

## 대학 신입생들의 수학 기초학력 평가자료들 간의 상관관계 및 오류 유형 분석<sup>1)</sup>

Correlation between the education evaluation materials of basic  
mathematics and analysis of the error types in freshmen of a university

장 민 우 · 표 용 수<sup>2)</sup>

**ABSTRACT.** In this paper, we analyzed the correlation among scores of the mathematics B-type grade of College Scholastic Ability Test(CSAT), scores of Mathematics Level Assessment(MLA) and written test scores of Basic Mathematics Subject(BMS) made by students. Especially, we examined the relationship between CSAT grade with results of MLA and results of BMS through survey of students who changed their grades and learned about reasons. In addition, we analyzed error types for the descriptive problem solving in BMS written tests..<sup>3)</sup>

### I. 서론

#### 1. 연구의 필요성 및 목적

과학의 급속한 발전으로 수학의 중요성은 더욱 증가되고 있지만, 많은 학생들은 수학 학습내용의 어려움과 기초학력 부진으로 수학 교과에 대해 거부감을 가지고 있다. 따라서 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 길러 주기 위해서는 학생

---

1) 본 논문은 장민우의 2016년 석사학위논문인 『수학 기초학력 평가들 간의 상관관계 및 오류 유형 분석』의 일부임

2) 교신저자

Received July 22, 2016; Accepted August 26, 2016.

2010 Mathematics Subject Classification: 97D40

Keywords : College Scholastic Ability Test, College Scholastic Ability Test, Test Scores of Basic Mathematics Subject, Analysis of Error Types

©2016 The Youngnam Mathematical Society  
(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

의 학력 수준에 맞는 내용을 학습하게 하여 문제해결의 성취감을 느끼게 하고, 학생 스스로 탐구 활동을 활발히 수행할 수 있도록 배려하여야 할 것이다.

각 대학에서는 고등학교 학생부 성적과 대학수학능력시험(이하 수능이라 함) 성적을 토대로 다양한 대학입학 전형제도를 도입하여 시행하고 있다. 특히, 교차 지원 허용에 따른 수강학생 간의 심각한 학력 차는 대학 교양수학 교육과정 운영에 상당한 어려움을 주고 있어, 여러 대학에서는 대입제도 개선과 교육과정 변경 등에 많은 노력을 기울이고 있다. 특히, P대학에서는 자연계열 입학예정자를 대상으로 수학진단평가(이하 진단평가라 함)를 시행하여 일정 점수를 취득하지 못한 학생과 시험에 응시하지 않은 학생은 ‘기초수학 및 연습’ 교과목(2학점, 주당 3시간, 이하 기초수학 교과목이라 함)을 개설하여 미분적분학의 선수과목으로 수강하도록 하고 있다. 다만, 수능 수학 B형의 성적(이하 수능 등급이라 함)이 3등급 이내(1, 2, 3등급)이거나 기초수학 특강을 수강하여  $B^0$  이상의 성적을 취득한 학생은 진단평가 응시 면제와 함께 기초수학 교과목을 이수하지 않고도 미분적분학 관련 교과를 수강할 수 있도록 하고 있다. 여기서, 기초수학 특강은 수시 모집 합격자를 대상으로 1~2월 중에 시행하며, 일반계 고등학교 자연계열 수학과 내용에서 45시간의 강의와 문제풀이로 수업을 진행하고 있다.

수능에서 수학은 선택형과 단답형 문제가 출제되지만, P대학에서 시행하는 진단평가와 기초수학 교과목의 중간 및 기말고사(이하 기초수학 지필고사라 함)에서는 단답형과 서술형 문제를 출제하고 있다. 실제로, 서술형 문제는 선택형이나 단답형 문제에 비해 고등정신능력을 잘 평가할 수 있기 때문에, 서술형 문제 답안 작성에 대한 오류 분석 결과의 활용은 학습지도에 긍정적 영향을 준다.

본 논문에서는 연구대상 학생들의 수능 등급별 진단평가 성적과 기초수학 지필고사 성적 간의 상관관계와 함께 이들 성적에 대한 수능 등급 이탈자와 진단평가 등급 향상자에 대해 분석해보고, 기초수학 지필고사 서술형 문제풀이 과정에서 나타난 오류 유형을 조사하여, 그 결과를 토대로 효율적인 기초수학 교과목 학습지도 방안을 찾아보고자 한다.

## 2. 수학적 오류의 정의

오류의 사전적 정의는 ‘사고 내용과 대상이 일치하지 않는 사유 판단’을 뜻한다. 본 논문에서 **오류**는 기초수학 지필고사 서술형 3문항의 풀이 과정에서 나타난 것으로 제한하며, 문제풀이 과정이 논리적이지 못한 모든 경우를 포함한다. 따라서 **수학적 오류**를 기초수학 지필고사 서술형 문제풀이 과정에서 수학의 용어, 기호, 식, 개념 원리 등을 올바르게 사용하지 않은 모든 경우로 정의한다.

### 3. 연구의 제한점

본 논문의 연구 결과를 일반화하거나 활용할 경우, 다음 사항을 고려하여야 할 것이다.

첫째, 2015학년도 P대학 공과대학 신입생 141명을 대상으로 한 연구이므로, 타 대학의 모든 학생으로 일반화하기에는 어려움이 있을 수 있다.

둘째, 수능 등급, 대학 자체에서 시행하는 진단평가 성적 및 기초수학 지필고사 성적 간의 상관관계를 분석하였기 때문에, 평가기준, 평가문제의 수준 및 유형은 물론, 응시환경 등에 따라서도 연구 결과가 다르게 도출될 수 있을 것이다.

