East Asian Math. J.
Vol. 32 (2016), No. 4, pp. 443-464
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2016.033

초등수학에서의 곱셈구구 지도 순서에 대한 고찰

A Study on the Sequence of Teaching Multiplication Facts in the Elementary School Mathematics

김 성 준

ABSTRACT. The purpose of ths study is to compare and analyze the sequence of teaching multiplication facts in the elementary school mathematics. Generally, the multiplication in the elementary school mathematics is composed of the followings; concepts of multiplication, situations involving multiplication, didactical models for multiplication, and multiplication strategies for teaching multiplication facts. This study is focusing to multiplication facts, especially to the sequence of teaching and multiplication strategies. The method of this study is a comparative and analytic method. In order to compare textbooks, we select the Korean elementary mathematics textbooks(1st curriculum~2009 revised curriculum) and the 9 foreign elementary mathematics textbooks(Japan, China, Germany, Finland, Hongkong etc.).

As results of comparative investigation, the sequence of teaching multiplication facts is reconsidered on a basis of elementary students' mathematical thinking. And the connectivity of multiplication facts is strengthened in comparison with the foreign elementary mathematics textbooks. Finally multiplication strategies for teaching multiplication facts are discussed for more understanding and reasoning the principles of multiplication facts in the elementary school mathematics.

Received June 28, 2016; Revised August 19, 2016; Accepted August 26, 2016.
2010 Mathematics Subject Classification: MSC 97C30, 97D50
Key words: multiplication facts, sequence of teaching, multiplication strategies, concepts(situations, didactical models) of multiplication, elementary mathematics textbooks, mathematical thinking

(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

Ⅰ. 서론

2009 개정 수학과 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서에서 '곱셈'은 2학년 1학기 6단원에서 그리고 '곱셈구구'는 2학년 2학기 2단원에서 도입되고 있다. 곱셈 단원에서 학습하는 내용은 곱셈의 기초에 해당하는 것으로, 그 지도 요소에는 묶어세기, 배, 곱셈, 곱셈식 등이 있으며, 곱셈구구 단원에서는 이러한 곱셈의 기초를 바탕으로 하는 곱셈구구, 곱셈의 교환법칙, 곱셈의 활용, 곱셈표 등이 있다. 이 가운데 본 연구는 곱셈구구 단원에 초점을 맞추고 그 지도 순서에 대해 살펴보려고 한다.

본 연구의 필요성은 다음 두 가지 물음에서 출발한다. 첫 번째는 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서 개발에 있어서 2학년 2학기 2단원 곱셈구구의 지도순서를 2009 개정 교육과정에서와 동일하게 2의 단부터 시작하여 5의 단→3의 단→4의 단→6의 단→7의 단→8의 단→9의 단→1의 단→0과 어떤 수의 곱으로 전개하는 것이 적절한가에 대한 물음에서부터 출발한다.[2] 그리고 두 번째 물음은 초등예비교사를 대상으로 한 질문으로 곱셈구구의 지도 순서에 대한 학생들의 응답 결과에서 비롯되었는데, 학생들이 제시한 곱셈구구의 지도 순서 유형들에서 이러한 유형별 차이가 비롯된 원인이 무엇인지 그리고 학생들이 갖고 있는 효과적인 곱셈구구의 지도 순서에 대한 인식의 차이가 어디에서 비롯되는지를 확인할 필요가 있다고 보았기 때문이다.

한편 이러한 곱셈구구의 지도 순서와 관련해서 김상근(2008)은 곱셈구구 지도 순서는 학생들의 인지적 상황에 비추어 논의되어야 한다고 보았으며, 김진호(1995)는 초등학교 2학년 학생들이 곱셈 지식을 형성하는데 분류하기, 계열, 유추와 같은 추론 능력을 필요로 하며 아울러 교과서의 지도 순서를 학생들이 기존 지식으로부터 학습하기 쉬운 순서로 제시할 것을 주장한 바 있다. 또한 정영옥(2013)은 교환법칙과 분배법칙을 비롯하여 다양한 곱셈 전략을 사용하여 이미 배운 곱셈구구의 단과 새로 배울 곱셈구구의 단을 연결하는 경험을 제공하는 것이 중요하다고 보았다. 이러한 논의는 교과서에서 내용을 구성할 때 학생들이 학습하기 쉬운 순서로 제시해야 하며 특히 학생들의 곱셈적 사고 수준이 다양한 것을 고려하여 각 수준에 맞추어 곱셈에 대한 지도가 이루어져야 할 필요가 있음을 주장한 것으로, 이것과 관련하여 장미라(2006)는 학생들의 사고 수준을 덧셈적 사고 수준, 덧셈적 사고와 곱셈적 사고의 중간 수준, 그리고 곱셈적 사고 수준으로 구분하여 각 수준에 맞추어 곱셈에 대한 지도가 필요함을 살펴본 바 있다.

이에 본 연구에서는 곱셈구구의 지도 순서를 종적·횡적 비교 연구를 토대로 하여 크게 3가지 유형으로 구분하고, 이러한 순서에 따른 지도 과정을 살펴보면서 동시에 효

2) 우리나라 초등학교 수학 교과서에서는 '2의 단', '5의 단' 등으로 표현하고 있으나, 이 글에서는 곱셈구구의 각 단을 '2단', '5단' 등으로 사용한다. 또한 0과 어떤 수의 곱은 0단으로 표현한다.

과적인 곱셈구구의 지도 순서에 대해 검토하는 것을 목적으로 한다. 먼저 종적 비교 연구는 우리나라 수학과 교육과정의 변화를 통해 곱셈구구에 대해 살펴보는 것을 의미하는데, 1차 교육과정에서부터 7차 교육과정까지를 포함하여 2007 개정 및 2009 개정 교육과정에 따른 초등수학 교과서[3]를 중심으로 곱셈구구의 지도 순서를 비교 분석한다. 그리고 횡적 비교 연구는 외국의 교과서에 제시된 곱셈구구의 지도 순서를 중심으로 하여 각 나라의 곱셈구구가 어떤 순서를 거치면서 제시되고 있는지 그리고 이러한 지도 과정에서의 특징적인 측면은 무엇인지를 살펴보는 것으로, 9개 국가의 초등수학 교과서를 대상으로 초등수학 교과서에서 제시된 곱셈구구의 지도 순서를 비교 분석한다. 그 각각은 일본, 중국, 대만의 동양권 교과서를 비롯하여 독일, 핀란드, 네덜란드의 유럽 교과서, 그리고 미국의 교과서 및 동서양의 교과서 특징을 모두 포함하고 있는(박경미·임재훈, 2002) 홍콩과 싱가포르의 초등학교 수학 교과서를 중심으로 한다.

본 연구는 2015 개정 교육과정에 따른 1~2학년군 초등학교 수학 교과서 개발 과정에서 2학년 2학기 2단원 곱셈구구의 지도 순서에 대한 논의가 요구되는 시점에 진행된 것이다. 곱셈구구의 지도 순서는 지도 시기와 함께 지도 내용 및 방법에 대한 논의를 동시에 포괄할 수 있는데, 본 연구에서는 각 유형별 지도 내용 및 방법을 간략하게 소개하면서 초등수학에서 효과적인 곱셈구구 지도 순서를 지도 방법과 함께 검토하는 것을 그 목적으로 한다. 따라서 이러한 비교 분석 결과를 바탕으로 한 논의는 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 교과서 개발에서 곱셈구구의 지도 순서를 결정하는데 기초 자료로 활용될 수 있을 것이다.

Ⅱ. 선행연구 고찰

지금까지 초등학교 수학에서 곱셈구구를 중심으로 한 선행연구는 곱셈의 기초에 대한 연구와 비교해볼 때 많지 않은 편이다. 한국교육학술정보원(www.riss.kr)에서 ‘곱셈구구’라는 키워드 검색을 해보면, 학위논문의 경우 17건, 국내학술지논문의 경우 14건(2016년 6월 16일 기준) 정도가 검색된다. 그러나 검색된 자료를 결과 내 재검색 기능을 이용해서 ‘초등수학’을 키워드로 추가하면, 학위논문의 경우 15건, 국내학술지논문은 4건에 지나지 않는다.

먼저 학위논문 15건을 살펴보면, 본 연구에서와 같이 곱셈구구의 지도순서에 초점을 맞춘 논문은 김현(2014)의 한국, 중국, 일본, 싱가포르 초등수학 교과서의 곱셈구구 지도방법에 대한 비교 연구와 김상근(2008)의 초등학교 수학 교과서에 나타난 곱셈 지도 방법을 분석한 2건 정도에 그치고 있다. 또한 곱셈구구가 논문 제

3) 본 연구에서는 ‘1차 교육과정에 따른 초등수학 교과서’를 ‘1차 교과서’로 간략하게 기술하고, 이하 다른 교육과정에서도 이와 같은 방식으로 기술한다.

목에서 키워드로 사용된 논문은 김혜진(2014)의 수학보드게임이 성취도와 수학적 태도에 미치는 영향 연구와 박경선(2008)과 송순희(2000)의 스켐프(Skemp) 이론을 활용한 곱셈구구의 적용 사례 연구에서, 그리고 곱셈구구에서의 코스웨어를 설계한 박태훈(2004)의 연구이며, 이러한 연구에서 초등수학에서의 곱셈구구에 대한 논의를 찾아볼 수 있는 수준이다. 이 가운데 김상근(2008)의 연구는 본 연구의 종적 비교에 있어서 7차 교육과정까지의 분석을 실행해놓은 것으로, 곱셈 기초와 곱셈구구 지도 요소의 세분화와 체계적인 개념화가 필요하다는 점을 강조하고 있다. 특히 곱셈구구의 구성 원리를 이해할 수 있도록 구체적인 모델이 제시될 수 있어야 하며, 곱셈구구에서의 교환법칙 등을 통해 곱셈구구에서 각 단의 원리를 추론하는 과정이 필요하다는 점을 제시하고 있다. 또한 김현(2014)의 연구는 본 연구의 횡적 비교에 대한 아이디어를 제공하고 있는데, 그는 제언에서 곱셈구구의 지도시기에 대한 연구가 필요함을 지적하면서, 현재 우리나라 교과서의 한 학기, 한 단원에서 곱셈구구의 전체적인 내용을 다루고 있는 부분을 문제점으로 지적하고 있다. 학생들이 암송에 기반한 곱셈구구의 내용을 곱셈구구의 지도 요소와 함께 학습하는 과정에서 어려움을 겪을 수 있음을 부각시키면서, 학생들의 수학적 사고 수준에 맞추어 곱셈구구의 지도 요소를 효과적으로 제시하는 것이 중요하다고 보았다.

