Research Paper DOI: http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2017.21.6.049

# 환형 연소기 시스템에서 비연소 3D 음향장 해석

임재영[a] · 김대식[a,*]

# 3D Acoustic Field Analysis in an Annular Combustor System under a Cold Flow Condition

Jaeyoung Lim[a] · Daesik Kim[a,*]
[a] *School of Mechanical and Automotive Engineering, Gangneung-Wonju National University, Korea*
[*] *Corresponding author. E-mail: dkim@gwnu.ac.kr*

## ABSTRACT

The current study has developed an in-house 3D FEM code in order to model thermoacoustic problems in an annular system and compared the acoustic field calculation results with measured ones from a benchmark combustor. From the comparison of calculation results with the measured data, the current acoustic code could successfully capture the various acoustic mode found in the annular system. In addition, it was found that the transverse waves in the combustor were strongly affected by the nozzle acoustic impedances, as well, the pressure distributions were closely related with the combustor acoustic pressure field.

## 초 록

본 연구에서는 환형 시스템에서 열음향 문제를 모델링하기 위하여 자체 3D 유한요소해석을 모델 개발을 통하여 음향장을 해석하였고, 다양한 음향 모드를 벤치마크 연소기의 실험 결과와 비교/검증하였다. 비교 결과, 본 해석에서 사용된 음향장 해석 코드는 환형 시스템에서 실험으로 계측된 다양한 음향 모드들을 예측하는데 성공하였다. 또한 연소실의 횡방향 모드는 노즐의 음향 경계 조건의 영향을 크게 받게 되고, 노즐에서의 압력 분포 역시 연소실의 압력장과 밀접한 관련이 있는 것으로 나타났다.

Key Words: Combustion Instability(연소불안정), Thermoacoustic Analysis(열음향 해석), Helmholtz Solver(헬름홀츠 솔버), Annular Combustor(환형 연소기), Transverse Mode(횡방향 모드)

## Nomenclature

$p$ : Pressure
$q$ : Heat release
$V$ : Control volume

Received 6 February 2017 / Revised 24 July 2017 / Accepted 29 July 2017
Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers
pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548
[이 논문은 한국추진공학회 2016년도 추계학술대회(2016. 12. 21-23, 강원랜드 컨벤션호텔) 발표논문을 심사하여 수정 · 보완한 것임.]

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

$u$ : Velocity
$\gamma$ : Specific heat ratio
$\rho$ : Density
$\omega$ : Angular frequency
^ : Fourier transform
0 : Mean value
1 : Fluctuation amplitude

## 1. 서 론

환경오염에 대한 심각성이 대두됨에 따라 배출가스 규제가 강화되고 있으며, 더 높은 효율을 보장하는 가스터빈에 대한 개발 요구로 인하여 희박 예혼합 연소기 개발에 관한 연구가 집중되고 있다. 하지만 희박 예혼합 연소방식은 희박 가연 한계 영역에서 연소가 진행되기 때문에 화염이 매우 민감하여 비정상적인 열발생율 섭동이 생기게 된다. 이런 열발생율의 변동은 연소기 내부의 압력 변화를 야기하고 압력은 연료와 공기의 혼합공간으로 전파되어 혼합기의 속도나 당량비의 변화를 가져온다. 이런 폐루프(closed loop) 피드백 시스템으로 인해 연소불안정이 발생하며, 연소불안정으로 인해 열응력은 축적되고 압력진폭은 점점 커져 연소기가 파손될 뿐만 아니라 심하게는 터빈과 시스템 전체가 변형되거나 파괴될 수 있다[1,2].