셋째, 기초수학 교과목에서는 같은 유형의 지필고사 문제와 동일한 평가기준에 의해 절대평가를 시행하고 있으나, 담당교수의 학습지도 역량도 학생들의 학업성취도에 상당한 영향을 미칠 수 있을 것이다. 실제, 연구대상 학생들은 기초수학 교과목 전체 개설학급 36개 분반 중에서 14개의 분반에 분포되어 있다.

넷째, 기초수학 지필고사 서술형 3문항의 문제풀이 과정에서의 오류 유형을 연구자의 주관적 관점에서 분류하였기 때문에, 동일한 문제풀이에 대해 다른 유형의 오류로 구분할 수도 있을 것이다.

## II. 이론적 배경

### 1. 수학적 오류

Skemp(1987)는 학습에서의 오류는 어떤 나쁜 행실이 아니라 학습에 기여할 가능성이 있는 것으로 다루어져야 하며, 자신이 모른다는 사실을 숨겨서는 안 되고, 오류 자체에 관심을 가져야 하며, 오류에 대한 이해를 새로운 목표로 삼아야 한다고 하였다(재인용: 이병옥·안병곤, 2008). 또한, Radatz(1979)는 오류를 범하게 되는 범주를 언어의 어려움 때문에 생기는 오류, 특별한 정보를 획득하는데 어려움이 생기는 오류, 필수적인 기술, 사실, 개념에 관한 미숙에 의해 생기는 오류, 잘못된 연합 혹은 사고의 경직에서 생기는 오류와 관련 없는 규칙 혹은 전략의 응용에서 생기는 오류로 구분하였다(재인용; 최진숙·유현주, 2006).

수학적 오류는 수업 내외에서 발생할 수 있는데, 수업 도중에 교사에 의해 발생하거나 학생 개인 내부에서 발생할 수 있다. Brousseau(1986)는 수학적 오류가 발생하는 원인의 특징을 다음의 네 가지로 설명하고 있다(재인용; 김차숙, 2003).

첫째, 오류는 종종 수학의 기본적인 개념에 관한 오개념의 결과이다.

둘째, 오류는 때때로 교사에 의한 체계적인 지도과정의 결과로 일어난다.

셋째, 오류는 학생들이 결함이 있는 절차를 사용하고 교사에 의해 잘못 인식된

오개념을 가짐으로써 발생하기 쉽다.

넷째, 학생들은 종종 문제해결을 위해 자신의 독창적이고 비형식적인 방법을 창안하는데, 이들은 더욱 일반적인 문제 형태의 특별한 경우에 기초한 귀납적 추론 과정의 결과이며, 그런 방법들이 때로는 심각한 오류를 일으킨다.

Borasi(1986)는 오류의 역할에 대해 제거되어야 할 대상으로서의 오류와 개념 성장을 위한 발판으로서의 오류로 해석이 가능하다고 보았다. 먼저, 그는 제거되어야 할 대상으로서의 오류는 실패한 학습과정의 상징이나 학습자의 잘못된 이해의 반영으로서, 교수·학습과정에서 교정되어야 하는 대상이 될 수 있는데, 이러한 접근은 부분적이고 제한적이지만 오류 교정의 가치는 인정해야 한다고 한다. 다음으로, 개념 성장의 발판으로서의 오류는 학습과정의 긍정적 단계이며, 학습주체에 대한 이해를 향상시키고 새로운 결과를 생성하는 발견과 탐구의 동기를 제공할 수 있는데, 학생 스스로 발견한 오류가 유추의 역할을 할 때, 학생들은 오류의 창조성을 경험할 수 있다고 한다(재인용; 김부미, 2009).

## 2. 선행연구의 고찰

김태수·김병수(2008)는 대학수학의 수준별 진행상황과 결과분석 및 대학 수학 교육 발전 방안을 제시하였으며, 내신, 수능성적 및 논술에 의한 대입 선발방식의 타당성에 대해 연구하였다. 그리고 이정례·이경희(2011)는 중위권 공과대학 신입생들의 수학 기초학력과 수능 수리영역 성적의 관계를 조사하여 교차지원 허용에 따른 문제점을 지적하였다. 한편, 박준식·표용수(2013)는 기초수학 교과목의 수준별 맞춤형 수업 진행과 강의평가 및 강의 포트폴리오 분석을 통한 기초수학 교과목 운영 방안을 제시하였으며, 손민지·표용수(2014)는 수능 등급과 진단평가 성적의 상관관계를 분석하여 맞춤형 학습지도와 진단평가 시행에 대한 개선점을 제안하였다. 또한, 박형빈 등(2010)은 이공계 신입생을 대상으로 기초학력 보충 교육과정의 이수가 학업성취도에 미치는 영향에 대해 연구하였으며, 임연희·표용수(2015)는 수학 기초학력 평가들 간의 상관관계 분석을 통한 교양수학 교과목 학습지도 운영방안 등을 제안하였다.

한편, Radatz(1979)는 오류를 범하게 되는 범주를 언어의 어려움 때문에 생기는 오류, 특별한 정보를 획득하는데 어려움이 생기는 오류, 필수적인 기술, 사실, 개념에 관한 미숙에 의해 생기는 오류, 잘못된 연합 혹은 사고의 경직에서 생기는 오류 및 관련 없는 규칙 혹은 전략의 응용에서 생기는 오류로 구분하여 제시하였다(재인용; 최진숙·유현주, 2006). 또한, Movshovitz-Hadar 등(1987)은 이스라엘 고등학생들이 졸업시험에서 반복적으로 보이는 경험적인 오류 유형을 ① 잘못 사용된 자료, ② 잘못 해석된 언어, ③ 논리적으로 부적절한 추론, ④ 왜곡된

정의나 정리, ⑤ 확인하지 않은 해답, ⑥ 기술적인 오류 등으로 분류하였는데(재인용; 최영아, 2001), 이들의 오류 유형 분류를 참고하여 김옥경(1991)은 수학적 오류를 ① 오용된 자료, ② 잘못 해석된 언어, ③ 논리적으로 부적절한 추론, ④ 곱해된 정리 혹은 정의, ⑤ 요구되지 않은 해답, ⑥ 기술적인 오류, ⑦ 풀이 과정의 생략, ⑧ 애매모호한 오류의 8가지 유형으로 분류하였다.