다음으로 국내학술지논문의 4건을 살펴보면, 곱셈구구의 지도 순서와 관련된 선행연구에는 정영옥(2013)의 초등수학에서의 자연수 곱셈 지도가 있는데, 이 연구는 초등학교 수학에서 곱셈 개념의 도입과 곱셈구구 지도를 위한 교수학적 배경을 검토하기 위한 것이다. 곧, 곱셈 개념, 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략 등을 중심으로 미국, 핀란드 등과 횡적 비교를 하고 있으며, 그 결과를 곱셈구구 지도에서 곱셈 전략과 곱셈 성질을 통해 연결되어야 함을 강조하고 있다. 이 과정에서 이미 배운 곱셈구구와 새로 배울 곱셈구구의 내용을 어떻게 연결해야 할 것인가에 대한 물음을 던지고 있는데, 이는 본 연구의 출발점에서 검토하고 고민했던 주제와 같은 맥락에 놓여 있다고 볼 수 있다.

이처럼 일부 선행연구에서 종적 비교와 횡적 비교가 일부 다루어졌지만, 이러한 곱셈구구의 지도 순서를 중심에 놓고 비교 분석한 것은 찾아볼 수 없다. 이에 본 연구에서는 이러한 선행연구의 결과들을 종합하는 한편 메타 연구의 성격을 띠고 있는데, 김상근(2008)의 종적 비교를 바탕으로 2007 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정을 함께 논의 대상으로 하여 우리나라 교육과정의 변화에서 나타난 곱셈구구의 지도 순서를 종합적으로 다룬다. 이와 함께 정영옥(2013)과 김현(2014)의 연구에서 다루어진 횡적 비교를 종적 비교와 동일 선상에 놓고 동시에 비교한다. 이 과정에서 대만과 홍콩의 초등수학 교과서를 추가하였는데, 그 결과 횡적 비교에서 다루어지는 외국의 수학 교과서가 모두 9종에 해당하며, 종적 비교에서 다루어지는 우리나라의 교육과정 역시 9개 교육과정 모두를 포괄하여 총 18개 초등학교

수학 교과서에서 다루어진 곱셈구구의 지도 순서를 동시에 비교 분석한다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구는 2015 개정 교육과정에 따른 초등수학 교과서를 개발하는 시점에서 초등수학에서의 곱셈구구의 지도 순서를 전반적으로 재검토하기 위한 것이다. 이를 위해 본 연구는 교과서 비교 연구에 따른 분석을 실시하는데, 종적·횡적 비교 연구를 통해 초등수학 교과서를 동시에 하나의 틀 속에 놓고 분석하고 있다.

먼저 종적 비교는 우리나라 교육과정에 따른 초등수학 교과서를 중심으로 한다. 1차 교과서에서부터 2009 개정 교과서에 이르기까지 총 9종의 초등수학 교과서에서 곱셈을 학습하는 학년 및 학기를 기준으로 각각의 교과서를 살펴본다. 이를테면, 1차 교과서는 2-2, 3-1을 그리고 2009 개정 교과서는 2-1, 2-2를 중심으로 곱셈의 기초 및 곱셈구구의 지도 순서를 살펴본다. 본 연구에서 유형화하여 나타낸 3가지 유형은 모두 우리나라 교육과정에 근거하고 있으며, 각 유형은 <표 1>과 같다.

<표 1> 곱셈구구의 지도 순서 유형

유형Ⅰ	2단→3단→4단→5단→6단→7단→8단→9단→1단→0단
유형Ⅱ	2단→4단→5단→3단→6단→7단→8단→9단→1단→0단
유형Ⅲ	2단→5단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→1단→0단

다음으로 횡적 비교는 외국의 교과서를 중심으로 한다. 비교 분석의 대상이 된 교과서는 일본, 중국, 대만의 동양권 3개 국가의 교과서를 비롯하여 독일, 핀란드, 네덜란드의 유럽의 3개 교과서, 그리고 미국의 교과서 및 동서양의 교과서 특징을 모두 갖고 있는 홍콩과 싱가포르의 초등학교 수학 교과서이며, 각각의 교과서는 <표 2>와 같다. 이들 교과서의 비교에 있어서 참고했던 선행연구로는 김현(2014)의 연구에서 일본과 중국, 싱가포르를, 그리고 정영옥(2013)의 연구에서 독일, 핀란드, 네덜란드, 미국이었으며, 이들과 함께 대만, 홍콩 교과서를 추가하여 총 9개 국가의 초등수학 교과서를 비교 대상으로 하였다. 이러한 횡적 비교 결과 그 유형은 <표 1>에 제시된 3가지 유형의 틀에서 분석하였으며, 세부적인 차이는 유사 유형으로 구분하였다.

따라서 본 연구는 총 18개의 초등수학 교과서에 나타난 곱셈구구의 지도 순서에 초점을 맞추어 유형화하였으며, 유형별로 나타난 특징 및 곱셈구구를 지도하는 과정에서 주목할 부분을 종적·횡적 비교 대상을 포괄하여 기술하였다. 또한 이러한 분석의 결과를 종합하면서 현재 우리나라의 2015 개정 교육과정에서 초등수학 교과서 개발에서 고려해야 할 곱셈구구의 지도 순서에 대해서도 함께 생각해본다.

<표 2> 외국의 초등수학 교과서

일본	藤井 斉亮, 飯高 茂 외 (2011). 新しい算數 2-下, 3-上. 東京書籍株式會社.
중국	초등학교 수학실 (2003). 9년 의무교육 6년제 초등학교 교과서 수학 3. 북경: 인민교육출판사.
대만	楊瑞智 (2013). 國小數學課本 2-上, 2-下. 康軒文教事業
독일	Berger, A., Fischer, M., Hoffmann, M., Juttemeier, M., Muller, G. N., & Wittmann, E. Ch. (2004). Das Zahlenbuch Mathematik im 2, 3. Schuljahr. Leipzig: Ernst Klett Grundschulverlag.
핀란드	WSOY(2012a). 핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 2-1, 3-1. (도영 역). 서울: 솔빛길출판사.
네덜란드	Koudenburg, J., & Mommers, K., & Winnubst, J. (1999). TALRIJK(Rekenboek B2, C1). Reken-wiskundemethode voor het basisonderwijs. Uitgeverij Zwijsen b.v. Tilburg.
미국	Bell, M., Bell, J., & Hartfield, R. (1998). Everyday Mathematics Third Grade Volume A, B. Chicago: Everyday Learning Corporation.
홍콩	New Edition Effective Steps to Mathematics(2010), 2-A, 2-B, Pan Lloyds Publishers Ltd.
싱가포르	Charlotte Collars 외 (2011). Shaping Maths Coursebook 2B, 3A. Marshall Cavendish Education.

Ⅳ. 곱셈구구 지도 순서의 유형별 비교 분석

김상근(2008)에 따르면 우리나라 교육과정 변화에서 곱셈구구 각 단의 지도 순서의 특징은 1차와 2차 교육과정이 동일하고, 3차와 4차 교육과정이 일치한다. 그리고 5차 이후 2009 개정 교육과정까지 곱셈구구의 지도 순서는 동일하게 제시되고 있다. 또한 2단은 우리나라 1차 교육과정에서 시작하여 2009 개정 교육과정까지 가장 먼저 지도되었으며, 그리고 6단부터 0단까지의 지도 순서는 2차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정까지 변화가 없었다. 따라서 우리나라 교육과정 가운데 곱셈구구의 지도 순서 변화는 주로 3단, 4단, 5단의 제시 순서에 따라 결정되었다고 볼 수 있으며, 본 연구는 우리나라 교육과정을 기준으로 하여 유형Ⅰ부터 유형Ⅲ을 구분하였다.

1. 유형Ⅰ: 2단→3단→4단→5단→6단→7단→8단→9단→1단→0단

유형Ⅰ은 3차와 4차 교과서에 제시된 유형으로 곱셈구구의 각 단에 대한 난이도와 상관없이 2단부터 9단까지 순서대로 제시한 것이다. 유형Ⅰ은 중국 교과서에서도 찾아볼 수 있으며, 싱가포르 교과서의 경우 5단과 6단 사이에 10단을 제시한 걸 제외하면 유형Ⅰ과 동일하게 곱셈구구의 순서를 제시했다고 볼 수 있다(김현, 2014).[4]

4) 싱가포르 교과서에서는 1단과 0단을 별도 차시로 다루지 않고 있으며, 각 단에서 1단과 0단을 함께 다루고 있는데 이 역시 곱셈구구 지도에서의 차이점으로 볼 수 있다.

우리나라 3차 교육과정에 따른 초등수학 교과서에서 살펴본 곱셈구구 단원을 살펴보면 다음과 같다. 각 단의 곱셈구구를 제시하는 방식은 2단에서부터 9단까지 거의 같은 형태를 띠고 있다. 2단을 중심으로 먼저 그 내용을 살펴보고, 각 단의 곱셈구구 구성 원리에서 이미 배운 곱셈구구의 단에서 다루어진 내용이 어느 정도 관련성을 갖고 새롭게 배울 곱셈구구의 단에서 다루어지고 있는지를 살펴본다.

