East Asian Math. J.
Vol. 32 (2016), No. 4, pp. 545-563
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2016.038

수학 영재학생의 개방형 문제 해결 사례 분석

An Analysis on Open-ended Problem Solving of Gifted Students

최 수 아 · 강 홍 재[1)]

ABSTRACT. The aim of this study was to observe processes and implication to a given program for the 20 gifted children grade 5 by making the number from 1 to 100 with natural numbers $4, 4, 9$ and 9. Revelation of creativity, mathematical tendency of students and meaningful responses were observed by the qualitative records of this game activity and the analysis of result. The major result of a study is as follows:
The mathematical creativities of students were revealed and developed by this activity. And the mathematical attitude were changed and developed, so student could actively participate. And students could experience collaborative and social composition learning by presentations and discussion, competition with a permissive atmosphere and open-game rule. It was meaningful that mathematical ideas (negative number, square root, factorial, [x]: the largest integer not greater than x, absolute value, percent, exponent, logarithm etc.) were suggested and motivated by students themselves.

Ⅰ. 들어가며

21세기는 새롭고 다양한 문제 상황을 해결할 수 있는 창의적인 능력을 가진 인재를 많이 필요로 하고 있다. 따라서 빠르게 변화하는 현대 사회의 지식과 정보를 확보하기 위한 고급 인적 자원의 육성은 국가의 미래를 위한 중요 과제가 되었다. 우리나라의 영재교육은 한때 수월성(excellence)교육과 형평성(equity)교육 사이에서 뜨거운 감자로 부상하였지만, 1999년 ‘영재교육진흥법’ 등의 정책은 국가적 차원의 영재교육 실시를 위한 기반이 되었다. 그 후 2007년 제2차 영재

1) 교신저자

Received August 18, 2016; Revised August 26, 2016; Accepted August 31, 2016.
2010 Mathematics Subject Classification: 97A99
Key Words: Gifted Student, Mathematical Creativity, Open-ended Problem

(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

교육진흥종합계획(2008~2012)이 통과되면서 해마다 영재 학급과 영재교육원의 수는 늘었고 많은 대학들도 영재교육원을 설치·운영하고 있다.

현재 진행 중인 교육부(2013)의 제3차 영재교육진흥종합계획에 따르면, 지난 2차 계획 시행 결과 영재교육 수혜 비율이 1.75%로, 목표한 1%를 초과달성하여 영재교육의 양적 성장 측면에서는 성공하였다고 평하고 있지만 수요・질적 수준 담보 측면에서는 회의적이라 판단하여 이를 지난 2차 계획의 한계점으로 꼽았고, 이에 따라 영재교육의 질적 제고는 3차 계획의 3대 목표 중 하나가 되었다. 또한 3차 계획은 입시위주의 교육풍토로 인하여 높은 학업 성취도만을 중요시 여기는 영재교육기관의 선발에 따른 과열된 경쟁, 사교육비 유발 우려 불만 등 영재교육의 본질을 흐리는 부작용과 관련하여 영재교육의 정상화 방안 제시가 필요함도 주장하고 있다. 게다가 2007년 실시한 '영재교육만족도' 조사에서 조사 대상인 학생·학부모·교사들 모두가 만족도에서 낮은 평가(이정규 외, 2007)를 하고 있는 실정이다. 이와 같이 우리나라 영재교육의 질적 성장을 꾀하고, 영재교육진흥종합계획에서 최종 목표로 삼는 '창조경제 시대 국가 혁신의 핵심인 창의성과 끊임없이 도전하는 열정을 갖춘 창의인재'를 양성하기 위해서는 여러 가지 고려할 점이 발생한다. 영재교육의 궁극적인 목적이 '영재들에게 다양한 영역의 영재성을 최대한 발휘할 수 있도록 적절한 교육의 기회를 제공하면서 교육의 평등성과 수월성을 추구하는 것'이라 볼 때, 정해진 교과 과정을 기계적으로 암기하고 반복하는 학습프로그램보다는 개방된 상태에서 자유롭게 상급 수준의 학습이 가능하도록 배려하고 인지 수준이 서로 다른 학생들과의 상호 작용을 통해서 우수한 능력을 계발할 수 있는 교육 프로그램을 선정하고 가르쳐야 한다(서혜애 외, 2003). 따라서 단지 학업성취도를 영재의 기준과 목표로 삼지 않고 '도전'과 '창의성'의 발전에 중심을 둘 필요가 있다. 수학영재들은 많은 양을 학습하면서 보다 상위 학년의 내용을 이해하거나 기존의 문제를 재빨리 해결하는 차원을 넘어, 고도의 직관을 이용하여 과제의 원리를 이해하고 창의적인 해법으로 일반화하기도 하며 관련된 새로운 문제를 만들어 내기도 하는 등 보다 창조적인 활동을 즐거워한다(김유미, 류성림, 2010). 이러한 측면에서 김은혜, 박만구(2011)는 개방형 문제가 영재교육에 절실한 이유는 다양한 수학적 욕구와 다방면에서 개인적 능력을 가지고 있는 학생들로 하여금 좀 더 구체적으로 자신의 사고를 알 수 있는 기회를 주고, 독창적인 아이디어를 발현하게 함으로써 자신의 잠재력을 발견하도록 하는데 있다고 하였다.

이러한 의도로 연구자들은 학생들에게 단지 난이도가 높은 과제의 제시보다는 도전적 상황을 제시하여 그들이 유연한 아이디어, 도전적 정신, 융합적 사고를 길러볼 수 있도록 하기 위해 개방형 문제라 할 수 있는 4, 4, 9, 9를 활용하여 1에서 100까지 수 만들기 과제를 제시하여 이 과제를 해결해나가는 과정에서 학생들의 수학적 창의성의 실행과 발전 추이 및 수학적 성향의 변화를 관찰하는데에 그 목적을 두었다.

마지막으로 이 연구는 경상남도 군 소재의 초등학교 영재 학급에서 수업을 받고 있는 5학년 학생 20명을 대상으로 이루어졌으므로 이것이 일반화에의 한계점임을 미리 밝혀 둔다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학 영재의 정의

현재까지 수학영재에 대한 개념과 정의는 합의된 그것이 존재하지 않으며 학자들마다 다양한 견해를 내리고 있다. 이는 사실 시대적·사회적 상황에 따라 변화되어 왔다고 할 수 있다. 미국 교육부의 정의는 '영재아와 재능아란 지능, 창의성, 예술성, 리더십이나 특수한 학업영역에서 뛰어난 능력을 입증했거나 그러한 능력을 최대한 계발하기 위해서 일반 학교교육 이상의 교육 서비스나 활동을 필요로 하는 아동이나 청소년'(송인섭 외, 2001)으로 한 가지 또는 여러 분야에서 검증된 성취 및 잠재력을 비롯하여 높은 수행력을 갖는 아동을 이야기한다. 그리고 잘 알려져 있는 것처럼 Renzulli는 영재가 가지는 세 요소를 극단적으로 높을 필요가 없는 '평균 이상의 능력'(Above Average Ability)과 비지적 능력인 '과제집착력'(Task Commitment) 그리고 '창의성'(Creativity)이라 하였다.

우리나라는 영재교육진흥법 제2조 1항에 '재능이 뛰어난 사람으로서 타고난 잠재력을 계발하기 위하여 특별한 교육을 필요로 하는 자'로 영재를 정의하고 있다. 또한 5조 1항에 일반지능, 특수 학문 적성, 창의적 사고 능력, 예술적 재능, 신체적 재능, 그 밖의 특별한 재능에 대하여 뛰어나거나 우수한 사람을 영재교육 대상자로 선발한다고 명시하고 있다. 이에 따르면 수학 영재는 일반 지능 및 특수 학문 적성, 창의적 사고 능력 등의 항목에 해당될 수 있을 것이다. 두 정의 모두 영재 자체보다는 영재교육의 필요성에 무게를 두고 있다는 점이 특징적이라 할 수 있다.

영재의 정의에 대한 논의는 이 연구의 초점을 벗어나므로 이 논문에서는 영재학생이란 경상남도 △△군 소재 초등학교의 영재학급에 다니고 있는 수학 영재학생을 의미하는 것으로 하고, 이 수학 영재학생들이 연구의 분석 대상이 됨을 밝혀 둔다.