이러한 선행연구들을 기반으로, 본 논문에서는 수능 등급, 진단평가 성적, 기초수학 지필고사 성적 간의 상관관계를 분석하고, 지필고사 서술형 문제의 답안 작성에 대한 오류 유형 분석을 통하여, 기초수학 교과목 수강학생들의 기초학력 향상을 위한 학습지도 방안을 알아보하고자 한다.

### Ⅲ. 연구방법 및 절차

#### 1. 연구대상 및 연구내용

본 연구에서는 P대학에서 2015년 2월 중순, 4일간 시행한 진단평가에서 제2일차에 응시한 공과대학 학생으로 수능 수학 B형 성적이 4~7등급으로 기초수학 교과목을 수강하여 기초수학 지필고사에 모두 응시한 141명을 대상으로, 수능 등급, 진단평가 성적 및 기초수학 지필고사 성적 간의 상관관계 분석을 통하여, 교양수학 수강학생들의 기초학력 향상을 위한 학습지도 방안을 찾아보고자 한다. 또한, 지필고사 서술형 3문항의 답안 작성에 대한 오류 유형 분석하여 기초수학 교과목 학습지도 개선을 위한 자료로 활용하고자 한다.

#### 2. 연구도구

본 논문에서는 수능 수학 B형 성적의 등급, P대학 자연계열 입학예정자를 대상으로 시행하는 진단평가 성적과 정규학기에 개설하는 기초수학 교과목 지필고사 성적을 연구도구로 사용하여, 이들 간의 상관관계를 분석한다.

다음의 <표 III-1>은 교과 영역별 진단평가에서의 단답형 및 서술형 문항 수와 그 배점을 나타낸 것으로, 단답형 20문항과 서술형 3문항을 출제하였다. 또한, 응시학생들의 시험 준비를 위해, 대학 홈페이지에 『수학 기초학력 평가 문제은행(부경대, 2009)』을 탑재하였다.

&lt;표 III-1&gt; 영역별 진단평가 출제 문항 수와 배점

영역	유형별 출제문항 수(배점)			고등학교 수학 교과
	단답형	서술형	합계	
행렬과 연립일차행렬식	2 (8)	1(6)	3(14)	수학 I
수열과 무한급수	3(12)		3(12)	수학 I
공간좌표와 벡터	3(12)		3(12)	기하와 벡터
함수의 극한과 연속	4(16)		4(16)	수학II
미분법과 활용	5(20)	1(7)	6(27)	수학II
적분법과 활용	3(12)	1(7)	4(19)	적분과 통계
전체	20(80)	3(20)	23(100)	

2015학년도 1학기 P대학에서 기초수학 교과목 수강학생들을 대상으로 시행한 2회의 지필고사에서는 단답형 24문항, 서술형 8문항을 출제하였다. 다음의 <표 III-2>는 기초수학 지필고사에서 출제한 영역별 단답형 및 서술형 문항 수와 그 배점을 나타낸 것이다.

&lt;표 III-2&gt; 영역별 기초수학 지필고사 출제 문항 수와 배점

영역	유형별 출제문항 수(배점)		
	단답형	서술형	합계
행렬과 연립일차행렬식	3(12)	2(12)	5(24)
수열과 무한급수	3(12)	1(6)	4(18)
공간좌표와 벡터	3(12)		3(12)
함수의 극한과 연속	4(16)	1(6)	5(22)
미분법과 활용	8(32)	1(6)	9(38)
적분법과 활용	3(12)	3(18)	6(30)
전체	24(96)	8(48)	32(144)

## IV. 평가자료들 간의 상관관계

### 1. 수능 등급별 진단평가 성적

다음의 <표 IV-1>은 연구대상 학생의 수능 등급에 따른 영역별 진단평가 평균점수를 나타낸 것이다. 수능 등급에 따른 진단평가의 영역별 평균점수 차이를 알아보기 위해 ANOVA분석을 실시하였다. 표에서 1영역은 행렬과 연립일차행렬식, 2영역은 수열과 무한급수, 3영역은 공간좌표와 벡터, 4영역은 함수의 극한과

연속, 5영역은 미분법과 활용, 6영역은 적분법과 활용을 나타내며, ( )는 각 영역별 만점이며 평균점수는 소수 둘째자리에서 반올림하였다.

<표 IV-1> 수능 등급에 따른 영역별 진단평가 성적

수능 등급	인원	영역별 진단평가 평균점수						
		1영역(14)	2영역(12)	3영역(12)	4영역(16)	5영역(27)	6영역(19)	전체(100)
4	33	8.0	5.9	3.4	8.2	9.6	0.6	35.8
5	55	7.6	4.9	3.6	8.1	7.6	1.3	33.1
6	41	7.8	3.6	3.8	7.0	6.8	0.8	29.7
7	12	7.5	1.7	1.3	2.7	2.0	0.3	15.5
	p-값	0.945	0.000	0.023	0.000	0.000	0.189	0.000

표에 따르면, 2~5영역과 전체에서 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의한 평균 차이가 있음을 알 수 있다. 또한, 수능 성적이 4등급에서 7등급으로 낮아질수록 2~5영역의 진단평가 평균점수와 전체 역시 낮게 평가되었음을 알 수 있다. 이는 수능 등급과 진단평가 성적은 등급별로 양의 상관관계가 있음을 보여준다. 그리고 진단평가에서 기초수학 교과목 수강을 면제받지 못한 수능 성적이 중급이하인 학생들은 공간좌표와 벡터와 적분법과 활용 영역의 성적이 저조하였다.

