

정비례/반비례, 상관관계의 도입 시기 및 내용 조직에 대한 교육과정 국제 비교 연구¹⁾

김 화 경* · 김 선 희** · 박 경 미*** · 장 혜 원**** · 이 환 철***** · 이 화 영*****

2015 개정 수학과 교육과정에서 나타난 주요한 내용 변화 중의 하나는 정비례/반비례를 초등학교에서 중학교로 상향이동하고, 상관관계 관련 내용을 중학교에 추가한 것이다. 이런 변화를 결정하는 데 중요한 근거 자료가 된 것이 국제 비교 결과이다. 이에 본 연구에서는 미국, 영국, 프랑스, 핀란드, 호주, 일본, 싱가포르, 중국, 대만을 대상으로 정하고, 정비례/반비례와 상관관계를 어느 시기에 어떤 범위에서 다루는지 조사하였다. 더불어 교육과정 내용 조직의 특성을 분석하는 틀로 수직적 계열성, 수평적 계열성, 외적 연결성, 내적 연결성의 네 가지 기준을 설정한 후 이에 기초하여 정비례/반비례와 상관관계 관련 내용을 비교·분석하였다. 연구결과 대부분의 국가가 정비례/반비례를 중학교에서 도입하거나 초등학교에서 도입한 후 중학교에서 심화시키는 방식을 따르고 있으며, 내용 조직의 특성 기준을 비교적 충실히 만족시키고 있다. 상관관계는 핀란드를 제외한 모든 국가가 고등학교 내용으로 포함시키고 있으며, 대부분 상관계수, 회귀직선, 최소제곱법 등 관련 개념들을 소개하면서 다양한 맥락에서 다루고 있었다.

1. 서론

교육과정은 학생들에게 제공할 학습 경험을 선정·조직하고 교과서와 수업의 내용을 규정할 뿐 아니라 어떻게 가르치고 평가할 것인가에 이르기까지를 담아내는 실천적 문서이다. 수학과 교육과정은 학교수학을 둘러싼 다양한 집단의 견해를 반영한 합의의 결과이고, 이러한 속의 (deliberation)의 과정에서 중요한 근거가 되는 것이 교육과정의 국제적인 동향이다. 한 국가의 교

육과정은 그 내에서 내용의 정합성과 일관된 구성의 논리를 갖추면 되므로 국제적인 표준이 존재하기 어렵지만, 수학은 국가와 사회를 초월한 보편성이 가장 높은 교과이므로 국가마다 진지한 논의의 결과로 도출한 교육과정의 국제적인 동향을 참조할 필요가 있다.

2015 개정 수학과 교육과정과 관련된 대표적인 내용 변화 중의 하나는 정비례/반비례를 초등학교에서 중학교로 상향이동하고, 상관관계 관련 내용을 중학교에 추가한 것이다. 그러한 판단의 근거가 된 것이 상당수의 국가들이 정비례/반비

* 상명대학교, indices@smu.ac.kr (제1 저자)

** 강원대학교, mathsun@kangwon.ac.kr (교신저자)

*** 홍익대학교, kparkmath@hotmail.com

**** 서울교육대학교, hwchang@snue.ac.kr

***** 한국과학창의재단, singri@kofac.re.kr

***** 한국과학창의재단, hylee@kofac.re.kr

1) 이 논문은 교육부의 재원으로 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 성과물임.

례를 중학교에서 도입하고 중학교나 고등학교에서 상관관계를 다룬다는 국제적인 추세이다. 물론 국제 비교 이외에도 정비례/반비례를 중학교로 이동시킨 요인은 여러 가지 있는데, 우선 초등학교의 학습 부담 경감을 꼽을 수 있다. 교사들을 대상으로 한 설문조사 결과 학생들의 체감 난이도가 높은 정비례/반비례는 삭제와 약화의 의견이 비교적 높게 나타났다(박경미 외, 2014). 또한 중학교 내용의 변화에 따른 연쇄 이동이라는 측면도 있다. 2015 개정 교육과정에서는 중학교 1학년에서 함수를 도입하던 이전 교육과정의 관례를 벗어나, 함수 용어의 도입 시기를 중학교 2학년으로 늦추었다. 그에 따라 중학교 1학년에서는 비정형적인 그래프를 포함한 다양한 그래프의 작성과 해석을 충실히 다루고, 그러한 관계 중 특별한 경우로 정비례/반비례를 표, 식과 함께 그래프로 다루는 것으로 조정된 것이다. 상관관계 역시 국제 비교 결과 이외에도 통계적 소양의 강조, 빅데이터 시대의 도래 등과 관련하여 추가의 필요성이 제기되었다. 이에 통계 교육과 관련하여 시대적인 요구를 반영하여 상관관계가 추가되었다. 빅데이터가 현대사회를 대변하는 키워드이자 경쟁력을 좌우하는 개념으로 등장하였기 때문에 미래세대에게 자료를 분석하여 의미 있는 정보를 찾는 능력을 길러줄 필요가 있는데, 이와 관련된 핵심적인 개념이 바로 상관관계이다. 이처럼 내용 변화에는 여러 요인들이 개입되어 있지만, 정비례/반비례와 상관관계를 학교수학에서 다루는 국제적인 동향이 지대한 영향력을 미친 것은 사실이다.

이에 본 연구에서는 정비례/반비례, 상관관계의 두 주제를 선정하고 해외 9개국(미국, 영국, 프랑스, 핀란드, 호주, 일본, 싱가포르, 중국, 대만)에서는 이를 어느 시기에 어떤 범위에서 다루는지 조사하고, 교육과정 내용 조직의 특성을 분석하는 틀을 설정한 후 이에 기초하여 교육과

정 내용을 비교·분석하였다.

교육과정은 흔히 계획된(intended) 교육과정, 전개된(implemented) 교육과정, 실현된(achieved) 교육과정으로 구분되는데, 교수학적 변환 절차에 따라 각 단계의 교육과정으로 이행되는 과정에서 모종의 변화가 나타난다. 또한 계획된 교육과정이 국가 차원의 것인지 아닌지에 따라서 세 가지 교육과정 사이의 일치도가 달라지겠지만, 일반적으로 이러한 교육과정 간에는 높은 관계가 있다(Silver, 2014). 따라서 계획된 수학과 교육과정에 대한 국제 비교 연구는 각국에서 실제로 지도되고 있는 교실 속의 학교수학을 파악하게 하는 주요 척도가 되는데, 여기서 교육과정 비교 연구의 의의를 찾을 수 있다. 교육과정 국제 비교 연구는 대체로 두 가지 접근으로 나타난다. 하나는 여러 국가를 비교 대상으로 하여 수학과 교육과정과 관련한 다양한 주제들에 대한 비교 내지는 비교를 가능하게 하는 자료를 제공하는 것이다(European commission, 2011; Usiskin & Willmore, 2008; NZQA & KICE, 2015 등). 이 경우에는 깊이 있는 분석을 기대하기 어렵지만, 교육과정 정책, 효과성 검증, 학습 목표, 수학 내용과 능력, 학년별 학습 내용 등 다양한 관점에서의 개관을 가능하게 한다. 이를 구체화하여 수학 내용 및 지도 시기에 대해 좀 더 상세한 결과를 도출한 연구가 있다. Ibrahim & Othman (2010)은 2003 말레이시아와 2007 싱가포르의 중등학교 수학과 교육과정을, Halim(2011)은 방글라데시와 인도의 초등학교 수학과 교육과정을, Leung(1992)은 중국, 홍콩, 영국의 중학교 수학과 교육과정, 특히 계획된 교육과정과 전개된 교육과정 간의 차이를 비교하였다. 국내 연구로는 상경아 외(2014)가 국제 교육 모니터링 체제 구축을 위한 학습성과 지표 개발을 위해 세계 12개국의 초등 수학과 교육과정 내용 요소를 분석한 것이 있다.