이러한 연소불안정은 Rayleigh criterion에 의해 구체화될 수 있으며, Eq. 1과 같이 표현할 수 있다. 비정상적인 열발생율 섭동으로 인해 압력변동이 일어나고 이 압력 섭동이 연소기 고유 주파수와 일치하게 되면 압력섭동은 커지게 된다. 다시 이 압력섭동이 열발생율 섭동과 위상차가 90° 이내(in phase)가 되면 연소기 내부의 에너지는 증가하게 된다. 이 때 좌변에 해당하는 시스템 내부 에너지가 우변에 해당하는 손실 에너지보다 커지게 되면 연소는 불안정해지게 된다[3,4].

$$\int_V \int_T p_1(x,t) q_1(x,t) dt d V \geq \int_V \int_T \sum_i L_i(x,t) dt d V \quad (1)$$

일반적으로 주어진 시스템에서 연소불안정을 이해하고 이를 제어하기 위해서는 해당 연소기의 음향모드를 파악하는 연구가 필수적으로 선행되어야 한다. 특히 희박 예혼합 연소기는 구조가 복잡하기 때문에 연소기의 기하학적 형상 구조에 대한 음향모드 해석은 필수적이다. 특히, 해석적인 방법으로 음향장을 모델링 하는 접근은 기존의 1D 및 3D 모델을 통하여 비교적 높은 신뢰도를 갖는 것으로 보고되고 있다[5].

본 연구에서는 다양한 연소모델링 방법 중 유한요소법(Finite Element Method, FEM)을 기반으로 하는 3D 열음향 해석 모델인 Helmholtz solver를 사용하였으며, 이는 유동장과 연소장까지 모두 풀어내는 LES (Large Eddy Simulation)와는 달리 실험이나 시뮬레이션을 통해 얻어진 열발생항을 가지고 음향장만을 풀게 되어 시간과 비용 면에서 비교우위에 있다고 할 수 있다[6].

기존의 음향 모델링 관련 국내외 연구는 종방향(longitudinal) 모드가 우세한 산업용 캔형(can type) 연소기에 대해서 집중되고 있었다. 그러나 최근 항공용 연소기에도 배출물 규제의 적용이 강화됨에 따라, 환형(annular) 연소기에도 희박 예혼합 기술 적용이 증가하고 있으며, 이로부터 연소불안정 제어를 위한 음향 해석에 대한 필요성이 점차 커지고 있다. 주로 항공용에 쓰이는 환형 연소기는 종횡비가 1에 가깝기 때문에 종

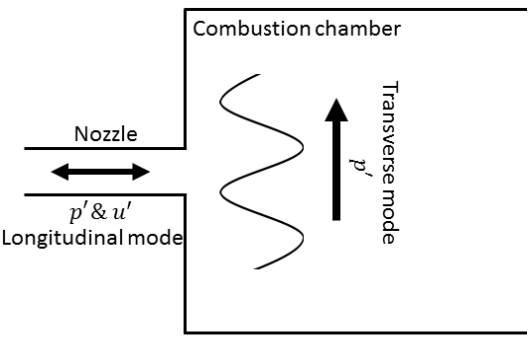



Fig. 1 Coupling of transverse and longitudinal mode[7].

방향 모드뿐만 아니라 횡방향(transverse) 모드도 지배적으로 나타나게 된다[7-9]. 특히 Blimbaum et al.[7]과 O'Connor et al.[9]은 환형 연소기에서 지배적인 횡방향 모드는 노즐에서의 종방향 압력섭동을 야기하고 이는 연소불안정을 발생시키는데 주요한 역할을 한다고 기술하였다. 즉 연소실에서 발생하는 횡방향 모드가 노즐에서의 압력에 영향을 미쳐 종방향 모드가 발생하게 된다. 발생된 종방향 음향 모드는 연료와 공기의 혼합공간으로 전파되어 Fig. 1과 같이 혼합기(mixture)의 속도와 당량비를 변하게 하고, 이러한 과정은 열발생율 섭동을 야기하여 연소불안정이 발생하게 된다. 이로부터 연소실에서의 횡방향 압력 섭동과 노즐에서의 축방향 유동 섭동 간의 음향 커플링은 환형 연소 시스템에서의 연소불안정 현상을 이해하기 위한 가장 중요한 정보 중의 하나일 수 있다.