3차 교과서는 <그림 1>에처럼 2단 곱셈구구의 구성 원리를 이해하기 위해서 2개씩 묶인 반구체물 도식을 제시하고 '2×5'와 같은 곱셈식을 정의한다. 그리고 '2×3'과 '3×2'의 곱셈식과 함께 수직선에서 뛰어세기를 제시한다.[5] 2단 곱셈구구를 모두 제시한 다음에는 2단 곱셈구구 읽기 지도를 하는데, 2×(어떤 수)와 (어떤 수)×2를 함께 제시함으로써 곱셈의 교환법칙을 암묵적으로 보여주고 있다. 이 과정에서 주목할 부분은 10의 단에 해당하는 2×10=□, 10×2=□까지 함께 제시하고 있는 부분이다. 3차 교과서에서 곱셈구구는 2단과 동일한 방식으로 3단에서부터 9단까지 피승수가 순서대로 커지면서 제시되고 있으며, 이 과정에서 2개 이상의 곱셈구구 사이의 관계가 교환법칙을 통해 미리 제시되는 것을 제외하면 보다 구체적인 관련성 즉, n단에서 다루었던 곱셈구구가 (n+1)단의 곱셈구구에서 어떤 관련성을 갖고 제시되지는 않고 있다. 다만 <그림 2>에서 보듯이 새수학(New Math)의 SMSG(School Mathematics Study Group) 교과서의 영향을 받아서 3단 이후에 3단의 구성 원리에 대해서 동수누가와 함께 그 과정을 상세하게 설명하고 있다.


2의 단 구구를 알아봅시다. 다음
□ 안에 알맞은 수를 넣으시오.

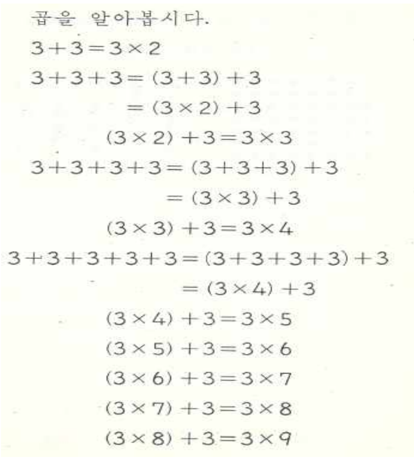
2×5=□

2×3=□ 3×2=□

2×1=2
2×2=4
2×3=6
2×4=8
2×5=10
2×6=12
2×7=14
2×8=16
2×9=18

2의 단 구구를 읽어 봅시다.
2×6=□
7×2=□
4×2=□
8×2=□
9×2=□
2×10=□
10×2=□

<그림1> 3차 교과서 2-2 p.9

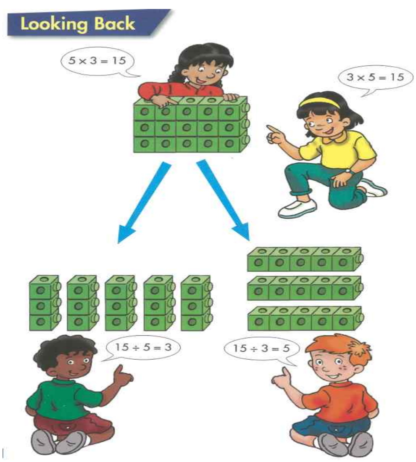

곱을 알아봅시다.

$3+3=3\times2$
$3+3+3=(3+3)+3$
$=(3\times2)+3$
$(3\times2)+3=3\times3$
$3+3+3+3=(3+3+3)+3$
$=(3\times3)+3$
$(3\times3)+3=3\times4$
$3+3+3+3+3=(3+3+3+3)+3$
$=(3\times4)+3$
$(3\times4)+3=3\times5$
$(3\times5)+3=3\times6$
$(3\times6)+3=3\times7$
$(3\times7)+3=3\times8$
$(3\times8)+3=3\times9$

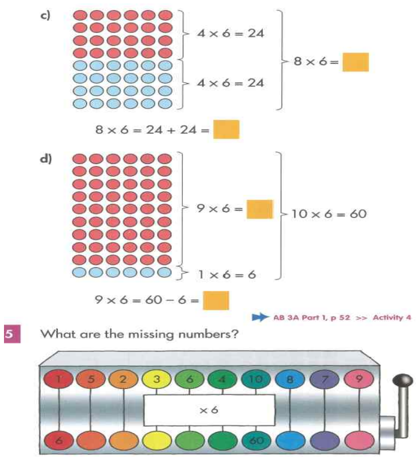
<그림2> 3차 교과서 2-2 p.13

5) 강흥규(2009)에 따르면 동수누가를 이해시키기 위해 3차부터 6차까지 수직선 모델이 꾸준히 사용되다가 7차 교과서에서는 수직선 모델이 삭제되었음을 알 수 있다. 또한 정영옥(2013)에 따르면 외국 교과서에서 곱셈의 지도 모델은 묶음, 배열, 넓이, 직선 등이 보다 다양하게 활용도히고 있음을 알 수 있다.

이에 비해 싱가포르 교과서(유형Ⅰ-1)에서 곱셈구구를 2단부터 9단까지 차례로 제시하고 있으나 이는 곱셈의 난이도를 간과하기 보다는 앞서 제시된 곱셈구구를 활용해서 알고 있는 지식과 새롭게 학습하는 지식을 연결하는데 주안점을 두고 있음을 알 수 있다. 이러한 점에서 싱가포르 교과서는 유형Ⅰ과 차별화된 특성을 갖고 있는데, 5단에 이어 10단을 제시했다는 점과 1단과 0단을 각 단에 포함해 놓은 것 등은 그 특징으로 볼 수 있다. <그림4>에서 보듯이 6단을 학습하는 과정에서 6을 피승수에만 두는 것이 아니라 승수에도 위치하고 있는데 8×6을 이끌어내는 과정에서 4×6과 4×6을 이용해서 이끌어내는 과정은 6단과 4단, 8단을 동시에 보여주면서 배 개념까지도 추론할 수 있도록 한다. 또한 마찬가지로 10×6을 9×6에서 1×6을 더해주는 과정을 통해서 이끌어 냄과 동시에 아래쪽에는 9×6=60-6=□와 같은 식을 통해서 한 번 더하기와 한 번 빼기와 같은 전략을 이용한 추론을 할 수 있도록 하고 있다. 이처럼 각 단의 내용 및 구성 원리는 앞서 제시된 곱셈구구 또는 앞으로 등장할 곱셈구구와 관련을 맺고 있음을 알 수 있다. 그리고 싱가포르 교과서의 또 하나의 특징은 <그림3>과 같이 곱셈과 나눗셈을 동시에 보여주는 대목이다. 2단에서부터 모든 곱셈구구에서 각 단의 곱셈을 학습한 다음에는 바로 이어서 같은 수로 나누는 나눗셈을 보여줌으로써 곱셈과 나눗셈의 역연산 과정을 분명하게 확인하고 있음을 알 수 있다.[6]



<그림3> Shaping Math 3-A p.54



<그림4> Shaping Math 3-A p.60

6) 외국의 교과서는 미국, 핀란드, 네덜란드, 홍콩 등에서 이와 같이 곱셈과 나눗셈을 동시에 다루고 있다. 한편 우리나라 교육과정에서 곱셈과 나눗셈은 구분되어 제시되고 있는데, 학년과 학기를 달리하고 있다. 예를 들어, 2009 개정 교육과정에서는 곱셈은 2학년 1학기에, 곱셈구구는 2학년 2학기에, 그리고 나눗셈은 3학년 1학기에 등장한다.

2. 유형Ⅱ: 2단→4단→5단→3단→6단→7단→8단→9단→1단→0단

두 번째 유형은 우리나라 교육과정에서 1차와 2차 교육과정에 따른 초등수학 교과서에서 찾아볼 수 있다. 이것을 유형화해서 살펴보는 이유는 2단과 4단의 연결 및 3단과 6단의 연결에 주목했기 때문이다. 이 형태는 ‘4단→5단→3단’의 순서에서 유형Ⅰ과 차이를 보이는데 결국 3단의 위치를 4단과 5단 뒤에 둠으로써 6단과 연결하는 동시에 자연스럽게 2단과 4단이 연결되고 또한 4단에 이어서 피승수의 크기 순서대로 5단이 등장한다는 장점을 갖고 있다.

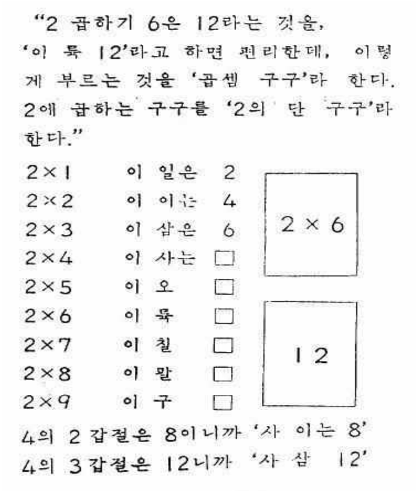
곱셈구구에서 완전한 배수 형태의 연결은 2단→4단→8단, 그리고 3단→6단→9단으로 이어지는 과정이겠으나, 유형Ⅱ는 중간 수준의 연결을 곱셈구구의 지도 순서로 제시하고 있다. 그 이유는 아무래도 2단과 4단의 연결을 8단까지 이어서 배치하기에는 8단이 곱셈구구에서 차지하는 난이도의 수준을 고려하지 않을 수 없기 때문인데, 곧 피승수인 8의 크기를 고려할 때 지나치게 앞에서 지도하기에는 부담스럽기 때문으로 보인다.[7] 이에 초등학생들이 비교적 쉽게 이해할 수 있는 5단을 4단 다음에 배치한 다음 다시 3단과 6단을 연결하고 있으며, 그 다음 곱셈구구 단인 6단부터 9단까지, 그리고 1단과 0단을 차례대로 배열한 것은 3차 교육과정 이후 2009 개정 교육과정까지 계속 유지되어온 곱셈구구의 지도 순서이다.

