저 Q_1, Q_3, Q_4, Q_5를 구하면 다음과 같다.

$$Q_1=(P_1-D)t_1=\left(1-\frac{D}{P_1}\right)Q,$$

$$Q_3=\left[(1-\beta)P_1-D\right]t_1=\left[(1-\beta)-\frac{D}{P_1}\right]Q,$$

$$Q_4=(1-\alpha)\beta P_1 t_1=(1-\alpha)\beta Q,$$

$$Q_5=\alpha\beta P_1 t_1=\alpha\beta Q,$$

Q_p 는 생산량 중 폐기량을 제외한 양으로 $Q_p=Q-Q_5=(1-\alpha\beta)Q$ 이다.

t_2는 재작업 기간으로 $t_2=Q_4/P_2=(1-\alpha)\beta Q/P_2$ 로 주어진다. 따라서 Q_2 는

$$Q_2=Q_3+(P_2-D)t_2$$

$$=\left[(1-\beta)-\frac{D}{P_1}\right]Q+(1-\alpha)\beta\left(1-\frac{D}{P_2}\right)Q$$가 된다.

t_3는 수요만 발생하는 기간으로 $t_3=Q_2/D$ 이며 $T=Q_p/D=(1-\alpha\beta)Q/D$ 이다. 생산주기 T는 고전적인 EMQ 모형에서는 Q/D 이나 이 모형에서는 폐기품을 고려하여 $(1-\alpha\beta)Q/D$ 로 줄어든다.

이상을 바탕으로 비용요소별로 단위시간당 비용을 구하면 다음과 같다.

단위시간당 생산준비비용(K_s)

$$K_s=S/T=SD/[(1-\alpha\beta)Q] \tag{1}$$

단위시간당 제품생산에 소요되는 비용(K_p)

$$K_p=C_pQ/T=C_pD/(1-\alpha\beta) \tag{2}$$

단위시간당 재작업비용(K_r)

$$K_r=C_rQ_4/T=C_r(1-\alpha)\beta D/(1-\alpha\beta) \tag{3}$$

단위시간당 양품에 대한 재고유지비용(K_v)

한 생산주기 동안의 양품에 대한 평균재고량(I_v)을 먼저 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}I_v&=\tfrac{1}{2}Q_3t_1+\tfrac{1}{2}(Q_2+Q_3)t_2+\tfrac{1}{2}Q_2t_3\\&=\tfrac{1}{2}Q_3(t_1+t_2)+\tfrac{1}{2}Q_2(t_2+t_3)\end{aligned} \tag{4}$$

여기서 $t_2+t_3=T-t_1$ 임을 이용하면,

$$I_v = \tfrac{1}{2}\left[(1-\beta)-\frac{D}{P_1}\right]\left[\frac{1}{P_1}+(1-\alpha)\beta\frac{1}{P_2}\right]Q^2 + \tfrac{1}{2}\left[\left((1-\beta)-\frac{D}{P_1}\right)+(1-\alpha)\beta\left(1-\frac{D}{P_2}\right)\right]\cdot \left[(1-\alpha\beta)\frac{1}{D}-\frac{1}{P_1}\right]Q^2 \quad (5)$$

$$K_v = H_1 I_v / T = H_1 I_v D / [(1-\alpha\beta)Q] \quad (6)$$

단위시간당 불량품에 대한 재고유지비용(K_w)

한 생산주기 동안의 불량품에 대한 평균재고량(I_w)을 먼저 구하면,

$$I_w = \tfrac{1}{2}Q_4(t_1+t_2) = \tfrac{1}{2}(1-\alpha)\beta\left[\frac{1}{P_1}+(1-\alpha)\beta\frac{1}{P_2}\right]Q^2 \quad (7)$$

$$K_w = H_2 I_w / T = H_2 I_w D / [(1-\alpha\beta)Q] \quad (8)$$

단위시간당 폐기비용(K_d)

