학술기획

축열조 전체의 성능 해석을 위한 모델 개발 및 이를 적용한 냉난방 겸용 축열조 해석

유닛-셀의 해석 결과가 전체 축열조의 성능을 대표한다는 기존 접근방법을 극복하여, 새로운 해석모델을 제안하고 이를 통해 냉방용 잠열재와 난방용 잠열재를 동시에 이용하여 냉·난방 구동이 가능한 축열조의 성능 해석 예를 소개한다.

김민호
세종대학교 대학원
kmh8527@naver.com
이용태
세종대학교 대학원
screem2441@naver.com
정재동
세종대학교 교수
jdchung@sejong.ac.kr

서 론

냉난방 수요에 따른 전력소비는 날로 급증하여, 전력난을 대비하기 위한 노력으로 에너지 저장 시스템의 중요성이 강조되어 왔다. 다양한 에너지 저장 시스템 중에서 축열 밀도가 높은 장점을 갖는 잠열 축열시스템이 대두되고 있다. 잠열 축열시스템은 물질의 상변화 현상을 이용한 시스템으로 상경계면이 이동하는 상변화 과정이 포함되어 있다. 시간에 따라 이동하는 액상과 고상 사이의 상경계면이 잘 예측하는 것이 잠열 축열조의 성능해석에 중요한 요소다. 그래서 많은 연구들이 상변화 현상을 수치적으로 해석하고자 많은 노력을 했다.

잠열 축열조는 녹거나 얼면서 상경계면이 이동하는 복잡한 현상을 포함하고 있다. 물리적 현상을 이해하고 상변화 현상을 제대로 해석하는 것이 잠열 축열조의 성능해석에 필수적이기 때문에 많은 상변화 해석에 관한 연구들이 진행되어 왔다. Khodadadi와 Zhang(2001)은 구형 캡슐에 대해 상변화 현상을 수치적으로 해석하였고 이를 실험의 결과와 비교했다. 자연대류의 강도를 나타내는 무차원수인 Rayleigh 수가 현열과 잠열의 비를 나타내는 무차원수인 Stefan 수보다 더 큰 영향을 준다는 것을 발

견했다. 또한 그들은 Rayleigh 수가 고정된 상태에서 Prandtl 수가 녹은 패턴, 대류의 패턴에 큰 영향을 준다는 것을 밝혀냈다. Assis et al.(2007)은 파라핀 왁스가 담긴 구형 캡슐에 대해 수치적, 실험적으로 연구를 진행했다. 그들의 연구는 상변화 물질을 담고 있는 캡슐의 기하학적인 연구를 통해 얻은 결과를 Fourier 수, Stefan 수, Grashof 수를 이용하여 녹은 양을 예측하는 상관식을 도출했다. Elghnam et al.(2012)은 물이 채워진 구형 캡슐에 대해 축열/방열을 실험적, 수치적으로 파라미터 조사를 했다. 캡슐의 재질에 따른 축열, 방열에 미치는 영향을 연구했으며, 큰 크기의 메탈 재질의 캡슐, 낮은 온도의 HTF일 때, 축열 시 저장되는 에너지가 증가하는 것을 확인했다. Lee et al.(2014)은 캡슐 외부의 동일한 온도 조건이 적용되는 것이 아니라 캡슐 외부에서 발생되는 강제대류도 계산에 포함하여 좀 더 실질적인 탱크 안의 캡슐에 대해 수치적으로 해석을 실시했다. 외부의 강제대류 효과를 계산에 포함했을 때 동일한 온도조건보다 느린 것을 확인했으며 상변화 물질을 담고 있는 캡슐의 물질이 낮은 열전도율을 가질 때 그 영향이 더 큰 것을 밝혔다.