## 2. 수능 등급별 기초수학 지필고사 성적

다음 <표 IV-2>는 연구대상 학생의 수능 등급에 따른 각 영역별 기초수학 지필고사 평균점수와 표준편차를 나타낸 것이다. 표의 영역에서 ( )는 지필고사에서 해당 영역의 만점을 뜻한다. 수능 등급에 따른 기초수학 지필고사의 영역별 평균점수 차이를 알아보기 위해 ANOVA분석을 실시하였다.

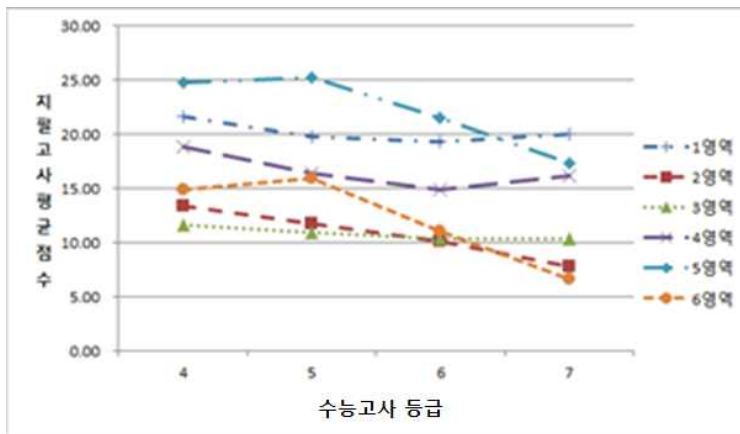
<표 IV-2> 수능 등급에 따른 영역별 기초수학 지필고사 성적

수능 등급	인원	영역별 기초수학 지필고사 평균점수(표준편차)						
		1영역(24점)	2영역(18점)	3영역(12점)	4영역(38점)	5영역(38점)	6영역(30점)	합계(144점)
4	33	21.6(2.9)	13.4(4.1)	11.6(1.2)	18.9(3.4)	24.8(6.6)	14.9(8.3)	105.2(17.7)
5	55	19.8(4.0)	11.7(5.4)	11.0(2.2)	16.5(4.7)	25.3(7.1)	16.0(8.6)	100.2(20.1)
6	41	19.3(4.2)	10.2(5.2)	10.3(2.8)	14.9(4.3)	21.5(9.1)	11.0(7.9)	87.3(24.3)
7	12	20.1(5.1)	7.8(5.3)	10.3(2.7)	16.2(4.0)	17.3(7.3)	6.7(5.1)	78.4(18.4)
	p-값	0.88	0.04	0.84	0.002	0.003	0.001	0.000

표에서 보는바와 같이, 2, 4~6영역과 전체에서 유의수준 0.05에서 통계적으로

유의한 평균차이가 있었다. 또한, 수능 등급이 4등급에서 7등급으로 낮아질수록 2~5영역의 기초수학 지필고사 평균점수와 전체 역시 낮게 평가되었음을 알 수 있다. 이는 수능 등급과 지필고사의 성적은 등급별로 양의 상관관계가 있음을 보여준다.

다음 <그림 IV-1>은 수능 등급에 따른 기초수학 지필고사 평균점수의 추이를 나타낸 것이다. 그림은 2, 3영역에서는 수능 등급이 4등급에서 7등급으로 낮아질수록 지필고사 평균점수도 감소하는데 반해, 5, 6영역에서는 4등급에서 5등급으로 낮아질 때 평균점수가 소폭 상승하다가 6등급에서 다시 감소하는 추세를 보이고 있다.



<그림 IV-1> 수능 등급에 따른 영역별 기초수학 지필고사 평균점수 변화

### 3. 진단평가 및 기초수학 지필고사 성적간의 상관관계

<표 IV-3>은 진단평가와 기초수학 지필고사 성적간의 상관관계를 분석하기 위해, 진단평가 성적 15점을 급간으로 각 계급에 속한 학생들의 기초수학 지필고사 점수를 나타낸 것이다.

<표 IV-3> 진단평가 및 기초수학 지필고사 성적 분포

진단평가 점수 범위	인원	기초수학 지필고사 점수범위					
		20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-144
0 ~ 15	9	0	1	4	4	0	0
15 ~ 30	41	2	3	7	14	12	3
30 ~ 45	81	0	1	10	27	27	16
45 ~ 60	10	0	0	0	4	4	2
합계	141	2	5	21	49	43	21



다음 <표 IV-4>는 통계 SAS프로그램을 이용하여 피어슨 상관계수를 계산한 결과이다. 이에 따르면, 상관관계가 있다고 판단되는 두 변수간의 상관계수가 0.30이상인 0.41769로 나타나 진단평가 성적과 기초수학 지필고사 성적은 적절한 양의 상관관계가 있는 것으로 조사되었다.

<표 IV-4> 진단평가 및 기초수학 지필고사 성적간의 상관계수

피어슨 상관 계수, $N=141$ HO: $Rho=0$ 가정하에서 $Prob >  r $		
	$x$	$y$
$x$	1.00000	0.41769 < .0001
$y$	0.41769 < .0001	1.00000

#### 4. 등급 이탈자 분석

본 논문에서는 수능 등급별 인원과 동일하게 기초수학 지필고사 성적순으로 연구대상 학생을 지필고사 4~7등급으로 구분하였다. 이때, 수능 등급과 기초수학 지필고사 등급이 일치하지 않는 학생들을 지필고사 대비 수능 등급 이탈자로 정의한다.