그러나 앞서 살펴본 유형Ⅰ에서처럼 2단부터 9단까지를 크기 순서대로 일렬로 배열한 것과 비교해볼 때, 유형Ⅱ는 학생들의 사고 수준을 고려하고 2와 3의 배수 개념에 근거해서 곱셈구구에서 유사하게 연결될 수 있는 부분들을 고려했다는 점에서 중요한 의의를 갖는다고 할 수 있다. <그림5>를 살펴보면, 곱셈구구를 정의함과 동시에 ‘2의 단 구구’를 정의한 다음 2단을 차례대로 제시한다. 그리고 다음 차시에서 4단을 학습하기 전에 4단이 2단에서 이어지고 있음을 볼 수 있다. 또한 3단은 과녁 맞추기 상황을 제시하면서 3, 6, 7, 0의 단 곱셈구구를 함께 제시하고 있다. 3점의 개수에 따라서 3단 곱셈구구를 먼저 유도하는데, 3점이 넷이면 얼마가 되는지 동수누가를 통해서 3단의 구성 원리를 이해시킨 다음 3단 곱셈구구를 완성한다(김상근, 2008).

한편 <그림6>은 2차 교과서에서 6단을 살펴본 것인데, (3)에서는 곱셈의 논리적 관계를 설명하기 위해 덧셈과 뺄셈을 함께 사용하고 있으며, (6)부터 (7)까지는 승수에 따라 어떤 변화가 있는지를 파악하도록 한 것이며, (8)은 곱을 보면서 피승수와 승수 사이의 관계를 묻고 있는 것이다. 그리고 (9)에서는 6단에서 3단과 2단을 찾아보도록 하고 있는 등, 새롭게 학습하는 내용을 기존에 알고 있는 것과 연결해서 곱셈구구를 지도하려는 시도를 찾아볼 수 있다.

---

7) 이는 마찬가지로 3단과 6단은 연결하되 9단까지는 연결해서 제시하지 못한 이유로도 볼 수 있을 것이다. 이에 비해 대만과 독일의 교과서는 피승수의 크기에 따라 각 단의 순서를 결정하지 않고 각 단의 연결성에 주목하고 있음을 알 수 있다.



"2 곱하기 6은 12라는 것을, '이 륙 12'라고 하면 편리한데, 이렇게 부르는 것을 '곱셈 구구'라 한다. 2에 곱하는 구구를 '2의 단 구구'라 한다."

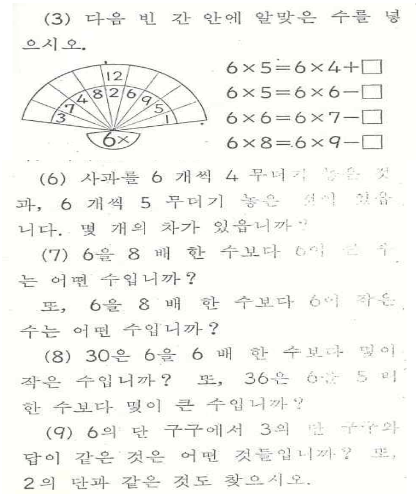
2×1 이 일은 2
2×2 이 이는 4
2×3 이 삼은 6
2×4 이 사는 □
2×5 이 오 □
2×6 이 륙 □
2×7 이 칠 □
2×8 이 팔 □
2×9 이 구 □

2 × 6

1 2

4의 2 갑절은 8이니까 '사 이는 8'
4의 3 갑절은 12니까 '사 삼 12'

<그림5> 1차 교과서 3-1 p.25



(3) 다음 빈 칸 안에 알맞은 수를 넣으시오.

6×5=6×4+□
6×5=6×6−□
6×6=6×7−□
6×8=6×9−□

(6) 사과를 6 개씩 4 무더기 놓은 것과, 6 개씩 5 무더기 놓은 것이 있습니다. 몇 개의 차가 있습니까?

(7) 6을 8 배 한 수보다 6이 큰 수는 어떤 수입니까?

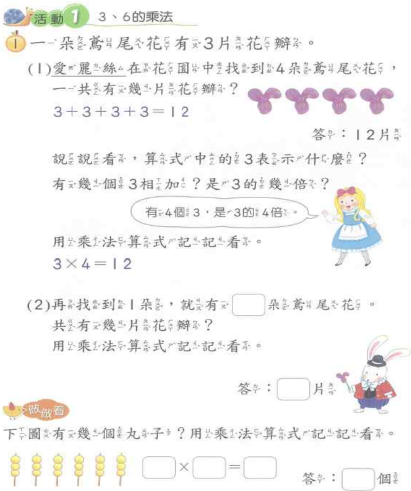
또, 6을 8 배 한 수보다 6이 작은 수는 어떤 수입니까?

(8) 30은 6을 6 배 한 수보다 몇이 작은 수입니까? 또, 36은 6을 5 배 한 수보다 몇이 큰 수입니까?

(9) 6의 단 구구에서 3의 단 구구와 답이 같은 것은 어떤 것들입니까? 또, 2의 단과 같은 것도 찾으시오.

<그림6> 2차 교과서 3-1 pp.8-9

한편 외국의 교과서에서도 2단→4단→8단, 3단→6단으로 연결되는 유형을 찾아볼 수 있는데, 대만 교과서는 2단→5단→4단→8단→3단→6단→7단→9단의 순서로 곱셈구구가 구성되어 있는데(유형Ⅱ-1), 2단과 4단 사이에 5단을 두고 있으나 2-上에서는 4단과 8단을 연결하고 있으며 마찬가지로 2-下에서는 3단과 6단을 연결해서 제시하고 있다.



活動 1 3、6的乘法

1 一朵鳶尾花有3片花瓣。

(1)愛麗絲在花園中找到4朵鳶尾花，一共有幾片花瓣？

3＋3＋3＋3＝12

答：12片

說說看，算式中的3表示什麼？

有幾個3相加？是3的幾倍？

有4個3，是3的4倍。

用乘法算式記記看。

3×4＝12

(2)再找到1朵，就有□朵鳶尾花。

共有幾片花瓣？

用乘法算式記記看。

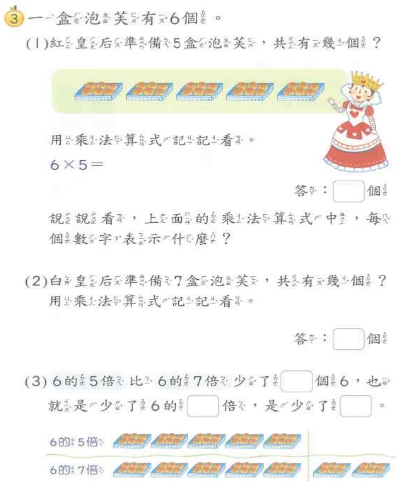
答：□片

做做看

下圖有幾個丸子？用乘法算式記記看。

□×□＝□ 答：□個

<그림7> 대만 교과서 2-下 p.6



3 一盒泡芙有6個。

(1)紅皇后準備5盒泡芙，共有幾個？

用乘法算式記記看。

6×5＝

答：□個

說說看，上面的乘法算式中，每個數字表示什麼？

(2)白皇后準備7盒泡芙，共有幾個？

用乘法算式記記看。

答：□個

(3) 6的5倍比6的7倍少了□個6，也就是少了6的□倍，是少了□。

6的5倍

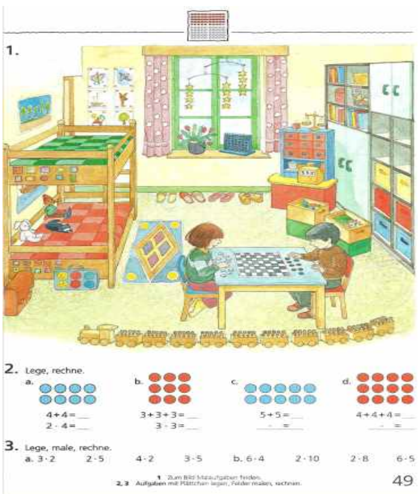
6的7倍

<그림8> 대만 교과서 2-下 p.8

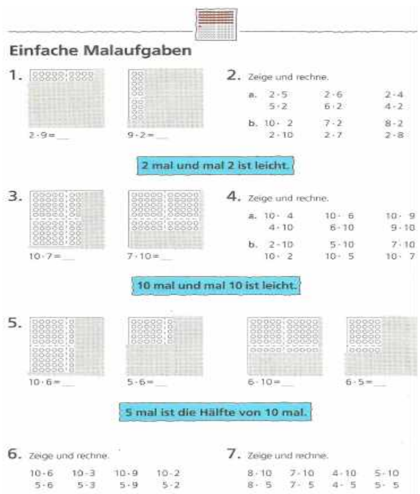
<그림7>은 한 차시 분량에 해당하는 활동1이 3단과 6단이 함께 구성되어 있음을 보

여주는 것으로, 여기서 ①과 ②는 3단에, ③과 ④는 6단으로 제시되어 있으며, 교과서에서 명시적으로 3단과 6단을 연결하려는 시도는 없지만 <그림7>과 <그림8>에서 볼 수 있듯이 3개로 표현되는 대상과 6개로 표현되는 대상을 같은 순서로 제시함으로써 3단과 6단 사이의 관련성을 암묵적으로 확인할 수 있도록 하고 있다. 특히 2-上에서 4단과 8단을 연결하여 제시하고 있는 점은 피승수가 8임에도 불구하고 수의 크기와 상관없이 먼저 8단을 지도한다는 점에서 주목할 부분이다.

