

## GPS/Leveling을 이용한 연직선 편차 성분 계산 : 강원도 춘천지역을 중심으로

### Determination of the Deflection of Vertical Components via GPS and Leveling Measurement : A Case Study of Chunchoen, Gangwon-do

신 문 승\*      이 동 하\*\*      양 인 태\*\*\*  
Shin, Moon-Seung      Lee, Dong-Ha      Yang, In-Tae

#### Abstract

Deflection of the vertical is used in geodetic surveying associated with geoid network construction for geoid modeling and ellipsoid decision and obtained by gravity survey, astronomic survey etc. Technique of astronomic survey and gravity survey is very complex and requires a significant amount of time until gathering data. So this study is to determined a various method which evaluates deflection of the vertical and components about deflection of the vertical using GPS results and orthometric height value decided by leveling. Results of components about deflection of the vertical using GPS/leveling is that  $\xi$  component is distributed  $-2.11'' \pm 0.62$ ,  $\eta$  component is distributed  $1.75'' \pm 0.71$ . Decision of component about deflection of the vertical using GPS is less complex than existing astronomic survey. Decision of component about deflection of vertical line using GPS is not complicated than astronomic surveying and can determine in a very short time. So it will be important means to determine the exact orthometric height, topographic study and diastrophism if can periodically calculate.

키워드 : 연직선편차, GPS/Leveling

Keywords : Deflection of the Vertical, GPS/Leveling

#### 1. 서론

자연상태의 지구에서는 지형의 기복과 내부 물질의 구조 및 밀도의 불규칙으로 인해 기복이 발생된다. 이에 지형의 기복을 단순한 형태인 지구타원체면과 지오이드면을 구축하여 측량과 이에 대한 평가를 하고 있다. 지구타원체면은 지표면의 기복을 무시하고 적도반지름과 편평도만을 이용하여 지구 모습을 나타내는 반면, 지오이드면은 평균해수면을 육지까지 연장한 것으로 어디에서나 중력

방향에 수직이며, 해양에서는 평균해수면과 일치하고 육상에서는 땅 속을 통과하는 성질이 있다. 이러한 성질들로 인해 지오이드면과 지구타원체면의 높이 차이인 지오이드고(N)가 발생하고, 실제 지오이드면에 연직인 방향과 타원체에 수직인 방향이 일치하지 않기 때문에 나타나는 연직선 편차(deflection of the vertical)가 나타난다. 이는 지표상의 임의 점을 지나는 중력벡터(g)의 방향이나 수직선(plumb line)과 측지기준면인 타원체면상에 투영된 동일점을 통과하는 타원체 법선간의 각으로 정의되며, 일반적으로 2개의 수직성분인 남·북자오선 성분( $\xi$ )과 동·서 방향 성분( $\eta$ )로 구성되는데 타원체상에서 방향과 방위각, 천정거리 및 경사거리의 보정과 같은 측량결과와 계산에서 사용된다. 이러한 연직선 편차로 인해 정밀한 표고 산정이 이

\* 강원대학교 대학원 토목공학과 박사과정, 교신저자

\*\* 강원대학교 토목공학과 교수, 공학박사

\*\*\* 강원대학교 토목공학과 교수, 공학박사

루어지지 않고 있다. 만약 연직선 편차 모델이 구축된다면 더 정확한 정표고를 산정할 수 있을 것으로 보인다.

연직선 편차에 관한 연구동향을 살펴보면 Heiskanen과 Moritz (1967)는 천문-측지 및 중력학적인 방법에 의하여 연직선편차 성분을 결정할 수 있음을 제시하였는데 천문-측지학적인 방법에 의한 연직선 편차성분의 계산은 천문좌표( $\Phi, \Lambda$ )와 측지좌표( $\phi, \lambda$ )를 사용하여 계산하고, 중력학적인 방법은 중력이상이나 지구중력장의 조화함수로 표시된 중력포텐셜계수로부터 Stokes의 공식을 사용하여 계산하는 방법이다. 최근들어 GPS에 의한 타원체고의 정밀한 측정과 정밀수준측량결과인 정표고를 이용할 수 있게 됨에 따라서 Soler 등(1989), Vandenberg(1999), Fujii(1990) 및 Evans 등(1989)은 이 새롭고, 전통적인 기술의 융합에 의한 연직선편차의 계산이 가능하다는 것을 제시하였다. 이들의 연구에서 연직선 편차 성분을 계산하기 위하여 GPS측량결과와 수준측량결과를 사용할 수 있는지의 여부를 조사하였다. Ayhan Ceylan(2009)는 GPS/Leveling 및 지오이드 모델을 통해 연직선 편차의 계산 및 비교분석을 실시하였고, Featherstone(1999)은 연직선편차의 중요성 및 필요성, 적용방법 등을 제시하였다.