다음 <표 IV-5>는 기초수학 지필고사 등급 대비 수능 등급 이탈자 현황을 나타낸 것이다. 예를 들어, 수능 4등급인 연구대상 학생은 33명이므로, 지필고사 성적 순위에서 상위 33명을 지필고사 4등급으로 구분하였으며, 이에 속하지 못한 진단평가 4등급 이탈자는 24명임을 뜻한다. 표에서 이탈자 비율은 소수 둘째자리에서 반올림하였다.

<표 IV-5> 기초수학 지필고사 대비 수능 등급 이탈자 현황

수능 등급	인원	기초수학 지필고사 등급별 인원				이탈자 수	이탈자 비율(%)
		4	5	6	7		
4	33	9	14	8	2	24	72.7
5	55	15	24	14	2	31	56.4
6	41	8	16	15	2	26	63.4
7	12	1	1	4	6	6	50.0
합계	141	33	55	41	12	87	61.7

표에 따르면, 기초수학 지필고사 대비 수능 등급 이탈자는 연구대상 학생의 61.7%인 87명이었는데, 이들 중에서 수능 등급보다 더 높은 지필고사 등급으로

이탈한 학생은 45명, 낮은 등급으로 이탈한 학생은 42명으로 비슷하게 나타났다. 이는 연구대상 학생 개개인의 경우, 수능 등급과 기초수학 지필고사 성적 간에는 상당한 차이가 있음을 보여준다. 이는 수능 형태의 문제풀이에 익숙한 학생들이 정규학기 중에 시행하는 기초수학 지필고사 문제를 풀이하는데 개인적으로 많은 차이가 있기 때문일 것이다. 아울러, 기초수학 지필고사 성적은 담당교수의 학습 지도 역량에도 상당한 차이가 있을 것으로 판단한다.

다음으로, 기초수학 지필고사 등급에서와 동일하게 진단평가에서도 성적순으로 연구대상 학생을 진단평가 4~7등급으로 구분하였다. 이때, 진단평가 등급과 지필고사 등급이 일치하지 않는 학생들을 기초수학 지필고사 등급 대비 진단평가 등급 이탈자라 한다.

다음 <표 IV-6>은 기초수학 지필고사 등급 대비 진단평가 등급 이탈자 현황을 나타낸 것이다. 표에 따르면, 기초수학 지필고사 등급 대비 진단평가 등급 이탈자는 연구대상 학생의 66.7%인 94명이었는데, 이들 중에서 진단평가 등급보다 더 높은 지필고사 등급으로 이탈한 학생과 낮은 등급으로 이탈한 학생은 각각 47명으로 동일하게 나타났다. 이는 연구대상 학생 개개인의 경우, 진단평가 등급과 기초수학 지필고사 성적 간에는 상당한 차이가 있음을 보여준다.

<표 IV-6> 기초수학 지필고사 대비 진단평가 등급 이탈자 현황

진단평가 등급	인원	기초수학 지필고사 등급별 인원				이탈자수	이탈자 비율(%)
		4	5	6	7		
4	33	10	16	7	0	23	69.7
5	55	18	20	15	2	35	63.6
6	41	5	15	14	7	27	65.9
7	12	0	4	5	3	9	75.0
합계	141	33	55	41	12	94	66.7

## 5. 진단평가 및 기초수학 지필고사 영역별 정답률

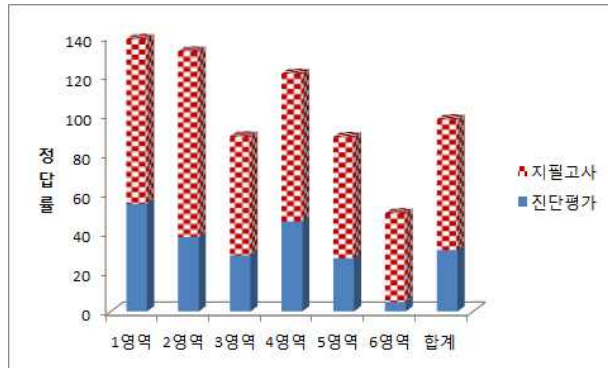
다음의 <표 IV-7>은 진단평가 및 기초수학 지필고사 영역별 정답률을 나타낸 것이다. 각 영역별 성적 향상을 알아보기 위하여 진단평가와 지필고사의 정답률, 즉 [(영역별 평균점수/영역별 만점)×100]을 구하였다. 표에서 보는바와 같이, 정답률 향상비율은 6영역인 적분법과 활용 818.4%, 2영역인 수열과 무한급수 148.4%, 5영역인 미분법과 활용 126.5%의 순으로 나타났다. 또한, 1영역인 행렬과 연립일차방정식은 52.6%가 향상되어 가장 낮은 향상 비율을 보였으며, 전체 영역의 평균 정답률 향상은 112.5%이었다. 그러함에도 1영역과 2영역의 기초수학

지필고사 정답률은 각각 83.8%와 94.4%에 이르러 높은 학업성취도를 얻은 것으로 조사되었다.

<표 IV-7> 진단평가 및 기초수학 지필고사 영역별 정답률

영역	진단평가			기초수학 지필고사		
	배점	평균점수	정답률(%)	배점	평균점수	정답률(%)
1영역	14	7.7	54.9	24	20.1	83.8
2영역	12	4.6	38.0	12	11.3	94.4
3영역	12	3.4	28.6	18	10.9	60.5
4영역	16	7.4	45.9	22	16.6	75.2
5영역	27	7.4	27.2	38	23.4	61.6
6영역	19	1.0	4.9	30	13.5	45.0
전체	100	31.3	31.3	144	95.8	66.5

다음 <그림 IV-2>에서와 같이, 영역별 및 전체에서 정답률은 상당히 향상되었음을 알 수 있다.