$$K_d = \pi Q_5 / T = \pi\alpha\beta D/(1-\alpha\beta) \quad (9)$$

총비용을 $TC(Q)$라 하면,

$$\begin{aligned} TC(Q) &= K_s + K_p + K_r + K_v + K_w + K_d \\ &= (S/Q)[D/(1-\alpha\beta)] + C_p[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + C_r(1-\alpha)\beta[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \tfrac{1}{2}H_1\left[\left((1-\beta)-\frac{D}{P_1}\right)\left(\frac{1}{P_1}+(1-\alpha)\beta\frac{1}{P_2}\right)\right. \\ &\qquad + \left\{\left((1-\beta)-\frac{D}{P_1}\right)+(1-\alpha)\beta\left(1-\frac{D}{P_2}\right)\right\}\cdot \\ &\qquad \left.\left\{(1-\alpha\beta)\frac{1}{D}-\frac{1}{P_1}\right\}\right]Q[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \tfrac{1}{2}H_2(1-\alpha)\beta\left[\frac{1}{P_1}+(1-\alpha)\beta\frac{1}{P_2}\right]Q\cdot [D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \pi\alpha\beta[D/(1-\alpha\beta)] \end{aligned} \quad (10)$$

$TC(Q)$의 항 중에서 단위시간당 제품생산에 소요되는 비용(K_p), 단위시간당 재작업비용(K_r), 단위시간당 폐기비용(K_d)은 Q 와 무관한 상수들이다. 따라서 이 비용들은 최적의 Q 를 구하는 데는 무관한 비용항목들이다.

최적 생산량 Q 를 구하기 위하여 $\dfrac{dTC(Q)}{dQ}=0$ 을 정리($[D/(1-\alpha\beta)]$ 제거 및 H_1 과 H_2 관련 비용 정리)하면 다음과 같다.

$$-S/Q^2 + \tfrac{1}{2}(1-\alpha\beta)H_1\left[(1-\alpha\beta)\frac{1}{D}-\frac{1}{P_1}\right] - \tfrac{1}{2}(1-\alpha)\beta(H_1-H_2)\left[\frac{1}{P_1}+(1-\alpha)\beta\frac{1}{P_2}\right]=0 \quad (11)$$

식 (11)로부터

$$Q^* = \left[2SD/\left\{(1-\alpha\beta)H_1\left((1-\alpha\beta)-\frac{D}{P_1}\right) - (1-\alpha)\beta(H_1-H_2)\left(\frac{D}{P_1}+(1-\alpha)\beta\frac{D}{P_2}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$\dfrac{d^2TC(Q)}{dQ^2} = \dfrac{2SD}{(1-\alpha\beta)Q^3} > 0$ 으로 식(12)에서 구한 Q 가 최소 비용의 생산량이다.

식 (12)의 특별한 경우가 과거의 모형이 될 수 있다는 것을 살펴본다.

[경우 1] 불량품이 발생하지 않는 경우, 즉 $\beta=0$ 인 경우:

식 (12)는 $Q_0^* = \left[2SD/\left\{H_1\left(1-\dfrac{D}{P_1}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$ 으로 $P_1 = P$, $H_1 = H$ 라 하면 고전적인 EMQ 모형이 된다.

[경우 2] 폐기물이 발생하지 않고 정규작업과 재작업의 생산율이 같은 경우, 즉 $\alpha=0$, $P_1=P_2=P$ 인 경우:

$$Q_K^* = \left[2SD/\left\{H_1\left(1-\frac{D}{P}\right)-(H_1-H_2)(\beta+\beta^2)\frac{D}{P}\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$$

으로 김창현[5]의 모형(식 16)에서 β가 확정적인 경우($E[\beta]=\beta$, $Var[\beta]=0$ 인 경우)와 일치한다.

[경우 3] [경우 2]에서 불량품의 재고유지비용을 무시하는 경우, 즉 $H_2=0$, $\alpha=0$, $P_1=P_2=P$ 인 경우:

$Q_J^* = \left[2SD/\left\{H_1\left(1-(1+\beta+\beta^2)\dfrac{D}{P}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$ 으로 Jamal 등[1]의 모형(식 11)이 된다.

[경우 4] 불량품이 모두 폐기되는 경우 즉 $\alpha=1$, $P_1=P_2=P$ 인 경우:

$Q^* = \left[2SD/\left\{H_1\left((1-\beta)^2-(1-\beta)\dfrac{D}{P}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$ 가 된다.