2. 수학적 창의성

박만구(2015)는 수학교육에서 창의성은 수학적 창의성, 수학학습에서 창의성, 수학 창의성 등으로 큰 구분이 없이 혼용하여 사용하고 있다고 하면서 많은 학자들이 내린 수학적 창의성에 대한 정의 몇 가지를 제시하여 그러한 정의를 바탕으로 수학적 창의성이란 수학적 문제 상황에서 선행의 지식과 경험을 통합하거나 재구성하여 전통적인 사고에서 벗어나 독특한 아이디어를 내고 유연하고

융통성 있게 문제를 해결하려는 능력과 성향이라고 요약했다. 다시 말해 수학적 창의성이란 수학적 문제 상황에서 배경지식과 경험을 바탕으로 기존의 형식만 고집하지 않고 새로운 방법으로 주어진 문제를 분석하고 해결방법을 찾아내는 능력이라 할 수 있다.

수학적 창의성의 구성요소 또한 연구자들 마다 조금씩 차이가 있는데 김홍원 외(1996)는 수학적 창의성의 구성요소를 의미 있는 다양한 반응을 산출해 내는 능력(유창성), 서로 다른 범주, 유형의 반응을 산출해 내는 능력(융통성), 다른 사람들과는 다른 반응을 보이는 능력(독창성), 반응 결과를 보다 정교하고 구체적으로 다듬을 수 있는 능력(정교성)으로 보았다. 또한 김부윤, 이지성(2005)은 수학적 창의성의 하위 구성요소를 확산성, 논리성, 유창성, 유연성, 독창성으로 보았다. 여기서 확산성이란 얼마나 많은 아이디어를 양적으로 산출할 수 있는가를 나타내는 능력이고, 논리성은 그 아이디어 중 문제 상황에서 해결 방안으로 가능한 아이디어를 산출하는 능력이며 유창성은 완전히 비논리적이거나 계산이 틀렸다거나 도저히 수용할 수 없는 아이디어를 제외한 많은 아이디어를 산출하는 능력을 말한다. 그리고 유연성은 다양한 각도로 현상을 파악하여 아이디어를 범주화하는 능력이며 독창성은 기존의 사고방식이나 다른 사람의 문제해결 방법을 탈피한 독특한 자신만의 아이디어를 발견하는 능력을 말한다(이주용, 최재호, 2013 재인용).

이 연구에서는 창의성을 박만구(2015)가 요약한 수학적 창의성을 의미하는 것으로 하고, 수학적 창의성의 하위 구성요소를 유창성, 융통성, 정교성, 독창성으로 두고 학생들의 반응을 분석하고자 한다.

3. 개방형 문제

Silver(1995)는 개방형 문제를 문제 자체가 다른 해석이 가능하거나 서로 다른 인정할 만한 답을 가질 수 있는 문제 또는 풀이과정이 다양한 문제, 자연스럽게 다른 문제들을 제안하거나 일반화를 제시할 수 있는 문제라고 정의하였다(권오남 외, 2003). 이외에도 다양한 논의가 있으나 간단하게 문제 해결과정에서 다양한 방법이나 다양한 해답에 이르게 하는 문제를 개방형 문제라고 말한다고 볼 수 있다.

김은혜, 박만구(2011)는 수학영재교육 대상 학생들에게 개방형 문제는 직관적 통찰능력, 수학적 추론능력, 일반화 및 적용능력 등 다양한 수학적 사고를 발달시키고 발생적 학습을 하는데 좋은 학습 과제로 기대된다고 하였고, 조은미(2005)는 개방형 문제는 다양한 사고 이외에도 토의의 주제가 되어 의미 있는 수학학습을 제공할 수 있는 기회를 제공할 수 있고 수학 창의적 행동 태도에도 긍정적인 영향을 주지만, 처음 접하는 학생이나 학습능력 부족의 경우 등의 학생에게는 거부감을 줄 수 있으므로 효과적인 연구가 되기 위하여 고려해야 할 사항이라고 하였다.

이 논문에서는 개방형 문제를 주어진 문제에 대하여 하나의 정답이 존재하는 것이 아닌 다양한 해결방법을 이용하여 여러 가지의 답을 만들 수 있는 문제로 지칭하기로 한다.

4. 선행연구

이 연구는 연구자들이 개방형 문제라고 생각한 숫자 퍼즐게임을 영재수업에 적용해 봄으로써 그들의 창의적 해결 방안과 수학적 성향의 변화를 살펴보는데 그 목적을 두었기 때문에 선행연구의 고찰을 숫자 퍼즐게임만으로 좁혀 살펴보고자 한다.

4개의 숫자를 이용하는 숫자 퍼즐게임에 대한 다양한 선행연구들을 생각하였으나 연구자들은 다음의 연구 결과들만을 살펴볼 수 있었다.

임문규(2007)는 5학년 수학영재학생에게 4 네 개와 $+, -, \times, \div, (\quad)$만을 사용하여 0에서 10까지의 수가 나오는 다양한 계산식을 만드는 과제를 적용, 그 개수와 방법을 분석하는 연구를 통하여 이 과제가 다양하고 확산적인 사고 활동을 유도하게 하므로 평범한 수학 내용의 재구성이 영재교육의 적절한 교육 방법의 하나라고 주장하였다.

임문규(2010)는 4학년 수학영재학생에게도 그의 선행연구의 과제를 적용하여 동일한 결과를 얻고 이 과제가 4학년에게도 유익한 과제라고 하였다.

김상룡(2010)은 1, 9, 9, 6를 사용하여 1부터 100까지 만드는 과제를 통하여 학생들의 논리적 사고력과 풍부한 수학적 힘, 수학학습에의 흥미, 문제해결에 대한 자신감이 길러졌으며 숫자 조합의 변경은 다양한 응용문제의 장으로 다루어질 수 있을 것이라 언급하였다.

위에서처럼 숫자 퍼즐게임은 유명한 4 fours 게임과 세기말의 연도인 1996을 활용한 연구만 찾을 수 있었다. 수학 영재를 위한 교수 학습 자료는 영재 학생들의 지적 욕구를 충족시키면서 논리적 사고력, 창의적 사고력 및 분석력, 종합력 등 고차적 사고력을 기르고 학생 스스로 문제를 해결할 수 있어 창의적 사고력 및 문제 해결력을 기르는 데 적절한 것이어야 하므로(남승인, 2002) 연구자들은 영재를 위한 교수 학습 자료로 4, 4, 9, 9를 선택하여 1에서 100까지 만드는 과제를 적용해 보기로 하였다. 모두 같지도 않고, 같은 수가 두 개씩 있지만 제곱근을 사용하면 2, 3, 4, 9로 서로 다른 수들의 조합을 활용할 수 있다는 점에서 4, 4, 9, 9를 선택한 이 연구의 의미를 찾을 수 있을 것이다.

Ⅲ. 연구 대상 및 실시 방법

1. 연구 대상

이 연구는 도전적이며 개방형의 수학적 과제를 해결해나가는 과정에서 학생들의 창의적 사고의 실행과 발전 추이 및 수학적 성향의 변화를 관찰하기 위해 한 초등학교 영재학급 5학년 학생 남자 12명, 여자 8명 총 20명을 대상으로 실시하였다. 실시 대상 학급의 학교는 경상남도 군 소재 32학급 규모로, 군단위 내 중심학교의 역할을 하고 있다. 학부모의 교육수준은 중간 수준이고 전반적인 학생 성취도는 중간 정도에 가까우며 학습 의욕이 평균보다 좀 더 요구되는 수준이지만, 대상학생들은 선행학습이 어느 정도 이루어져 있으며 대부분 과제집착력이 좋고 성취도도 우수한 편이다.