상변화 현상을 더욱 이해하기 위해 많은 연구자들이 다양한 용기 모양, 다양한 조건 등에 대해서도 연구들을 진행해왔다. Sparrow와 Geiger(1986)은 수평 튜브에 대해 고상의 움직임을 고려한 unconstrained melting과 고상의 움직임을 고려하지 않은 constrained melting에 대해 실험적, 수치적으로 연구했다. 그들은 고상의 움직임을 고려했을 때 약 50~100% 빠르게 녹는 것을 발견했으며, 고상이 가라앉음에 따라 용융이 촉진되는 것을 확인했다. Chung et al.(1997)은 수평 실린더에 채워진 상변화 물질을 수치적으로 연구했다. 그들은 고상 PCM 하부와 용기 사이에서 발생하는 열적 불안정성(thermal instability)에 대해 연구했다. 열적 불안정성 에 따라 고상 PCM 하부와 용기 사이의 액체 틈이 완전 발달을 형성하는가 하면, 높은 Rayleigh 수에서는 액체 틈에 자연대류가 형성되는 것을 발견했다. Tan(2008)은 구형 캡슐에 대해 unconstrained melting 모델과 constrained melting 모델을 실험적으로 비교했다. 그는 고상의 움직임을 고려한 unconstrained melting 모델이 고상이 가라앉음에 따라 close-contact 효과가 가해져 고상의 움직임을 고려하지 않은 조건보다 빠르게 녹는 것을 알아냈다. 이는 Sparrow와 Geiger(1986)의 결과와 유사한 결과를 보인다. Hong et al.(2014)은 고상의 움직임을 고려한 unconstrained melting 모델을 캡슐 크기, 캡슐 물질, 벽면 온도와 같은 인자들에 대한 영향을 해석적 접근방법으로 살펴보았다. 이로부터 높은 Stefan 수에서는 해석해가 제한적이라는 것을 보고하였다.

위와 같이, 많은 연구들이 여러 상변화 물질, 다양한 조건들에 의해서 진행 중이다. 하지만 고상의 움직임 여부, 액상에서의 자연대류, Rayleigh 수에 따른 유체 불안정성, 캡슐 외부조건 등에 따라 그 결과가 크게 다르며 해석의 복잡성을 가지고 있어 상변화 현상에 대한 연구는 현재 진행형이다.

여러 개의 원형 캡슐이 쌓인 전체 잠열 축열조를 해석하는 것은 각 캡슐마다 상변화 현상을 포함하기 때문에 계산시간과 컴퓨터 메모리의 한계로 무리가 있다. 축열조 전체를 해석하기 위한 모델로서 크게 두 가지 형태로 나뉠 수 있다. 고상과 액상을 하나의 상으로 간주하는 단상(single-phase) 모델과 고상과 액상을 각각의 상으로 고려한 이상(two-phase) 모델이 있다. 단상은 고상과 액상을 하나의 상으로 보는 기법으로 두 상의 온도는 동일하게 가정하고 해석한다. 고상과 액상을 각각의 상으로 고려한 이상 모델은 continuous solid phase 모델과 concentric dispersion 모델이 있다. continuous solid phase 모델은 상변화 물질을 연속적인 다공성의 물질로 가정하여 해석하는 모

델이다. 공극률(porosity)는 지름의 함수로 주어진다. Ismail와 Stuginsky(1999)는 continuous solid 모델, Schumann 모델, 단상 모델을 비교하였다. 캡슐 크기, 유량, 입구 온도 등 다양한 파라미터가 미치는 영향을 조사했다. 그들은 입구온도의 영향이 가장 크며 열전달 유체의 질량 유량의 영향이 가장 작은 것으로 보고하였다. Arkar와 Medved(2005)는 continuous solid phase 모델을 이용하여 실험과의 비교를 통해 상변화 물질의 열적 물성치가 미치는 영향을 살펴보았다. 실린더 탱크에 파라핀이 채워진 캡슐들이 35층으로 이뤄진 형태이며 실험과의 비교를 통해 모델의 타당성을 검증하였다. Seeniraj와 Narasimhan(2005)은 동일한 모델을 이용하여 공극률, Stanton 수, Stefan 수가 잠열 축열조에 미치는 영향을 살펴보았다. 그들은 열누설이 응고과정을 늦추는 영향을 주지만 공극률이 커질수록 그 영향을 작아지는 것을 보고하였다. Benmansour et al.(2006)은 LHTES의 이차원 비정상 거동을 continuous solid phase 모델로 수치해석 하였다. 공기를 열전달 유체로 사용했으며 실험과의 비교를 통해 모델의 타당성을 검증했다. Erek와 Dincer(2009)는 120개의 기존 결과를 이용해 열전달 계수에 관한 상관식을 도출하였다. 경험상관식을 이용한 concentric dispersion 모델을 통해 빙축열조의 성능을 해석하였다. Peng et al.(2014)는 반경 방향의 열전달와 벽면의 열손실을 고려한 concentric dispersion 모델로 수치적 연구를 수행하였다. 빠른 입구 속도 가질 때 축열 효율이 떨어지며, 축열조의 크기가 커질수록 축열에 유리함을 보고하였다.

