

병진 및 회전 감쇠동흡진기를 사용한 보의 진동저감

Beam Vibration Suppression with Translational and Rotational Damped Dynamic Vibration Absorbers

박 성 규* · 이 시 복†
Sung Gyu Park and Shi Bok Lee

(Received August 30, 2016 ; Revised September 23, 2016 ; Accepted October 5, 2016)

Key Words : Dynamic Vibration Absorber(동흡진기), Euler-Bernoulli Beam(오일러-베르누이 보), Beam Vibration(보 진동), Galerkin Method(갈러킨 방법), Mode Analysis(모드해석), Robustness(강인성), Optimum Design(최적설계)

ABSTRACT

The combined rotational and translational dynamic vibration absorbers (DVA) with no dampers for the beam vibration control can effectively isolate the vibration within the external excitation force region. This paper investigates the damping efficacy for the combined rotational and translational dynamic vibration absorbers to impose some robustness to the DVA system for the excitation force frequency variation. The beam is assumed to be subjected to a concentrated harmonic excitation force. The solution to the problem is found based on Galerkin method.

1. 서 론

구조물의 과도한 진동을 저감하기 위한 장치로 동흡진기에 대한 다양한 연구가 수행되어 왔다. Den Hartog는⁽¹⁾ 조화가진력을 받는 1자유도 시스템의 진동을 억제하기 위한 동흡진기의 최적설계 변수들을 찾는 방법을 해석적으로 제시하였다. 그러나 이 방법은 주 진동계가 비감쇠 시스템일 때로 국한되어 있다. Asami et al.은⁽²⁾ 더 일반적인 경우인 주 진동계가 1자유도 감쇠 시스템일 때, 동흡진기의 최적설계 변수를 해석적으로 구하였다. Jacquot는⁽³⁾ 1자유도가 아닌 연속체 구조물인 보로 동흡진기 이론을 확장하였다. 또한 보 형태의 동흡진기와^(4,5) 2개 이상의 동흡진기를 직렬로 연결한 방식⁽⁶⁾ 등 기존과

는 다른 형태의 동흡진기에 있어서도 다양한 연구가 행해졌다. Cha et al.은⁽⁷⁾ 기존의 병진 스프링을 이용한 병진 동흡진기와 비틀림 스프링을 이용한 회전 동흡진기를 구조물에 함께 설치함으로써 변위와 기울기가 0인 점들을 만드는 연구를 하였다. Cha는 모드가정법을 사용하여 시스템의 응답을 구하였고 Euler-Bernoulli 보 문제로 예를 들었다. Wong et al.은^(8,9) 가진력을 받는 Euler-Bernoulli 보에 적절하게 동조된 병진 및 회전 동흡진기를 설치함으로써 동흡진기가 설치된 위치를 기준으로 가진력이 작용하지 않는 부분의 진동을 차단하는 것을 보였다. 실험에서는 락강(steel strip)에 질량을 부착한 회전 동흡진기를 사용하였다. 또한 Waldemar는⁽¹⁰⁾ 가진력을 받는 보의 운동에너지를 최소로 하는 병진 및 회전 동흡진기의 최적 위치를 찾는 연구를 하였다.

† Corresponding Author; Member, School of Mechanical Engineering, Pusan National University
E-mail : sblee@pusan.ac.kr
* School of Mechanical Engineering, Pusan National University

‡ Recommended by Editor Gi-Woo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

그러나 이러한 회전 동흡진기를 포함한 연구에서 가진진동수 변화에 대한 강인성을 고려한 설계는 이루어지지 않았다. 이 연구에서는 조화가진력을 받는 보의 진동을 제어하기 위해 회전 동흡진기와 병진 동흡진기를 복합적으로 사용하는 경우에 가진진동수의 변화에 대한 강인성을 부여하기 위해 감쇠기를 함께 설치하고 그 효과를 확인했다.

2. 이 론

2.1 운동방정식

Fig. 1은 대상으로 하는 시스템이다. 조화가진력이 집중하중으로 보의 x_f 위치에 가해진다고 가정하였다. 보는 Euler-Bernoulli 이론을 사용하여 모델링하였고 보는 균일하다고 가정하였다. 병진 및 회전 동흡진기가 x_a 위치에 설치되었다. 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \\ & + k_t (w(x_a,t) - z(t)) \delta(x - x_a) \\ & + c_t \frac{\partial}{\partial t} (w(x_a,t) - z(t)) \delta(x - x_a) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[k_r \left(\frac{\partial w(x_a,t)}{\partial x} - \theta(t) \right) \right] \delta(x - x_a) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[c_r \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w(x_a,t)}{\partial x} - \theta(t) \right) \right] \delta(x - x_a) \\ & = f(t) \delta(x - x_f) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} & m_t \frac{\partial^2 z(t)}{\partial t^2} - k_t (w(x_a,t) - z(t)) \\ & - c_t \frac{\partial}{\partial t} (w(x_a,t) - z(t)) = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