국내의 김용일(1999)와 이석배(2007)는 천문측량 성과와 GPS 관측성과, 천문측량성과와 지오이드모델, 거리와 방위각과 지오이드모델을 통해 연직선 편차를 계산하였다.

이에 본 연구에서는 연직선 편차를 구하는 다양한 방법들을 고찰하고 춘천시 통합 기준점을 중심으로 GPS 성과와 수준측량에 의해 결정된 정표고 값을 이용하여 연직선 편차 성분을 결정하였다.

## 2. 연직선 편차의 계산 방법

연직선 편차란 지표상의 임의 점에서의 중력벡터( $g$ )의 방향과 측지기준면인 타원체면상에 투영된 동일점을 통과하는 타원체 법선간의 각으로 정의되며 자오선방향 성분( $\xi$ )과 묘유선방향 성분( $\eta$ )으로 구성된다.

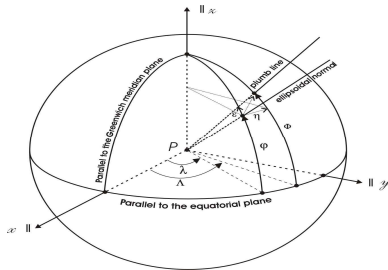


그림 1 연직선편차와 구성성분 (Üstün, 2006).

### 2.1 천문측량을 이용하는 방법

연직선 편차를 결정하는 가장 정확한 방법은 천문측량을 이용하는 방법이다. 이는 지구자전축과 연직선을 기준으로 태양, 별 등을 관측함으로써 미지점의 경위도와 방위각을 결정한다. 하지만 이 방법은 1970년에 국립지리원(현 국토지리정보원) 기본측량 사업으로 시작되어 꾸준히 관측되어 오다 1997년 이후로는 관측이 제대로 이루어지지 않고 있으며 중복점을 제외하면 2004년까지 총 43점에서 관측이 이루어졌다(이석배, 2007).

이러한 천문측량으로 인해 얻어진 천문경위도 성과와 GPS측량으로 얻어진 측지경위도 성과를 이용하면 다음과 같은 식 1을 이용하여 연직선 편차를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi &= \Phi - \phi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \times \cos \phi \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $\Phi$  : 천문위도  
 $\Lambda$  : 천문경도  
 $\phi$  : 측지위도  
 $\lambda$  : 측지경도

### 2.2 GPS/Leveling에 의한 방법

기존 수준측량결과와 GPS측정결과를 이용하면 연직선편차 성분을 결정할 수 있다. 지오이드고와 연직선편차의 미분관계는 그림 2와 식 2와 같이 표시된다(Heiskanen and Moritz, 1984).

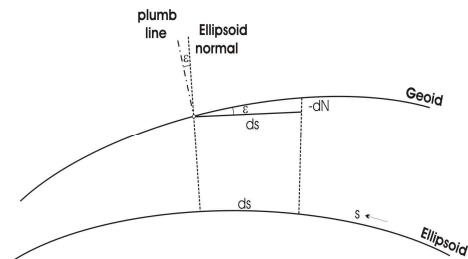


그림 2 연직선편차와 지오이드고와의 상관관계 (Heiskanen and Moritz, 1984).

$$\epsilon = -\frac{dN}{ds} \quad (2)$$

자오선상의 연직선 성분  $\xi$ 과 수직선상의 성분  $\eta$ 는 식 3을 사용하여 임의의 측지학적인 방위각을 계산할 수 있다.

$$\epsilon = \zeta \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3)$$

두 식을 결합하면 다음과 같은 식 4와 같은 관계를 얻는다.