현재 연구의 주목적은 기존의 저자들의 연구에 의하여 소개된 코드[6]를 이용하여 환형연소기에서 연소불안정 현상이 나타날 가능성이 있는 다양한 음향 모드를 예측함으로써 연구에 사용된 열음향 해석 코드를 검증하는 것이다. 추가적으로 전술하였듯이, 노즐에서의 축방향 음향 모드와 연소실에서의 횡방향 음향 모드간의 상호 관계에 대한 기초 데이터를 제공하고자 한다.

## 2. 해석 모델 및 방법 소개

### 2.1 3D 열음향 해석 모델

Fig. 2는 Helmholtz Solver의 주요 서브루틴들을 도식화한 그림이다. 전처리 과정에서 격자파일과 초기 조건 파일을 넣어주게 되는데 여기서 격자파일은 다양한 형태의 요소(사면체, 프리즘, 피라미드, 육면체)를 혼합하여 비정렬 격자계(hybrid unstructured grid)를 구성하여 사용할 수 있으며, 상용코드인 Gambit이나 ANSYS Meshing을 사용해 생성한 격자파일을 사용할 수 있기 때문에 보다 편리하고 효율적인 격자구성이 가능하다. 다음으로 Helmholtz 방정식을 유한요소법을 사용하여 이산화를 하면 고유치 문

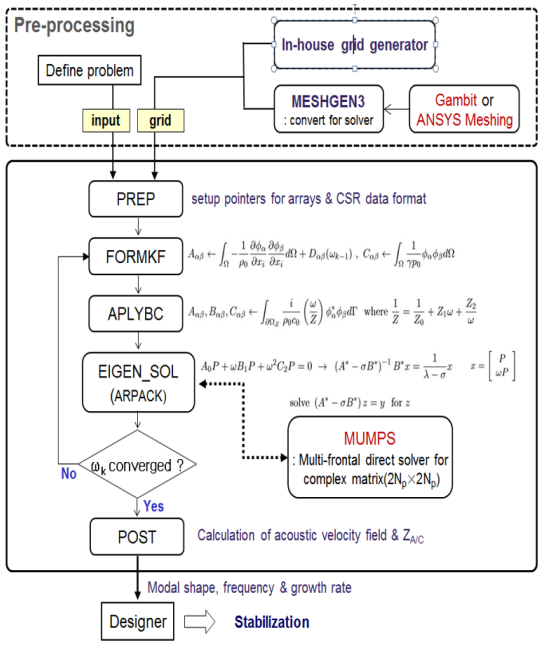



Fig. 2 Structure and subroutines of helmholtz solver[6].

제가 되는데 이를 ARPACK (ARnoldi PACKage)에서 제공하는 Arnoldi 방법을 이용하여 해결하였으며, 대규모 복소 행렬식은 MUMPS (Multi-frontal Massively Parallel Solver)를 사용하여 해결함으로써 계산의 수렴성을 향상시켰다. 따라서 열음향장에서 관심 모드를 선별적으로 예측이 가능하고 표준 해석방법과 비교하여 보다 빠르고 효과적으로 해석이 가능하다[5,6]. 본 모델에 적용된 내부 함수에 대한 세부 설명은 저자들의 이전 연구 결과[6]에 자세하게 언급되었다. 위와 같이 고유치 문제를 풀게 되면, 다음과 같은 압력섭동 방정식을 얻게 된다.

$$p_1(\vec{x},t) = \mathrm{Re}\left\{\hat{p}(\vec{x})\, e^{-i\omega_R t} e^{\omega_I t}\right\} \qquad (2)$$

압력섭동 방정식에서 우변의 첫 번째 항인 $\hat{p}(\vec{x})$는 modal shape으로 연소기 내부의 압력분포를 나타내고, 두 번째 항은 복소 각주파수의 실수부($\omega_R$)로 공진주파수에 해당한다. 마지막으로 세 번째 항인 복소 각주파수의 허수부($\omega_I$)는 성장률로써 연소불안정의 발생여부를 판단할 수

있으며, 성장률이 0 이상이면 압력섭동은 증가하여 시스템이 불안정해지고 성장률이 0 이하이면 압력섭동은 감소하여 시스템은 안정하게 된다. 현재의 연구에서는 $\hat{p}(\vec{x})$ 및 $\omega_R$의 분석에 초점을 맞추었으며, 향후 열발생 섭동 등을 고려하여 전체 시스템 안정성 해석을 통한 $\omega_I$의 분석 결과를 제시할 예정이다.