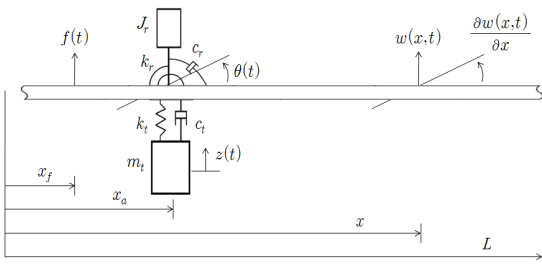


Fig. 1 Beam model with translational and rotational dynamic vibration absorbers subject to a harmonic point excitation

$$\begin{aligned} & J_r \frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial t^2} - k_r \left(\frac{\partial w(x_a,t)}{\partial x} - \theta(t) \right) \\ & - c_r \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w(x_a,t)}{\partial x} - \theta(t) \right) = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

식 (1)에서 ρ, A, E, I 는 보의 밀도, 단면적, Young률, 단면의 관성모멘트이고 식 (2)에서 m_t, c_t, k_t 는 병진 동흡진기의 질량, 점성감쇠 계수, 스프링 상수, 식 (3)에서 J_r, c_r, k_r 는 회전 동흡진기의 질량관성모멘트, 점성감쇠 계수, 스프링 상수이다. 또한 $w(x,t), z(t), \theta(t)$ 는 보의 횡 변위, 병진 동흡진기의 변위, 회전 동흡진기의 각변위이고 $\delta(x)$ 는 dirac delta 함수이다.

2.2 보의 동적 응답

시스템의 운동방정식을 풀기 위해 보의 횡변위를 유한급수 형태로 근사하는 Galerkin 방법을 사용하였다.

$$w(x,t) = \sum_{r=1}^n \phi_r(x) q_r(t) \tag{4}$$

여기서 $\phi_r(x)$ 는 동흡진기가 설치되지 않은 보의 고유함수(eigenfunction)이고 $q_r(t)$ 는 r 번째 모드의 일반좌표이다. 직교성을 가지는 고유함수를 다음과 같이 정규화를 하였다.

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho A \phi_r(x) \phi_s(x) dx = \delta_{rs}, \\ & \int_0^L EI \frac{\partial^4 \phi_r(x)}{\partial x^4} \phi_s(x) dx = \omega_s^2 \delta_{rs} \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 L 은 보의 길이이고 ω_s 는 s 차 모드의 고유진동수, δ_{rs} 는 Kronecker delta 함수로서 다음과 같이 정의된다.

$$\delta_{rs} = \begin{cases} 1 & \text{if } r = s \\ 0 & \text{if } r \neq s \end{cases} \tag{6}$$

식 (4)를 식 (1)에 대입한 후에 양변에 $\phi_s(x)$ 를 곱하고 x 에 대해서 0에서 L 까지 정적분하면 식 (5)의 성질에 의하여 식 (7)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_s(t) + \omega_s^2 q_s(t) \\ & + k_t \left(\sum_{r=1}^n \phi_r(x_a) q_r(t) - z(t) \right) \phi_s(x_a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ c_t \left(\sum_{r=1}^n \phi_r(x_a) \dot{q}_r(t) - \dot{z}(t) \right) \phi_s(x_a) \\
 &+ k_r \left(\sum_{r=1}^n \phi_r'(x_a) q_r(t) - \theta(t) \right) \phi_s'(x_a) \\
 &+ c_r \left(\sum_{r=1}^n \phi_r'(x_a) \dot{q}_r(t) - \dot{\theta}(t) \right) \phi_s'(x_a) \\
 &= f(t) \phi_s(x_f)
 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 $s = 1, 2, \dots, n$ 이고 프라임 부호(')와 점 부호($\dot{}$)는 위치와 시간에 대한 미분을 나타낸다.

식 (4)를 식 (2)와 (3)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 m_t \ddot{z}(t) - k_t \left(\sum_{r=1}^n \phi_r(x_a) q_r(t) - z(t) \right) \\
 - c_t \left(\sum_{r=1}^n \phi_r(x_a) \dot{q}_r(t) - \dot{z}(t) \right) = 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 J_r \ddot{\theta}(t) - k_r \left(\sum_{r=1}^n \phi_r'(x_a) q_r(t) - \theta(t) \right) \\
 - c_r \left(\sum_{r=1}^n \phi_r'(x_a) \dot{q}_r(t) - \dot{\theta}(t) \right) = 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

식 (7), (8), (9)를 행렬 형태로 나타내면 식 (10)과 같다. 식 (10)에 나타나 있는 행렬의 성분은 다음과 같다.