3. 수리모형 2 - 재작업 과정에서 폐기되는 경우

앞서 모형은 정규작업 과정에서 불량품 중에 폐기될 것은 미리 제거되는 경우이었다. 이에 대한 변형 모형으로 재작업 과정에서 α 비율만큼 폐기되는 경우이다. 이는 앞서의 논문들[1, 5, 6]에서 재작업 과정에서는 더 이상 불량이 나지 않는 것으로 가정하였으나 재작업 과정에서도 α 비율만큼 불량이 나고 이를 더 이상 처리하지 않고 폐기하는 경우와 같다. 여기서도 수리모형 1과 같이 불량품에서 폐기품을 선별하는 시간은 무시한다.(즉 $P_3=\infty$) 그림 2는 이와 관련된 궤적을 보여 주고

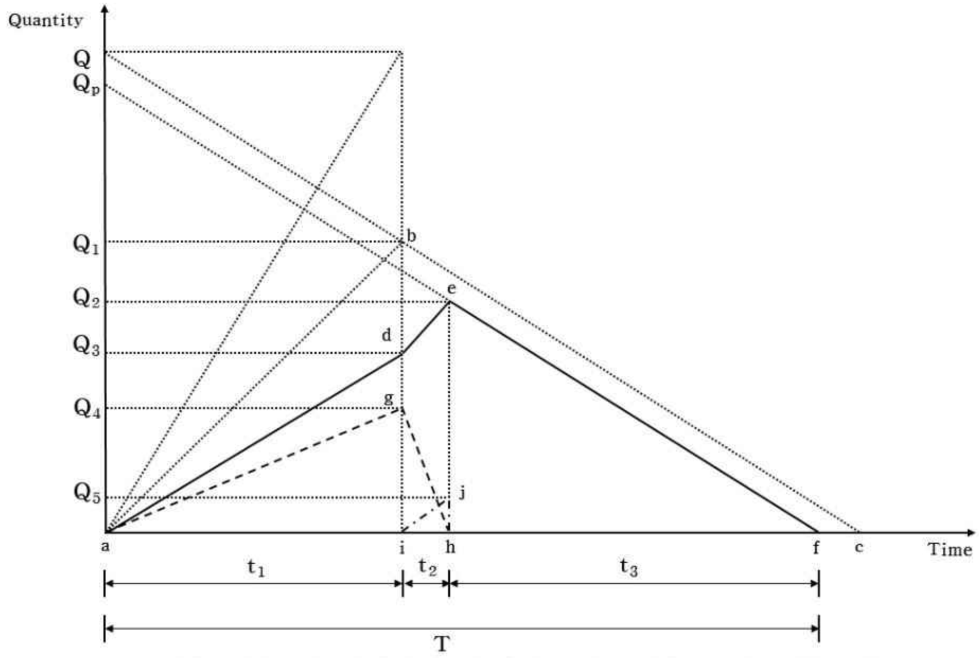

그림 2 양품, 불량품, 폐기품의 재고 궤적(모형 2)

있다.

ad의 기울기는 수리모형 1과 동일하게 $(1-\beta)P_1 - D$ 로 주어진다. 궤적 ag의 기울기는 불량품의 폐기가 없으므로 βP_1 이다. 폐기품에 대한 재고수준을 보여주는 ij의 기울기는 αP_2 이다. 궤적 de의 기울기는 불량이 α 비율로 일어나기 때문에 $(1-\alpha)P_2 - D$ 가 된다. ef의 기울기는 $-D$ 이다. 이를 바탕으로 $t_1 \sim t_3$ 와 $Q_2 \sim Q_5$ 를 구하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&t_1 = Q/P_1,\\
&Q_3 = \left[(1-\beta)P_1 - D\right]t_1 = \left[(1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right]Q,\\
&Q_4 = \beta P_1 t_1 = \beta Q,\\
&t_2 = Q_4/P_2 = \beta Q/P_2,\\
&Q_5 = \alpha P_2 t_2 = \alpha\beta Q,\\
&Q_2 = Q_3 + \left[(1-\alpha)P_2 - D\right]t_2\\
&\quad = \left[(1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right]Q + \beta\left[(1-\alpha) - \frac{D}{P_2}\right]Q,\\
&t_3 = Q_2/D,\ \ T = (1-\alpha\beta)Q/D.
\end{aligned}
$$

비용요소별로 단위시간당 비용을 살펴보면, 단위시간당 생산준비비용(K_s), 단위시간당 제품생산에 소요되는 비용(K_p), 단위시간당 폐기비용(K_d)은 각각 식 (1), (2), (9)와 동일하다. 수리모형 1과 달라진 비용은 다음과 같다.