한편 독일 교과서는 2단→5단→10단→3단→6단→9단→4단→8단→7단의 순서로 제시되는데(유형Ⅱ-2), 특히 각 단원 구성이 2단→5단→10단, 3단→6단→9단, 4단→8단→7단으로 되어 있어서 각 단의 구성이 곱의 개념 및 배 개념과 함께 유기적으로 연결되어 있음을 알 수 있다. 정영옥(2013)이 분석한 독일의 Das Zahlenbuch 교과서를 살펴보면, 1학년에서는 곱셈을 비형식적으로 다루고 2학년에서 곱셈을 본격적으로 다루고 있다. <그림9>는 묶음과 넓이, 배열 모델 등에서 곱셈 과제를 찾아 반복되는 덧셈식과의 관련성을 찾아서 곱셈식을 익히도록 한 것이다. 그리고 <그림10>에서는 배열 모델을 90도 회전하여 2×9와 9×2가 같다는 방식으로, 10×7과 7×10을 확인하도록 하고 있으며, 이러한 교환법칙과 함께 앞서 배웠던 분배법칙 등을 이용해서 2, 5, 10을 곱한 규칙을 다루면서 2단과 5단, 10단을 완성해간다. 또한 이 과정에서 이미 학습한 곱셈을 이용해서 한 번 더하기 또는 한 번 빼기와 같은 전략으로 곱셈구구 사이의 관계를 추론할 수 있도록 하고 있다. 이러한 방식은 3단, 6단, 9단에서와 4단, 8단, 7단에서도 동일하게 진행되면서 곱셈구구의 지도에서 두 배 전략, 교환법칙과 분배법칙을 비롯하여 한 번 더하기 전략, 한 번 빼기 전략 등을 이용하여 먼저 배운 곱셈구구의 단과 나중에 배우는 곱셈구구의 단 사이의 연결을 추구하고 있음을 알 수 있다.



<그림9> 독일 교과서 2학년 p.49



<그림10> 독일 교과서 2학년 p.51

3. 유형Ⅲ: 2단→5단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→1단→0단

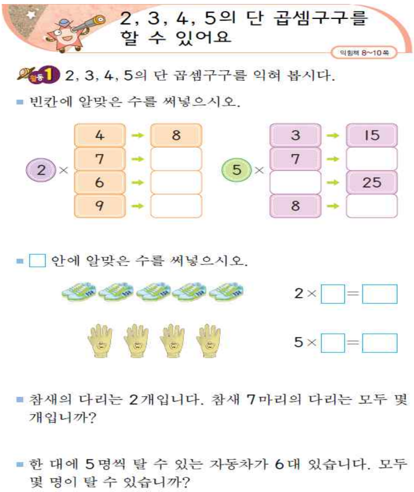
세 번째 유형은 우리나라 교육과정에서 가장 오랫동안 유지되어온 곱셈구구의 지도 순서이다. 1987년 고시된 5차 교육과정에 따라 1학년부터 3학년까지의 초등수학 교과서가 현장에 도입된 것이 1989년이었으며 이때부터 시작하여 6차, 7차 교육과정을 거치면서 유형Ⅲ의 순서에 따라 곱셈구구가 지도되었으며, 2007 개정과 2009 개정 교육과정에서도 유형Ⅲ과 같은 형태로 곱셈구구가 지도되고 있다. 또 5차부터 2009 개정 교육과정의 공통점은 2학년 1학기에서는 묶어세기, 배, 곱셈식, 곱, 곱하기 등의 곱셈의 기초를 다루고, 2학년 2학기에서 곱셈구구를 비롯하여 곱셈표, 곱셈의 활용 등이 지도되고 있다는 점이다. 같은 유형Ⅲ이라 하더라도 교육과정의 변화에 따라 차시 구분에서는 약간의 차이를 보이고 있는데, 이를테면 6차 교과서에서는 2단, 5단→3단, 4단→6단, 7단→8단, 9단→1단, 0단으로 구성되어 있는데 비해, 2007 개정 교육과정까지는 <그림11>과 같이 중간에 2, 3, 4, 5단을 묶어서, 그리고 6, 7, 8, 9단을 묶어서 각각 한 차시씩 들어가 있다. 그러나 곱셈구구의 각 단은 독립적으로 구분되어 있으며, 2단에서는 2단만을, 4단에서는 4단만을, 6단에서는 6단만을 제시할 뿐, 4단에서 2단을, 또는 6단에서 3단과 관련지어 앞서 보았던 유형Ⅱ와 같은 시도를 하지는 않고 있으며,[8] 특히 독일 교과서와 비교해볼 때 다양한 곱셈구구의 전략은 거의 등장하지 않는다. 이에 비해 2009 개정 교과서에서는 2단→5단→3단→4단→6단, 7단→8단, 9단→1단→0단의 순서로 차시 구성이 이루어져 있다. 2007 개정 교과서와 비교해볼 때 특징은 <그림12>와 같이 각 단에서 여러 가지 방법으로 계산하여 각 단의 곱셈구구표를 만들어가는 과정이 있다는 점인데, 두 배 전략, 한 번 더하기 전략 등을 사용하고 있다. 그러나 이 경우도 각 단에 제한되어 있어서 2개 이상의 곱셈구구의 단이 함께 사용되는 경우는 찾아볼 수 없다.

한편 5차부터 2009 개정 교과서까지 유형Ⅲ과 같은 곱셈구구의 지도 순서가 고착된 이유를 생각해보면, 3차와 4차 교과서에서 제시된 유형Ⅰ에서 5단의 순서를 3단 앞으로 옮기는 수준에서, 그리고 5단을 3단보다 먼저 학습하는 것이 학생들의 사고 수준에서 이해가 쉽다는 판단에서 유형Ⅲ이 등장한 것으로 보이며, 그 이후 우리나라 교육과정에서는 유형Ⅲ의 곱셈구구 지도 순서가 유지되어 온 것으로 보인다.[9]

---

8) <그림11>에서 보듯이 2, 3, 4, 5단을 종합해서 다루고 있는 차시에서도 2단과 4단을 관련지어 제시하기 보다는 각 단의 곱셈구구를 익히는데 집중하고 있음을 알 수 있다.

9) 5차 교육과정에 따른 ‘국민학교 교사용지도서 수학 2-2’(1995)는 4차 교과서와 비교해서 2단, 5단이 먼저 등장한 배경에 대해 설명하지 않고 있다. 다만 지도상의 유의점에 ‘곱셈구구의 구성 원리를 이해하지 못하고 단순 암기만을 하는 학생을 파악하여 구성 원리를 지도한다’라고 되어 있는데, 이는 학생들 수준에서 5단의 도입과 구성 원리 지도가 보다 수월할 수 있음을 간접적으로 보여주는 대목이다.



<그림11> 2007 개정 교과서 2-2 p.8 <그림12> 2009 개정 교과서 2-2 p.47

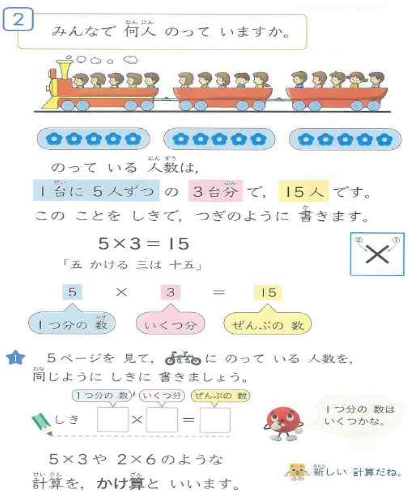
유형Ⅲ과 유사한 형태로 묶을 수 있지만 다소 차이를 보이고 있는 교과서 유형들을 외국의 교과서에서 찾아보면 다음과 같다.

먼저 일본은 우리나라 교과서와 비교할 때 2단과 5단의 위치를 바꾸어놓은 형태인 5단→2단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→1단→0단(유형Ⅲ-1)의 순서로 다루어지고 있다. <그림13>은 곱셈을 처음 정의하는 차시인데, 5단을 이용해서 곱셈을 정의하고 있다. <그림14>는 곱셈구구를 도입하는 차시인데, 이 경우도 5단과 2단을 한 차시로 묶어 제시하는데 그 순서는 5단을 먼저 제시하고 그런 다음에 2단이 등장하고 있다. 일본 교과서에서 5단이 먼저 등장하는 배경에 대해서는 배종수(1999)의 설명이 설득력 있어 보이는데, 그는 암기하는 재능이 부족한 아동들에게는 도움이 될 수 있도록 손을 폈다 쥐었다 하면서 생각할 수 있는 5단을 가장 먼저 지도하는 것이 바람직하다고 주장한 바 있다. 그러나 3단 이후부터는 우리나라의 현재 교육과정인 2009 개정 교과서와 동일한 순서로 곱셈구구가 지도되고 있다.

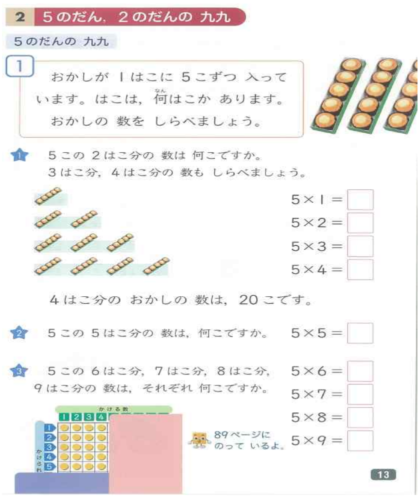
한편 홍콩은 2단과 5단을 학습한 이후 10단을 다루고 있다는 점[10]과 1단과 0단의 위치가 우리와 비교했을 때 바뀌어져 있는 것을 제외하면 유형Ⅲ과 동일한 순서로 곱셈구구를 지도하고 있다. 곧, 2단→5단→10단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→0단→1단(유형Ⅲ-2)의 순서로 곱셈구구가 제시되어 있다. <그림15>는 2단과 5단, 10단이 한 차시에 지도되고 있는 부분 가운데 10단과 관련된 내용이며, <그림16>은 0단과 1단을

10) 우리나라 교육과정에서는 곱셈구구에서 10단을 다루지 않았으나, 미국, 독일, 네덜란드 등의 서양 교과서와 그리고 홍콩 수학 교과서에서는 10단을 곱셈구구와 함께 다루고 있다.