또 다른 접근은 특정 내용 영역이나 주제와 관련된 몇 개 국가 간의 비교이다. 이런 연구에서는 수학 내용 전반이 아니라 특정 영역이나 주제의 세분화된 하위 요소를 다룬다는 점에서 앞서 설명한 것과 구별되며, 전체적인 개관이 아닌 특정 내용 요소에 대한 상세한 분석을 가능하게 한다는 특징이 있다. 예를 들어 Siregar (2015)는 확률과 통계 영역에서 하위 요소를 추출하고 인도네시아와 싱가포르의 교육과정, 그리고 미국 CCSSM에서의 도입 시기를 조사하여 분석하였다. 본 연구는 후자의 접근과 유사하다. 2015 개정 수학과 교육과정 개정 논의에서 쟁점이 되었던 정비례/반비례와 상관관계의 두 가지 주제를 중심으로 동서양 주요 국가에서의 도입 시기, 각 주제와 관련하여 다루는 내용 요소의 범위, 그리고 내용 조직의 특성을 비교해 보고자 한다.

II. 교육과정 국제 비교 대상 국가 및 분석틀

1. 비교 대상 국가의 수학교육

정비례/반비례와 상관관계라는 두 가지 주제가 외국에서는 어떤 시기에 어느 정도 범위와 깊이로 다루어지는지 조사하기 위하여 9개 비교 대상 국가를 선정하였다. 서구권에서는 미국, 영국, 프랑스, 핀란드, 호주, 아시아권 국가로 우리나라와 제반 교육 여건이 비슷한 일본, 싱가포르, 중국, 대만을 선정하였다. 미국과 영국은 서구의 대표적인 국가로 최근에 교육과정을 개정하였고, 프랑스는 서구 국가 중에서 중앙집권적인 국가 교육과정 체제를 적용하고 있다는 면에서 주목할 만하다. 핀란드는 PISA에서 높은 성취도를 보이면서도 여러 배경 변인에 따른 학생들의 성취 수준 차이가 미미하여 이상적이라고 평가되고 있고, 호주는 남반구에 위치한 대표적인 영어권 국가라는 면에서 연구 대상에 포함시켰다. 일본은 우리나라와 교육과정 체제나 구성 면에서 가장 동질성이 높은 국가이고, 싱가포르는 TIMSS의 최상위권 성적으로 수학교육의 모범국으로 꼽혀왔으며, 중국과 대만은 높은 수학 성취

<표 II-1> 교육과정 비교 대상 국가의 수학교육 관련 배경 정보

항목 국가	OECD 회원 여부	PISA 2012 전체 순위	TIMSS 2011 순위		초등학교		중학교	
			4학년	8학년	연평균2) 수업시수	수학 수업 비율	연평균 수업시수	수학 수업 비율
한국	○	3~5	2	1	648	13.7%	842	11.1%
미국	○	31~39	11	9	967	-	1011	-
영국	○	19~25	9	10	861	-	912	13.4%
프랑스	○	23~29	-	-	864	20.8%	991	13.6%
핀란드	○	10~15	8	8	632	16.2%	844	11.8%
호주	○	17~21	19	12	1010	-	1015	-
일본	○	6~9	5	5	762	16.6%	895	11.9%
싱가포르	×	2	1	2	-	-	-	-
중국-상하이	×	1	-	-	612	-	816	-
대만	×	3~5	4	3	-	-	-	-

2) <http://www.oecd.org/edu/Education-at-a-Glance-2014.pdf>

도를 보이는 중화권 국가이다. <표 II-1>은 각 국가의 수학교육에 대한 핵심적인 정보를 나타내고 있다.

우리나라를 비롯한 비교 대상 10개국의 초·중·고등학교 수학과 교육과정이 제시된 학년 또는 학년군을 정리하면 <표 II-2>와 같다. 학년별로 교육내용을 제시하는 국가는 호주, 일본, 싱가포르이고, 미국은 8학년까지 교육내용을 학년별로 구성하지만 내용에 따라서는 여러 개 학년을 묶어서 성취기준을 제시하고 있다. 영국은 학년을 네 개의 핵심단계(key stage)로 분류하는데, 핵심단계 1과 2는 학년별로 교육 내용을 제시하고 핵심단계 3과 4는 포괄적으로 교육 내용을 제시하고 있다. 핀란드, 중국, 대만은 학년군별로 내용을 제시하고 있다. 일반적으로 12학년까지가 고등학교 교육과정 편성이지만, 영국은 핵심단계 1을 만 5세에 시작하여 13학년까지의 교육 체제로 편성하고 있다. 대부분의 나라가 중학교까지를 의무교육에 포함하고 있고, 초등학교의 입학 나이는 미국과 영국이 다른 국가에 비

해 1년 정도 빠르다. 그리고 중등 교육의 경우, 우리나라처럼 중학교와 고등학교가 구분되지 않는 경우가 있다. 영국은 핵심단계 3과 4를 중등학교 5년으로 하여 이후 대학준비과정인 Sixth form이 있고, 싱가포르는 중등학교 4년을 마친 후 인증시험(O레벨)을 거쳐 대학준비학교에 가는 경우와 N레벨의 시험을 거쳐 중등5학년을 이수하여 O레벨을 치르는 경우가 있다. <표 II-2>에서 영국과 싱가포르의 중등 최상위 단계는 별도로 구별하였다.

본 연구에서는 우리나라를 비롯한 10개국의 가장 최근 수학과 교육과정을 참고하였다. PISA와 TIMSS와 같은 국제 비교 평가가 일반화되어 수학 성취도에 대한 객관적 확인이 가능해지면서 대부분의 국가들은 수학과 교육과정을 개정하고 있다. 우리나라를 포함한 10개국 모두 2000년대에 개정을 하였으며, 특히 지난 5년 이내에 수학과 교육과정 개정을 한 국가는 한국, 미국, 영국, 호주, 중국이다(<표 II-3> 참고).

국가마다 교육과정 성취기준의 상세함의 정도가

<표 II-2> 비교 대상 국가의 수학과 교육과정에 나타난 학년(군)

국가	수학과 교육과정의 학년/학년군													
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
한국		초등학교 1~2학년군		초등학교 3~4학년군		초등학교 5~6학년군		중학교 1~3학년군			고등학교			
미국	K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
영국	핵심단계1		핵심단계 2				핵심단계 3			핵심단계 4		Sixth form		
	1	2	3	4	5	6								
프랑스	주기 2		주기 3			6	5	4	3	2	1	T		
	CP	CE1	CE2	CMI	CM2									
핀란드			1~2학년군		3~5학년군			6~9학년군				고등학교		
호주		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
일본		초1	초2	초3	초4	초5	초6	중1	중2	중3	고1	고2	고3	
싱가포르		초1	초2	초3	초4	초5	초6	S1	S2	S3	S4	S5		
중국	제1학단			제2학단			제3학단				고등학교			
대만	제1단계		제2단계		제3단계		제4단계				고등학교			

<표 II-3> 비교 대상 국가의 수학과 교육과정 출처

국가명	출판 연도	문서명
한국	2015년	http://ncic.kice.re.kr 2015 개정 교육과정 총론 2015 개정 수학과 교육과정
미국	2010년	http://www.corestandards.org/Math
영국	2014년	https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study
프랑스	2008년	http://cache.media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf
핀란드	2004년	http://www.oph.fi/english/curricula_and_qualifications/basic_education
호주	2011년	http://www.australiancurriculum.edu.au/mathematics/curriculum/
일본	2008년	http://ncic.kice.re.kr ³⁾
싱가포르	2007년	http://ncic.kice.re.kr
중국	2011년	http://ncic.kice.re.kr
대만	2008년	http://ncic.kice.re.kr

상이하고 교육과정이 교과서와 수업과 평가에 미치는 영향력도 다르기 때문에, 교육과정 국제 비교는 원천적인 한계를 갖는다고 할 수 있다. 따라서 보다 객관적이고 정교한 교육내용 비교를 위해서는 교육과정 뿐 아니라 교과서, 수업, 평가를 연계해서 종합적으로 조망할 필요가 있다. 그러나 특정 교과서와 수업을 선정했을 때 그 국가의 전형이라 할 수 있는지 대표성 측면에서 문제의 소지가 있는 만큼 본 연구에서는 국가 교육과정 문서를 기준으로 비교, 분석을 하였다.