$[I] : n \times n$ 단위행렬

$$[c_b] = c_t \{ \phi(x_a) \} \{ \phi(x_a) \}^T + c_r \{ \phi'(x_a) \} \{ \phi'(x_a) \}^T$$

$$[k_b] = [\lambda] + k_t \{ \phi(x_a) \} \{ \phi(x_a) \}^T + k_r \{ \phi'(x_a) \} \{ \phi'(x_a) \}^T$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

$$[R_{c1}] = -c_t \{ \phi(x_a) \}$$

$$[R_{c2}] = -c_r \{ \phi'(x_a) \}$$

$$[R_{k1}] = -k_t \{ \phi(x_a) \}$$

$$[R_{k2}] = -k_r \{ \phi'(x_a) \}$$

$$\{q(t)\} = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$$

$$\{\phi(x)\} = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)]^T$$

$$\{\phi'(x)\} = [\phi_1'(x), \phi_2'(x), \dots, \phi_n'(x)]^T$$

외력 $f(t)$ 는 ω 의 가진진동수를 가지는 조화가진력 $f(t) = F e^{j\omega t}$ 로 나타낼 수 있다. 본 시스템은 가진진동수와 같은 진동수의 단순 조화운동을 하므로 식 (11)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \{q(t)\} \\ z(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\bar{q}\} \\ \bar{z} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \tag{11}$$

여기서 $\{\bar{q}\} = [\bar{q}_1, \bar{q}_2, \dots, \bar{q}_n]^T$ 로 일반좌표 벡터 $\{q(t)\}$ 의 진폭을 나타내는 벡터이다.

식 (11)을 식 (10)에 대입하여 정리하면 식 (12)와 같다.

식 (12)에서 가우스 소거법을 통해 보의 일반좌표 벡터의 진폭인 $\{\bar{q}\}$ 를 구할 수 있다. 이것을 식 (4)에 대입하여 보의 동적 변위응답을 구한다.

$$w(x, t) = \sum_{r=1}^n \phi_r(x) q_r(t) = W(x) e^{j\omega t} \tag{13}$$

여기서 $W(x) = \{ \phi(x) \}^T \{ \bar{q} \}$ 이며 보의 최대 변위진폭을 나타내는 x 에 대한 함수이다.

3. 동흡진기 설계

3.1 강인성을 고려하지 않는 경우

가진진동수 변화에 대한 강인성을 고려하지 않는 경우에는 동흡진기에 감쇠기를 사용하지 않는 것이 최고의 진동억제 성능을 보인다. 보는 단순지지 경

$$\begin{bmatrix} [I] & [0] & [0] \\ [0] & m_t & 0 \\ [0] & 0 & J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{q}(t)\} \\ \ddot{z}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_b] & [R_{c1}] & [R_{c2}] \\ [R_{c1}]^T & c_t & 0 \\ [R_{c2}]^T & 0 & c_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \dot{z}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_b] & [R_{k1}] & [R_{k2}] \\ [R_{k1}]^T & k_t & 0 \\ [R_{k2}]^T & 0 & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{q(t)\} \\ z(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \{ \phi(x_f) \} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} [k_b] - \omega^2 [I] + j\omega [c_b] & [R_{k1}] + j\omega [R_{c1}] & [R_{k2}] + j\omega [R_{c2}] \\ [R_{k1}]^T + j\omega [R_{c1}]^T & k_t - \omega^2 m_t + j\omega c_t & 0 \\ [R_{k2}]^T + j\omega [R_{c2}]^T & 0 & k_r - \omega^2 J_r + j\omega c_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\bar{q}\} \\ \bar{z} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \{ \phi(x_f) \} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

계조건을 가진다고 가정하면 고유함수와 고유진동수는 다음과 같다.

$$\phi_r(x) = \sqrt{\frac{2}{\rho AL}} \sin\left(\frac{r\pi x}{L}\right) \tag{14}$$

$$\omega_r = (r\pi)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \tag{15}$$

여기서 $r = 1, 2, \dots, n$ 이다.

동흡진기가 설치된 위치인 $x = x_a$ 에서 보의 변위와 기울기가 시간에 상관없이 0이면 보의 가진력이 작용하지 않는 부분의 진동을 차단시킬 수 있다⁽⁷⁾.