단상 모델은 고상과 액상 사이에서 일어나는 상변화 현상을 계산하지 않기 때문에 정확도 측면에서 뒤쳐진다. continuous solid phase 모델은 상변화 물질 내의 온도 변화를 고려하지 않기 때문에 해석 결과의 정확성이 떨어진다. Concentric dispersion 모델은 continuous solid phase 모델과 달리 상변화 물질의 온도 변화를 고려하여 정확성을 높였지만 여전히 액상에서 발생하는 자연대류를 고려하지 않아 결과의 정확도를 확신할 수 없다.

앞서 잠열 축열조 전체의 성능해석을 위해 많은 모델들을 소개했다. 잠열 축열조는 시간에 따라 상경계면이 이동하는 만큼 전체를 해석하는 것에 어려움이 있다. 그래서 기존 연구에서는 유닛-셀을 검사 체적으로 잡아 계산한 결과를 축열조 전체의 결과로 제시하거나 각 캡슐의 상변화 현상을 계산하는 대신 몇 가지 가정을 통해 모델을 간단하게 만들고 전체 축열조에 대한 성능해석을 해왔다. 유니-셀로 전체를 대변하기에는 무리가 있으며 소개된 여러 모델들은 여러 가지 가정들 때문에 해석의 정확도에 한계가 존재한다. 본 연구에서는 각 캡슐에 대한 상변화 현상의 해석을 포함하는 동시에 전체 축열조의 성능해석을 할 수 있는 모델을 제시하고자 한다. 이를 통해 냉방용 잠열재와 난방용 잠열재를 동시에 쌓아 냉 · 난방 구동이 모두 가능한 형태를 대상으로 냉난방 성능을 해석하였다.

계산시간 및 상경계면의 정확도에 큰 영향을 미치는 용융된 액상에서의 자연대류를 유효 열전도율로 대체함으로써 기존의 타 모델보다 정확도를 높이는 한편 계산시간에도 큰 무리가 없는 모델을 소개한다. 한 개의 캡슐에 대해 constrained melting 조건의 실험과 비교를 통해 모델의 타당성을 검증한다. 더 나아가 다양한 조건(캡슐의 크기, 벽면 온도, 초기 온도)으로 계산을 실시하여 모델의 확장성을 확보한다. 또한 캡슐이 적당히 쌓인 간단한 형상에 대해 여러 모델들을 적용해 모델 간의 비교를 실시한다. 이를 바탕으로 캡슐이 10×10×20 즉, 총 2,000개의 구형 캡슐이 쌓인 잠열 축열조의 해석으로 확대하여, 냉방용 잠열재와 난방용 잠열재를 동시에 쌓아 냉 · 난방 해석을 수행하고자 한다.