2. 교육과정 내용 조직의 분석틀

우리나라를 비롯한 여러 국가의 교육과정 내용 중 정비례/반비례, 상관관계에 대한 교육 내용의 조직을 분석하기 위해, Tyler(1949)를 참고하였다. Tyler는 교육내용 조직의 원리로 계속성(continuity), 계열성(sequence), 통합성(integration)을 제시하였는데, 계속성은 교과 교육에 중요한

교육 내용이 학년별로 반복적으로 제시되는가에 대한 것이고, 계열성은 반복되는 교육내용이 학년이 올라가면서 깊어지고 넓어지면서 심화되는 것을 말하며, 통합성은 교육 내용이 다른 교과 교육 내용과 연관되는 것을 의미한다. 본 연구는 Tyler의 이 세 가지 원리를 재구성하여 각 주제에 대한 교육과정 내용 조직 비교를 위한 틀을 <표 II-4>와 같이 설정하였다.

우선 Tyler의 계열성은 내용의 깊이와 폭의 심화에 대한 것이지만, 본 연구에서는 하나의 개념이 여러 학교급이나 학년에 걸쳐 관련 개념들과 연결되면서 깊이와 폭이 심화되는 경우를 수직적 계열성, 한 학년 내에서 그 개념과 관련된 여러 내용 요소가 함께 다루어지는 경우는 수평적 계열성으로 보았다. Tyler의 통합성은 수학교육에서 보편적으로 사용되는 ‘연결성’으로 명명하였다. 수학교육에서 연결성은 수학 외적 연결성과 내적 연결성으로 구분되는데, 전자는 교육과정에서 수학 개념을 적절한 타교과나 실생활 상황과 연계 짓고 있는지에 대한 것이고, 후자는

3) 국가교육과정 정보센터에서 일본, 싱가포르, 중국, 대만의 교육과정 정보를 검색할 수 있다.

<표 II-4> 교육과정의 내용 조직 특성 분석틀

항목	준거	Tyler의 원리
수직적 계열성	학교급이나 학년이 높아지면서 수학 개념이 관련 개념들과 연결되면서 깊이와 폭이 심화되는가?	계속성 계열성
수평적 계열성	동일 학년에서 수학 개념과 관련된 여러 '내용 요소'가 결합되어 함께 다루어지는가?	
외적 연결성	수학 개념과 관련되기에 적절한 타교과나 실생활 상황을 연결하고 있는가?	통합성
내적 연결성	수학 개념이 수학 내의 여러 '내용 영역'에서 상호 결합되면서 다루어지는가?	

하나의 개념이 수학 내의 다른 영역과 상호 결합되면서 다루어지는가이다. 따라서 이를 구분하여 분석틀로 설정하였다⁴⁾.

한편 Tyler의 계속성의 아이디어는 연구의 초기에 학습 위계가 있는 요소들이 학년군/학년/과목의 배치에 있어 되도록 분절 없이 이어져야 한다는 연속성이라는 명칭의 기준으로 선정하였으나, 분석 과정에서 연속성은 계열성과 명확하게 구별되지 않아 제외하였다. 즉 학습 요소 자체만으로 혹은 다른 학습 요소가 결합되면서 깊이와 폭이 심화되는 계열성이 나타나기 위해서는 학습 요소들이 분절 없이 계속된다는 연속성이 선행되어야 하므로, 계열성이 있는 경우 연속성이 늘 함께 존재했다. 이에 따라 Tyler의 계속성에 기초한 연속성은 별도의 기준으로 설정하지 않았다.

III. 정비례/반비례에 대한 국제 비교 결과

1. 학습 시기

우리나라에서 정비례/반비례는 7차 교육과정에서 중학교 1학년에 다루어지다가 2007, 2009 개

정 교육과정에서는 6학년, 그리고 2015 개정 교육과정에서 다시 중학교에서 다루게 되었다. 비교 대상 9개국의 수학과 교육과정에서 정비례와 반비례를 언제 학습하는지, 그리고 우리나라 교육과정의 변화는 어떠한지 살펴보면 <표 III-1>과 같다. 특히 정비례($y = ax$)는 일차함수 $y = ax + b$ 와 연결되는 기본 개념이므로, 문자와 함수가 정비례 전후에 언제 다루어지는지를 함께 살펴보았다⁵⁾.

대부분의 국가에서 정비례/반비례를 중학교급에서 다루는 것을 볼 수 있다. 우리나라는 학습량 감축을 위해 하나의 주제를 한 번에 다루도록 하는 방향으로 교육과정 내용이 개정되어 왔으므로, 정비례/반비례라는 주제가 초등학교에서도 도입되어 완성되기에는 국제 수준에 비추어 이른 감이 있다. 그런 면에서 볼 때 2015 교육과정에서 정비례/반비례를 중학교에서 도입하도록 그 시기를 늦춘 것은 적절한 결정일 수 있다.

비례는 정비례와 반비례로 나뉘는데, 정비례는 한 양이 2배, 3배, ...될 때 다른 양도 2배, 3배, ...되는 관계가 있을 때이고, 반비례는 한 양이 2배, 3배, ...될 때, 다른 양은 1/2배, 1/3배, ...되는 관계를 말한다. 미국과 프랑스는 반비례를 별도로 언급하지는 않았다. 하지만 교육과정에서 자

4) 교과서를 참고하여야 연결성을 자세히 알 수 있으나 교과서 발행 방식이 나라마다 상이하며 교육과정의 비교라는 연구 주제를 고려하여 교육과정 내에서의 보이는 연결성만을 조사하였다.
5) 교육과정 문서에서 제시된 순서에 근거하여 분석하였으므로, 교육과정을 재구성하여 교과서를 집필하거나 수업을 진행할 경우 그 순서가 달라질 수 있다.

세히 언급하지 않았을 뿐 교과서에서는 다루고 있을 가능성이 있다. 예를 들어, 미국 Pearson 출판사의 CMP 교과서에서는 6학년에서 반비례를 다루고 있으므로(대한수학교육학회, 2016, p.136), 비례 관계라는 표현 하에 정비례와 반비례를 함께 다룰 가능성도 있다. 한편 대만은 초등학교부터 정비례를 도입하고 반비례는 중학교에 도입하고 있다. 비와 비율, 정비례, 일차함수의 순서가 논리적으로 자연스러우므로 반비례를 굳이 정비례와 같이 도입할 필요는 없다고 판단한 것으로 보인다.