식(13)과 이 식을 x 에 대해 미분한 식에 $x = x_a$ 를 대입하면 다음과 같이 동흡진기를 설치한 위치의 변위와 기울기가 나온다.

$$w(x_a, t) = W(x_a)e^{j\omega t} = [\phi_1(x_a)\bar{q}_1 + \dots + \phi_n(x_a)\bar{q}_n]e^{j\omega t} \tag{16}$$

$$w'(x_a, t) = W'(x_a)e^{j\omega t} = [\phi_1'(x_a)\bar{q}_1 + \dots + \phi_n'(x_a)\bar{q}_n]e^{j\omega t} \tag{17}$$

식(16)과 (17)이 시간에 상관없이 0이 되기 위해서는 다음을 만족하여야 한다.

$$\phi_1(x_a)\bar{q}_1 + \phi_2(x_a)\bar{q}_2 + \dots + \phi_n(x_a)\bar{q}_n = 0 \tag{18}$$

$$\phi_1'(x_a)\bar{q}_1 + \phi_2'(x_a)\bar{q}_2 + \dots + \phi_n'(x_a)\bar{q}_n = 0 \tag{19}$$

Table 1 Material and geometrical properties of beam and dynamic vibration absorbers

	Notation	Value
Beam	ρ	2710 kg/m ³
	A	6.25 × 10 ⁻⁵ m ²
	L	0.823 m
	E	69 GPa
	I	3.255 × 10 ⁻¹¹
Translational DVA	m_t	0.007 kg
	ω_t	63.7 rad/s
	ζ_t	0
Rotational DVA	J_r	0.0007 kgm ²
	ω_r	63.7 rad/s
	ζ_r	0

또한 식(12)에서 다음의 두 식이 주어진다.

$$\left([R_{k1}]^T + j\omega [R_{c1}]^T \right) \{\bar{q}\} + (k_t - \omega^2 m_t + j\omega c_t) \bar{z} = 0 \tag{20}$$

$$\left([R_{k2}]^T + j\omega [R_{c2}]^T \right) \{\bar{q}\} + (k_r - \omega^2 J_r + j\omega c_r) \bar{\theta} = 0 \tag{21}$$

비감쇠 동흡진기에 대해 c_t 와 c_r 이 0이므로 식(20), (21)은 식(22), (23)과 같이 정리된다.

$$-k_t [\phi_1(x_a)\bar{q}_1 + \phi_2(x_a)\bar{q}_2 + \dots + \phi_n(x_a)\bar{q}_n] + (k_t - \omega^2 m_t) \bar{z} = 0 \tag{22}$$

$$-k_r [\phi_1'(x_a)\bar{q}_1 + \phi_2'(x_a)\bar{q}_2 + \dots + \phi_n'(x_a)\bar{q}_n] + (k_r - \omega^2 J_r) \bar{\theta} = 0 \tag{23}$$

식(18)과 (22), 식(19)와 (23)을 연립하면 식(24)를 유도할 수 있다.

$$\sqrt{\frac{k_t}{m_t}} = \sqrt{\frac{k_r}{J_r}} = \omega \tag{24}$$

이를 통해 감쇠기를 사용하지 않을 때, 병진 동흡진기와 회전 동흡진기의 고유진동수를 가진진동수에 동조시켜야 함을 알 수 있다.

동흡진기의 설계에 사용한 보와 동흡진기의 제원은 Table 1에 나타나 있다. 여기서 $\omega_t = \sqrt{k_t/m_t}$ 와 $\omega_r = \sqrt{k_r/J_r}$ 은 병진 및 회전 동흡진기의 고유진동수이며 $\zeta_t = c_t/2m_t\omega_t$ 와 $\zeta_r = c_r/2J_r\omega_r$ 은 병진 및

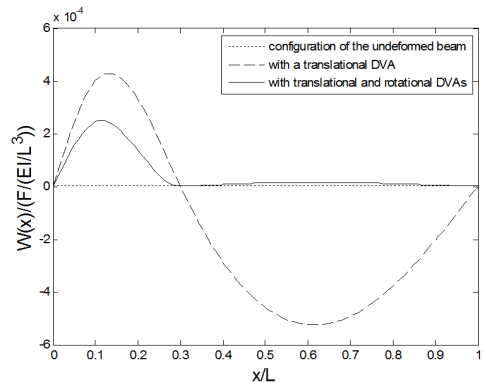


Fig. 2 Vibration amplitudes along the beam with undamped sole translational and combined dynamic vibration absorbers at the excitation frequency(63.7 rad/s)

회전 동흡진기의 감쇠비이다. Galerkin 방법에서 $n = 50$ 으로 가정하였고 가진력이 작용하는 위치는 $x_f = 0.1 L$, 가진진동수는 보의 1차 모드 고유진동수의 1.2배인 63.7 rad/s로 가정하였다. 병진 및 회전 동흡진기는 $x_a = 0.3 L$ 위치에 설치하였다.