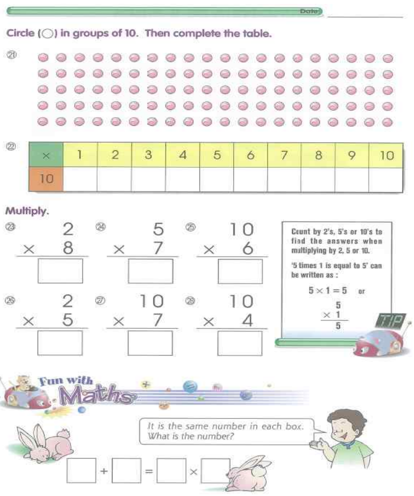
지도하는 차시인데, 그림에서 보는 것처럼 이 둘의 순서는 의미 없다고 할 만큼 거의 동시에 제시되어 있음을 알 수 있다. 홍콩 교과서에는 각 단의 곱셈구구 지도가 명확하게 구분되어 있으며, 직접 모델링에 이어서 형식적 수준의 곱셈구구를 기계적으로 제시하고 있으며 각 단의 곱셈구구 사이의 관련성은 거의 찾아볼 수 없다.[11)]



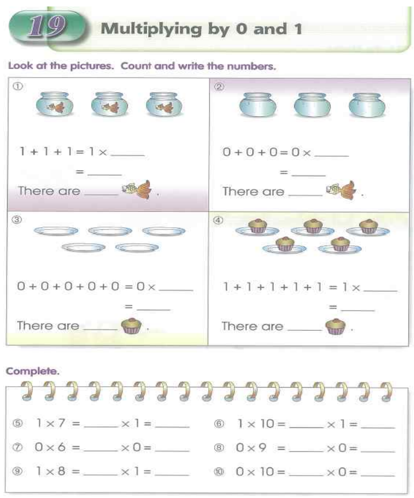
<그림13> 일본 교과서 2-下 p.6



<그림14> 일본 교과서 2-下 p.13



<그림15> 홍콩 교과서 2A p.29

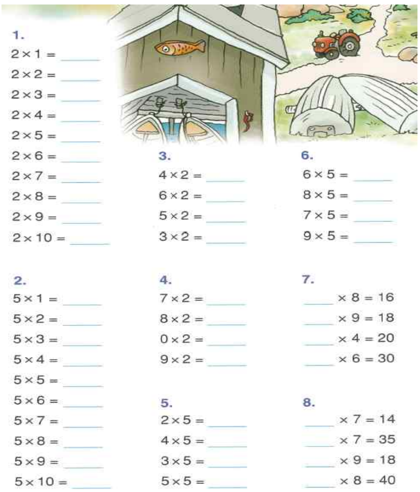


<그림16> 홍콩 교과서 2A p.46

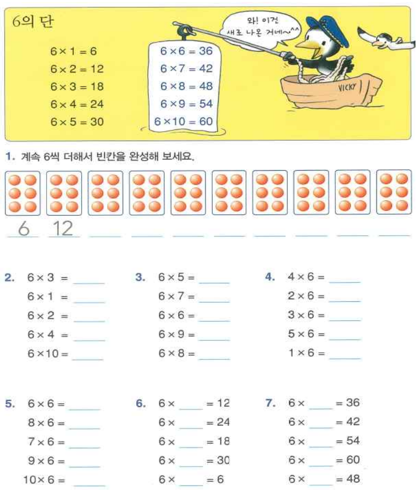
11) 정영옥(2013)은 곱셈구구에서의 곱셈 전략을 직접 모델링, 수 세기 수준, 구조화 수준, 형식적 수준으로 구분한 바 있다.

마지막으로 유형 Ⅲ-3으로 살펴볼 교과서는 핀란드의 초등수학 교과서이다. 핀란드는 우리나라와 동일하게 곱셈구구를 2단부터 시작하여 5단, 3단, 4단을 순서대로 지도하고 있지만, 그 다음 단계에서 0단과 1단을 먼저 다루고 있다. 그런 다음에 다시 6단부터 시작하여 7단, 8단, 9단을 순차적으로 학습한다. 곧, 유형Ⅲ-3은 2단→5단→3단→4단→0단, 1단→6단→7단→8단→9단과 같으며, 0단과 1단이 다루어지는 대목을 살펴보면 <그림17>과 같다. 그림에서 보면 2단과 5단이 먼저 나열된 다음 자연스럽게 교환법칙을 사용해서 곱을 구하고 있으며 그 과정에서 2×10, 5×10을 그리고 2×1, 5×1, 0×2 등을 다루고 있다.

핀란드 교과서의 곱셈구구 지도에서 나타나는 특징적인 측면은 우리나라와 비교했을 때 다음과 같다(정영옥, 2013). 먼저 2학년에서 곱셈을 도입하나 곱셈구구가 완성되는 시기는 3학년이다. 곱셈구구에 활용되는 곱셈전략은 교환법칙이 일찍 도입되며 두 배 전략, 이등분 전략, 하나 더하기 전략, 하나 빼기 전략 등이 분배법칙과 함께 사용되고 있으며, 초반의 모델은 후반부에서 거의 사용되지 않고 구조화 및 형식적 수준에서 위의 전략들을 사용하여 곱셈구구를 지도한다. 핀란드 교과서의 특징적인 대목은 6, 7, 8, 9단의 곱셈구구를 다룰 때 앞에서 다루었던 2, 5, 3, 4단과 교환법칙을 통해서 알 수 있는 것과 새로운 것이 무엇인지를 학생들이 알게 하고, 각 단에서 적절한 전략들을 이용해서 나머지 곱셈구구를 추론하는데 초점을 맞추고 있다는데 있다. <그림18>을 통해 6단을 다루는 과정에서 2번~4번에서는 앞서 다루었던 2, 5, 3, 4단의 교환법칙에서 알고 있는 것들을 먼저 제시하고 그런 다음 5번에서 6단의 새로운 곱셈구구를 제시한 다음 6번~7번에서 6단 전체를 확인하고 있음을 알 수 있다.



<그림17> 핀란드 교과서 3-1 p.6

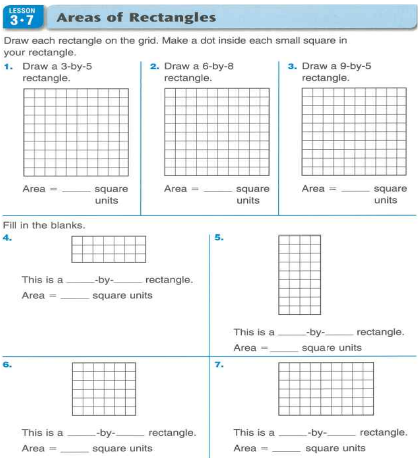


<그림18> 핀란드 교과서 3-1 p.12

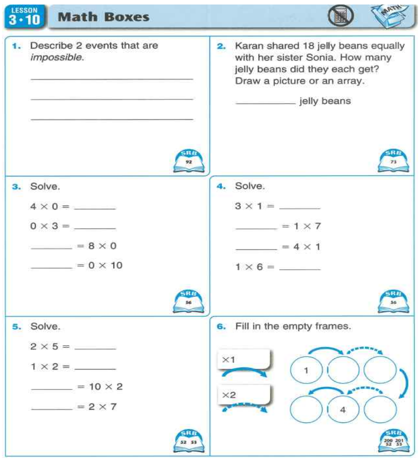
4. 기타 유형

지금까지 살펴본 3가지 유형과 구분되는 기타 유형으로는 미국과 네덜란드의 수학 교과서를 들 수 있는데, 이들 두 나라의 곱셈구구 지도에 있어서 그 순서와 특징적인 면은 각각 다음과 같다.

먼저 미국은 2단→5단→10단→0단→1단→3단, 4단, 6단, 7단, 8단, 9단의 순서로 제시되어 있는데, 2학년에서 곱셈을 도입한 뒤 3학년에서 곱셈구구를 학습한다(정영옥, 2013). 묶음을 비롯하여 넓이, 배열 등 다양한 상황을 제시하면서 주로 직선과 배열 모델에서 묶음을 포함하고 있다. 곱셈구구를 학습하기 위한 전략은 하나씩 세기, 뛰어 세기, 덧셈 계산을 비롯하여 두 배 전략, 혼합 전략 등 직접 모델링에서부터 수 세기, 구조화, 형식화 수준이 곱셈구구의 각 단에서 다루어지고 있으며, 교환법칙과 분배법칙도 곱셈구구 초기에서부터 지도된다. 따라서 미국의 곱셈구구 지도 순서는 한 마디로 2, 5, 10, 1, 0단을 기초로 나머지 단에서는 다양한 전략을 사용하여 곱셈구구표를 완성하고 또한 다양한 상황과 모델을 통해 연습하게 함으로써 곱셈구구를 학습하도록 하고 있다. 미국 교과서의 가장 큰 특징은 곱셈구구의 지도에서 각 단의 순서가 명확하게 제시되지는 않고 있다는 점이다. 또한 곱셈과 나눗셈이 덧셈, 뺄셈과 함께 제시되고 있으며, 다양한 곱셈의 상황과 모델이 곱셈 전략의 수준과 상관없이 계속해서 등장하고 있다는 점 또한 특징이다.