일차함수의 기본 개념으로 볼 수 있는 정비례는 우리나라와 중국에서 문자를 도입한 이후 함수를 학습하기 전에 다루지만, 미국, 영국, 핀란드, 호주, 싱가포르는 문자와 함수 개념 도입 후 정비례 또는 반비례를 학습하도록 하고 있다. 그에 반해 프랑스, 일본, 대만은 정비례를 문자와

함수 이전에 다루고 있어, 국가마다 정비례와 문자, 함수 개념 도입에 있어 서로 다른 양상을 띠고 있음을 알 수 있다. 문자를 먼저 도입한다면 정비례의 관계식을 도출할 수 있고, 함수를 먼저 도입한다면 정비례를 함수의 한 유형으로 다룰 수 있을 것이다.

2. 내용 요소의 선정 및 조직

이 절에서는 정비례/반비례 관계를 학교수학에서 다룰 때 어떤 내용 요소를 선정하고 그것을 교육과정에서 어떻게 조직할 것인지에 대해 살펴본다. 정비례/반비례는 표, 식, 그래프의 다양한 표현으로 나타낼 수 있는데, 표현은 실생활과 수학 세계를 연결할 수 있게 하는 촉진자라는 관점(Post & Cramer, 1989)에서 정비례/반비례를 어떤 표현 양식으로 다루는가는 매우 중요한 문

<표 III-1> 정비례/반비례 학습 시기 국제 비교

항목 국가		정비례				반비례	
		초등학교	중학교	문자	함수	초등학교	중학교
한국	7차 교육과정		●	▲	▼		●
	2007 개정	●		▲	▼	●	
	2009 개정	●		▲	▼	●	
	2015 개정		●	▲	▼		●
미국			●	▲	▲		
영국			●	▲	▲		●
프랑스			●	▼	▼		
핀란드			●	▲	▲		●
호주			●	▲	▲		●
일본		●	●	▼	▼	●	●
싱가포르 ⁶⁾			●	▲	▲		●
중국		●	●	▲	▼	●	●
대만		●	●	▼	▼		●

▲ : 정비례가 문자나 함수 이후에 등장

▼ : 정비례가 문자나 함수 이전에 등장

6) 싱가포르는 중학교부터 Express(O레벨), Normal(Academic), Normal(Technic)의 세 개의 레벨로 구분하는데, O레벨과 N(A)레벨 모두 중등2학년에서 정비례/반비례를 동일한 내용으로 다루고 있다.

제이다. 정비례/반비례는 상황을 묘사한 언어적 표현 외에 표에서의 규칙 찾기, 그래프를 통한 양의 변화에 대한 직관적 파악이 유용한 것으로 확인된다. 실제로 초등학생들은 문장정보보다 표를 이용하여 규칙 찾기를 통해 비례 관계를 다루는 것을 더 쉽다고 생각하고(박상은, 2010), 관계식 표현을 가장 어려워하는 것으로 나타났다(김정원, 2014).

정비례/반비례는 속력, 축적, 인구밀도 등 일상 및 타 교과에서의 비례적 상황과 밀접한 관계에 있는 수학 개념이다. 이와 같은 일상에서의 상황들이 모두 엄밀하게 수학적 의미의 비례 관계를 이루고 있음에도 불구하고, 정비례 관계의 두 양은 증가-증가, 감소-감소와 같이 그 방향이 일치하고, 반비례 관계의 두 양은 증가-감소, 감소-증가와 같이 그 방향이 반대라는 인식 때문에 일상에서는 수학적으로 엄밀한 의미가 아닌 증가 관계와 감소 관계를 대신하는 의미로 차용되고 있다. 예컨대 ‘소득-음주는 정비례, 소득-우울증은 반비례’라는 신문기사(문화일보, 2009)는 정량적인 비교라기보다는 소득이 증가할 때 음주량은 증가하고 반대로 우울증은 감소하는 질적 상황을 묘사하기 위해 사용된 은유라 할 수 있다. Ferrandez-Reinisch(1985)는 비례추론의 발달을 아직 정량화되지 못한 정성적 체계로부터 정량적 체계로의 발달로 특징짓고 있다. 이와 같이 아동에게는 두 변인 사이의 양적 관계보다 증가와 감소에 따른 질적 관계로의 이해가 먼저라는 관점을 따른다면 일상에서 사용되는 비례 관계 은유는 오개념이라기 보다는 정비례/반비례에 대한 이해를 독려하기 위한 선수 경험으로서의 교육적 의미를 지닌다고 할 수 있다. 수학적 정의와 일치하는 경우든 일상용어로 사용되는 은유적 표현이든 정비례/반비례는 실생활과 매우 밀접한 관계에 있음이 분명하다.

위의 두 가지 관점은 정비례/반비례의 표현과

활용이 중요함을 지적한다. 이를 토대로 각국의 교육과정에서 정비례/반비례의 내용 요소를 어떻게 선정하고 있는지 알아보았다. 우리나라 2015 개정 수학과 교육과정은 중학교 성취기준에서 “정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다”를 선정하고, “...실생활의 예를 통해 정비례/반비례 관계를 직관적으로 이해하게 하고, 정비례/반비례 관계가 성립하는 실생활의 예를 찾아 설명하게 한다”는 교수·학습 방법 및 유의사항을 제시하고 있다. 즉 정비례/반비례에 대한 의미, 표현, 활용의 6가지들을 교육 내용으로 선정한 것으로 볼 수 있다. 따라서 정비례/반비례에 대한 각국의 교육 내용 요소에 의미, 표현, 활용이 포함되어 있는지 <표 III-2>에서 살펴보았다. 즉 정비례/반비례 개념에 대한 내용이 교육과정에 포함되어 있으면 ‘의미’, 관계식, 표, 그래프 등의 내용이 포함되어 있으면 ‘표현’, 정비례/반비례를 활용하는 내용이 포함되어 있으면 ‘활용’에 표기할 수 있다. 이때 2015 교육과정과 유사한 수준의 내용이면 ●, 더 심화된 내용이면 ■, 다른 관점의 내용이면 ★ 표기를 하였다.

우리나라 교육과정에 명시된 내용에 비추어 다른 나라의 교육과정을 보았을 때, 싱가포르가 우리나라의 교육내용을 모두 포함하고 있었다. 미국은 반비례를 다룬다는 언급이 없었는데, 정비례의 의미에서는 ‘비례 관계를 인식하기, 결정하기’를, 표현에서는 ‘그래프 위의 점을 상황에 따라 해석하기, 기울기를 해석하여 그래프 그리기’를, 활용에서는 ‘단리, 세금, 가격인상과 인하, 팁과 수수료, 요금, 퍼센트 증가와 감소, 백분율 오차와 같은 비와 비율의 단단계 문제를 푸는데 비례 관계 사용하기’와 같이 구체적인 예시를 포함하고 있었다. 특히 미국은 ‘비례 상수’라는 용어를 도입하고 있었다. 영국은 정비례/반비례를 그래프와 대수식으로 나타내어 문제를 해

<표 III-2> 정비례/반비례 관련 학습 요소 비교

국가	항목	정비례			반비례		
		의미	표현	활용	의미	표현	활용
미국		■	■	★			
영국			●			●	
프랑스		●					
핀란드		●			●		
호주		●	●	★	●	●	★
일본		■	■		●	■	
싱가포르		●	●	●	●	●	●
중국		●	■	●	●	■	
대만		●			●		