병진 동흡진기의 질량은 보 질량의 5%인 0.007 kg으로 하였고 회전 동흡진기의 질량관성모멘트는 x_a 에서의 보 질량관성모멘트의 6%인 0.0007 kgm²으로 하였다.

Fig. 2는 단순지지 보의 위치에 따른 변위응답을 나타낸다. 동흡진기의 고유진동수는 가진진동수에 동조시켰다. 병진 및 회전 동흡진기를 설치한 경우에 설치된 위치를 기준으로 가진력이 작용하지 않는 부분의 변위응답을 거의 없애주는 것을 알 수 있다. 반면에 병진 동흡진기만을 설치한 경우에는 설치된 위치에서의 보의 변위는 0이지만 기울기는 0이 아니므로 진동차단 효과를 볼 수 없다.

또한 서로 다른 위치에 병진 동흡진기를 2개 사용할 경우, 병진 및 회전 동흡진기를 1개씩 복합 사용할 경우와 유사한 효과를 볼 수 있는지 확인해보았다. Fig. 3에서 확인할 수 있듯이 0.3 L, 0.65 L 위치에 병진 동흡진기를 각각 설치한 경우에 그 위치에서 보의 변위는 0이지만 $0.3 L \leq x \leq L$ 범위에서 진동차단 효과는 볼 수 없다. 특정 가진진동수에서 가진력이 작용하지 않는 부분의 진동을 차단하기 위해서는 병진 동흡진기만 사용하는 것 보다 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용하는 것이 효과적이라는 것을 알 수 있다.

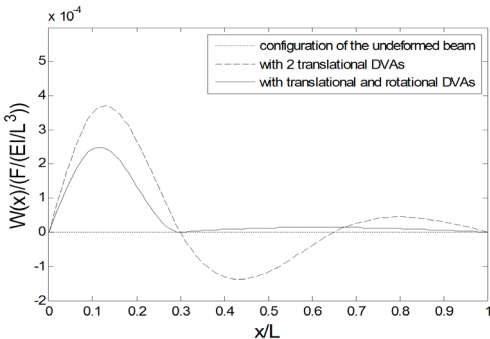


Fig. 3 Vibration amplitudes along the beam with undamped two translational and combined dynamic vibration absorbers at the excitation frequency(63.7 rad/s)

주파수응답함수(frequency response function)를 확인하기 위해 진동 크기를 식 (25)와 같이 가진력을 받지 않는 부분($0.3 L \leq x \leq L$)의 제곱평균값(mean square value)으로 정의하였다.

$$M(\omega) = \frac{1}{L-x_a} \int_{x_a}^L \left| \frac{W(x)}{F/(EI/L^3)} \right|^2 dx \quad (25)$$

여기서 $W(x) = \{\phi(x)\}^T \{\bar{q}\}$ 이다.

Fig. 4는 ω 에 대한 $M(\omega)$ 를 나타낸 그래프이다. 가진진동수인 63.7 rad/s에서 병진 동흡진기만 설치했을 경우의 응답보다 병진 및 회전 동흡진기를 함께 설치했을 경우에 응답이 더 작아질 뿐만 아니라 그 크기가 거의 0에 가까워지는 것을 확인할 수 있다. 그러나 63.7 rad/s보다 2.1% 작은 진동수와 11.4% 큰 진동수에서 보-동흡진기 시스템의 고유진동수가 위치하게 되는데 이는 0.2 Hz, 1.2 Hz 정도 차이로써 가진진동수의 작은 변화에도 공진이 발생할 위험이 있다. Fig. 5는 공진점과 가까운 62.3 rad/s, 71.0 rad/s에서 보의 위치에 따른 변위응답 크기를 나타낸 것으로 보가 과도하게 응답하는 것을 볼 수 있다. 이러한 위험을 막기 위해 강인성을 고려하여 동흡진기를 설계할 필요가 있다.

3.2 강인성을 고려하는 경우

동흡진기에 적절한 감쇠비를 부여함으로써 가진진동수 변화에 대한 강인성을 확보할 수 있다. 가진진동수를 기준으로 예상되는 범위 내에서 $M(\omega)$ 의 최댓값을 제한한다면 그 범위 내에서 공진을 막을