<그림 IV-2> 진단평가와 기초수학 지필고사의 영역별 정답률 변화

그리고 <표 IV-7>에서 행렬과 연립일차방정식 영역의 진단평가 정답률이 54.9%로 가장 높았던 이유는 수능에서 행렬은 대체적으로 계산 위주의 문제가 출제되어 학생들이 쉽게 정답을 맞힐 수 있는 문제들이 출제되었고, 진단평가에서도 수능과 유사한 유형의 문제가 출제된 때문으로 생각한다. 이와 반대로, 적분법과 활용 영역의 진단평가 정답률이 4.9%로 가장 저조한 이유는 수능에서는 다항함수의 적분이나 지수함수들의 적분을 활용하는 문제들이 주로 출제되었지만, 진단평가에서는 삼각함수의 적분이나 삼각함수들의 적분을 이용하여 부피를 구하는 문제들이 출제된 때문으로 나타났다. 실제, 진단평가에서는 삼각함수에서 필요한 공식들을 이용하여 정적분과 회전체의 부피를 구해야하므로, 수능 5~7등

급 학생들에게는 고난도의 문제였을 것이다.

## 6. 진단평가 등급 향상자 분석

다음 <표 IV-8>은 기초수학 지필고사 대비 진단평가 등급 향상자의 등급 변화에 따른 인원과 그 비율을 나타낸 것이다. 또한, 등급 변화에 따른 진단평가 평균점수와 지필고사 환산평균점수도 함께 조사하였다. 지필고사 환산평균점수는 기초수학 지필고사 144점 만점을 100점 만점으로 환산하여 평균점수를 구하였다.

<표 IV-8> 진단평가 등급 향상자 현황 및 평균점수

등급변화 (진단평가 ⇒ 지필고사)	인원(비율)	진단평가 평균점수	기초수학 지필고사 환산평균점수
5 ⇒ 4	18(12.8)	35.8	84.6
6 ⇒ 4	5 (3.6)	22.8	84.0
6 ⇒ 5	15(10.7)	23.2	70.5
7 ⇒ 5	4 (2.8)	12.0	68.8
7 ⇒ 6	5 (3.6)	7.6	51.5
합 계	47(33.3)	25.0	75.2

표에 따르면, 6등급에서 4등급으로 향상된 학생들의 평균점수 변화가 가장 크게 나타난 것을 알 수 있다. 이는 기본개념이 부족했던 학생들이 기초수학 교과목 수업을 통하여 기본개념을 이해하고, 문제해결 능력을 향상시킨 때문으로 생각한다. 다음의 표는 서술형 문항에 대한 풀이 결과를 토대로, 진단평가 등급 향상의 요인을 정리한 것이다.

<표 IV-9> 진단평가 등급 향상 요인(예시)

영역	진단평가	기초수학 지필고사
행렬과 연립일차 방정식	단순계산으로 문제를 풀이하여 계산 실수가 많았음	케일리-헤밀턴정리를 이용하여 문제 해결
미분법과 활용	극솟값, 극댓값 문제를 미분을 이용하지 않고 이차방정식의 최대, 최소를 구하는 방법을 이용하려 함	미분을 이용하여 극솟값, 극댓값을 구하고 함수에 대한 증감표를 이용하여 문제 해결
	부피에 관한 식을 세우고 미분까지만 구함	음함수의 미분법을 이용하여 최솟값을 구함
적분법과 활용	구분구적법이나 무한급수와 정적분의 관계를 이해하지 못해 답안을 제대로 작성하지 못함	영역의 넓이를 구분구적법을 활용하고 급수의 정적분의 관계성을 활용하여 문제 해결

### V. 기초수학 지필고사 오류 유형 분석

다음의 기초수학 지필고사 서술형 A, B, C 3문항에 대한 문제풀이 과정에서의 오류를 김옥경(1991)이 제시한 오용된 자료, 잘못 해석된 언어, 논리적으로 부적절한 추론, 곡해된 정리 혹은 정의, 요구되지 않은 해답, 기술적인 오류, 풀이과정의 생략, 애매모호한 오류의 8가지 분류 기준에 따라 분류하였으며, 한 문제를 풀이하는 과정에서 다수의 오류 유형이 발생한 경우는 연구자의 주관적 판단에 따라 가장 중심이 된다고 생각하는 유형으로 분류하였다.

**(A문항)** 평면  $\pi: 2x + 3y - z - 18 = 0$ 에 대하여, 점  $P(1, 1, 1)$ 의 대칭점의 좌표를 구하여라.

**(B문항)** 부피가  $8m^3$ 이고 밑면이 정사각형인 직육면체를 만들려고 한다. 미분을 이용하여, 직육면체의 겉넓이가 최소가 되도록 밑면의 한 변의 길이를 정하여라.

**(C문항)** 포물선  $y = x^2$ 과  $x$ 축 및 직선  $x = 1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 구분구적법으로 구하여라.

다음 표는 서술형 A, B, C 3문항에서 정답을 작성한 경우와 문제풀이를 전혀 작성하지 않은 경우의 학생 수와 전체 학생에 비율을 나타낸 것이다. ( )의 비율은 소수 둘째자리에서 반올림하였다. 표에 따르면, 주어진 평면에 대한 점의 대칭점을 구하는 A문항에서는 연구대상 학생 141명의 41.8%, 일정한 부피를 가지는 밑면이 정사각형인 직육면체에서 겉넓이가 최소가 되는 밑면의 변의 길이를 구하는 B문항에서는 50.4%, 곡선에 의해 둘러싸인 도형의 넓이를 구분구적법으로 구하는 C문항에서는 38.3%가 올바른 풀이와 해답을 제시하여, 서술형 3문항에서 옳은 해답을 작성한 학생의 평균 비율은 43.5%로 진단평가에서의 서술형 정답률 26.3%와 비교하면 학업성취도는 65.4% 향상된 것으로 나타났다. 이에 반해, 풀이를 전혀 작성하지 않은 학생의 평균 비율도 31.9%나 되었다.