결하는 것을 다루고 있었다. 프랑스는 비례 상황을 다루는 추론 능력을 강조하고 있었고, 이를 위해 비례 관계를 식별, 실행, 적용하는 것을 다루었다. 프랑스는 반비례에 대한 언급이 없었다. 핀란드는 ‘정비례/반비례’만이 교육과정에 명시되어 구체적으로 다루는 내용은 교육과정을 통해 가늠할 수 없었다. 호주는 우리나라에서 제시한 정비례/반비례의 의미, 그래프와 식의 표현, 실생활 확인 등이 포함되어 있었고 더불어 문제 해결이 강조되어 있었다. 실생활에서 정비례/반비례를 확인하여 문제를 해결하는 내용이 있어 ★ 표기를 하였다. 일본은 정비례/반비례의 의미와 표현이 우리나라에 비해 자세하게 다루어졌고, 수량 관계에서 비례 관계를 이해하고 고찰하는 것과 식에 대한 이해를 깊이 있게 할 것을 강조하였다. 수량을 나타내는 어휘와 □와 같은 표기 대신에 문자를 사용할 것에 대해서도 강조하고 있었다. 싱가포르도 호주와 마찬가지로 간단하지만 우리나라의 교육과정과 유사한 내용을

포함하고 있었다. 중국은 정비례/반비례에서 우리나라보다 심화된 내용을 포함하고 있었는데, ‘하나의 값이 주어지면 그 값에 따라 다른 값도 추정하기’와 반비례 함수에서 ‘ $y = \frac{k}{x}$ 일 때, $k > 0$, $k < 0$ 의 경우에서 그래프의 변화 과정을 살펴볼’ 것을 언급하고 있었다. 대만은 간단히 정비례/반비례의 의미만 언급하고 있었다.

본 연구에서 조사한 국가는 정비례/반비례를 교육내용으로 선정하고 있었고, 반비례를 언급하지 않은 국가는 미국과 프랑스였다. 영국 교육과정에는 정비례/반비례의 의미의 이해 대신 그 표현을 서술하고 있었다. 일본과 중국은 정비례/반비례의 표현을 중시하고 있었는데, 일본은 관계식을, 중국은 그래프를 강조하는 것으로 보인다.

정비례/반비례에 대한 내용 요소를 위와 같이 선정한 각국의 교육과정이 그 내용 조직을 어떻게 하고 있는지, 본 연구에서 설정한 분석한 결과는 <표 III-3>과 같다.

<표 III-3> 정비례/반비례 내용 조직 특성 국제 비교

국가	항목	수직적 계열성	수평적 계열성	외적 연결성	내적 연결성
한국	제7차			●	●
	2007		●	●	
	2009		●	●	
	2015			●	●
미국	●	●	●	●	
영국		●	●		
프랑스	●	●			
핀란드					
호주	●		●	●	
일본	●		●	●	
싱가포르			●		
중국	●	●	●	●	
대만	●	●	●		

정비례/반비례를 연이은 학년 또는 학교급에서 분절 없이 다루고 있는 국가는 6개국으로, 미국은 7~8학년, 프랑스는 6~3학년, 호주는 8~9학년, 일본은 초5~중1, 중국은 4~6, 7~9학년, 대만은 6~7학년에서 정비례/반비례를 다루고 있었다. 이들 6개국에서는 학년이 높아질수록 정비례/반비례 자체를 다루는 내용의 깊이와 폭이 심화되는 수직적 계열성이 나타났다. 미국은 7학년에서 다룬 비례상수가 8학년에서 기울기로 해석되고, 그래프 해석도 학년이 올라갈수록 더 심화되었다. 프랑스는 6학년보다 5~4학년에서 비례에 대한 추론 능력을 더 심화시키는 것으로 표현하였고, 호주는 8학년에서 자료에서의 비례가 탐색되었던 것이 9학년에서 그래프, 식 사이의 관계로까지 발전되게 하였다. 일본은 5학년에서

변화와 대응 방식을 관찰하다가 6학년에서는 식, 표, 그래프를 이용하여 특징을 조사하게 하고, 중1에서는 함수 관계를 찾으려 하였다. 중국은 4~6학년에서 정비례/반비례를 인식하게 하다가 7~9학년에서는 이를 함수로 지정하였다. 대만은 6학년에서 정비례의 의미를 다루다가 7학년에서 반비례의 의미를 도입하였다.

수평적 계열성은 미국, 영국, 프랑스, 중국, 대만에서 나타났는데, 미국은 비와 비율, 단위 변환 등이 정비례/반비례와 함께 언급되었고, 영국도 단위 변환, 축척, 비례 배분, 백분율 등이 함께 등장하였다. 프랑스도 백분율, 단위 변환 등이 언급되었고, 일본은 비와 비례 배분, 역함수의 내용이 정비례/반비례 내용을 심화시켰고, 대만도 비, 비례식, 연비, 연비례식 등이 정비례/반비례와 함께 등장하였다.

정비례/반비례를 실생활 상황과 관련지어 언급한 외적 연결성은 우리나라를 비롯하여 미국, 영국, 호주, 일본, 중국, 대만의 교육과정에서 나타났다. 우리나라는 속력과 거리, 속력과 시간과 같은 실생활의 예를 들었고, 미국은 단리 이자, 세금, 팁과 수수료, 요금, 백분율 오차 등을, 영국은 속도, 단위 가격, 밀도 등을 언급하였고, 호주와 일본, 중국, 대만은 단지 실생활, 구체적인 상황 등으로 다소 모호한 표현을 하였다.

내적 연결성은 미국, 호주, 일본, 중국에서 나타났다. 미국과 일본의 경우 비례를 ‘수량 관계’의 영역으로 도입하다가 ‘함수’ 영역으로 발전시켰고, 호주는 ‘통계와 확률’ 영역에서 대표적인 자료에서 비례 관계를 탐색하는 것으로 시작하여 ‘수와 대수’ 영역에서 형식화하였고, 중국은 ‘정비례와 반비례’ 영역에서 ‘함수’ 영역으로 발전시켰다.

7) 프랑스 중등학교의 경우 시작 학년이 6학년이고 학년이 높아짐에 따라 내림차순으로 학년의 숫자를 부여한다.

IV. 상관관계에 대한 국제 비교 결과

1. 학습 시기

상관관계는 변수 사이의 관계를 다루는 공변동적 사고(covariational reasoning)와 관련된다. 공변동적 사고는 논리적 공변동, 수치적 공변동, 통계적 공변동으로 구분되며, 이 중 통계적 공변동은 수치적 크기에 따라 변하는 두 통계 변량의 대응관계를 말하는데 통계적 변량의 특징인 변이성이 공동으로 발생한 현상에 대한 이해와 연결된다(Moritz, 2004; 노아라·유연주, 2013, 재인용). Garfield & Ben-Zvi(2008)은 통계적 추론을 자료에 관한 추론, 자료의 표현에 관한 추론, 통계적 측정치에 대한 추론, 불확실성에 대한 추론, 표본에 관한 추론, 상관관계에 관한 추론의 6가지 영역으로 구분하였다. 여기서 상관관계에 대한 추론은 두 변량 사이의 관계를 결정하고 해석하는 방법을 이해하고, 상관관계와 인과관계를 구분하는 것을 말한다. Lawson, Adi, & Karplus(1979)는 변수들 사이의 상호 관계의 정도를 결정하기 위해 사용하는 사고 패턴으로 상관관계에 대한 추론을 정의한다. 상관관계에 대한 추론은 일상생활뿐만 아니라 과학적 사고에 중요한 역할을 한다.