수치해석

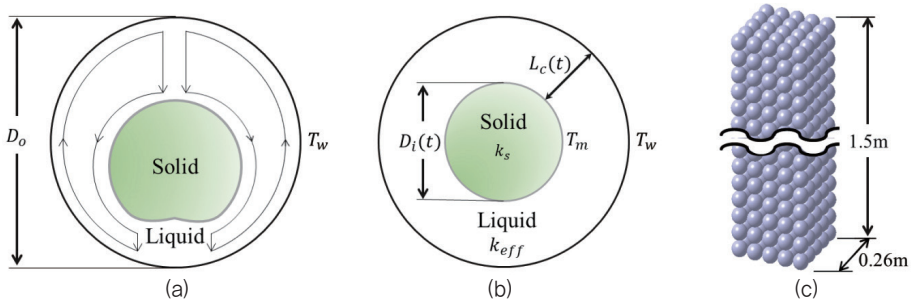
본 연구에 사용된 유효 열전도율 식은 Hirata와 Nishida(1989)를 참고하였다. **그림 1**의 **(a)**는 고상의 하강 운동을 고려하지 않은 constrained melting의 거동이다. 캡슐 안의 고상이 녹음에 따라 액상의 PCM에서 자연대류가 발생하며 상변화가 진행됨에 따라 자연대류의 강도가 더 커져 고상 PCM의 윗부분을 빠르게 녹인다. 고상 PCM의 아랫부분은 Rayleigh 수에 따라 다소 차이는 있지만, 유동 불안정으로 물결무늬의 상경계면이 형성된다. 실제 캡슐의 녹는 거동은 **그림 1(a)**와 같지만 유효 열전도율을 이용한 모델은 고상이 동심으로 녹는 것으로 가정한다(**그림 1(b)**). 즉, 캡슐 내부의 유동을 풀지 않는 것이며, 이는 시뮬레이션 시간을 크게 줄일 수 있어 축열조 전체를 해석하는 것이 가능하다. 구해진 동심원의 반지름과 캡슐의 반지름의 차이를 특성 길이로 잡아 액상의 Rayleigh 수를 구한다. 이런 일련의 과정을 통해 식 (1)의 형태로 유효 열전도율을 구할 수 있다. 기존에 사용되었던 식 (2)와 비교해 보면 특성 길이와 추가된 항에서 차이가 있다. 기존 연구에서는 Rayleigh 수를 구할 때 캡슐의 지름을 이용했다. 즉, 캡슐의 크기가 정해지면 녹음에 따라 강해지는 자연대류의 영향과는 상관 없이 일정한 유효 열전도율이 적용된다. 이는 캡슐이 여러 개가 쌓였을 때, 각 캡슐마다 녹는 정도가 다르며 자연대류의 세기가 다를 것인데 이를 대변하지 못하고 고정된 값으로서 자연대류의 세기를 대신하게 되는 것이다.

$$\frac{k_{eff}}{k_l} = CRa_{l_c}{}^m\left(1-\frac{r_i}{r_o}\right)^m = C\left(\frac{g\beta\Delta T l_c^3}{\alpha\nu}\right)^m\left(1-\frac{r_i}{r_o}\right)^m \quad (1)$$

$$\frac{k_{eff}}{k_l} = CRa_{d_o}{}^m = C\left(\frac{g\beta\Delta T d_o^3}{\alpha\nu}\right)^m \quad (2)$$

결과 및 고찰

하나의 캡슐에 대한 유효 열전도율을 이용한 모델의 타당성 및 모델을 축열조 전체 크기로 확대하기 전에 동일한 하나의 캡슐에 대해서 다양한 상황(벽면 온도 즉, Ste의 영향, 캡슐의 외부 지름, 초기 온도)를 고려하여 다양한 상황에 대해서도 본 수치 모델의 적용 가능성을 검증했다. 벽면 온도, 캡슐지름, 초기 온도에 대한 실험 결과가 없기 때문에 자연대류가 포함된 Constrained melting 수치 결과를 이용했다. 벽면 온도는 35, 40, 45℃에 대해서 진행했으며 시간에 따른 녹은 양 결과를 **그림 2**에 나타냈다. Ste 수가 커질수록 빠르게 녹는 것은 너

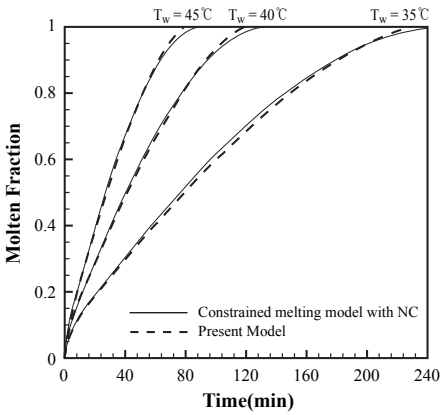


[그림 1] The schematic diagram (a) Constrained melting model with natural convection, (b) Effective thermal conductivity model and (c) full scale thermal energy storage filled with capsules