<표 V-1> 정답 작성 및 풀이를 전혀 작성하지 않은 학생 수

내용	서술형 문항			합 계
	A문항	B문항	C문항	
정답을 작성한 경우	59(41.8)	71(50.4)	54(38.3)	184(43.5)
풀이를 작성하지 않은 경우	54(38.3)	38(27.0)	43(30.5)	135(31.9)

다음으로, <표 V-2>는 서술형 3문항에 대한 문제풀이 오류 유형을 유형별로 학생 수와 그 비율을 나타낸 것이다. ( )의 비율은 각 문항별로 오류를 범한 전체 학생 수에 대한 해당 유형의 오류를 범한 학생 수의 배분율이다.

&lt;표 V-2&gt; 문항별 오류 유형 분석 결과

오류 유형	서술형 문항			합 계
	A문항	B문항	C문항	
오용된 자료	4(14.2)	2 (6.3)	3 (6.8)	9 (8.7)
잘못 해석된 언어	3(10.7)	5(15.6)	1 (2.3)	9 (8.7)
논리적으로 부적절한 추론	1 (3.6)	8(25.0)	4 (9.1)	13(12.5)
곡해된 정리 혹은 정의	2 (7.1)	1 (3.1)	1 (2.3)	4 (3.8)
요구되지 않은 해답	9(32.1)	1 (3.1)	30(68.2)	40(38.5)
기술적인 오류	4(14.3)	6(18.8)	1 (2.3)	11(10.6)
풀이과정의 생략	3(10.7)	5(15.6)	2 (4.5)	10 (9.6)
애매모호한 오류	2 (7.1)	4(12.5)	2 (4.5)	8 (7.7)
오류 전체	28	32	44	104

A문항의 문제풀이에 대한 오류는 요구되지 않은 해답이 오류를 범한 전체 학생의 32.1%를 차지하였는데, 이는 문제풀이 과정에서 학생들은 그림으로 나타내기는 하였지만, 풀이과정을 서술하는데 어려움이 있었던 것으로 생각된다. B문항에서는 논리적으로 부적절한 추론 25.0%, 기술적인 오류 18.8%의 순으로 나타났는데, 최솟값을 구하는 과정에서 미분을 활용하지 않고, 산술-기하평균을 이용하려는 시도가 제법 있었다. 실제로, 학생들은 문제풀이 과정에서 주어진 조건을 제대로 확인하지 않아 부적절한 추론이 많이 발생하는 것으로 판단된다. C문항에서는 요구되지 않은 해답이 오류를 범한 전체 학생의 68.2%로 높은 비율을 차지하였다. 주어진 문제는 구분구적법을 이용하여 넓이를 구하도록 요구하였지만, 많은 학생들은 구분구적분에 대한 기본 개념을 제대로 이해하지 못하여 정적분의 계산을 이용하여 넓이를 구하였다. 전체 문제에서는 요구되지 않은 해답이 전체 오류의 38.5%로 가장 많았다.

## VI. 결론 및 제언

### 1. 결론

본 연구에서는 연구대상 학생들의 수능 등급, 진단평가 성적 및 기초수학 지필고사 성적 간의 상관관계 분석과 함께, 지필고사 서술형 문제풀이 대한 오류 유형 분석을 통해 기초수학 교과목 수강학생들의 기초학력 향상을 위한 효율적인 학습지도 방안을 찾아보았다.

본 논문의 주요 연구 결과는 다음과 같다.

첫째, 수능 등급을 기준으로 진단평가 성적 및 기초수학 지필고사 성적 간의 상관분석을 시행한 결과, 이들 간에는 적절한 양의 상관관계가 있음을 알 수 있었다. 그리고 진단평가 결과, 기초수학 교과목 수강을 면제받지 못한 학생들은 공간좌표와 벡터, 적분법과 활용 영역에서 성적이 저조하였다.

둘째, 기초수학 지필고사 등급 대비 등급 이탈자와 진단평가 등급 이탈자는 각각 연구대상 학생의 61.7%인 87명과 66.7%인 94명이었다. 이는 학생 개개인의 경우, 수능 등급과 진단평가 및 기초수학 지필고사 성적 간에는 상당한 점수 차이가 있음을 보여준다. 이러한 점수 차는 수능에 익숙한 학생들이 평가문제의 수준이나 유형 등 응시환경 변화가 큰 요인이 된 것으로 생각한다. 아울러 기초수학 지필고사 성적은 담당교수의 학습지도 역량에도 상당한 영향을 받았을 것으로 판단한다.

셋째, 기초수학 지필고사 성적은 진단평가 성적에 비해 정답률 측면에서 많이 향상되었다. 실제로, 영역별 정답률 향상비율은 적분법과 활용, 수열과 무한급수, 미분법과 활용 등의 순으로 나타났으며, 전체 영역의 정답률 향상비율은 112.5%이었다. 또한, 기초수학 지필고사 정답률은 83.8%에 이르러 상당한 학습효과가 있는 것으로 나타났다.

넷째, 진단평가에서 행렬과 연립일차방정식 영역의 정답률이 54.9%로 가장 높았는데, 그 이유는 수능에서와 유사하게 계산 위주의 문제가 출제된 때문으로 생각한다. 한편, 진단평가에서 적분법과 활용 영역은 정답률이 4.9%에 불과하였다. 이는 수능에서는 다항함수 적분이나 지수함수들의 적분을 활용하는 문제들이 주로 출제되었지만, 진단평가에서는 삼각함수의 적분이나 이를 이용하여 부피를 구하는 고난도의 문제가 출제되었기 때문이다.