이처럼 중요한 상관관계가 우리나라 교육과정에서는 비교적 경시되어 왔다. 상관관계는 중학교 교육과정에서 계속 다루어지다가, 2007 개정 교육과정에서 삭제되었고, 이후 2009 개정 교육과정에서도 다루어지지 않다가, 2015 개정 교육과정에서는 중학교 3학년 교육내용으로 추가되었다. 우리나라를 비롯한 10개국의 수학과 교육과정에서 상관관계는 중학교와 고등학교에서 다루어진다. 학교급별 상관관계 학습 시기를 조사한 결과는 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 상관관계 학습 시기 국제 비교

국가		항목	
		중학교	고등학교
한국	7차	●	
	2007 개정		
	2009 개정		
	2015 개정	●	
미국		●	●
영국		●	●
프랑스			●
핀란드			
호주			●
일본			●
싱가포르			●
중국		●	●
대만			●

미국과 영국, 중국은 상관관계가 중학교 수준에서 도입되고 고등학교 선택과목에서 심화되어 다루어진다. 프랑스, 호주, 일본, 싱가포르, 대만은 고등학교에 도입되고, 핀란드의 경우 교육과정 문서에서 명시적으로 상관관계를 다루고 있지 않다.

2. 내용 요소 선정 및 조직

상관관계의 내용 요소는 산점도, 상관관계, 분할표, 상관계수, 회귀직선, 최소제곱법으로 선정하여 분석하였다. 상관관계의 시작에 해당하는 산점도(scatter plot, scatter diagram)는 일련의 자료에서 두 변수의 값을 순서쌍으로 좌표평면 위의 점으로 나타낸 것을 말한다. 우리나라 제7차 교육과정 교과서에서는 x, y 를 순서쌍으로 하는 점 (x, y) 를 좌표평면 위에 나타낸 그림을 상관도라고 부르고 교육과정 용어와 기호에도 ‘상관도’로 제시하고 있었다. 그러나 이경화(2004)는 두 확률변수 사이의 관련성을 시각적으로 확인하는 도구인 ‘산점도(scatter plot)’가 중학교 수학에서 ‘상관도(correlation diagram)’라고 명명되었는데, 통계학에서의 상관도는 상이한 의미로 사

용되므로 두 변수 사이의 선형적 관련성을 직관적으로 파악하기 위한 그래프 표상으로서 산점도가 더 정확한 용어임을 지적하였다.

산점도에서 점들은 가로와 세로를 기준으로 보면 대략 95% 정도가 x 의 평균과 y 의 평균을 기준으로 각각 $\pm 2\sigma_x$ 와 $\pm 2\sigma_y$ 이내에 위치하게 된다. 이 크기의 정사각형에 존재하는 점들은 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 ‘양의 상관관계’, x 값이 증가함에 따라 y 값은 감소하는 ‘음의 상관관계’, 그리고 특별한 경향성이 없는 경우 ‘상관관계가 없다’로 구분된다.

변수의 빈도 분포를 보여주는 분할표는 두 변수 사이의 관계를 보여주는 기초적인 그림으로 그들 사이의 연결성을 파악하는 데 도움을 준다. 이경화(2004)는 제7차 교육과정 중학교 수학의 ‘상관표’는 두 변량의 도수분포표를 함께 나타낸 것으로 통계학에서 사용되지 않는 용어이며, 그 보다는 범주형 혹은 서열형 자료를 대상으로 한 변수의 범주를 다른 변수의 범주에 따라 교차 분

류하여 제시한 교차표(cross tabulation) 혹은 분할표(contingency table)가 적절한 용어라고 하였다.

Cleveland, Diaconis, & McGill(1982)는 산점도를 통한 시각적 관찰만으로 상관관계를 이해하는 경우 발생하는 과대/과소 추정의 오류에 대해 말하였다. 즉, 동일한 자료의 산점도라도 눈금의 단위에 따라 상관관계가 달라지기 때문에 산점도의 시각적 이해에 기초한 상관관계가 엄밀하게 정의되기 위해서는 이를 수치화할 필요가 있다. 상관관계를 수치화하는 하나의 방법인 상관계수는 공분산 개념과 관련되며, 상관계수 r_{xy} 는 $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ 인 관계가 성립한다.

회귀직선은 독립변수(설명변수)와 종속변수(반응변수)들 사이의 관계를 선형회귀분석으로 나타낸 직선을 말한다. 회귀직선과 실제 자료 사이의 차이의 분산을 최소화하는 방법으로 최소제곱법이 이용된다.

이상의 분석을 통해 상관관계와 관련된 학습요소 ‘산점도’, ‘양(음)상관관계’, ‘분할표’, ‘상

<표 IV-2> 상관관계 관련 내용 요소 국제 비교

국가	항목	산점도	양(음)상관관계	분할표	상관계수	회귀직선	최소제곱법
한국	제7차 교육과정	●	●	●			
	2007 개정						
	2009 개정						
	2015 개정	●	●				
미국	●	●	●	●	●		
영국	●	●			●		
프랑스	●	●					
핀란드							
호주	●	●		●	●	●	
일본	●	●			●		
싱가포르	●	●			●	●	
중국	●	●			●	●	
대만	●	●			●	●	

8) 상관계수가 도입되기 이전 산점도 해석 수준에서 직관적 도입만을 다루는 경우 ‘양(음)상관관계’이라 하였고 이는 제7차 교육과정의 표현을 따랐다.

관계수', '회귀직선', '최소제곱법'을 국가별 교육 과정에서 다루는지 조사한 표는 <표 IV-2>와 같다.

비교 대상국인 9개국 중 핀란드를 제외하고 8개국이 모두 산점도와 (양)음의 상관관계를 다루고 있었다. 그러나 분할표는 우리나라 7차 교육과정과 미국을 제외하고는 상관관계와 관련해서 다루지 않고 있었다. 미국, 호주, 일본, 싱가포르, 중국, 대만은 상관계수를 다루고, 미국, 영국, 호주, 싱가포르, 중국, 대만은 회귀직선을 다루며, 호주, 싱가포르, 중국, 대만은 최소제곱법까지 다루고 있다.

상관관계에 대한 내용 요소를 위와 같이 선정한 각국의 교육과정이 그 내용 조직을 어떻게 하고 있는지, 본 연구에서 설정한 분석틀로 살펴보면 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> 상관관계 내용 조직 특성 국제 비교

국가	항목	수직적 계열성	수평적 계열성	외적 연결성	내적 연결성
한국	제7차		●	●	
	2007				
	2009				
	2015		●		
미국		●	●	●	●
영국		●		●	
프랑스		●			
핀란드					
호주		●	●	●	●
일본			●		
싱가포르		●	●	●	
중국		●	●	●	●
대만			●	●	●

우선 미국, 영국, 프랑스, 호주, 싱가포르, 중국은 상관관계의 학습 요소를 두 개 이상의 학년에서 심화시켜 다루고 있어 수직적 계열성이 있다고 볼 수 있다. 한국, 미국, 호주, 일본, 싱가포르, 중국, 대만은 한 학년에서 여러 가지 학습

요소를 동시에 다루는 수평적 계열성 요소가 보인다. 그러나 영국과 프랑스는 교육과정에 명시적으로 여러 학습 요소가 드러나지 않는다. 미국, 영국, 호주, 싱가포르, 중국, 대만은 상관관계를 다룰 때 실생활 문맥이나 다른 과목과의 연결성을 강조하여 외적 연결성이 있는 것으로 조사되었고, 미국, 호주, 중국, 대만은 직선의 기울기나 함수 등의 다른 수학적 개념과 연결하여 내적 연결성을 가진다.