2. 연구 방법

이 연구를 위하여 한 차시 30분 단위로 하루 2차시씩 총 5회 10차시의 수업이 운영되었으며 학교 영재학급 정규 수업시간인 매주 토요일 오전시간을 활용하였다. 각 차시의 마지막 10분은 자신이 만든 식을 발표하는 시간으로 하였으며 많은 학생들이 발표할 수 있도록 하기 위해 발표 기회를 1회 1개로 제한하였다. 기본이 되는 규칙인 숫자 4, 4, 9, 9를 한 번씩만 사용할 것과 알고 있는 모든 수학 기호가 사용 가능함만을 제시하고, 그 외의 실험, 추론, 검증의 과정을 매우 자율적으로 운영하였으며, 게임 형식의 도입 및 운영으로 조별, 개인별 경쟁요소를 가미하였다. 또한 비정형화된 수업으로 학생들의 도전 반응에 따라 수업의 흐름과 내용이 달라질 수 있으며 전형적인 교사중심 수업에서 벗어난 down-top 형식의 수업을 적용하였고, 1부터 100까지 수 중 특정한 수부터가 아닌 만들 수 있는 수부터 먼저 접근하게 하였으며 학생들은 개인의 연산능력과 수학적 배경지식, 계산기, 촉진적 토의에 의한 조원들의 도움 등을 활용할 수 있게도 하였다. 특히 계산식을 발표하고 나머지 학생들이 수식이 타당한지 점검한 후 발표한 학생은 소속된 조의 색깔 포스트잇에 몇 번째 주 수업, 계산식과 자신의 이름을 적어 해당 수의 메모판에 붙이는 방식을 통해 가시적으로 진행상황과 성취도를 확인·점검할 수 있도록 함과 동시에 주별, 학생별로 변화과정을 추적할 수 있도록 설정하였다. 마지막으로 동료들 앞에서 검증받는 절차를 반드시 거치게 하여 자신의 사고의 흐름과 수식의 원리를 설명하고 공유할 수 있도록 하였고 교사는 교수자보다는 관찰자, 안내자, 관리자의 역할을 하였다.

연구자는 학생들의 반응, 특이한 변화, 수식 전개 과정, 목표치를 채워가며 만드는 순서와 수식 표현, 교사의 일지 등을 가능한 구체적이고 상세하게 기록 관리하였다. 녹음자료, 학생들의 학습지 및 연습장 기록, 메모지 등의 각종 정성적 기록이 연구 관리 대상이 되어 이 논문의 분석대상이 되었다.

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

이 장에서는 총 5회 10차시에 걸친 과제 기간 동안 관찰된 학생들의 반응과 그 과정에서 관찰되는 수학적 사실들을 분석하여 기록하였다. 학생의 반응은 비교적 학생들의 수가 많아 특별히 구분하여 제시하지는 않았다.

1. 1, 2차시 활동 결과 기록 및 분석

도입의 차시이므로 4, 4, 9, 9 네 수를 이용하여 1에서 100까지 수 만들기 과제를 간단히 '4, 4, 9, 9 퍼즐'이라는 게임의 일종으로 학생들에게 소개하여 흥미를 높이려 하였고, 4를 2번, 9를 2번 반드시 사용하여야 하며, 알고 있는 모든 수학 기호와 아이디어는 사용 가능하다는 이 게임의 규칙을 학생들이 숙지하도록 안내하였다. 준비물로 인해 수업의 흐름이 끊어지지 않도록 하기 위해 계산기, 연습장, 학습지, 1～100이 나타난 발표 판과 5색의 포스트잇을 미리 준비해 두었다.

학생들은 각자 연습장을 받고 계산을 하는 시간을 가짐과 동시에 여기저기서 어떤 수를 만들었다 등의 반응이 나타나기 시작하였다. 학생들로부터 여러 가지 질문도 나왔는데 몇 가지만 소개하면 '반드시 4를 2번, 9를 2번 모두 사용해야 하나요?', '괄호를 사용해도 되나요?', '수학 기호는 몇 번 사용해야 하나요?' 등이다. 이에 대하여 교사는 각각 꼭 2번씩 모두 사용해야 하며, 괄호는 수학 기호나 아이디어에 해당하므로 자유롭게 사용해도 좋고, 4와 9가 2번씩 모두 쓰이기만 한다면 기호의 사용 횟수는 상관이 없다고 답했다. 특히 '2자리로 숫자를 이어서 써도 되나요?'의 질문에 사용할 수 있는 수의 범위가 확장되므로 아주 좋은 아이디어라고 칭찬을 하자 바로 $49+49=98$이 제시되었다.

처음 발표된 26은 학생들이 가장 먼저 학습한 덧셈을 이용한 $4+4+9+9$의 방법으로 제시되었다. 그리고 괄호를 사용해도 된다고 허용하자 $(4\times9)+4+9=49$처럼 결과에 영향을 미치지 않는 괄호를 사용하는 경우도 많았고, $(4+4)\times9-9=63$과 같이 괄호를 효율적으로 활용하여 원하는 수를 만들어내는 경우도 많았다.

발표된 $(9-4\times4)+9$를 통해 '음수'를 익히는 계기를 마련하였다. 발표한 학생에게 음수를 아는 대로 설명하게 하고 덧붙여 연구자가 수직선을 이용하여 개념을 설명하였는데 이를 활용하여 다른 수를 만들어 오는 학생이 있었다. 분수 사용에 관한 질문 없이 독창적으로 $4\frac{4}{9}\times9=40$을 만든 학생의 성과는 동료들로부터 매우 기발하다고 평가되었다.

학생들은 스스로 생각하기에 특별하다고 여기는 수를 만드는 것에 집착하는 경향이 있어 1과 100에 이어 99, 98 등이 완성되었다. 그리고 많은 수를 만들어내는 것이 목표가 아니며 꼭 모두 만들어야 하는 것도 아님을 강조했음에도 만들어낸 수의 개수에 집착하는 학생, 아직 배우지 않은 수학 지식으로 자신의 수준을 과시하려는 학생, 토의할 시간을 이후에 준다고 했음에도 계속해서 함께 풀

고자 하는 학생, 연습장을 효율적으로 사용하는 습관이 들어있지 않아 자신의 이전 아이디어를 활용할 기회를 놓치고 쓱 그어버리거나 버리는 학생들이 있었다.

마지막으로 수업이 끝나갈 때 쯤, 어디선가 들었지만 정확히는 모르는 '제곱근'에 대한 질문이 있어서 다음 시간 계산기를 활용한 수업에서 정확히 다뤄보기로 하고, 스스로 어떤 개념인지 찾아보는 간단한 과제를 제시하여 다음 수업에 임할 수 있도록 하였다.

본래 연구자들은 작은 수인 한 자리 수부터 만들어보는 과정을 거쳐 큰 수로 나아가려 계획했으나 학생들이 우연히 만들 수 있는 수는 2자리 수가 많을 것으로 예상하여 처음부터 범위를 제한하지 않고 진행하였는데, 이런 진행이 오히려 학생들이 처음부터 어렵지 않게 과제에 접근할 수 있도록 하였으며 성취감을 느끼고 몇 번의 쉬운 경험을 통하여 요령을 익혀나가 여러 수를 만들어 낼 수 있도록 하는데 기반을 마련한 것으로 생각한다.

2. 3, 4차시 활동 결과 기록 및 분석

학교 사정상 바로 다음 주에 수업을 하지 못해 2주 만의 수업이 이루어졌으므로 게임의 규칙을 다시 상기시키는 것과 지난 시간에 이미 질문이 나왔던 음수와 제곱근 개념을 확인하는 것으로 수업을 시작하였다.

'중・고등학교에서 배우는 기호들을 배우다니…. 어려울 것 같아요. 못하면 어떡해요?' 등과 같이 상급학교에서 배울 수학 개념을 익힌다는 것에 처음에는 가벼운 부담감을 보이는 학생도 있었지만 '나는 저런 어려운 걸 배운다니 벌써 뭔가 들떠.' 등과 같이 흥미를 보이는 학생도 많았다. 제곱근 개념은 지난 시간 스스로 알아오기 과제를 내주었으므로 이를 기억하고 개념을 익혀온 학생들이 일부 있어 이 학생들에게 먼저 설명할 기회를 제공하였다. 한 학생은 구구단의 각 단을 통해 귀납적인 방법으로 동료들을 이해시켰는데 이 방법은 꽤 효과적이었다. 이후 교사가 '제곱'과 '근'의 의미를 설명하고 4와 9가 아닌 몇 가지 예를 통하여 보충 설명하는 시간을 가졌는데, 흥미롭게도 학생들은 설명이 끝나자 바로 4와 9가 제곱근으로 활용할 수 있는 수임을 스스로 깨닫고, $\sqrt{4}+\sqrt{9}+3\times 2=11$과 $\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{9}+\sqrt{9}=10$에서처럼 자연스럽게 활용하는 모습을 보였다. 이후 제곱근은 학생들이 어렵지 않으면서도 가장 유용하게 사용한 기호였다고 응답하였다. 이를 통해 연구자들이 제곱근으로 활용할 수 있게 수를 설정한 의도가 성공한 것이라 생각한다.