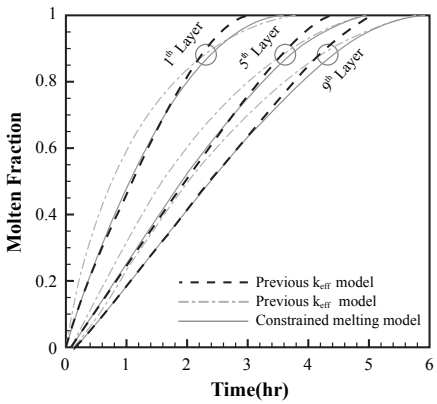
무나도 자명하다. 캡슐의 지름은 40, 60, 80 그리고 101.66 mm로 정했다. 구체적인 결과는 논문으로 발표할 예정이며 본고에서는 생략하기로 한다. 통상적으로 잠열 축열조에 사용되는 캡슐은 지름이 100 mm 미만의 캡슐을 이용한다는 점에서 유효 열전도율을 이용한 모델이 다양한 지름에 대해 적용 가능하다. 하나의 캡슐에 대해 총 3가지 인자(벽면 온도, 캡슐 지름, 초기 온도)에 대한 영향을 검토한 결과 오차 5% 이내로 제시된 유효 열전도율 모델은 각 캡슐의 정확한 결과를 도출하면서도 계산시간의 단축을 할 수 있는 유용한 방법으로 판단된다.

서론에서의 언급한 것과 같이, 캡슐이 쌓인 잠열 축열조의 해석을 위한 여러 모델들이 존재한다. 모델들의 타당성을 검증하고 이를 동일한 크기의 캡슐, 배열에 적용함으로써 각 모델들을 비교하고자 한다. 캡슐은 100 mm의 캡슐이며, 캡슐이 12개의 층으로 Simple cubic의 형태를 이룬다. 각 모델의 비교하기 위함이므로 PCM을 둘러싼 캡슐의 해석은 제외하기로 한다. 비교는 총 4가지 모델에 대해서 비교를 했다. 자연대류를 포함한 constrained melting 모델, 본고에서 제안된 유효열전도도를 이용한 모델, 기존의 유효열전도도를 이용한 모델 그리고, 3차원 해석을 2차원 해석으로 변환하는 effective packed bad 모델 총 4가지 모델을 동일한 형상에 대해 비교하였다. 동일한 형상에 대한 기존 실험 또는 해석 결과가 없기 때문에, 자연대류가 포함된 constrained melting 모델을 기준으로 비교가 이뤄졌다. 시간에 따른 축열조 전체에서의 방열량 및 각 위치에서의 방열량을 각 모델에 대해 비교하였다. 시간에 따른 축열조 전체에서의 방열량은 기존의 유효 열전도도를 이용한 모델과 새로 제안된 모델 사이에는 큰 차이가 없지만, **그림 3**에서와 같이 각 위치에서의 방열량은 큰 차이가 있다. 주의할 것은, 기존 유효 열전도 모델은 모델 상수 값을 캡슐 크기, 축 · 방냉 온도조건, 축열조 크기 등의 조건이 바뀔 때마다 매번 곡선 적합(curve fitting)을 통해 얻어야 하는 반면 이번에 제안된 모델은 이에 대한 제한이 없다. 3차원 해석을 2차원 해석으로 변환하는 effective packed bad 모델의 경우 시간에 따른 녹는 양을 상당히 잘 예측하고 있지만, 2차원으로 변환하는 과정에서 캡슐의 배열에 임의성이 있으며, 캡슐의 수가 정확히 일치하지 못하는 점에서 모델의 한계점이 있다.