미국의 경우 8학년과 고등학교 과정에서 연속적으로 등장하며 생물 실험을 위한 선형 모델을 이용하도록 예시하거나, 함수를 이용하도록 하는 연결성이 나타난다. 8학년에서는 선형 모델을 이용하도록 하고, 고등학교 과정에서는 이차, 지수 모델을 사용하고 함수식과 연결하고 있다. 영국의 경우 예측이나 과대/과소추정의 위험성을 교육과정에서 강조하고 있고, 프랑스의 경우 소프트웨어나 계산기를 이용하도록 한다. 호주의 경우도 실제 데이터를 이용하기를 권장하고, 회귀직선을 구하는 다양한 방법을 다루고 있다. 일본의 경우 산점도와 상관계수만 다루고 있으며, 싱가포르는 다루어야 하는 개념과 더불어 제외되어야 하는 항목도 제시하고 있다. 중국의 경우 실제 문제를 통해 지도하도록 강조하고 있으며, 대만의 경우도 실제 데이터를 강조하고 상관계수를 구하는 수식을 기술하고 있다.

V. 논의 및 시사점

국제 비교 결과 대부분의 국가가 정비례/반비례를 중학교에서 도입하거나 초등학교에서 도입한 후 중학교에서 심화시키는 방식을 따르고 있다. 우리나라는 교육과정 개정 때마다 외부에서 부과되는 수학 학습 내용 경감의 요구에 따라 복수의 학교급이나 학년에서 다루던 개념을 한

학교급이나 학년에서 다루는 식으로 변화시킨 경향이 있다. 정비례/반비례의 경우 2007 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정에서는 초등학교에서, 그리고 제7차 교육과정과 2015 개정 교육과정에서는 중학교에서 도입하고 반복하여 다루지 않는다. 정비례/반비례는 함수와 관련성이 높고 도형의 닮음과도 연계되는 등 수학의 핵심 개념 중의 하나이므로 향후의 교육과정에서는 복수의 학교급과 학년에서 점진적으로 심화시켜 나가는 접근이 바람직할 것이다. 이 때 정비례/반비례 내용 전체를 반복하면서 심화시키는 것도 가능하겠지만, 대만의 경우처럼 초등학교에서 정비례, 중학교에서 반비례를 다루는 것도 고려할 수 있다. 실제 정비례/반비례는 비례의 두 가지 유형으로 취급되기도 하지만, 정비례와 반비례를 이해하기 위해 요구되는 인지적 수준의 차이가 크기 때문에 정비례와 반비례를 도입하는 학교급이나 학년을 달리하는 것도 한 방안이 될 수 있다. 한편 정비례/반비례를 단발성으로만 다루어야 한다면, 국제적으로 중학교에서 다루는 것이 일반적이었다. 이에 초등학교보다는 중학교에서 도입하는 2015 개정 교육과정의 선택이 보다 더 국제적인 추세에 가깝다고 할 수 있다.

정비례/반비례를 초등학교와 중학교 중 어느 학교급에서 다루는가는 단순히 도입 시기의 문제가 아니라 초등학교의 산술적 단계인지, 중학교의 대수적 단계인지로 구분되는 매우 복합적인 이슈이다. 초등학교에서 정비례/반비례가 다루어진다면 비와 비율, 비례식과 연계하여 지도되기 때문에 관련 내용 요소들이 한 학년에서 동원되는 수평적 계열성을 만족시킬 수 있다. 이에 반해 정비례/반비례를 중학교에서 다루게 되면 변화 현상과 함수에 대한 선행 개념이 되기 때문에 수학의 상이한 영역을 넘나드는 내적 연결성을 충족시킬 수 있다. 그리고 중학교 1학년의 정비례를 중학교 2학년 기하 영역에서 도형

의 닮음과 적극적으로 연계 짓는다면 내적 연결성을 한층 강화할 수 있을 것이다.

한편 정비례/반비례와 문자의 도입, 함수의 도입 사이의 선후 관계에 대한 신중한 점검도 필요하다. 우리나라는 정비례/반비례가 초등학교에서 다루어지던 교육과정 시기나 중학교에서 다루어지던 교육과정 시기 모두 문자→정비례/반비례→함수의 순서를 따르고 있다. 물론 초등학교에서 정비례/반비례가 다루어질 때의 문자는 중학교에서의 본격적인 문자를 도입하기 이전이고, 정비례/반비례를 식으로 표현하는 정도의 간단한 문자이기 때문에 문자에 익숙한 정도는 다르지만, 정비례/반비례의 도입이 문자 이후이고 함수 이전이라는 순서는 동일하다. 그런데 <표 III-1>을 보면 정비례/반비례, 문자, 함수의 도입 순서가 국제적으로는 일치하지 않는다. 문자를 도입한 후 정비례를 다루면 식의 도입이 용이하고, 함수 개념을 소개한 후 정비례가 등장하면 정비례를 함수의 일부로 다룬다는 장점이 있을 것이다. 그리고 프랑스, 일본, 중국처럼 문자와 함수를 도입하지 않은 상태에서 정비례를 산술적으로 다루는 방식도 가능하다.

상관관계의 경우, 이를 교육과정에 명시적으로 포함시키지 않은 핀란드를 제외할 때 중학교에서만 다루는 국가로 우리나라가 유일하다. 중학교와 고등학교에서 연이어 다루는 경우가 3개국, 고등학교에서만 다루는 국가가 5개국이므로, 상관관계를 다루는 국가 중 우리나라를 제외하고는 모두 고등학교에 포함시키고 있다. 이처럼 고등학교 내용으로 다루어지는 만큼 상관관계, 회귀직선, 최소제곱법까지 심도 있는 주제들을 포괄하고 있다. 우리나라는 학습 내용 감축 기초에 따라 2007 개정 교육과정에서 상관관계가 삭제된 이후 2009 개정 교육과정에서도 포함되지 못하다가 2015 개정 교육과정에서 복원되었는데, 향후 교육과정 개정에서는 여기서 더 나아가 고

등학교에서 보다 심화시켜 다루는 방안을 고려해야 할 것이다.

이경화(2004)는 상관관계와 관련된 개념들이 ‘학문으로서의 통계학’으로부터 어떠한 교수학적 변환을 거쳐 ‘중학교 수학 교과서’에 제시되는지에 초점을 맞추어, 공분산에 기초한 피어슨 상관계수와 같이 변수 간의 선형적 관계의 정도와 방향을 알 수 있는 상관계수를 도입하지 않은 채 직관적인 수준에서 상관관계를 파악하도록 하는 것에 대한 문제 제기를 하였다. 더불어 상관계수에 큰 영향을 미치는 특이점(outliner)을 학교수학에서 다루고 있지 않은 점도 지적하였다. 노아라·유연주(2013)는 상관관계와 관련된 고등학생들의 이해도와 오개념을 조사한 결과, 상관관계와 관련된 학생들의 이해도가 낮고 여러 가지 오개념을 가지고 있음을 밝혔다. 학생들은 산점도를 보고 상관관계의 유무와 양/음의 상관관계, 강도를 판단하는 능력은 높은 편으로 나타났으나 추세선의 기울기와 상관관계의 강도가 관련 없다고 파악하는 학생의 비율은 높지 않았다. 그리고 산점도의 측정 단위의 증감과 상관관계의 강도가 관계가 없음을 인식하는 학생은 드물었으며 산점도에서 극단치가 상관관계에 미치는 영향력은 절반 정도의 학생들이 이해하고 있을 뿐이었다.

상관관계를 다루는 개념의 범위와 방식이 여러 가지 존재할 수 있다. 첫 번째는 제7차 교육과정 수준으로 다루는 것으로, 회귀직선이나 극단치를 도입하지 않은 채 비형식적인 방식으로 산점도, 상관관계, 분할표를 설명하는 것이다. 두 번째는 산점도, 상관관계, 분할표와 더불어 공학적 도구를 이용하여 상관계수와 회귀직선을 구하도록 하고 실제적인 자료에서 흔히 등장하는 극단치도 포함시키는 것이다. 세 번째는 두 번째와 마찬가지로의 개념을 도입하되, 중학교에서는 산점도, 상관관계, 분할표를, 고등학교 선택과목

인 ‘확률과 통계’에서는 상관계수와 회귀직선을 구하는 방법을 다루고 복잡한 경우에만 공학적 도구를 이용하는 것이다. 2015 개정 교육과정은 첫 번째의 경우로 귀결되었지만 향후 개정에서는 두 번째와 세 번째를 고려할 필요도 있을 것이다.