단위시간당 재작업비용($K_r^{'}$)

$$K_r^{'} = C_r Q_4 / T = C_r \beta D/(1-\alpha\beta) \tag{13}$$

단위시간당 양품에 대한 재고유지비용($K_v^{'}$)

한 생산주기 동안의 양품에 대한 평균재고량($I_v^{'}$)은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
I_v^{'} &= \tfrac{1}{2}Q_3(t_1+t_2) + \tfrac{1}{2}Q_2(T-t_1)\\
&= \tfrac{1}{2}\left[(1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right]\left[\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_2}\right]Q^2\\
&\quad + \tfrac{1}{2}\left[\left((1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right) + \beta\left((1-\alpha) - \frac{D}{P_2}\right)\right]\cdot\\
&\qquad \left[(1-\alpha\beta)\frac{1}{D} - \frac{1}{P_1}\right]Q^2
\end{aligned} \tag{14}
$$

$$K_v^{'} = H_1 I_v^{'} / T = H_1 I_v^{'} D / [(1-\alpha\beta)Q] \tag{15}$$

단위시간당 불량품에 대한 재고유지비용($K_w^{'}$)

한 생산주기 동안의 불량품에 대한 평균재고량($I_w^{'}$)은 다음과 같다.

$$I_w^{'} = \tfrac{1}{2}Q_4(t_1+t_2) = \tfrac{1}{2}\beta\left(\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_2}\right)Q^2 \tag{16}$$

$$K_w' = H_2 I_w' / T = H_2 I_w' D / [(1-\alpha\beta)Q] \qquad (17)$$

총비용을 $TC'(Q)$라 하면,

$$\begin{aligned} TC'(Q) &= K_s + K_p + K_r' + K_v' + K_w' + K_d \\ &= (S/Q)[D/(1-\alpha\beta)] + C_p[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + C_r\beta[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \tfrac{1}{2}H_1\left[\left((1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right)\left(\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_2}\right)\right. \\ &\qquad + \left\{\left((1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right) + \beta\left((1-\alpha) - \frac{D}{P_2}\right)\right\} \cdot \\ &\qquad \left.\left\{(1-\alpha\beta)\frac{1}{D} - \frac{1}{P_1}\right\}\right] Q[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \tfrac{1}{2}H_2\beta\left(\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_2}\right)Q[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \pi\alpha\beta[D/(1-\alpha\beta)] \qquad (18) \end{aligned}$$

식 (18)을 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q^* = &\left[2SD/\left\{H_1\left((1-\alpha\beta)^2 - \frac{D}{P_1} + \alpha\beta\left(\frac{2}{P_1} + \frac{\beta}{P_2}\right)D\right)\right.\right. \\ &\left.\left. - (H_1 - H_2)\left(\frac{\beta}{P_1} + \frac{\beta^2}{P_2}\right)D\right\}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (19) \end{aligned}$$

식 (12)의 특별한 경우(경우 1～경우 3)와 마찬가지로 식 (19)의 경우도 과거의 모형이 될 수 있다는 것은 쉽게 알 수 있다. [경우 4]는 다음과 같이 된다.

[경우 4] 불량품이 모두 폐기되는 경우 즉 $\alpha = 1$, $P_1 = P_2 = P$ 인 경우:

$$Q^* = \left[2SD/\left\{H_1\left((1-\beta)^2 - (1-\beta)\frac{D}{P}\right) + H_2\left((\beta+\beta^2)\frac{D}{P}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$$ 가 된다.

4. 수리모형 3 - 재작업 과정 초에 폐기 대상을 골라내는 경우

수리모형 3은 재작업 과정 초에 폐기 대상 품을 찾는 과정을 갖는 것이다. 앞서 두 모형과 달리 불량품 중 폐기품을 선별하는 율이 무한하지 않고 기간 당 P_3 로 유한한 경우이다. 그림 3에서 보면 기간 t_2 가 선별기간으로 이 기간 동안은 양품의 생산이 없으므로 수요율 만큼씩 양품 재고가 감소하게 된다. 따라서 de의 기울기는 $-D$ 가 된다.

ad의 기울기는 수리모형 1과 동일하게 $(1-\beta)P_1 - D$ 로 주어진다. ef와 fg의 기울기도 수리모형 1과 같이 $P_2 - D$ 와 $-D$ 이다. 궤적 ah의 기울기는 수리모형 2와 같이 βP_1 이다. hi의 기울기는 선별율 $-\alpha P_3$ 이고 ij의 기울기는 재작업 생산율 $-P_2$ 가 된다. 폐기품에 대한 재고수준을 보