계산기를 통하여 도입된 계승의 기호는 한 학생의 '느낌표는 어떻게 쓰는 거예요?'라는 질문에서 도입되었다. 같은 조의 다른 학생이 의미를 알고 있어 말해주려고 하기에, 다른 친구들이 기호의 의미를 스스로 찾을 시간 동안 설명하지 못하게 하였으나 쉽사리 찾지를 못하였다. 이후 그 학생에게 설명하게 하였고, 계승은 수학적 이해보다는 기호의 약속에 가까우므로, 몇 개의 예시를 통해 쉽게 이해하여 $4!\times 4+9-9=96$과 같이 활용하였다.

'이거는 abs 키를 눌러서 만든 식인데요. 사실 무슨 뜻인지 잘 모르겠어요. 근데 안 누르고 그대로 계산해도 똑같아요. 아무 뜻도 없는 기호인가 봐요.'처럼 계산기를 무작위로 활용하다가 abs 키를 눌러보는 과정에서 절댓값 개념이 도입되었다. 양수의 경우에 처음 적용되어 학생들이 더욱 스스로 그 의미를 찾기 어려웠으나, 교사의 협조로 개념을 이해할 수 있었다. 첫 차시에 음수가 이미 도입되었으므로 자연스럽게 학습할 수 있었고, 여러 개념 중 계승과 더불어 모든 학생들이 비교적 쉽게 이해했던 기호이다.

학생들이 계산기를 활용하는 과정에서 많은 경우 소수가 발생되어 어려움을 겪고 포기하는 사례가 많았다. '소수 부분만 버리면 될 것 같은데….' 등의 질문과 함께 학생들 사이에서 반올림과 올림, 버림에 대한 논의가 활발하게 이루어졌으나 기호로의 활용 방법에 대하여는 떠올리지 못하였다. (사실 연구자들은 학생들 스스로가 올림$(4.9)=5$나 버림$(4.9)=4$와 같이 어떤 기호를 정의하여 사용하기를 내심 기대했지만 그러지 못해 조금은 아쉬웠다.) 이때 가우스 기호에 대하여 교사가 지도하였는데 학생들은 유용하게 활용할 수 있는 아이디어를 얻었다며 대부분 기뻐하는 반응을 보였다. 그러나 음수의 경우도 소수 부분만 떼어 버리는 것은 잘못된 활용 방법이라고 설명하자 다소 어려움을 겪었다.

위에서처럼 새로운 수학 기호와 개념의 도입은 철저히 학생의 의도와 질문에 따라서만 이루어졌다. 이후 면담 때, 다섯 날의 수업 중 이날의 수업이 가장 유용하였다고 응답한 학생들이 많았다. 무엇보다 이날부터 계산기를 도입하여 스스로 조작해보는 활동을 통하여 새로운 수학 기호들이 도입되고, 단순 사칙연산에서 벗어나 다양하며 확장된 기호를 활용할 수 있게 된 점이 가장 큰 성과였다.

3. 5, 6차시 활동 결과 기록 및 분석

지난 시간에 수를 만드는 시간을 오래 가져 발표하지 못한 계산식들이 많이 누적된 상태였으므로 6차시에서는 발표 위주의 수업을 진행하였다. 결석자들 이외는 다양한 기호에 익숙해져서 능숙하게 활용하였는데 사칙연산과 한 자리 수를 많이 다루던 첫 시간과는 확연히 다른 활용 방법이 쏟아지는 시간이었다.

단순히 기호를 무작정 사용하기 보다는 경험에 비추어 효율적으로 수학 기호를 사용하기 시작했다. 근호를 사용할 때 $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$의 단순 활용만이 보였던 지난 시간과 달리 $\sqrt{49}\times 4-9=19$, $\sqrt{4\times 9}\times 9-\sqrt{4}=52$ 등 다양한 응용방법이 등장했다. 계승을 사용할 때도 $4!$은 24로 활용하기 좋은 수이지만 $9!$은 너무 큰 수가 나와서 100까지의 목표에 부합하지 않음을 스스로 깨닫고 활용하지 않은 것을 관찰과 면담을 통해 확인할 수 있었다. 그리고 $\sqrt{9}!$, $\sqrt{4}!$에서처럼 한 숫자에 여러 기호를 적용하여 다양한 결과를 만들어 활용하는 학생들이 나타나기 시작했다.

첫 시간에는 무조건 끼워 맞춰 보고 새로운 수가 나오면 발표하고 안 나오면 무조건 다시 만들어 보는 경향이 있었는데, 이번 시간에는 자신이 목표하는 수에 초점을 맞추어 수를 조절해가면서 도전하는 모습을 볼 수 있었다. 차시 중반에

접어들었을 때 $52, 57, 74, 79, 86, 92, 95$만 남기고 모두 발표되었다. 이에 따라 새로운 수를 만들어 내기가 비교적 쉬웠던 이전과는 달리, 7개 밖에 남지 않은 상황에서는 해당 수들을 목표로 수식을 만들어 내는 것에는 긴 시간이 필요하게 되었다. $\sqrt{4\times9}\times9-\sqrt{4}=52$와 $99-4!+4=79$가 차시 후반부에 발표되었고 그에 따라 5개의 수만 남게 되었기에 앞서의 경험을 살린 수의 응용과 조절이 더욱 불가피하게 되었다. 이로 인해 아주 바람직하게 이전의 결과를 이용하는 경향이 확인되었다. 첫 시간 학생들은 자신이 목표하는 수를 만들고자 할 때, 그 수가 나오지 않으면 연필로 쓱쓱 그어버리거나 지우개로 지워버리는 등 무조건 가치가 없다고 치부하였다. 하지만 이번 차시에는 유용한 아이디어를 스스로 메모해 두거나, 이전의 결과에서 다시 찾아 다른 식에 활용하는 등의 경제적이며 효율적인 성과로 발전하였음을 확인할 수 있었다.

또한 칠판에 제시된 발표 판에 색색으로 해답이 표시된 것을 보며 한 영역을 자기 조의 색으로만 채우고 싶어 하는 욕구가 표출되어 특정한 수를 목표로 삼는 경우도 많았다. 이 과정에서 다른 조보다 먼저 자신이 목표한 수에 대한 계산식을 만들기 위해서는 자신이 아는 모든 방법을 활용하여 만들어 내야 하므로 우연한 결과를 얻어내는 경우보다 의미 있는 수학적 사고 활동을 했다고 볼 수 있다. 경쟁과 게임 요소의 도입이 발현되는 현상으로 해석할 수 있는 경우이다.

4. 7, 8차시 활동 결과 기록 및 분석

마지막 남은 5개의 수를 두고 자신의 조에서 이 수들을 만들어 내기 위해 조별토의가 가장 활발하게 이루어졌다. 이제는 자유자재로 수학 기호를 사용하여 자신이 원하는 수를 만드는 성과를 얻는 학생들이 많아져 기호의 다양한 활용도가 매우 신장되었다.

마지막 남은 수들의 결과가 쉽사리 나오지 않았으므로 학생들이 또 다른 수학 기호를 요구하여 교사는 지수와 log를 도입하였지만 활용할 시간이 다소 부족하였고 지식이 정착하기까지 반복이 이루어지지 않아 다양한 활용으로 이어지기에는 어려움이 있었다. 게다가 계산기에서는 log가 자동으로 상용로그로 적용되기 때문에 이에 대한 초등학생 수준에 맞는 설명과 활용의 어려움이 따랐다. 시간과 기회의 부족 이외에도 지수와 log는 4와 9에 적용되기에 적절치 못함도 한 이유가 되었다. 지수를 적용하는 가장 작은 경우인 4^4도 256이 나오게 된다. 특히 log의 경우 활용을 한다 해도 계산기를 통한 우연의 결과가 대부분이었으므로 유의미한 결과를 관찰하기가 어려웠다. 이와 같은 이유로, 학생들이 근호나 가우스 기호 등 다른 기호를 함께 활용하지 않고서는 바로 적용하기가 어렵기 때문에 $[\sqrt{49}\times9+\log4]=63$과 같은 방법을 통해 가우스 기호와 함께 사용하는 방법으로 많이 활용되었다. 그러나 $\log_{\sqrt{4}}4\times\log_{\sqrt{9}}9=4$나 $4^{\sqrt{4}}+9+9=34$와 같이 log와 지수에 근호를 함께 활용하는 흥미로운 결과를 보여준 학생도 한 명 있었다.