모델의 계산시간을 비교해보면, 자연대류가 포함 된 constrained melting을 기준으로 본 연구에 사



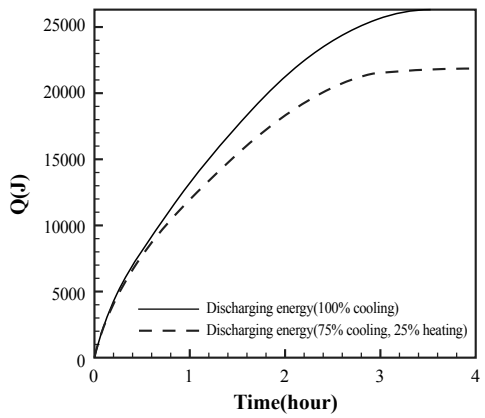
[그림 2] The molten fraction comparison between the present model and the constrained melting with different Stefan numbers



[그림 3] The comparison with three models in different position

용된 모델의 계산시간이 약 99% 빠르게 계산할 수 있다. 이는 본 연구에 사용된 모델이 에너지 방정식만 풀기 때문에 격자수가 작고 시간 간격 또한 크게 가질 수 있기 때문이다. 짧은 계산시간으로 수백개의 캡슐이 쌓인 축열조 전체에 대해서도 유효열전도 모델을 적용할 수 있을 것으로 보인다.

그림 4는 냉방 운전 동안에 물로부터 전달된 방열량(Q)을 수치적으로 계산한 결과이다. 전체 12개 층을 냉방 잠열재로 채운 결과와 상위 3개를 난방 잠열재로 채운 방열량의 차이가 크게 나타난다. 이는 냉방 운전 간에 냉방 잠열재가 녹는점이 낮아 고체에서 액체로 상이 변하며 잠열 에너지를 흡수하는 것과 달리 난방 잠열재는 상의 변화가 없이 고체 상태로 존재하며 현열의 변화만 발생하는 차이로 자명한 결과이다. 즉 냉방 운전의 목적에서는 난방 잠열재가 차지하는 만큼의 공간에 대해 잠열 에너지를 활용하지 못하기 때문에 방열량의 차이가 발생한다. 축열 밀도로 두 결과를 비교하더라도 냉방 잠열재가 모두 채워진 경우에는 35 kWh/m^{3}의 결과를 75%는 냉방, 25%는 난방 잠열재의 경우 29 kWh/m^{3}로 나타난다. 앞서 설명한 것처럼 최대 잠열 에너지를 활용하지 못한 차이이며, 결과적으로 각 운전 시에 반대되는 목적의 잠열재가 축열조



[그림 4] The comparison of discharging energy

에 포함될 경우 열교환의 차이를 유발하고 이는 운전 성능을 떨어뜨릴 수 있다. 그렇기 때문에 냉·난방 두 가지 운전을 모두 고려할 때에는 두 잠열재의 비율을 적절히 갖춰야만 최대 냉·난방 성능을 발휘할 수 있다. 본 결과는 시범적 형태로서 12개 층에 대해 두 가지 형태(100% 냉방, 75% 냉방 & 25% 난방)로 나누어 냉방 성능을 비교 평가한 것으로 6 kWh/m^{3}의 차이를 보였으며 추가적으로 난방 운전에 따른 성능과 두 가지 잠열재의 여러 비율에 따른 결과를 논의할 예정이다.

맺음말

잠열 축열조는 녹거나 얼면서 상경계면이 이동하는 복잡한 현상을 포함하고 있다. 물리적 현상을 이해하고 상변화 현상을 제대로 해석하는 것이 잠열 축열조의 성능해석에 필수적이다. 많은 연구들이 여러 상변화 물질, 다양한 조건들에 의해서 진행 중이다. 하지만 고상의 움직임 여부, 액상에서의 자연대류, Rayleigh 수에 따른 유체 불안정성, 캡슐 외부조건 등에 따라 그 결과가 크게 다르며 해석의 복잡성을 가지고 있어 상변화 현상에 대한 연구는 현재 진행형이다. 특히, 여러 개의 원형 캡슐이 쌓인 잠열 축열조 전체를 해석하는 것은 계산시간과 컴퓨터 메모리의 한계로 무리가 있다. 기존 연구에서는 유니-셀을 검사 체적으로 잡아 계산한 결과를 축열조 전체의 결과로 제시하거나 각 캡슐의 상변화 현상을 계산하는 대신 몇 가지 가정을 통해 모델을 간단하게 만들고 전체 축열조에 대한 성능 해석을 해왔다. 유니-셀로 전체를 대변하기에는 무리가 있으며 기존에 제안된 여러 모델들은 여러 가지 가정들 때문에 해석의 정확도에 한계가 존재한다. 본 연구에서는 각 캡슐에 대한 상변화 현상의 해석을 포함하는 동시에 전체 축열조의 성능 해석을 할 수 있는 모델을 제시하고자 한다.