GPS/Leveling을 이용한 연직선 편차 성분 계산 : 강원도 춘천시지역을 중심으로

$$-\frac{dN}{ds} = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (4)$$

이러한 관계에서 나타나는 미분요소들을 대체하면 식 5로 표시된다,

$$-\frac{\Delta N}{\Delta s} \approx \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (5)$$

여기서  $\Delta s$ 은 두 지점간의 거리이고,  $\Delta N$ 은 두 지점의 정표고 변화량에서 두 지점의 타원체고 변화량을 빼준 값 즉,  $\Delta H - \Delta h$ 로 식 6처럼 표시된다.

$$-\frac{\Delta H - \Delta h}{\Delta s} \approx \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (6)$$

두 지점의 방위각  $\alpha$ 를 산출하고 식 6을 이용하면 연직선 편차의 남북방향성분  $\xi$ 와 남북방향 성분  $\eta$ 를 구할 수 있다.

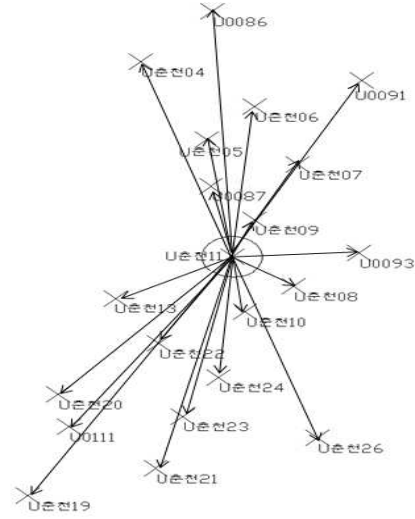


그림 3 연구대상지역의 통합 기준점 현황

### 2.3 중력데이터를 이용하는 방법

Vening Meinesz(1928)은 Stoke's formula를 이용하면 중력이상으로부터 지오이드고를 계산할 수 있다는 것에 착안하여 이를 변형한 연직선편차를 구하는 공식을 제안했다.

지오이드고를 미분하면 연직선 편차를 구할 수 있으므로 Stoke's formula를 미분한 Vening Meinesz의 공식에서 다음과 같이 연직선 편차를 구할 수 있다.

$$\xi(\phi, \lambda) = \frac{1}{4\pi G} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\phi'=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Delta g(\phi', \lambda') \frac{dS(\psi)}{d\psi} \cos \alpha \cos \phi' d \phi' d \lambda'$$

$$\eta(\phi, \lambda) = \frac{1}{4\pi G} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\phi'=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Delta g(\phi', \lambda') \frac{dS(\psi)}{d\psi} \cos \alpha \cos \phi' d \phi' d \lambda'$$

## 3. 연구 방법 및 적용

본 연구에서는 춘천시를 대상으로 통합기준점 및 수준점에 대한 GPS 및 수준측량을 수행하였다. GPS/Leveling 데이터를 통해 지오이드고를 산출하였고, GPS 및 수준측량을 통해 얻어진 정밀한 평면 위치 및 표고를 이용하여 연직선 편차를 산출하였다.

### 3.1 연구대상

연구 대상은 그림3에 나타낸 바와 같이 2011년 ~2013년에 신설된 춘천시의 통합기준점 20점을 대상으로 GPS측량 및 수준측량을 실시하였다.

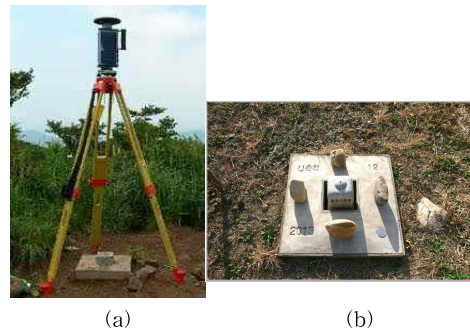


그림 4 GPS 측량(a) 통합기준점 U춘천19(b)

### 3.2 데이터 취득 및 계산

GPS/Leveling은 일반적으로 정밀한 직접 수준측량에 의하여 표고가 결정된 수준점을 기준으로 수행되기 때문에 그 지점에 대한 정밀한 타원체고가 계산된다면 매우 높은 정밀도의 지오이드고를 산출할 수 있다(박준규 등, 2014).