<그림19> 미국 교과서 3-1 p.72

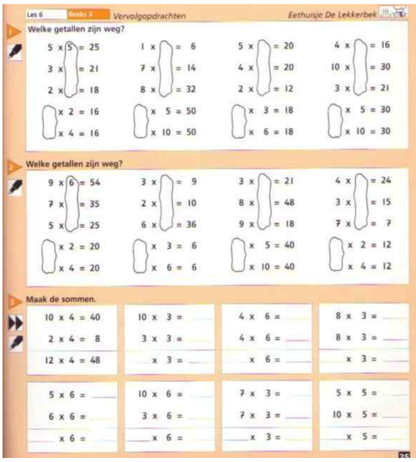


<그림20> 미국 교과서 3-1 p.78

다음으로 네덜란드 교과서는 1단→2단→10단→5단→3단→4단→6단→9단→8단→7단의 순서로 곱셈구구를 다루고 있다(정영옥, 2013). 2학년에서부터 곱셈을 도입하여 곱셈적 비교 또는 데카르트 곱의 상황까지를 함께 제시하면서 묶음, 직선, 배열 모델을 함께 배치하고 있다. 곱셈구구에서의 곱셈 전략은 뛰어 세기와 반복 덧셈을 비롯하여

곱셈 초기에서부터 교환법칙과 분배법칙을 지도하면서 두 배 전략, 이등분 전략, 한 번 더하기와 한 번 빼기 전략 등을 직선 모델을 통해 도식화하고 있다. 2학년에서 1, 2, 10, 5, 3, 4단을 다루었다면, 3학년에서는 2학년에서 학습한 내용을 바탕으로 6, 9, 8, 7단을 이미 배운 전략과 곱셈구구를 활용하여 구조화하고 형식화하고 있다.

<그림21> 네덜란드 교과서 B-2 p.9



<그림22> 네덜란드 교과서 C-1 p.95

5. 곱셈구구 지도 순서의 유형별 종합

지금까지 살펴본 초등수학 교과서에서 곱셈구구의 지도 순서를 종합적으로 고찰해보면 다음과 같다.

먼저 유형Ⅰ(**2단→3단→4단→5단→6단→7단→8단→9단→1단→0단**)은 2단부터 시작하여 단계적으로 9단까지, 그리고 1단과 0단이 순서대로 제시한 것인데, 우리나라 교육과정에서는 3차와 4차 교과서에서, 그리고 외국의 교과서에서는 중국과 싱가포르 교과서를 유형Ⅰ로 볼 수 있다. 우리나라 교과서와 중국의 교과서는 유사한 형태인데 이들은 모두 곱셈구구의 각 단을 독립적으로 구분하고 있는 반면, 싱가포르 교과서의 경우는 이미 알고 있는 곱셈구구의 단과 새롭게 학습하는 곱셈구구의 단 사이의 관계를 고려하여 다양한 곱셈 전략을 활용하고 있다는 점에서 차이를 보인다.

다음으로 유형Ⅱ(**2단→4단→5단→3단→6단→7단→8단→9단→1단→0단**)는 2단과 4단, 3단과 6단 사이의 연결을 고려한 것으로, 이와 같이 배수를 기본으로 하는 두 배 전략이나 또는 보다 적극적으로 2단→4단→8단 또는 3단→6단→9단의 연결을 도모하는 유형에 해당한다. 이 유형은 우리나라 교육과정에서는 1차와 2차 교과서에서, 그리고 외국의 교과서에서는 대만과 독일 교과서에서 찾아볼 수 있다. 우리나라와 대만의 교과서는 이러한 배 개념을 전제로 한 연결이 다소 소극적으로 기술된 반면 독일의 교과서에서는 2단→5단→10단을 하나의 단원으로 하고 다시 3단→6단→9단과 4단→8단

→7단을 각각 한 단원으로 제시하여 곱셈구구의 지도 순서를 완성하고 있다. 특히 곱셈구구의 지도에서 교환법칙과 분배법칙을 비롯하여 두 배 전략, 한 번 더하기 전략, 한 번 빼기 전략 등 먼저 배운 곱셈구구의 각 단이 이후에 배우는 곱셈구구와 적극적으로 연결되어 제시되어 있으며, 이를 통해 학생들이 곱셈구구의 각 단에서 유연하게 사고하고 동시에 유기적으로 추론을 연결할 수 있도록 교과서를 구성하고 있다.

세 번째 유형Ⅲ(**2단→5단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→1단→0단**)은 2단 다음에 5단을 먼저 배우는 것을 주안점으로 하는데, 이것을 제외하면 유형Ⅱ와 동일하게 구성된 것을 말한다. 유형Ⅲ은 우리나라 교육과정에서 5차 이후 2009 개정 교과서까지 계속 이어지고 있으며, 외국의 교과서에서도 다소 차이를 보이고 있지만 일본(5단→2단), 홍콩(5단→10단→3단), 그리고 핀란드(4단→0, 1단→6단)의 교과서가 유형Ⅲ에 속한다. 우리나라와 일본의 교과서는 각 단이 독립적으로 제시되어 있는데, 다만 우리나라 2009 개정 교과서에서는 여러 가지 방법으로 곱셈구구표를 만드는 과정을 보여주고 있다. 그러나 홍콩과 핀란드 교과서에서는 곱셈의 다양한 상황과 모델이 함께 제시되고 있으며, 곱셈구구 역시 다양한 곱셈 전략을 이용하고 있는데 이 과정은 각 단에서 학습한 곱셈구구와 전략들을 이용해서 나머지 곱셈구구를 추론하는데 중점을 맞추고 있는 것으로 보인다.

그리고 기타 유형으로 미국의 교과서는 2단→5단→10단→0단→1단→3단, 4단, 6단, 7단, 8단, 9단으로 구성되어 있고, 네덜란드 교과서는 1단→2단→10단→5단→3단→4단→6단→9단→8단→7단의 순서로 곱셈구구를 제시하고 있다. 미국과 네덜란드 교과서에서 곱셈구구를 지도하는 방법 역시 초기에 교환법칙과 분배법칙을 도입하고 있으며 그 결과 승수와 피승수를 자유롭게 다루고 있다. 또한 두 배 전략을 비롯하여 이등분 전략, 한 번 더하기와 한 번 빼기 전략 등을 다양하게 활용하고 있으며, 묶음과 배열, 넓이, 직선 모델 등에서 이러한 전략들을 다양하게 도식화하여 사용함으로써 곱셈 전략의 수준 구분에서 직접 모델링에서부터 수 세기, 구조화, 형식화 수준이 다양하게 다루어지고 있음을 알 수 있다.

이러한 비교 분석을 통해 우리나라 교육과정에서 고려해야 할 곱셈구구 지도 순서 및 지도 방법에 대해 생각해보면, 먼저 곱셈구구의 지도 순서를 학생들의 사고 수준 및 곱셈적 사고를 고려하여 먼저 각 단의 구성 원리를 이해하고 학생들이 추론할 수 있는 수준에서 곱셈구구의 지도 순서에 대한 재검토가 필요하다는 점이다. 이를테면, 먼저 2단과 5단을 제시했다면, 그 다음에서는 3단과 6단을 한 차시에서 다루거나 또는 4단과 8단을 한 차시에서 다룰 수 있도록 하는 것 또한 그 대안이 될 수 있을 것이다.[12] 이와 함께 곱셈구구의 지도 방법에서도 교환법칙을 곱셈구구 학습 이후에 별도로 다룰 것이 아니라 곱셈구구의 각 단에서 함께 지도함으로써 이미 알고 있는 곱셈

12) 배종수(1999)는 5단을 가장 먼저 지도하고 같은 형식이 있는 단끼리 연결하는 5단→2단→4단→8단→3단→6단→9단→7단→1단→0단의 지도 순서를 제시한 바 있다.

구구를 활용하여 추론할 수 있도록 할 필요가 있으며, 곱셈구구에서 10단의 지도에 대해서도 검토해볼 필요가 있을 것이다. 또한 곱셈구구를 지도하는 과정에서 보다 다양한 곱셈 전략으로 두 배 전략을 비롯하여 한 번 더하기, 한 번 빼기 전략 등을 활용하여 이미 알고 있는 지식과 새롭게 알게 될 지식을 유연하게 연결할 수 있는 경험을 제공함으로써 수학적 추론의 기회를 보다 다양하게 제공할 수 있어야 할 것이다.

V. 결론

현재 우리나라 2009 개정 교과서에서는 곱셈구구의 전체 내용을 2학년 2학기 2단원에서 한꺼번에 지도하고 있다. 곱셈구구를 학습하는 과정은 암송을 기반으로 하는 곱셈구구에서 출발하여 짧은 기간에 곱셈구구의 지도요소, 이를테면 각 단의 구성 원리와 구성 방법을 비롯하여, 곱셈구구표, 교환법칙, 곱셈구구의 활용 등을 동시에 학습하고 있다. 그러나 곱셈구구는 단순한 암송에만 의존할 것이 아니라 곱셈구구의 원리를 학생들이 어떻게 추론하고 발견할 수 있는지 등이 다루어져야 하는데, 그 이유는 곱셈구구에 대한 이해가 이후 초등수학에서 연산을 완성하는데 결정적으로 역할하기 때문이다. 따라서 초등수학에서 학생들의 수학적 사고 수준을 고려하여 곱셈구구의 지도요소를 차시별로 배치할 수 있어야 하며 또한 학생들이 효과적으로 학습할 수 있는 지도 순서와 지도 방법에 대한 논의가 필요하다.

이러한 논의의 필요성은 앞서 서론에서 밝힌 본 연구의 두 가지 문제의식에서 찾아볼 수 있다. 첫 번째 초등수학에서 곱셈구구의 지도 순서에 대한 문제 제기가 이루어져야 한다. 우리나라는 2009 개정 교과서를 기준으로 초등수학에서 2학년 2학기 2단원에서 곱셈구구가 지도되고 있다. 이처럼 한 학년, 한 학기, 한 단원에서 곱셈구구를 지도하는 경우는 중국(2학년 1학기)을 제외하면 본 연구에서 비교했던 외국의 교과서와 차이를 보인다. 즉, 일본의 경우 2학년 2학기에서 3학년 1학기, 싱가포르는 2학년 1학기부처 3학년 1학기 등 몇 개 학년과 몇 개 학기를 거치면서 곱셈구구를 지도하기 때문이다. 또한 우리나라 곱셈구구의 지도 순서는 2단에서 출발하여 5단→3단→4단→6단→7단→8단→9단→1단→0단으로 구성되어 있다. 우리나라 교육과정에서 이와 같은 지도 순서가 고착된 것은 1987년 고시된 5차 교육과정이후로 이 때 제작된 1989년 초등학교 2학년 교과서부터이며, 이 지도 순서는 2009 개정 교육과정까지 30년 가까이 충분한 재검토 없이 학교 현장에서 받아들여져 왔는데 이에 대한 검토가 필요하다.