다섯째, 기초수학 지필고사 서술형 3문항의 문제풀이에 대한 오류 유형 분석에서, 올바른 풀이와 해답을 제시한 학생은 43.5%로 학업성취도는 비교적 높게 나타났다. 주어진 평면에 대한 한 점의 대칭점을 구하는 A문항에서는 문제풀이 과정에서 그림으로 표현은 하였지만, 풀이 과정을 서술하는데 어려움이 있는 것으로 나타났으며, 일정한 부피를 가지고 밑면이 정사각형인 직육면체에서 겹넓이가 최소가 되는 밑면의 변의 길이를 미분을 이용하여 구하는 B문항에서는 주어진 조건을 제대로 이용하지 않고 최솟값을 구하려는 시도가 많았다. 곡선에 의해 둘러싸인 도형의 넓이를 구분구적법으로 구하는 C문항에서는 많은 학생들이 구분구적분을 정확히 이해하지 못하여 정적분의 계산으로 넓이를 구하였다.

## 2. 제언

연구 결과를 토대로, 다음을 제안한다.

첫째, 기초수학 교과목 수강을 면제받지 못한 학생들의 경우, 진단평가에서 공간좌표와 벡터 및 적분법과 활용 영역의 성적이 저조함을 고려하여, 이들 영역의 학습지도에 각별한 관심을 가지고 지도하여야할 것이다.

둘째, 수능 등급, 진단평가 성적 및 기초수학 지필고사 성적 간에는 적절한 양의 상관관계가 있는 것으로 나타났으나, 학생 개개인의 경우는 이들 성적 간에는 상당한 차이가 있으므로 다양한 평가방법을 개발하여 개별 학생의 기초학력 상태를 정확히 파악할 필요가 있다.

셋째, 정답률 측면에서 기초수학 지필고사 성적은 진단평가 성적에 비해 상당히 향상되었는데, 이는 대학수학의 선수과목으로 기초수학 교과목 개설이 필요함을 보여준다. 기초학력 부진학생들의 수학 기초개념 이해와 문제해결력 향상을 위한 기초수학 교과목 개설을 통해 대학 교양수학 교과목 운영에 어려움이 없도록 하여야할 것이다.

넷째, 서술형 각 문항에 대한 오류 유형이 각각 다르게 나타나므로, 교과 영역 별로 많이 일어나는 오류의 유형을 정확히 파악하여 동일한 오류를 범하지 않도록 학습지도를 달리하여야할 것이다. 그러나 작성한 답안만으로 수학적 오류 유형의 원인을 파악하기에는 한계가 있으므로, 과제물이나 문제풀이 등을 이용할 필요가 있으며, 해당 학생들과의 면담도 동시에 이루어져야할 것이다.

다섯째, 논문에서는 한정된 영역의 일부 서술형 문항에 대한 오류 유형을 조사하였으므로, 오류 유형 분석이 용이하면서 변별력 있고 다양한 사고력을 필요로 하는 문제를 출제하여 세밀히 분석할 필요가 있다. 아울러, 그 결과를 교양수학 교과목 지도에 적용하여 효율적 교수-학습지도가 이루어지도록 하여야할 것이다.

## 참고문헌

- [1] 김부미 (2009), 수학적 오류를 활용한 개념 성장 학습 활동의 실제 적용가능성 탐색, 교과교육학연구, 13(2), 393-415.
- [2] 김옥경 (1991), 고등학교 수학에서 발생하는 수학적 오류의 분류모델에 대한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [3] 김차숙 (2003), 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [4] 김태수·김병수 (2008), 대학수학의 수준별 수업에 따른 학업성취도 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 22(3), 369-382.



- [5] 박준식·표용수 (2013), 대학 입학예정자를 위한 기초수학 특강의 학업성취도 분석, East Asian Math. J., 29(2), 395-409.
- [6] 박형빈·정인철·이헌수 (2010), 이공계 신입생의 수학 기초학력과 학업성취도에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 49(3), 329-341.
- [7] 부경대 (2009), 수학 기초학력 평가 문제은행, 부경대학교 응용수학과.
- [8] 손민지·표용수 (2014), 대학수학능력시험과 수학진단평가의 상호관계 분석, East Asian Math. J., 30(4), 493-507.
- [9] 이병욱·안병곤 (2008), 수학 문장제의 문장 구조와 해석상의 오류 분석 - 초등학교 2학년을 중심으로 -, 한국초등수학교육학회지, 12(2), 185-204.
- [10] 이정례·이정희 (2011). 수학 기초학력과 대학수학능력시험 수리영역 성적의 관계 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 25(4), 629-639.
- [11] 임연휘·표용수 (2015), 수학 기초학력 평가들 간의 상관관계 분석을 통한 교양수학 교과목 학습지도 방안, 한국학교수학회논문집, 18(3), 335-352.
- [12] 최영아 (2001), 고등학교 수학에서 수학적 오류의 분석과 분류에 대한 연구, 성신여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [13] 최진숙·유현주 (2006), 덧셈·뺄셈의 오류유형 분석 및 지도방안에 대한 연구 - 초등학교 3학년을 중심으로 -, 교과교육학연구, 10(2), 303-327.
- [14] Borasi, R. (1986), On the educational roles of mathematical errors: Beyond diagnosis and remediation, doctoral dissertation, State University of New York at Buffalo.
- [15] Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. & Shlomo, I. (1987), An empirical classification model for errors in high school mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, 18(1), 3-14.
- [16] Radatz, H. (1979), Error analysis in mathematics education, Journal for Research in Mathematics Education, 10(3), 163-172.

Jang, Min Woo  
Graduate School of Education  
Pukyong National University  
Busan 48513, Korea  
E-mail address: skmswk@hanmail.net

Pyo, Yong-Soo  
Department of Applied Mathematics  
Pukyong National University  
Busan 48513, Korea  
E-mail address: yspyo@pknu.ac.kr