수준점 및 통합기준점을 대상으로 수행된 GPS/Leveling 자료에서 그림 5와 같이 지오이드고를 계산하였다. GPS/Leveling에 의해 계산된 지오이드고는 25.12m~25.40m의 분포를 나타내었다.

향후 본 연구를 통해 구축된 지오이드고를 이용한 지오이드 모델은 기존의 지오이드 모델 EGM 2008의 5km간격보다 정밀하게 구축할 수 있을 것으로 보인다. 표 1은 'U춘천11'을 기준으로 한 각 지점별 방위각, 거리, 정표고 차이, 타원체고 차이, 지오이드고 차이를 나타내고 있다.

표 1 지점별 정표고, 타원체고, 지오이드고 차이

Length Number	From	To	Azimuth ( $\alpha$ )	Distances(m)	Orthometric height differences $\Delta H$ (m)	Ellipsoidal height differences $\Delta h$ (m)	Geoid height differences $\Delta N$ (m)
1	U출천11	U출천04	342.3555579	10626.34	-13.2501	-13.2597	-0.0096
2		U출천05	351.687513	6149.541	-13.9104	-13.9145	-0.0041
3		U출천06	5.816224392	7844.372	-16.8081	-16.884	-0.0759
4		U출천07	25.83220319	5332.736	-4.6456	-4.7284	-0.0828
5		U출천08	126.0354424	2613.42	-5.4963	-5.5753	-0.079
6		U출천09	22.11801132	2083.396	-0.2233	-0.228	-0.0047
7		U출천10	171.8001724	2901.337	-66.372	-66.4025	-0.0305
8		U출천13	242.3297623	4685.41	-5.3486	-5.2899	0.0587
9		U출천19	210.239302	14408.82	-162.542	-162.4629	0.0791
10		U출천20	220.7930958	9477.9277	8.9494	9.0309	0.0815
11		U출천21	194.0195063	11373.9	-65.472	-65.4911	-0.0191
12		U출천22	210.3000429	5232.653	3.9241	3.9634	0.0393
13		U출천23	192.1805418	8513.186	-51.9132	-51.9336	-0.0204
14		U출천24	184.9477754	6305.577	-13.9001	-13.9289	-0.0288
15		U출천26	162.6447322	9899.531	-97.7677	-97.9363	-0.1686
16		U0086	356.8588075	12769.46	-30.9437	-31.0145	-0.0708
17		U0087	348.5253024	3759.083	-18.3334	-18.313	0.0204
18		U0091	25.37986441	9698.742	-23.1884	-23.3305	-0.1421
19		U0093	87.39664351	4477.898	-34.0504	-34.1695	-0.1191
20		U0111	213.261405	10579.88	-5.9594	-5.8443	0.1151

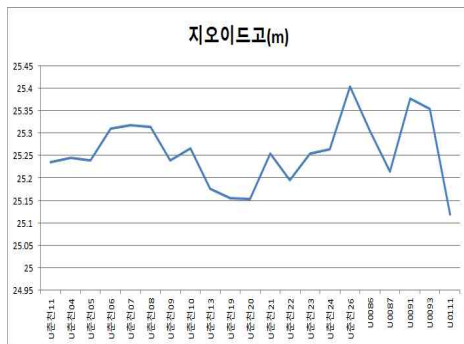


그림 5 계산된 지오이드고

본 연구에서는 비슷한 거리로 각 방향으로 분포된 지점에 대한 GPS기선해석 결과인 거리와 방위각을 이용하여 지오이드 모델로부터 연직선 편차를 구하는 방법을 적용하였다. 분산의 전과법칙을 사용하고 정표고와 타원체고간의 상관관계가 없다고 가정하면 거리에 반비례하는 경중률을 적용, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