두 번째 문제 제기는 교육대학교에서 초등예비교사를 대상으로 한 수업 시간에서 비롯되었는데, 수와 연산 영역에서 곱셈 연산의 기초가 되는 곱셈 상황, 곱셈 모델과 곱셈 개념 등을 지도하는 과정에서 곱셈의 기초에 비해 상대적으로 곱셈구구의 구성 원리를 비롯하여 지도 순서에 대한 이해가 부족하다는 반성에서부터 출발한다. 곧, 초등예비교사에게도 곱셈구구는 그것을 학습하기 이전부터 암송의 대상으로만 인식되고 있

는데, 곱셈구구의 암송 못지 않게 곱셈구구의 지도 순서를 비롯하여 그 지도 방법에 대한 논의가 필요하다는 문제 제기에서 출발한다.

이에 본 연구에서는 먼저 곱셈구구와 관련된 선행연구를 검토하였으며, 김상근(2008), 정영옥(2013), 김현(2014)의 연구를 기반으로 하여 곱셈구구 가운데 곱셈구구의 지도 순서에 대한 논의를 중점적으로 살펴보기 위해 초등수학 교과서의 종적·횡적 비교 연구를 실시하였다. 먼저 종적 비교는 우리나라 교육과정에 따른 초등수학 교과서를 중심으로 한다. 1차 교과서에서부터 2009 개정 교과서에 이르기까지 총 9종의 초등수학 교과서에서 곱셈구구의 지도순서를 살펴보고, 이것을 크게 3가지 유형으로 구분했다. 그런 다음 외국 교과서와의 횡적 비교를 동시에 실시하였다. 본 연구의 대상이 된 교과서는 일본, 중국, 대만을 비롯하여 독일, 핀란드, 네덜란드, 그리고 미국, 홍콩, 싱가포르의 초등학교 수학 교과서 9종이다. 따라서 본 연구는 모두 18개의 초등수학 교과서를 연구 대상으로 하였으며, 여기서 나타난 곱셈구구의 지도 순서를 크게 3가지로 유형화하였으며, 각 유형별로 나타난 곱셈구구 지도 순서의 특징을 비롯하여 곱셈구구를 지도하는 방법 등에서 주목할 부분을 중심으로 분석하였다.

학교수학에서 수학 교과서는 고등수학과는 구분되는 동시에 변형된 지식을 담고 있는 전형이며, 교육과정의 변화를 수용하면서 교사에 의해 이루어지는 교수학적 변환의 원형이다. 본 연구에서 곱셈구구의 지도 순서를 수학 교과서를 통해 살펴본 것은 이와 같은 교과서의 중요성에 근거하고 있다. 또한 초등학생들이 곱셈을 학습하는 것은 한 단위와의 연산에서 합성 단위와의 연산으로 그 차원과 수준을 향상시키는 과정이다. 그리고 일차적으로 곱셈의 기초(2학년 1학기 6단원)에서 이러한 곱셈 개념을 다루었다면 곱셈구구는 그 다음 단계에서는 연산 알고리즘의 형태를 갖추기 위한 기초가 된다.

본 연구의 분석 결과 곱셈구구 지도에서 전제로 해야 하는 핵심적인 요소는 곱셈구구의 각 단 사이의 연결성 및 곱셈구구표 안에서의 연결성을 강조해야 한다는 점을 알 수 있다. 특히 우리나라와 일본, 중국의 교과서를 제외한 다른 모든 국가들의 교과서는 모든 단을 독립적으로 구분하여 지도하기보다 교환법칙, 분배법칙을 처음부터 다루면서 이미 학습한 곱셈구구를 이용해서 알고 있는 지식과 새로운 지식을 다양한 전략을 이용해서 추론하면서 발견하는데 주안점을 두고 있다. 이러한 측면에서 볼 때 곱셈구구의 지도 순서는 초등수학에서 곱셈의 교수학적 논의를 이끌어내는데 우선적으로 검토가 이루어져야 한다. 무엇보다 수학적 연결성은 곱셈구구의 각 단의 연결과 함께 학생들이 단순히 곱셈구구를 암송하는데 그치는 것이 아니라 곱셈적 사고의 유연성을 기를 수 있게 하며 이와 함께 곱셈구구를 구조화하고 형식화하는 수준까지 이르게 하면서 곱셈구구의 원리를 이해할 수 있도록 하는데 중요한 역할을 한다. 따라서 이러한 분석 결과를 바탕으로 2015 개정 교육과정에 따른 초등수학 교과서 개발에서부터 곱셈구구의 지도 순서와 지도 방법에 대한 논의가 이루어져야 하며 동시에 곱셈구구 단원 전반에서 그 내용과 차시에 대한 검토가 이루어질 수 있어야 한다.

참고문헌

[1] 강흥규 (2009). 배 개념에 기초한 자연수 곱셈 개념의 지도 방안. **학교수학**, 11(1), 17-37.

[2] 교육부 (1995). **교사용지도서 수학 2-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

[3] 교육부 (2015). **2015 개정 교육과정**. 2015년 9월 24일 교육부 발표자료.

[4] 김상근 (2008). **초등학교 수학 교과서에 나타난 곱셈 지도 방법에 대한 분석 : 곱셈 기초부터 곱셈구구 지도까지**. 서울교육대학교 석사학위논문.

[5] 김진호 (1995). **국민학교 2학년 아동의 곱셈구구에 의해 생성된 지식 수준 분석**. 한국교원대학교 석사학위논문.

[6] 김현 (2014). **한국·중국·일본·싱가포르 초등수학교과서의 곱셈구구 지도방법에 대한 비교 연구**. 공주교육대학교 석사학위논문.

[7] 김혜진 (2014). **수학보드게임이 성취도와 수학적 태도에 미치는 영향: 초등학교 2학년 수학과 곱셈구구, 시각과 시간 단원을 중심으로**. 서울교육대학교 석사학위논문.

[8] 박경미·임재훈 (2002). 한국, 일본과 미국, 영국의 수학 교과서 비교. **학교수학**, 4(2), 317-331.

[9] 박경선 (2008). **Skemp 이론에 따른 곱셈구구 놀이활동이 수학학업성취도 및 수학적 태도에 미치는 효과**. 서울교육대학교 석사학위논문.

[10] 박태훈 (2004). **곱셈구구의 개념 형성 및 원리 이해를 위한 코스웨어 설계 및 구현**. 춘천교육대학교 석사학위논문.

[11] 배종수 (1999). **제 7차 교육과정을 중심으로 초등수학교육 내용 지도법**. 서울: 경문사.

[12] 송순희 (2000). **스켐프의 곱셈구구 지도방법 적용사례연구: 초등학교 3학년 수학학습 부진아를 대상으로**. 인천교육대학교 석사학위논문.

[13] 장미라 (2006). **초등학교 2학년 학생의 곱셈적 사고에 관한 연구**. 서울교육대학교 석사학위논문.

[14] 정영옥 (2013). 초등수학에서 자연수 곱셈 지도-곱셈의 도입과 곱셈 구구를 중심으로-. **학교수학**, 15(4), 889-920.

<초등수학 교과서 목록>

[1] 문교부 (1955). **산수 2-2, 3-1**. 서울: 대한문교서적주식회사.

[2] 문교부 (1966). **산수 2-2, 3-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

[3] 문교부 (1976). **산수 2-1, 2-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

[4] 문교부 (1982). **산수 2-1, 2-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

[5] 문교부 (1989). **산수 2-1, 2-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

[6] 교육부 (1995). **수학 2-1, 2-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

[7] 교육인적자원부 (2000). **수학 2-가, 2-나.** 서울: ㈜대한교과서.
[8] 교육과학기술부 (2009). **수학 2-1, 2-2.** 서울: ㈜두산동아.
[9] 교육부 (2014). **초등학교 수학 2-1, 2-2**. 서울 : ㈜천재교육.
[10] 藤井 斉亮, 飯高 茂 외 (2011). **新しい算數 2-下, 3-上**. 東京書籍株式會社.
[11] 초등학교 수학실(2003). **9년 의무교육 6년제 초등학교 교과서 수학3**. 북경: 인민교육출판사.
[12] 楊瑞智 (2013). **國小數學課本 2-上, 2-下**. 康軒文教事業.
[13] Bell, M., Bell, J., & Hartfield, R. (1998). **Everyday Mathematics Third Grade Volume A, B**. Chicago: Everyday Learning Corporation.
[14] Berger, A., Fischer, M., Hoffmann, M., Juttemeier, M., Muller, G. N., & Wittmann, E. Ch. (2004). **Das Zahlenbuch Mathematik im 2, 3**. Schuljahr. Leipzig: Ernst Klett Grundschulverlag.
[15] Charlotte Collars 외 (2011). **Shaping Maths Coursebook 2B, 3A**. Marshall Cavendish Education.
[16] Koudenburg, J., & Mommers, K., & Winnubst, J. (1999). **TALRIJK (Rekenboek B2, C1). Reken-wiskundemethode voor het basisonderwijs**. Uitgeverij Zwijsen b.v. Tilburg.
[17] Pan Lloyds Publishers Ltd. (2010). **New Edition Effective Steps to Mathematics 2-A, 2-B.** Pan Lloyds Publishers Ltd.
[18] WSOY(2012a). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 2-1, 3-1**.(도영 역). 서울: 솔빛길출판사.

Kim Sung Joon
Busan National University of Education
24 Kyodae-ro Yeonje-gu Busan
E-mail: joonysk@bnue.ac.kr