노아라·유연주(2013)의 지적처럼 상관관계와 더불어 인과관계를 설명하는 것도 필요할 것이다. 상관관계는 변량 간의 연관성 정도를 나타내고 인과관계는 원인이 되는 변량과 결과로 나타나는 변량간의 관계를 나타내며, 전자는 기술(description)로서의 의미가 강한 반면 후자는 설명(explanation)의 기능을 수행한다. 이와 같이 상관관계와 인과관계는 개념상 차별화되며 그 기능이 다름에도 불구하고, 학생들은 흔히 상관관계가 있을 때 인과관계를 의미하는 것으로 해석하는 경향이 있다. 두 변량의 관계에서 인과성을 추론하는 것은 민주시민으로서 중요한 능력인 만큼, 상관관계를 도입할 때 인과관계와의 차이점을 더불어 강조할 필요가 있을 것이다.

참고문헌

- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**(교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8])
- 교육부(2015). **수학과 교육과정**(교육과학기술부 고시 제2015-361호 [별책 8])
- 김정원(2014). **초등학교 학생들의 함수적 사고의 특징 및 지도 방향 탐색**. 한국교원대학교대학원 박사학위논문.
- 노아라, 유연주(2013). 우리나라 고등학생들의 상관관계 이해도 조사. **수학교육학연구**, 23(4), 467-490.
- 대한수학교육학회 (2016). 수학 교육과정 국제 비교 분석. **제72회 수학교육학 집중세미나**.

- 문화일보(2009). **12.16일 기사**. Retrieved from: <http://www.munhwa.com/news/view.html?no=20091216010301270650020>
- 박경미, 권오남, 박선화, 박만구, 변희현, 강은주, 서보억, 이환철, 김동원, 김선희(2014). **문·이과 통합형 수학과 교육과정 재구조화 연구**. 교육부.
- 박상은(2010). **초등학생의 비례에 관한 비형식적 지식 분석**. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 백경선, 이영아, 이동엽, 김사훈, 김대석(2013) **교육과정 편제 및 수업시수에 대한 국제 비교 연구**, 발간등록번호 11-1342000-000035-01, 교육부.
- 상경아, 오은순, 김미경, 최지선, 김성훈, 김영란(2014). **국제 교육 모니터링 체제 구축을 위한 학습성과 지표 개발 연구 -수학·읽기 영역의 학습성과 명세화 및 평가 방안-** 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2014-7
- 이경화(2004). 상관관계의 교수학적 변환에 관한 연구. **학교수학**, 6(1). 251-266.
- Cleveland, W. S., Diaconis, P., & McGill, R.(1982) Variables on scatterplots look more highly correlated when the scales are increased. *Science*, 216(4550). 1138-1141.
- European commission(2011). *Mathematics education in Europe: common challenges and national policies*. Education, audiovisual and culture executive agency
- Ferrandez-Reinisch, A. M.(1985). The acquisition of inverse proportionality: A training experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(2) 132-140.
- Garfield, J. B. & Ben-Zvi, D.(2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer Science & Business Media.
- Halim, A.(2011). *A comparative study of mathematics curriculum at primary level in Bangladesh and India (West Bengal)*. Retrieved from: <http://bdeduarticle.com/curriculum-and-syllabus/4-a-comparative-study-of-mathematics-curriculum-at-primary-level-in-bangladesh-and-india-west-bengal>
- Ibrahim, Z. B. & Othman, K. I.(2010). Comparative study of secondary mathematics curriculum between Malaysia and Singapore. *Procedia social and behavioral sciences* 8, 351-355
- Lawson A. E., Adi H. and Karplus R.,(1979), Development of correlational reasoning in secondary schools: do biology courses make a difference?, *The American Biology Teacher*, 41, 420-425.
- Leung, F. K. S.(1992). *A comparison of the intended mathematics curriculum in China, Hong Kong and England and the implementation in Beijing, Hong Kong and London*. The university of London Institute of Education. Doctoral dissertation
- New Zealand Qualifications Authority & Korea Institute for Curriculum and Evaluation(NZQA & KICE; 2015). *Comparison of senior secondary school qualifications*. Retrieved from: <http://www.nzqa.govt.nz/assets/Final-NZQAReport-110615.pdf>
- Post, T, & Cramer, K.(1989). Knowledge, representation and quantitative thinking. In M. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for beginning teachers* (pp. 221-232). Elmsford, NY. Pergamon Press
- Post, T., Behr, M., & Lesh, R.(1988). Proportionality and the development of pre-algebra understandings. In A. Coxford & A. Shulte (Eds.) *The Idea of Algebra K-12: Yearbook National Council of*

- Teachers of Mathematics* (pp. 78-90). Reston, VA: NCTM.
- Silver, E.A.(2014). Preface to Part II: Transforming mathematics instruction with school curriculum changes. In Y., Li, E.A. Silver, & S. Li(Eds.). *Transforming mathematics instruction - multiple approaches and practices*. Springer.
- Siregar, E.M.R.S.(2015). *A comparative study of international mathematics curriculum materials and standards*. Retrieved from:
http://scholarworks.wmich.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1154&context=grad_research_posters
- Tyler, R. W.(1949). *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. Chicago and London: The University of Chicago Press
- Usiskin, Z. & Willmore, E.(2008). *Mathematics curriculum in pacific rim countries- China, Japan, Korea, and Singapore*. Information Age Publishing, Inc.

A Comparative Study of International Mathematics Curriculum on Time of Introduction and Content Organization for Direct and Inverse Proportions and Correlation

Kim, Hwa Kyung (Sangmyung University)

Kim, Sun Hee (Kangwon National University)

Park, Kyungmee (Hongik University)

Chang, Hyewon (Seoul National University of Education)

Lee, Hwan Chul (Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity)

Lee, Hwa Young (Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity)

Some of the critical changes in the revised 2015 Korean Mathematics curriculum were that direct proportion and inverse proportion were moved from elementary school to middle school and that supplementary content related to correlation was included. These decisions were based on comparative studies of international curriculum.

Therefore in this study, we selected countries for comparison; United States, England, France, Finland, Australia, Japan, Singapore, China and Taiwan. We looked into the timing and scope for direct/inverse proportion and correlation in curricula of these countries. Along with this, we established four criteria; vertical sequence, horizontal sequence, external connection, and internal connection for an analysis framework. Then we compared and

analysed the direct/inverse proportion and correlation in each curriculum.

As a result, in most of these curricula, the direct/inverse proportions are introduced at middle school or are introduced at elementary school and then developed further at middle school. Most of curriculums on direct/inverse proportion and correlation match the four criteria. Correlation is introduced in high school mathematics in all counties except Finland and it is dealt in diverse context introducing related concepts, for example, correlation coefficient, regression straight line, and least square.

We suggested that it is necessary to refer these international trends for the next revision of curriculum.

* Key Words : direct proportion(정비례), inverse proportion(반비례), correlation(상관관계), comparative study of international mathematics curriculum(수학과 교육과정 국제 비교)

논문접수 : 2016. 7. 8

논문수정 : 2016. 8. 2

심사완료 : 2016. 8. 5