표 2 계산된 연직선편차

	The deflection of vertical components	
	$\xi$	$\eta$
GPS/Leveling	-2.11" $\pm$ 0.62	1.75" $\pm$ 0.71

#### 4. 결론

본 연구는 연직선 편차를 구하는 다양한 방법들을 고찰하고 춘천시 통합 기준점을 중심으로 GPS 성과와 수준측량에 의해 결정된 정표고값을 이용, 지오이드고를 산출하여 연직선 편차 성분을 결정하였다. 본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. GPS/Leveling을 이용하여 연직선편차 성분을 계산한 결과  $\xi$  성분은  $-2.11'' \pm 0.62$ 의 분포를,  $\eta$  성분은  $1.75'' \pm 0.71$ 분포를 보였다.

2.GPS를 이용한 연직선편차 성분의 결정은 기존의 천문측량에 의한 방법보다 복잡하지 않으며 짧은 시간 내에 연직선 편차를 결정 할 수 있어 주기적으로 연직선편차를 결정하게 되면 지각변동, 측지연구 및 정확한 정표고를 결정하는데 있어 중요한 도구가 될 것으로 보인다.

3. 향후 천문측량 및 중력모델로부터 얻어진 연직선편차와 비교 분석과 같은 지속적인 연구를 통해 정확한 연직선편차 모델이 구축된다면 정밀한 지오이드 모델을 구축할 수 있고 나아가 측량업무의 간소화 및 효율성이 극대화 될 수 있을 것으로 보인다.

#### 참고 문헌

[1] 김용일, 송창현, 어양담, 김형태, “천문경위도

- 와 중력지로이드 모델로부터 구한 연직선 편차의 비교에 관한 연구”, *한국측량학회, 한국측량학회지*, 17(1), pp.87-95, 1999.3.
- [2] 박준규, 안중순, “GPS/Leveling을 이용한 정밀 지역 지오이드 구축”, *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, Vol.15, No.7, pp.4595-4600, 2014.
- [3] 이석배, “세계측지계상에서 천문측량데이터를 이용한 연직선편차 계산에 관한 연구”, *한국지형공간정보학회, 한국지형공간정보학회지*, 15(1), pp.47-53. 2007.3.
- [4] Ayhan Ceylan, “Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A case study of a GPS test network in Konya, Turkey”, *Scientific Research and Essay*, Vol.4 (12), pp.1438-1444, 2009.
- [5] Evans, A. G., Soler, T., Hothem, L. D., Stein, W. L., Hermann, B. R., and Carlson, A. E., Jr., “Vertical deflections and astronomic azimuth derived from GPS and leveling: Joint test description and results.” *Proc., 5th Int. Geodetic Symp. on Satellite Positioning, Physical Science Laboratory*, New Mexico State Univ., Las Cruces, N.M., pp.945-955, 1989.
- [6] Fujii, Y., “Test observations and their results for determining geoidal height and deflection of vertical with GPS interferometry.” *Japanese Symp. on Earth Rotation, Astrometry, and Geodesy*, 176-180 in Japanese, 1990.
- [7] Heiskanen W, Moritz H., “Physical Geodesy, KTÜ Printing Office,” 491 page., Translate: Gürkan O, Trabzon, 1984.
- [8] Soler T, Carlson AE Jr, Evans AG., “Determination of Vertical Deflections Using The Global Positioning System and Geodetic Leveling”, *Geophys. Res. Lett.* 16(7): 695-698, 1989.
- [9] Üstün A., “Physical Geodesy Lecture Notes”, *Selcuk University, Department of Geomatic Engineering, Konya.* <http://193.255.245.202/~aydin/docs/fiziksel-jeodezi.pdf>, 2006.
- [10] Vandenberg DJ., “Combining GPS and Terrestrial Observations to Determine Deflection of The Vertical”, *Ms-Thesis, Purdue University, West Lafayette, Ind.* <http://Vandenberg.DJ.org/Deflection%20of%20the%20vertical.Pdf>, 1999.
- [11] W. E. Featherstone, “THE USE AND ABUSE OF VERTICAL DEFLECTIONS” , *The Australian Surveyor*, pp.5-8, 1999.