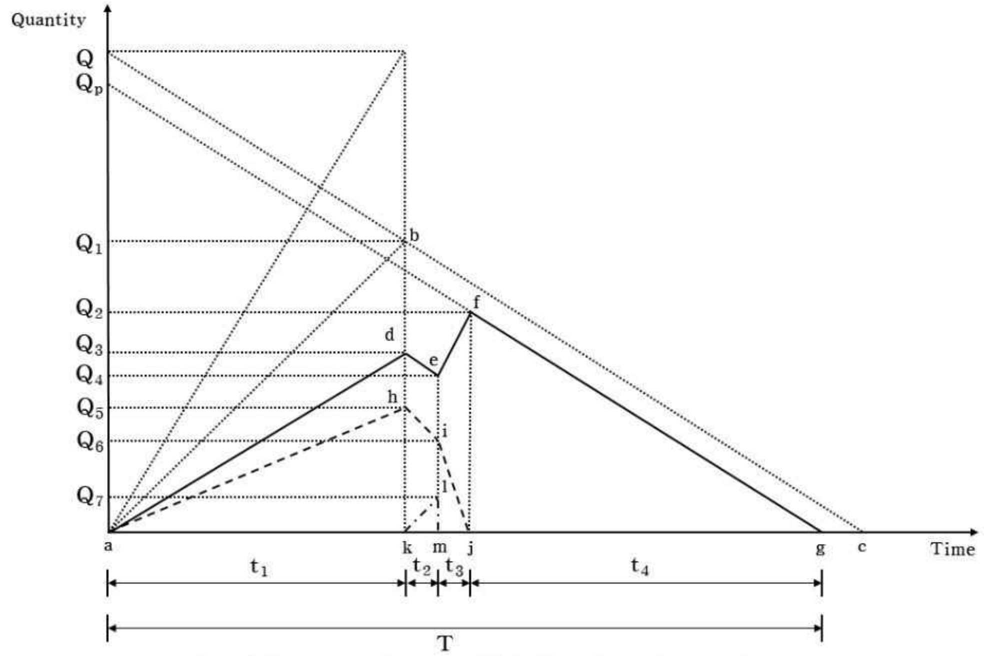

그림 3 양품, 불량품, 폐기품의 재고 궤적(모형 3)

여주는 kl의 기울기는 αP_3 이다. 이를 바탕으로 $t_1 \sim t_4$ 와 $Q_2 \sim Q_7$ 을 구하면 다음과 같다.

$$t_1 = Q/P_1,$$
$$Q_3 = [(1-\beta)P_1 - D]t_1 = \left[(1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right]Q,$$
$$Q_5 = \beta P_1 t_1 = \beta Q,$$
$$t_2 = Q_5/P_3 = \beta Q/P_3,$$
$$Q_4 = Q_3 - Dt_2 = \left[(1-\beta) - \frac{D}{P_1} - \beta\frac{D}{P_3}\right]Q,$$
$$Q_6 = Q_5 - \alpha P_3 t_2 = (1-\alpha)\beta Q,$$
$$Q_7 = \alpha P_3 t_2 = \alpha\beta Q,$$
$$t_3 = Q_6/P_2 = (1-\alpha)\beta Q/P_2,$$
$$Q_2 = Q_4 + (P_2 - D)t_3 = \left[(1-\alpha\beta) - \frac{D}{P_1} - \beta\frac{D}{P_3} - (1-\alpha)\beta\frac{D}{P_2}\right]Q,$$
$$t_4 = Q_2/D = \left[(1-\alpha\beta)\frac{1}{D} - \frac{1}{P_1} - \frac{\beta}{P_3} - (1-\alpha)\frac{\beta}{P_2}\right]Q,$$
$$T = (1-\alpha\beta)Q/D.$$

기간 t_2 동안은 생산이 이루어지지 않으므로 Q_4 가 음수가 되지 않아야 될 것이다. 즉, $(1-\beta) - D/P_1 - \beta D/P_3 \geq 0$ 을 만족해야 한다.