$\sqrt{\ }$ 안에 $\sqrt{\ }$를 다시 활용하는 더욱 정교하고 발전된 기호 활용으로 마지막

남은 86을 $94-\left[\sqrt{4!\times\sqrt{9}}\right]$으로 만들어 모든 수를 완성하였다. (사실 과제가 미완성이 될 때를 위해 연구자들이 준비한 86은 $94-\sqrt{9}\,!-\sqrt{4}$ 이었다.) 잠시 뒤 $\left[\sqrt{9\times\sqrt{9\times\sqrt{4\times\sqrt{4}}}}\right]=6$도 등장하였다.

근호는 제곱수에 적용하여 활용하는 경우가 많았는데, 이번 차시에서는 제곱근을 어림해 $\sqrt{44}$는 6보다 크고 7보다 작다는 사실로부터 $[\sqrt{44}]=6$을 유도하였다. 또한 계산기에서 우연히 % 기호를 사용해 나온 결과를 활용한 $[9494\%]=94$, $[49\%]=0$처럼 백분율이 도입되어 소수 개념과 병행되기도 하였다. 그리고 덧셈의 교환법칙을 $99-44=55$와 $-44+99=55$를 서로 다른 식으로 인식하여 발표하는 예를 통해 살펴보는 기회도 가졌다.

마지막으로, 계산기를 활용하였기 때문에 $[94-\sin 94]$ 등과 같이 삼각함수의 키를 무작위로 눌러보는 학생들과 삼각함수에 관하여 질문하는 학생들이 많았지만, 수학적 사고 능력과 무관하게 계산기 없이는 정확한 값을 알 수 없고, 물론 $-1\le \sin x \le 1$이므로 정확한 값은 필요 없지만, 삼각함수의 이해・활용에는 어려움이 있다고 판단하여 학습하지 않았다.

5. 9, 10 차시 활동 결과 기록 및 분석

모든 수를 지난 시간에 다 만들었으므로 새로운 방법의 발표와 시상 시간을 가졌다. 한 수에 대하여 더 많은 계산식이 나올 수 있지만 제시 공간의 부족 등의 이유로 발표를 3가지 방법으로 제한했는데, 학생들이 칸을 자기 모둠의 색으로 채워나가는 땅따먹기와 같은 게임으로 간주하여 더욱 열기가 과열되었다. 한 수의 세 가지 방법을 자기 조의 색으로 채워보고 다른 조가 모두 채우는 것을 막는 등 학생들 사이에서 무언의 게임 규칙이 생겨 더욱 흥미진진해졌다. 이는 평소 학생들이 자주 하는 보드 게임이나 온라인 게임에서 흔히 볼 수 있는 형태로서, 이에 익숙한 학생들이 자연스럽게 이번 과제를 게임으로 인식하여 흥미를 가지고 접근했다는 점을 알 수 있다. 스스로 '재미있는 게임', '완전 흥미진진한 두뇌싸움'이라고 표현하는 것은 이 과제에 대한 학생들의 인식과 태도를 잘 알 수 있게 한다.

$|-9\times4+9-4|=31$을 만든 학생은 음의 정수와 자연수의 곱이 음의 정수가 되는 사실을 알고 있어 이를 모두에게 설명하도록 하였다. $4\times9=(-4)\times(-9)$이므로 음의 정수와 음의 정수의 곱이 자연수가 되는 사실에 대한 질문도 있었지만 이 과제에 필요가 없는 전략이고 초등학생들에게 수학적으로 설명하기에 어려움이 있었으므로 단순히 '우리말에서 부정의 부정이 참이 되는 예'를 통해 약속하여 적용하도록 하였다.

$99\times4\div4=99$에서처럼 1을 이용해 곱하기와 나누기 이후의 결과가 같음을 전략적으로 활용하는 예가 관찰되기도 하였다. 평소 수식을 만드는 데 유용한 1을 바로 활용할 수 없음에 불만을 표하던 학생들이 이러한 방식으로 직접 만들어서

활용하였다. 1의 경우처럼 필요한 부분을 만들어내는 것에 그치지 않고, 이미 만들고자 하는 수를 만들었을 경우 나머지 필요 없는 4나 9를 %나 log를 활용하여 1이 넘지 않는 소수를 먼저 만든 후 가우스 기호를 사용하여 0으로 만들어 결과에 영향을 미치지 않도록 하는 전략도 눈에 띄었다.

6. 수학적 창의성의 구성요소에 대한 분석

가. 유창성

유창성이 발현된 예로 정선된 계산식은 아니지만 한 수에 대하여 여러 가지 방법으로 만들어 내는 경우이다. 발표할 칸을 3개 부여했기 때문에 계산식을 더 만들어 발표하고자 하는 시도와 결과가 많았던 것을 살펴보면 유창성의 발현과 관련이 깊은 것을 알 수 있다.

이 과제는 관찰을 목적으로 했으므로 제한된 시간과 장소 등 연구의 한계가 존재한다. 그렇기 때문에 100까지 제한된 범위를 부여했으나 200이나 더 큰 수도 얼마든지 생각할 수 있다. 실제로 이 과제를 매우 흥미롭게 마친 학생들은 ‘200까지도 만들어 볼 수 있겠어요. 집에서 혼자서라도 만들어 볼래요.’와 같은 말을 했다. 그리고 과제를 마치던 날 ‘선생님 이렇게 우리가 배운 기호를 활용하면 꼭 4랑 9가 아니더라도 100까지 다 만들 수 있겠네요?’라는 질문은 제한된 범위를 넘어서서 얼마든지 다른 수를 들어 이러한 과제를 수행할 수 있음을 학생들이 인지하고 있다는 점을 시사한다. 학생들에게 1, 9, 9, 6퍼즐, 1, 2, 3, 4퍼즐 등 비슷한 사례를 소개하여 직접 수행한 4, 4, 9, 9퍼즐과 비교하여 보도록 하였다. 학생들은 이를 통하여 4, 4, 9, 9퍼즐의 장 · 단점을 함께 이야기 해보는 과정을 거쳐 사고를 더욱 공고히 하고 자신들의 활동을 반성하기도 하였는데 유의미한 반응으로 ‘만들 때 1이 있으면 정말 편하겠다는 생각을 많이 했는데, 저런 숫자로 하면 더 잘 만들 수 있을 것 같아요.’나 ‘6이나 2나 3같은 건 루트를 못 써서 불편할 것 같은데요.’ 등이 있었다.

나. 융통성

일상 대화에서도 많이 쓰이는 용어인 융통성은 ‘현재 활용하는 방식으로만 고정적으로 활용하면 전혀 성과를 얻지 못하는 아이디어’를 쓸모없다 판단하여 버리는 것이 아니라 조금 더 탐구하고 다르게 활용할 방법은 없을지 심사숙고하는 과정에서 길러진다. 그리고 깊은 사고 끝에 새로운 해결책을 마련하게 되므로 그 과정을 통해서만 빛이 나게 되는 것이다. 이는 영재성 및 수학 교육의 정의적 영역에 속하는 과제 집착력과 수학에 대한 흥미 태도와도 직결되는 부분이므로 영재를 대상으로 하는 수학 교육에서 그 역할과 의미가 크다고 할 수 있다.

융통성 발현과 관계가 깊다고 볼 수 있는 예로 먼저 가우스 기호의 도입 및 활용이다. 계산기의 도입과 함께 자연스레 유리수가 도입되어 자신들의 목표를 방해하는 소수 부분에 대하여 학생들이 주목하게 되었다. 단순히 이것을 ‘사용하

지 못하는 방법'로 치부하여 다른 방법을 찾는 것이 아니라, 이 부분만 떼어낼 수 없는지에 대하여 자신들이 이미 알고 있는 '버림'의 개념을 이용하여 활발한 논의를 하였다. 학생들은 이 기호에 대하여 사전 지식이 없었으므로 당연히 스스로 도입하기는 어려웠으나, 자신들의 수준에서 비교적 근접한 개념을 가져와서 이를 활용하고자 하였다는 점이 매우 고무적이었다.