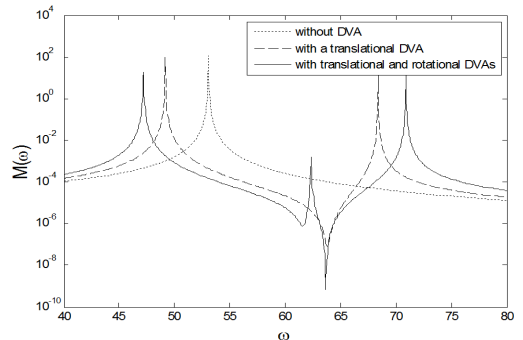
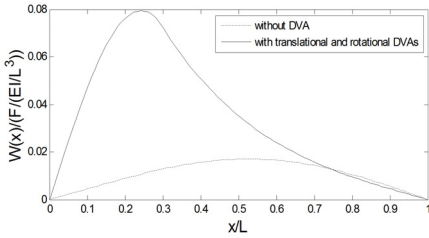
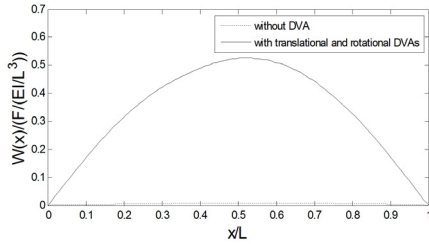


Fig. 4 Mean square amplitudes of the unloaded region of the beam with undamped sole translational and combined dynamic vibration absorbers



(a) 62.3 rad/s



(b) 71.0 rad/s

Fig. 5 Vibration amplitudes along the beam without and with undamped dynamic vibration absorbers at the two varied excitation frequencies of 62.3 rad/s and 71.0 rad/s

수 있을 뿐만 아니라 원치 않는 크기 이상의 응답을 발생시키지 않을 수 있다. 이를 만족하면서 동시에 가진진동수인 $\omega = 63.7$ rad/s에서의 $M(\omega)$ 값을 최소로 하는 병진 및 회전 동흡진기의 고유진동수와 감쇠비를 찾는 최적화문제를 다음과 같이 정의하였다.

Find $\omega_t, \omega_r, \zeta_t, \zeta_r$

That minimizes

$$M(\omega) \text{ at excitation frequency}$$

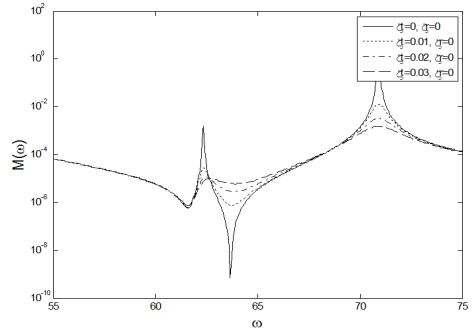
Subject to

$$\max(M(\omega)) \leq M_{res}$$

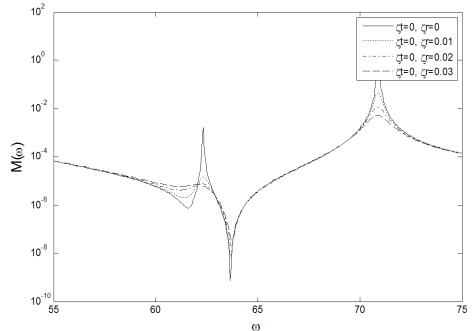
within estimated variation range

$$\omega_t, \omega_r, \zeta_t, \zeta_r \geq 0$$

최적화문제를 풀기에 앞서 병진 동흡진기나 회전 동흡진기 중에 하나만 감쇠기를 사용하여도 충분한 진동저감 효과와 강인성을 확보할 수 있다면 비용을 절감할 수 있다. Fig. 6(a)는 병진 동흡진기에만 감쇠기를 사용한 경우, Fig. 6(b)는 회전 동흡진기에만 감쇠기를 사용한 경우에 감쇠비 변화에 따른 ω - $M(\omega)$ 그래프이다. 두 경우 모두 감쇠비가 증가할수록 공진점에서의 응답이 낮아지지만 거동은 다르다. 각각에 대해 최적화를 진행하고 병진 및 회전



(a) Damped translational and undamped rotational vibration absorbers



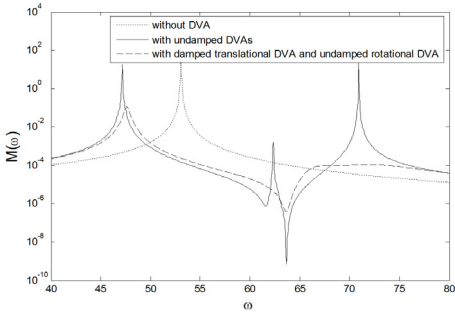
(b) Undamped translational and damped rotational vibration absorbers

Fig. 6 Mean square amplitudes of the unloaded region of the beam with damped dynamic vibration absorbers

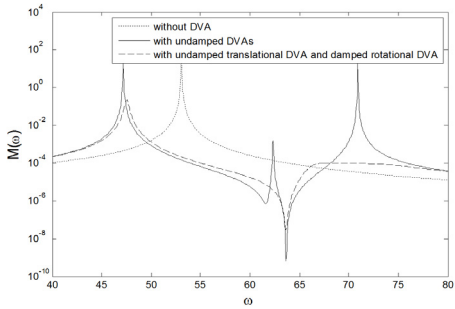
동흡진기에 모두 감쇠기를 사용하는 경우에 대해서도 최적화를 진행하여 비교하였다.