이상을 바탕으로 각 요소별 단위시간당 비용을 살펴보면, 단위시간당 생산준비비용(K_s), 단위시간당 제품생산에 소요되는 비용(K_p), 단위시간당 재작업비용(K_r), 단위시간당 폐기비용(K_d)은 각각 식 (1), (2), (3), (9)와 동일하다. 수리모형 1과 달라지거나 추가된 비용은 다음과 같다.

단위시간당 불량품에서 폐기품을 선별하는 비용(K_f)

$$K_f = C_f Q_5/T = C_f\beta D/(1-\alpha\beta) \quad (20)$$

단위시간당 양품에 대한 재고유지비용(K_v'')

한 생산주기 동안의 양품에 대한 평균재고량(I_v'')은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_v'' &= \tfrac{1}{2}Q_3(t_1+t_2) + \tfrac{1}{2}Q_4(t_2+t_3) + \tfrac{1}{2}Q_2(t_3+t_4) \\ &= \tfrac{1}{2}\left[(1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right]\left[\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_3}\right]Q^2 \\ &\quad + \tfrac{1}{2}\left[\left((1-\beta) - \frac{D}{P_1} - \beta\frac{D}{P_3}\right)\left(\frac{\beta}{P_3} + (1-\alpha)\frac{\beta}{P_2}\right)\right]Q^2 \\ &\quad + \tfrac{1}{2}\left[(1-\alpha\beta) - \frac{D}{P_1} - \beta\frac{D}{P_3} - (1-\alpha)\beta\frac{D}{P_2}\right] \bullet \\ &\quad \left[(1-\alpha\beta)\frac{1}{D} - \frac{1}{P_1} - \frac{\beta}{P_3}\right]Q^2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$K_v'' = H_1 I_v''/T = H_1 I_v'' D/[(1-\alpha\beta)Q] \quad (22)$$

단위시간당 불량품에 대한 재고유지비용(K_w'')

한 생산주기 동안의 불량품에 대한 평균재고량(I_w'')은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_w'' &= \tfrac{1}{2}Q_5(t_1+t_2) + \tfrac{1}{2}Q_6(t_2+t_3) \\ &= \tfrac{1}{2}\beta\left[\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_3}\right]Q^2 \\ &\quad + \tfrac{1}{2}(1-\alpha)\beta\left[\frac{\beta}{P_3} + (1-\alpha)\frac{\beta}{P_2}\right]Q^2 \end{aligned} \quad (23)$$

$$K_w'' = H_2 I_w''/T = H_2 I_w'' D/[(1-\alpha\beta)Q] \quad (24)$$

총비용을 $TC''(Q)$라 하면,

$$\begin{aligned} TC''(Q) &= K_s + K_p + K_f + K_r + K_v'' + K_w'' + K_d \\ &= (S/Q)[D/(1-\alpha\beta)] + C_p[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + C_f\beta[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + C_r(1-\alpha)\beta[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \tfrac{1}{2}H_1\left[\left((1-\beta) - \frac{D}{P_1}\right)\left(\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_3}\right)\right. \\ &\quad + \left\{\left((1-\beta) - \frac{D}{P_1} - \beta\frac{D}{P_3}\right) \bullet \right. \\ &\quad \left.\left(\frac{\beta}{P_3} + (1-\alpha)\frac{\beta}{P_2}\right)\right\} \\ &\quad + \left\{(1-\alpha\beta) - \frac{D}{P_1} - \beta\frac{D}{P_3} - (1-\alpha)\beta\frac{D}{P_2}\right\} \bullet \\ &\quad \left.\left\{(1-\alpha\beta)\frac{1}{D} - \frac{1}{P_1} - \frac{\beta}{P_3}\right\}\right]Q[D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \tfrac{1}{2}H_2\left[\beta\left(\frac{1}{P_1} + \frac{\beta}{P_3}\right)\right. \\ &\quad \left. + (1-\alpha)\beta\left(\frac{\beta}{P_3} + (1-\alpha)\frac{\beta}{P_2}\right)\right]Q \bullet \\ &\quad [D/(1-\alpha\beta)] \\ &\quad + \pi\alpha\beta[D/(1-\alpha\beta)] \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)를 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음과 같다.

$$Q^* = \left[2SD\Big/\left\{H_1\left((1-\alpha\beta)^2 - (1-2\alpha\beta)\frac{D}{P_1} + \alpha\beta^2\frac{D}{P_3}\right) - (H_1 - H_2)\left(\frac{\beta}{P_1} + (2-\alpha)\frac{\beta^2}{P_3} + (1-\alpha)^2\frac{\beta^2}{P_2}\right)D\right\}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