두 번째로 $\sqrt{9}\,!$이다. 어렵지 않게 4!이 24임을 알고 자연스럽게 9에도 계승을 적용하였으나 이 값은 30000을 넘어 일부는 9에는 계승을 적용하지 못한다고 판단하고 다른 방법을 찾았으나 또 다른 학생들은 $\sqrt{9}\,! = 3! = 6$을 활용하여 새로운 결과를 만들었다.

마지막으로 제곱근에 대한 어림이다. 근호를 활용할 때 $\sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{4\times 9}, \sqrt{49}$는 자연수이므로 흔하게 사용하였으나, $\sqrt{44}$나 $\sqrt{449}$는 학생들의 수준에서 활용하기 쉽지 않을 것이라 판단했으나 한 학생이 $\sqrt{44}$를 활용하여 수식을 만들어내었다. 제곱수가 아닌 수에 근호를 사용한 경우가 처음 관찰되어서 흥미로웠고, 단순히 소수 부분을 없애기 위하여 활용한 것이 아님은 '$\sqrt{44}$는 $\sqrt{36}$보다는 크고 $\sqrt{49}$보다는 작기 때문에 대략 6과 7사이에 어떤 수라고 생각했어요.'라는 학생의 대답에서 확인 할 수 있다. 이 학생이 단순히 근호만을 사용했다면 '자연수가 아닌 제곱근'은 활용할 수 없었을 것이지만, 이를 활용하기 위해 스스로 '어림' 개념을 도입하여 가우스 기호를 적용하는 새로운 시각으로 접근하였음을 알 수 있다. 순간의 기지와 심사숙고가 상황과 형편에 따라 과제를 적절히 처리하였고, 고정된 시각에서 벗어나 문제해결 과정에서 융통성을 발휘하였다.

다. 정교성

정교성을 좀 더 자세히 말하면 주어진 문제를 세부적으로 검토하거나 문제에 포함된 의미를 명확히 하여 결여된 부분을 찾아 보완하고 정교하게 다듬는 능력이라 할 수 있다.

정교성의 발현의 예로 두 자리 및 세 자리 수의 도입을 들 수 있다. 이 과제가 처음 제시될 때 4, 4, 9, 9의 형태로 제시되어 학생들은 무언의 약속처럼 두 개의 숫자 4와 9를 따로따로 활용하여 수식을 만들어내기 시작하였으나 '두 자리나 세 자릿수로 연결해서 써도 되나요?'라는 한 학생의 질문과 교사의 허용은 '4, 4, 9, 9의 사용'이라는 '기존의 다듬어지지 않은 아이디어'를 보다 세련되고 실용적으로 발전시켜 활용할 수 있도록 하였다. 이후 두 자릿수와 세 자릿수의 도입으로 더욱 풍부한 시도들이 이루어 진 것은 당연한 일이다.

다른 예로 근호의 확장 활용이다. 근호 도입 전에 이미 그 의미를 알고 있던 학생은 단 한 명이었고 이외에 학생들은 근호에 관하여 듣거나 본 적은 있어도 의미를 모르고 있었다. 교사는 제곱근과 근호에 대해 설명한 후 4와 9를 제외한 간단한 예시만을 제시하고 학생들의 활용을 관찰하였는데, 학생들은 쉽게 $\sqrt{4}$와 $\sqrt{9}$를 활용하였고 이에 그치지 않고 $\sqrt{49}$나 $\sqrt{4\times 9}$와 같이 아이디어를 다듬어

또 다른 수를 만들어 내는 성과를 보였다. 이와 같은 방법으로 7과 6을 만들어 실용적으로 활용하는 등 정교한 아이디어의 보완이 이루어 진 것이다. 또한, 이를 지수와 log에 적용하는 사례 역시 정교성의 예라 할 수 있다. 이중근호, 근호와 계승의 동시 활용, 근호와 log의 동시 활용 등도 개념에 포함된 의미를 명확하게 다시 따져보는 정교성의 사고를 통해 일어날 수 있었다.

라. 독창성

과제의 해결과정에서, 새로이 도입된 방법들이 이미 학습된 교실 수학 수준을 뛰어넘어 수학적이고 창의적인 가치가 있다고 판단되는 경우는 매 차시 존재했다. 이는 모두 남들과는 다른 사고를 통하여 기발하고 유용한 결과물을 가져오는 것이므로 독창성과 관련된다고 볼 수 있다. 이 경우들은 융통성과 정교성의 예와도 많이 겹치는데, 이는 융통성과 정교성이 발현된 사례 역시도 처음 해당 방법을 새로이 떠올려낸, 지금껏 나오지 않았던 남다르고 색다른 아이디어 즉 독창성의 영역에 해당되기 때문이다.

과제 수행 중, 무엇보다 해당 과제의 간단한 2가지 규칙을 벗어나지 않는 범위 내에서, 따로 질문 없이 자신의 아이디어를 적용하여 바로 발표하였을 때 독창성 면에서 가장 의미 있고 가치가 있다. 이와 관련하여, 과제를 도입한지 채 몇 분이 지나지 않아 처음으로 분수를 활용하여 발표한 사례는 교사가 보아도, 동료들이 보아도 아주 독창적이라고 판단되었다.

또 다른 발현의 예는 근호 안에 다시 근호를 사용한 예이다. 이때는 교사에게 사용할 수 있는지 질문을 하고 활용하였으나, 이는 학생들이 해당 수학 기호를 접한 지 얼마 되지 않았으며, 정식 교육과정에서 다루지 않은 상태이므로 그 활용에 확신을 가지지 못했기 때문일 것이다. 그러므로 이중으로 근호를 활용한다는 생각을 떠올린 것 자체만으로도 눈에 띄는 독창성의 발현이라 할 수 있다.

이 외에도 분수와 가우스 기호의 혼합 활용, 백분율의 도입, log와 근호를 함께 활용하여 자연수를 유도해 낸 경우, 음수의 곱을 처음 활용한 경우 등도 그 예라 볼 수 있다.

독창성이 창의성의 영역 중에서도 중요한 역할을 하는 이유는 한 가지의 독창적인 방법을 따라 이후 모방 및 수정을 거쳐 매우 다양한 그 다음 창의적 아이디어가 고안되기 때문일 것이다. 새로운 것을 떠올려 창조하는 능력은 그 자체로도 값지지만 창조가 없으면 모방도 있을 수 없다는 사실은 창의적 아이디어가 이후의 학습 흐름을 좌우할 수 있는 뱃머리와 같은 역할을 할 수 있다는 의미이므로 그 중요성이 크다고 할 수 있는 것이다.

7. 기타 논의

수학적 창의성 이외의 측면에서 살펴보면 무엇보다 해당 수업의 가장 큰 교육적 의의는 학생 전원의 자기 주도적 학습 참여일 것이다. 수업에 참여했던 학

생은 적어도 몇 번씩 자신의 생각을 동료들 앞에서 발표하고 검증받았다. 간단한 발표를 한 학생은 수학적 표현에서 간결함의 가치로 인정받았으며, 다양한 기호를 사용하여 발표한 학생들은 고난도의 성취를 이루어냈다며 동료들로부터 부러움을 샀다. 이를 통해 발표내용의 쉬움과 어려움을 떠나 성취감과 자신감의 고취가 이루어졌을 것으로 기대된다. 또한 자신의 차례에 발표를 하지 못했더라도 또 다른 방법을 찾는 즉시 발표를 할 수 있게 해 비교적 성취도가 떨어지는 학생들의 참여를 계속해서 북돋아 낙오 학생이 최소화되었다.