이를 통해 냉방용 잠열재와 난방용 잠열재를 동시에 쌓아 냉·난방 구동이 모두 가능한 형태를 대상으로 냉난방 성능을 해석하였다.

참고문헌

1. Arkar, C. and Medved, S., 2005, Influence of accuracy of thermal property data of a phase change material on the result of a numerical model of a packed bed latent heat storage with spheres. Thermo chimica Acta, 438, pp. 192-201.
2. Assis, E., Katsman, L., Ziskind, G., and Letan, R., 2007, Numerical and experimental study of melting in a spherical shell. International Jounrnal of Heat and Mass Transfer, 50, pp. 1790-1804.
3. Benmansour, A., Hamdan, M. A., and Bengeudach, A., 2006, Experimental and numerical investigation of solid particles thermal energy storage unit. Applied Thermal Engineering, 26, pp. 513-518.
4. Chung, J. D., Lee, J. S., and Yoo, H., 1997, Thermal instability during the melting process in an isothermally heated horizontal cylinder, International Journal of Heat and Mass Transfer, 40, pp. 3899-3907.
5. Elghnam, R. L., Ramdan, A. A., Mohamed, H. S., and Hany, E. A., 2012, An experimental study of freezing and melting of water inside spherical capsules used in thermal energy storage system, Ain Shams Engineering Journal, 3, pp. 33-48.
6. Erek, A. and Dincer, I., 2009, Numerical heat transfer analysis of encapsuleated ice thermal energy storage system with variable heat transfer coefficient in downstream, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52, pp. 851-589.
7. Hirata, T. and Nishida, K., 1989, An analysis of heat transfer using equivalent thermal conduvtivity of liquid phase during melting inside an isothermally heated horizontal cylinder. International Journal of Heat and Mass Transfer, 32, pp. 1663-1670.
8. Hong, S. W., Lee, Y. T., and Chung, J. D., 2014, Restrictions on the analytic approach of unconstrained melting inside a spherical capsule. Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 29, No. 11, pp. 5035-5042.
9. Ismail, K. A. R. and Stuginsky Jr. R., 1999, A parametric study on possible fixed bed models for pcm and sensible heat storage, Applied Thermal Engineering, 19, pp. 757-788.
10. Khodadadi, J. M. and Zhang. Y., 2001, Effects of buoyancy-driven convection on melting within spherical containers. International Jounrnal of Heat and Mass Transfer. 44, pp. 1605-1618.
11. Lee, Y. T., Hong, S. W., and Chung, J. d., 2014, Effects of capsule condition and capsule outside convection on the thermal storage performance of encapsulated thermal storage tanks. Solar Energy. 110, pp. 56-63.
12. Peng, H., Dong, H., and Ling, X., 2014, Thermal investigation of PCM-based high temperature thermal energy storage in packed bed, Energy conversion and Management, 81, pp. 420-427.
13. Seeniraj, R. V. and Narasimhan, N. L., 2005, The thermal response of a cold LHTS unit with heat leak through side walls. International Communications in Heat and Mass Transfer, 32, pp.

1375-1386.

14. Sparrow, E. M. and Geiger, G. T., 1986, Melting in a horizontal tube with the solid either constrained or free to fall under gravity, International Journal of Heat and Mass Transfer, 29, pp. 1007-1019.
15. Tan, F. L., 2008, Constrained and unconstrained melting inside a sphere, International Communications in Heat and Mass Transfer, 35, pp. 466-475.