$P_3 = \infty$ 가 되면 즉 폐기물을 골라내는 것이 순간적인 경우 식 (26)은 다음 식과 같다.

$$Q^* = \left[2SD\Big/\left\{H_1\left((1-\alpha\beta)^2 - (1-2\alpha\beta)\frac{D}{P_1}\right) - (H_1 - H_2)\left(\frac{\beta}{P_1} + (1-\alpha)^2\frac{\beta^2}{P_2}\right)D\right\}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

식 (27)이 수리모형 1의 식 (12)와 다른 것은 폐기물을 골라내는 시기에 기인한다. 식 (12)는 불량품이 발생할 때 폐기대상을 골라내는 경우이고 식 (27)은 재작업에 들어갈 때 까지 불량품 재고로 가져가서 재작업에 들어가기 직전에 폐기하는 것이다. 따라서 재작업에 들어갈 때까지의 불량품에 대한 재고유지비용이 포함되는 것이다. 식 (27)도 식 (12)의 특별한 경우(경우 1～경우 3)와 같은 조건으로 모두 과거의 모형이 될 수 있다. [경우 4]는 다음과 같이 된다.

[경우 4] 불량품이 모두 폐기되는 경우 즉 $\alpha=1$, $P_1=P_2=P$, $P_3=\infty$ 인 경우:

$$Q^{*}=\left[2SD/\left\{H_1\left((1-\beta)^2-(1-\beta)\frac{D}{P}\right)+H_2\left(\beta\frac{D}{P}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}}$$

가 된다.

5. 수치 실험

제품 한 단위당 생산비용(C_p), 불량품 한 단위당 재작업비용(C_r), 불량품 한 단위당 폐기품 선별비용(C_f), 단위당 폐기비용(π)은 최적 생산량과 무관하므로 생략($=0$)하고 다음의 값을 사용하여 각 모형의 최적 생산량을 구하였다.

수요율 : $D=300$ 개/일
정규작업 생산율 : $P_1=550$ 개/일
재작업 생산율 : $P_2=600$ 개/일
폐기품 선별 작업율 : $P_3=1000$ 개/일
양품의 재고유지비용 : $H_1=50$ 원/개/일
불량품의 재고유지비용 : $H_2=25$ 원/개/일
생산준비비용 : $S=50$ 원/회
생산량에 포함되어 있는 불량품 비율 : β={0.05, 0.10, 0.2, 0.3, 0.4}
불량품 중 폐기량의 비율 : α={0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0}

$\beta=0$ 인 경우는 고전적인 EMQ 모형이 되어 $Q^*=36.33$, $TC^*=825.72$ 가 된다. 표 1～표 5의 수치 결과에서 보면 β의 변화에 따른 최적 생산량(Q^*)의 변화는 Jamal 등[1]에서 지적한 바와 같이 β가 커짐에 따라 크게 나타나는데 이러한 현상은 α가 커짐에 따라 더욱 두드러져 보인다.

6. 결론

본 연구에서는 고전적인 EMQ 모형에서 생산 중 일정 비율의 불량품이 발생하고 그중 일부는 재작업이 이루어지고 일부는 폐기되는 경우를 다루었다. 여기서 폐기를 3가지 형태로 나누어 각각의 모형을 제시하였다. 하나는 생산과정에서 불량이 발생하면 즉시 폐기 대상을 버리고 재작업 대상은 정규 작업이 종료 후 재작업 한다. 두 번째는 정규 작업 중 생산된 불량품은 모두 재작업에 투입되며 여기서 불량이 다시 발생하면 폐기하는 것이다. 세 번째는 정규작업이 끝난 후 재작업이 진행되기 전에 재작업 또는 폐기 여부를 판별하는 과정을 거치도록 하였다. 이 모형들은 특수한 조건하에서는 기존 모형들과 일치함을 보여 기존 모형들의 일반화된 모형임을 보였다. 모형의 수치적 실험을 수행하였는데 최적 생산량이 불량품 비율이 커짐에 따라 크게 영향을 받는다는 기존의 결과에 덧붙여 폐기량의 비율에 의해서 더욱 두드러지게 영향을 받는다는 것을 발견하였다.