이 과제의 도입은 이론적 배경에서 언급하였듯 도전적인 상황을 충족시킴과 동시에, 게임의 한 맥락으로 수업 종료 시까지 꾸준하게 피교육자의 흥미를 끌 수 있었다. 너무 쉽지도, 그렇다고 도전을 하지 못할 정도로 어렵지도 않으면서 무궁무진한 해결방법이 존재하는 개방형 과제를 통해 학생들은 끊임없이 자극받고 과제 집착력을 길러낼 수 있었다. 하지만 이렇게 여러 가지 조작이나 수학적 표현, 게임 등 학생들이 흥미롭게 참여할 수 있는 활동에만 그치지 않고, 그 기저에 초등학생들이 아직 알지 못하는 수학적 아이디어의 학습이 자리하고 있었던 것에 주목해야 한다. 해당 수학적 아이디어는 마냥 어려운 개념의 학습보다는 나의 과제를 해결하는 데에, 또 게임 승리를 위해 꼭 필요한 유용한 열쇠로 인식되어 효과적인 학습 효과를 꾀할 수 있었던 것이다. 학생들은 새로운 기호와 개념들을 게임에서 쓰는 용어인 '아이템'이라고 표현하는 것을 통해 흥미와 고급 수학적 개념이 연결될 수 있음을 관찰하였다. 이 연구 과제가 아주 기초적인 사칙연산과 같은 쉬운 도입을 통해 성취감을 안겨주고 도전 의식을 고취시켜 능동적이고 적극적인 학습참여와 동시에, 이후 고차적인 사고와 추론을 통하여 학생들에게 수학적 힘을 개발할 기회를 제공하기 때문에 인지력의 발달을 촉진시킬 수 있었던 것이다.

그리고 학생들은 단순히 새로 학습한 기호의 활용에 그치지 않고 새롭게 활용할 때마다 숙고를 통해서 신중한 활용 및 재활용, 응용 방법을 고려하는 모습을 확인할 수 있었다. 이미 완성된 방법을 되돌아보고 내가 아는 것과 모르는 것을 정확히 파악하여 활용하였고 끊임없이 질문하였으며, 동료들의 예시를 통해 또 다시 적용하는 등 다양한 유형의 지식 계발이 가능해지는 등 메타인지의 활용으로 인한 체계화된 지식을 터득하는 기회가 될 수 있었다. 또한 이 과제는 풀이과정이 여러 가지이고, 얼마든지 100보다 큰 수인 200, 300으로 확장할 수 있기 때문에 확산적 사고를 자극할 수 있었으며 이는 또 다른 묘사를 통한 표현의 다양성, 사고의 유연성의 신장, 자신의 표현에 대한 독창성 인지 등 다양한 사고 발전으로 전이되었다.

또한 주목할 만한 성과로 의사소통 능력의 신장을 들 수 있다. 사실 이 과제는 고학력의 소유자라 할지라도 혼자서 해결하기에는 많은 어려움이 따르기 마련이다. 1부터 100까지라는 범위도 큰 이유가 되지만 한 사람의 머리만으로는 사고의 획일화를 피하기 어렵기 때문임 역시 중요한 이유가 된다. 하지만 협동

학습을 통하여 경쟁, 협력 등의 방법으로 동료들의 새로운 시각을 알 수 있어 과제 해결의 간접경험을 가능하게 하여 아이디어 공유, 새로운 통찰과 유창성, 새로운 사고로의 성장을 관찰할 수 있었다.

계산기의 활용 또한 학생들에게 뜻 깊은 경험이 되었다. 계산에 도움이 되는 기본적인 계산기의 역할이 많은 도움이 되었지만 처음부터 계산기의 활용법을 학습하고 수업을 진행하기보다 스스로 조작을 통하여 여러 가지 수학 기호를 도입하였으므로 이 연구에서 아주 큰 역할을 함과 동시에 학생들의 흥미를 끄는 요소가 될 수 있었다.

이외에 정의적 측면의 성장 역시 괄목할만한 성과였다. 첫 시간에 때에 따라 중・고등학교 수학 개념이라는 교사의 언급에 한숨부터 쉬던 학생들이 마지막 시간에는 ‘너무 흥미진진했다’, ‘정말 마지막 시간이야?’ 등의 반응으로부터 적극적인 성향과 흥미도의 발전이 있었음을 알 수 있다. 수학적 성향에는 수학에 대한 자신감, 수학적 가치, 흥미, 자발성 등이 있는데 학생들이 해당 과제가 완료될 때까지 낙오자 없이 여러 가지의 답을 만들어내는 데 끈기 있게 노력하는 모습을 보여주고 종료 후에도 학교에서 교사와 마주칠 때마다 이 과제를 언급하는 것을 보면 이러한 성향에 긍정적인 변화가 있었음을 기대할 수 있다.

마지막으로 해당 수업을 통하여 변화 된 것은 비단 학생만이 아니다. 해당 수업을 진행했던 교사 역시 일반적으로 지식 전달식 수업이 중심이 되는 일반 교실 수업과 비교해 이러한 학생 주도의 흐름을 가진 수업의 가치를 이전보다 긍정적으로 평가하게 되었으며, 항상 ‘수업 목표 도달’이라는 강박관념에서 벗어나 ‘관찰’ 자체에 가치를 둔 수업을 통하여 보다 여유 있고 신중한 수업을 운영할 수 있게 된 것 역시 큰 성과이다. 이를 통해 훨씬 빠르게 학생들과의 라포가 형성되었고 깊이 있게 학생들을 이해하는 기회가 된 것 역시 교사의 사고 전환에 큰 영향을 주었다. 방정숙 외(2012)에 따르면 초・중등교사들은 공통적으로 ‘자기주도적 학습능력을 신장시키고 학생수준에 맞게 교육과정을 재구성하며 학생과 교사간의 상호작용이 잘 이루어지고 수학적 문제 해결력을 신장시키며 필수적인 수학과 기본개념을 알 수 있도록 지도하는 수업’을 아주 좋은 수학 영재수업으로 인식하고 있다고 한다. 이러한 측면에서 해당 기준에 어느 정도 부합하였다는 교사 스스로의 판단은 수업 운영에 대한 자신감으로 다가갈 것이라 생각된다.

Ⅴ. 나가며

지금까지 이 연구를 통해 관찰된 결과를 제시하고 그 결과에서 이끌어 낼 수 있는 유의미한 반응들을 분석하였다. 이를 통해 본질적으로는 학습자의 창의적 사고 및 수학적 사고의 실행과 형성과정을 살펴 볼 수 있었던 것이 가장 큰 성과였다. 그 중 매 차시의 기록을 통하여 융통성, 유창성, 독창성, 정교성 전반의 수학적 창의성의 발전과정을 관찰해 낼 수 있었던 것이 가치 있고 유의미하다

할 수 있겠다.

수학적 창의성 이외에 수학적 성향의 변화과정도 눈여겨 볼만하다. 자신감, 흥미, 자발성 등 수학적 성향의 긍정적인 변화가 특별히 눈에 띄었는데, 이는 학생 스스로에게 있어 앞으로의 수학 학습에 값지게 적용될 수 있는 것이라는 점에서 그 가치가 있다고 할 수 있을 것이다. 이번 과제를 학습이라 여기지 않고 스스로 게임, 경쟁, 놀이라 여겨 부담 없이 참여할 수 있었고, 그 가운데 성취감과 자신감을 얻을 수 있었기 때문에 수학적 성향의 긍정적인 변화를 가져올 수 있었을 것이다.

그리고 이 과제를 통해 수학적 창의성과 수학적 성향의 긍정적인 변화 발전 이외에도 학생들은 촉진적 토론 및 수학적 의사소통을 통해 협동학습을 경험할 수 있었다. 이러한 결과를 가져올 수 있었던 까닭은 게임 요소로서의 과제 도입 그리고 과제가 개방형 문제로 구성되어 있었기 때문이라고 할 수 있다.

또한 수학 학습적인 측면에서는 무엇보다도 일반 학생들의 수준에서 비교적 고급 수학적 아이디어라 할 수도 있는 음수, 제곱근, 계승, 가우스 기호, 절댓값, 백분율, 지수, log와 같은 개념과 기호들이 학생들 스스로에 의하여 먼저 호기심을 갖고 알고자 하는 동기 유발이 일어나고, 후속으로 익히는 과정에서도 주체적인 탐색과 자기 주도적 학습이 일어난 점에 큰 의의가 있다.

그 외에 계산기의 활용은 많은 수학 기호들을 접하고, 다양한 수학 기호에 익숙하지 않은 학생들에게 계산을 용이하게 도와주는 역할을 하여 수식을 자유롭게 형성하고 이에 따라 표현하여 수적 감각을 키워 수식 의미를 구성하는 데에 큰 도움이 되었다.