근사된 경사도(gradient)와 헤시안(Hessian) 행렬을 이용한 순차이차계획(sequential quadratic programming, SQP) 알고리즘을 이용하여 최적화를 수행하였다. 여기서 진동수 범위는 가진진동수의 $\pm 10\%$ 인 $57.3 \leq \omega \leq 70$ rad/s로 하였고 이 범위 내에서 $M(\omega)$ 의 최댓값이 $M_{res} = 10^{-4}$ 이하가 되도록 설계하였다.

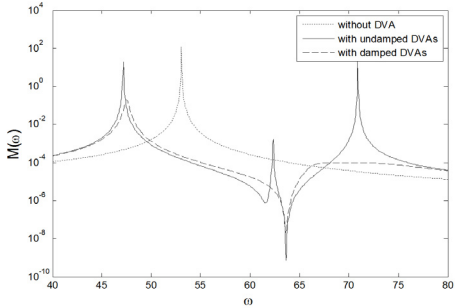
먼저 병진 동흡진기에만 감쇠기를 사용하는 경우 ($\zeta_r = 0$), 최적화문제를 풀면 최적값은 $\omega_t = 67.1$ rad/s, $\omega_r = 66.0$ rad/s, $\zeta_t = 0.127$ 이고 Fig. 7(a)는 이 때의 ω 에 대한 $M(\omega)$ 를 나타낸 그래프이다. $57.3 \leq \omega \leq 70$ rad/s에서의 응답 크기가 M_{res} 를 초과하지 않는 것을 확인할 수 있다. 그러나 63.7 rad/s에서의 $M(\omega)$ 값은 3.9×10^{-7} 으로 그래프 상으로 비감쇠 동흡진기



(a) Damped translational and undamped rotational vibration absorbers



(b) Undamped translational and damped rotational vibration absorbers



(c) Damped translational and damped rotational vibration absorbers

Fig. 7 Mean square amplitudes of the unloaded region of the beam with optimized dynamic vibration absorbers

를 설치했을 때에 비해 상당히 커진 것을 볼 수 있다. 다음으로 회전 동흡진기에만 감쇠기를 사용하는 경우($\zeta_t = 0$), 최적화문제를 풀면 최적값은 $\omega_t = 63.4$ rad/s, $\omega_r = 70.0$ rad/s, $\zeta_r = 0.155$ 이고 Fig. 7(b)는 이 때의 ω 에 대한 $M(\omega)$ 를 나타낸 그래프이다. Fig. 7(a)의 경우와 마찬가지로 63.7 rad/s에 인접한 범위

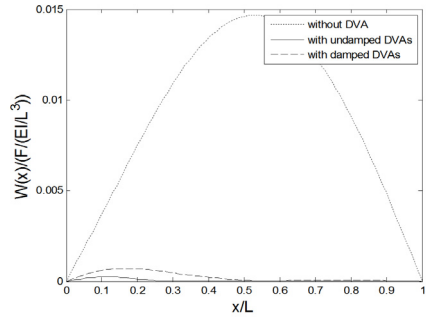


Fig. 8 Vibration amplitudes along the beam with undamped and damped dynamic vibration absorbers at the excitation frequency(63.7 rad/s)

에서 응답이 잘 제어된 모습이다. 63.7 rad/s에서의 $M(\omega)$ 값은 2.9×10^{-8} 으로 병진 동흡진기에만 감쇠기를 사용했을 경우에 비해 10배 이상 응답이 작은 것을 확인할 수 있다.

병진 및 회전 동흡진기에 모두 감쇠기를 사용하는 경우, 같은 최적화문제를 풀면 최적값은 $\omega_t = 63.4$ rad/s, $\omega_r = 69.7$ rad/s, $\zeta_t = 0.001$, $\zeta_r = 0.157$ 이다. 병진 동흡진기의 감쇠비는 거의 0에 가까운 값이 나오며 회전 동흡진기에만 감쇠기를 사용한 경우와 거의 같은 최적값이 나오는 것을 알 수 있다. Fig. 7(c)는 이 때의 ω 에 대한 $M(\omega)$ 를 나타낸 그래프이다. Fig. 7(b)와 거의 흡사하며 63.7 rad/s에서의 $M(\omega)$ 값은 1.9×10^{-8} 으로 조금 더 작은 응답을 보였지만 큰 차이는 없다.