향후 연구 주제로는 불량품의 발생, 폐기량의 비율들을 확률적으로 다루는 것과 검사정비계획 등 품질관리의 개념을 도입하는 모형을 들 수 있겠다.

참 고 문 헌

[1] A. M. M. Jamal, B. R. Sarker, S. Mondal, “Optimal Manufacturing Batch Size with Rework Process at a Single-Stage Production System”, *Computer & Industrial Engineering*, Vol.47, No.1, pp.77-89, 2004.

[2] H. L. Lee and M. J. Rosenblatt, “Simultaneous Determination of Production Cycle and Inspection Schedules in a Production System”, *Management Science*, Vol.33, No.9, pp.1125-1136, 1987.

[3] H. L. Lee and M. J. Rosenblatt, “A Production and Maintenance Planning Model with Restoration Costs Dependent on Detection Delay”, *IIE Transactions*, Vol.21, No.4, pp.368-375, 1989.

[4] M. J. Rosenblatt and H. L. Lee, “Economic Production Cycles with Imperfect Production Processes”, *IIE Transactions*, Vol.18, No.1, pp.48-55, 1986.

[5] 김창현, “재작업이 수반되는 경우에서의 경제적 생산량 결정”, *대한산업공학회지*, 제31권, 제2호, pp.173-179, 2005.

[6] 김창현, “생산시스템이 불완전하여 재작업이 요구되는 상황에서의 최적 생산시간 결정에 관한 연구”, *대한산업공학회지*, 제40권, 제2호, pp.233-239, 2014.

[7] 김창현, 홍유신, “퇴화하는 기계에서의 품질불량을 고려한 최적 생산시간 결정”, *대한산업공학회지*, 제22권, 제3호, pp.351-364, 1996.

[8] 김창현, 홍유신, “품질 불량을 고려한 최적 검사계획 및 생산시간 결정”, *대한산업공학회지*, 제23권, 제2호, pp.261-273, 1997.

표 1 최적 생산량과 총비용($\alpha=0.0$)

0.0	모형 1		모형 2		모형 3	
β	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*
0.05	36.9	812.7	36.9	812.7	36.9	812.0
0.1	37.6	798.2	37.6	798.2	37.7	795.4
0.2	39.2	764.9	39.2	764.9	39.8	753.0
0.3	41.4	724.8	41.4	724.8	43.1	696.3
0.4	44.3	676.9	44.3	676.9	48.3	621.4

표 2 최적 생산량과 총비용($\alpha=0.25$)

0.25	모형 1		모형 2		모형 3	
β	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*
0.05	37.5	809.4	37.4	812.7	37.4	812.2
0.1	38.9	791.4	38.5	798.3	38.6	796.3
0.2	42.1	749.3	41.3	764.9	41.8	756.1
0.3	46.5	696.9	44.8	723.9	46.2	701.4
0.4	52.9	630.7	49.5	673.0	53.2	626.6

표 3 최적 생산량과 총비용($\alpha=0.5$)

0.5	모형 1		모형 2		모형 3	
β	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*
0.05	38.2	806.1	37.9	812.9	37.9	812.6
0.1	40.3	784.3	39.5	799.2	39.6	797.8
0.2	45.5	732.0	43.4	768.7	43.7	762.1
0.3	53.2	663.9	48.1	733.1	49.3	715.4
0.4	65.7	571.0	54.3	690.8	57.5	652.5

표 4 최적 생산량과 총비용($\alpha=0.75$)

0.75	모형 1		모형 2		모형 3	
β	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*
0.05	38.8	802.7	38.3	813.3	38.3	813.1
0.1	41.8	776.7	40.5	801.0	40.5	799.9
0.2	49.5	712.6	45.4	777.5	45.7	771.9
0.3	62.0	624.2	51.1	758.0	52.1	742.5
0.4	87.5	489.9	57.3	747.9	60.1	713.3

표 5 최적 생산량과 총비용($\alpha=1.0$)

1.0	모형 1		모형 2		모형 3	
β	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*	Q^*	TC^*
0.05	39.5	799.2	38.8	813.9	38.8	813.7
0.1	43.4	768.7	41.5	803.8	41.5	802.6
0.2	54.3	690.8	47.3	792.8	47.7	786.9
0.3	74.5	575.5	53.1	806.5	54.3	789.3
0.4	135.	369.3	57.4	870.4	60.2	831.2