끝으로 이 연구는 연구자들의 의도에 따라 근호와 분수를 활용하기에 적합한 $4, 4, 9, 9$를 이용한 연구였지만 계승, 지수 등 다른 수학 기호를 활용하기에는 다소 어려움이 있었으므로 이를 보완할 수 있는 수의 조합이나 또 다른 종류의 확산적 문항을 이용한다면 더욱 다양한 응용의 장에서 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

[1] 교육부 (2013). “영재교육 최적화를 통한 창조적 인재육성”을 위한 제3차 영재교육진흥 종합계획(2013~2017)

[2] 권오남, 조영미, 박정숙, 박지현, 김영실 (2003). 수학적 창의성과 개방형 문제. 한국수학교육학회지 시리즈 E, 수학교육논문집, 16, 217-218.

[3] 김홍원, 김명숙, 송상헌 (1996). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(I), 한국교육개발원.

[4] 김상룡 (2010). 1996으로 1에서 100까지 만들기 과제 적용에 관한 연구, 한국수학교육학회지시리즈 C, 초등수학교육, 13(2), 55-66.

[5] 김유미, 류성림 (2010). 초등수학영재와 일반학생의 학습 전략 검사결과 비교 연구. 한국초등수학교육학회지, 14(2), 217-239.

[6] 김은혜, 박만구 (2011). 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 개방형 문제해결 전략 및 행동 특성. 한국초등수학교육학회지, 15(1), 19-38.
[7] 남승인 (2002). 수학 영재를 위한 교수 학습 자료의 개발. 수학영재지도 교사를 위한 연수 교재. 대구교육대학교부설 초등교육연수원.
[8] 박만구 (2015), 초등예비교사의 수학 창이성에 대한 인식 분석. 한국초등수학교육학회지, 19(1), 81-105.
[9] 방정숙, 권미선 (2012). 좋은 수학 수업에 대한 교사들의 인식. 수학교육논문집, 26(3), 317-338.
[10] 서혜애, 손연아, 김경진 (2003). 영재교육기관 교수・학습실태 분석. 한국교육개발원 수탁연구 CR2003-26.
[11] 이정규 외 (2007). 영재학급・영재교육원 운영실태 및 확대 방안에 대한 연구. 인적자원개발 정책연구 2007-38. 교육인적자원부.
[12] 이주용, 최재호 (2013). 4D 프레임 활용 학습이 초등 수학영재학생의 공간감각 및 수학적 창의성에 미치는 영향, 한국수학교육학회지시리즈 C, 초등수학교육 16(1), 1-20.
[13] 임문규 (2007). 초등학교 5학년 수학 영재 학생의 확산적 산출물의 분석 및 평가에 관한 연구. 한국초등수학교육학회지, 10(2), 171-194.
[14] 임문규 (2010). 초등학교 4학년 수학 영재학생들이 만든 다양한 계산식에 관한 분석 연구. 한국초등수학교육학회지, 14(2), 263-285.
[15] 조은미 (2005). 개방형 문제를 이용한 창의적 토의수업이 수학 문제해결력과 수학적 창의성에 미치는 영향. 전북대학교 교육대학원 석사학위 논문.
[16] Davis, G. A. & Rimm, S. B.(1997). Education of the Gifted and Talented. 송인섭, 이신동, 이경화, 최병연, 박숙희(역)(2001). 영재교육의 이론과 방법. 서울:학문사.
[17] Johnsen, Susan. K. & Kendrick, J.(2005). Math education for gifted students. 남승인, 이용희(역) (2009). 영재를 위한 수학교육. 서울:경문사.

Choi, Su A
Goseong Elementary School
85, Seongnae-ro, Goseong, Korea
E-mail : sua114@naver.com

Kang, Hong Jae[2)]
Chinju National University of Education
369-3, Jinyangho-ro, Jinju, Korea
E-mail : kanghj@cue.ac.kr

2) Corresponding Author

<부록> 이 연구에서 관찰된 1부터 100까지 만들기 사례의 일부

1	$(9\div 9)\times(4\div 4)$	34	$4\times 4+9+9$	67	$4!\times\sqrt{9}-9+4$
2	$4\div 4+9\div 9$	35	$\sqrt{9}\times 9+4+4$	68	$(9+9)\times 4-4$
3	$\sqrt{9}-(4-4)\times 9$	36	$49-4-9$	69	$9\times 4+4!+9$
4	$(\sqrt{49}+9)\div 4$	37	$9\times 9-44$	70	$[\sqrt{4994}]$
5	$\sqrt{9\times 9}-\sqrt{4\times 4}$	38	$4!-4+9+9$	71	$99-4!-4$
6	$\sqrt{4}-9+4+9$	39	$\sqrt{9}\times 4\times 4-9$	72	$4\times 9+4\times 9$
7	$\sqrt{9}\times 4-9+4$	40	$4\frac{4}{9}\times 9$	73	$9\times 9-4-4$
8	$9-9+4+4$	41	$4\times 9-4+9$	74	$4!\times\sqrt{9}+[9\div 4]$
9	$9\div 9+4+4$	42	$[\sqrt{9\times 4\times 49}]$	75	$9\times 9-4-\sqrt{4}$
10	$9-4+9-4$	43	$(4+9)\times 4-9$	76	$(9+9)\times 4+4$
11	$\sqrt{4}+\sqrt{9}+\sqrt{4}\times\sqrt{9}$	44	$44-9+9$	77	$4!\times\sqrt{9}+\sqrt{9}+\sqrt{4}$
12	$4!-4!+9+\sqrt{9}$	45	$94-49$	78	$4!\times 4-9-9$
13	$\left[\frac{4}{9}\right]+9+4$	46	$4!+4+9+9$	79	$99-4!+4$
14	$\sqrt{49}+\sqrt{49}$	47	$4\times 9+9+\sqrt{4}$	80	$9\times 9-4\div 4$
15	$\sqrt{9}!+4+9-4$	48	$4!+4!-9+9$	81	$(4-4+9)\times 9$
16	$4\times 4-9+9$	49	$4\times 9+4+9$	82	$9\times 9+4\div 4$
17	$\sqrt{9}\times 4-4+9$	50	$\sqrt{4}\times 9\times\sqrt{9}$	83	$9\times 9+4\div\sqrt{4}$
18	$9+9+4-4$	51	$49+[9\div 4]$	84	$\sqrt{49}\times\sqrt{9}\times 4$
19	$\sqrt{9}+\sqrt{9}\times 4+4$	52	$\sqrt{4\times 9}\times 9-\sqrt{4}$	85	$(9\times 4)+49$
20	$\sqrt{9}+4+9+4$	53	$\sqrt{9}\times\sqrt{9}+44$	86	$94-[\sqrt{4!}\times\sqrt{9}]$
21	$4!-\sqrt{9}\times(4-\sqrt{9})$	54	$49+9-4$	87	$94-\sqrt{49}$
22	$4!-\sqrt{4}\times(9\div 9)$	55	$99-44$	88	$(4+9+9)\times 4$
23	$4\times 9-(4+9)$	56	$49+\sqrt{49}$	89	$9\times 9+4+4$
24	$9\times 4-\sqrt{9}\times 4$	57	$\sqrt{9\times 9}+4!+4!$	90	$(\sqrt{4}+\sqrt{9})!\div 4\times 9$
25	$\sqrt{9}\times 4+9+4$	58	$94-4\times 9$	91	$99-4-4$
26	$4+4+9+9$	59	$9\times\sqrt{49}-4$	92	$[99-\sqrt{44}]$
27	$\sqrt{9}\times 9-4+4$	60	$(\sqrt{4}\times\sqrt{9}+9)\times 4$	93	$99-4-\sqrt{4}$
28	$\sqrt{9}+4\times 4+9$	61	$9\times 9-4!+4$	94	$\sqrt{94}\times\sqrt{94}$
29	$\sqrt{9}\times 9+4\div\sqrt{4}$	62	$49+9+4$	95	$94+4-\sqrt{9}$
30	$[\sqrt{449}]+9$	63	$(4+4)\times 9-9$	96	$4!\times 4-9+9$
31	$9\times 4+4-9$	64	$4!-9+49$	97	$9\times 9+4\times 4$
32	$[94\div 4]+9$	65	$9\times 9-4\times 4$	98	$49+49$
33	$9\times 9-4!-4!$	66	$4!+4!+9+9$	99	$99-4+4$
				100	$99+4\div 4$