이를 통해 이 논문에서 정의한 최적화문제에 대해서 병진 동흡진기의 감쇠는 역할을 하지 못하며, 회전 동흡진기에만 감쇠기를 사용하여 설계하여도 충분히 원하는 효과를 얻을 수 있는 것을 알 수 있다. 그리고 강인성을 고려하여 동흡진기를 최적설계한 경우, 가진진동수의 변화에도 과도하게 응답하지 않는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 이전의 감쇠가 없는 동흡진기를 설치했을 경우와 병진 및 회전 동흡진기 모두에 감쇠기를 사용하여 최적설계한 경우, 63.7 rad/s에서 보의 위치에 따른 변위응답을 비교한 그래프이다. 강인성을 고려한 경우, $0.3L \leq x \leq L$ 위치에서 진동 완전 차단 효과는 없어졌지만 동흡진기를 설치하지 않은 보와 비교했을 때, 가진진동수에서 여전히 상당한 진동저감 효과를 가지는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 보의 진동을 저감하기 위해 병진 및 회전 동흡진기를 복합 사용하는 경우, 가진진동수의 변화에 대한 강인성을 부여하기 위해 감쇠기를 설치하고 최적설계를 수행하여 그 효과를 확인했다. 먼저 비감쇠 동흡진기를 설치하는 경우에 대해 동흡진기의 고유진동수를 이론적으로 구한 뒤, 병진 동흡진기만 설치하는 경우와 병진 및 회전 동흡진기를 함께 설치하는 경우의 진동제어 효과를 비교하였다. 다음으로 동흡진기에 감쇠를 부과하여 강인성을 확보하기 위해 목적함수와 제약조건을 설정하고, 감쇠기를 병진 그리고 회전 동흡진기에 각각 설치하는 경우와 함께 설치하는 경우에 대해서 최적설계를 수행하고 그 효과를 확인하였다. 병진 동흡진기 보다 회전 동흡진기에 감쇠를 부과하는 것이, 가진진동수에서의 진동제어 효과를 크게 저하시키지 않으면서 가진진동수 변화에 따른 강인성 제고에도 효과적인 것을 확인했다.

후 기

이 연구는 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

References

- (1) Den Hartog, J. P., 1985, *Mechanical Vibrations*, Dover Publications, New York.
- (2) Asami, T., Nishihara, O. and Baz, A. M., 2002, Analytical Solutions to H_{∞} and H_2 Optimization of Dynamic Vibration Absorbers Attached to Damped Linear Systems, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 124, No. 2, pp. 284~295.
- (3) Jacquot, R. G., 1978, Optimal Dynamic Vibration Absorbers for General Beam Systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 60, No. 4, pp. 535~542.
- (4) Park, N. C., Lim, S. H., Kim, K. T., Cho, U. R., Park, Y. P. et al., 2008, Vibration Reduction in Optical Disk Drive Using Cantilever Type Dynamic Vibration Absorber, *Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference*, pp. 414~416.

(5) Yamaguchi, H., 1985, Vibrations of a Beam with an Absorber Consisting of a Viscoelastic Beam and a Spring-Viscous Damper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 103, No. 3, pp. 417~425.

(6) Zuo, L., 2009, Effective and Robust Vibration Control using Series Multiple Tuned-mass Dampers, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 131, No. 3, 031003.

(7) Cha, P. D. and Zhou, X., 2006, Imposing Points of Zero Displacements and Zero Slopes along any Linear Structure during Harmonic Excitations, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 297, No. 1-2, pp. 55~71

(8) Wong, W. O., Tang, S. L., Cheung, Y. L. and Cheng, L., 2007, Design of a Dynamic Vibration Absorber for Vibration Isolation of Beams under Point or Distributed Loading, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, No. 3~5, pp. 898~908.

(9) Cheung, Y. L. and Wong, W. O., 2008, Isolation of Bending Vibration in a Beam Structure with a Translational Vibration Absorber and a Rotational Vibration Absorber, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 14, No. 8, pp. 1231~1246.

(10) Latas, W., 2015, Optimal Positions of Tunable Translational and Rotational Dynamic Absorbers in Global Vibration Control in Beams, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 2, pp. 467~476.



Sung Gyu Park received his B.S. in the school of mechanical engineering in 2015 from Pusan National University. He is pursuing M.S. in the school of mechanical engineering from Pusan National University. His research interest is vibration control.



Shi Bok Lee received Ph.D. degree in mechanical engineering from KAIST in 1992. He has been working as a professor in school of mechanical engineering at Pusan National University. His main interests are vibration and motion control and machine diagnosis.