### 2.2 지배 방정식

연소기 내부 음향학적 거동을 해석하기 위한 Helmholtz 방정식은 점성과 열확산을 무시한 이상기체의 보존방정식(질량, 운동량, 에너지)으로부터 유도될 수 있다. 우선 가스터빈의 연소 현상은 정압 과정에서 일어나므로 평균압력은 일정하기 때문에 압력은 시간에 대한 평균값과 섭동량의 합으로 나타낼 수 있다. 하지만 섭동량은 평균값에 비해 매우 작기 때문에 선형 가정과 동시에 등엔트로피를 가정하면 다음과 같은 파동방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{\gamma p_0}\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0}\nabla p_1\right) = \frac{\gamma-1}{\gamma p_0}\frac{\partial q_1}{\partial t} \quad (3)$$

Eq. 3에서 하첨자 0은 시간에 대한 평균값을 나타내고, 하첨자 1은 섭동량을 나타낸다. 또 $\rho, p, \gamma, q$는 각각 밀도, 압력, 비열비, 열발생율을 의미한다. 여기서 압력섭동량을 조화진동으로 가정하여 거리와 시간에 대해 나타내면 Eq. 2와 같이 표현되는데, 이를 Eq. 3에 대입하면 파동방정식은 시간 항이 소거되고 주파수 영역으로 변환된 Helmholtz 방정식을 Eq. 4와 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0}\nabla \hat{p}\right) + \frac{\omega^2}{\gamma p_0}\hat{p} = i\omega\frac{\gamma-1}{\gamma p_0}\hat{q} \quad (4)$$

현재의 연구에서는 연소실에서의 열섭동이 없는 음향장 영향만을 우선적으로 고려하기 위하여 Eq. 4의 우측항인 열발생 섭동항을 0으로 두어 제차(homogeneous)방정식으로 음향장을 해석하게 된다.

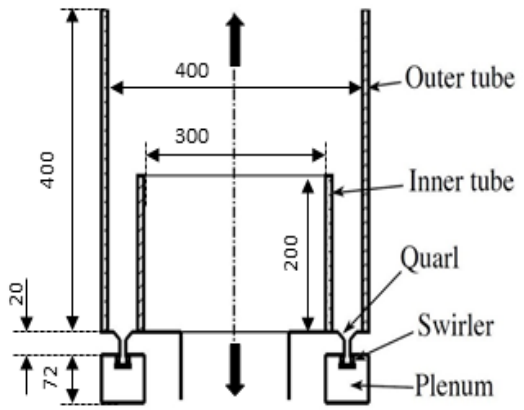



Fig. 3 Schematic of the model combustor[8].

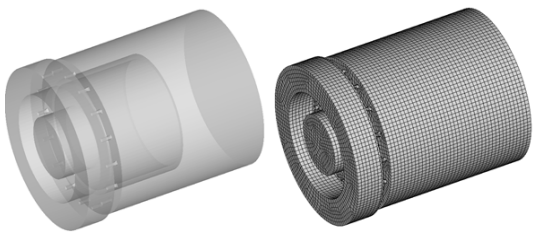


Fig. 4 Geometry (left) and grid system (right) of the model combustor.

### 2.3 해석 대상 및 조건

본 연구에서는 Bourgouin et al.[8]의 연구에서 소개된 환형 연소기를 해석 대상으로 선정하였고, 실험 결과와비교함으로써 모델을 검증하였다. Fig. 3은 해당 연소기의 개략도이다. 연료와 공기의 혼합공간인 예혼합실이 있으며 여기에 16개의 노즐이 연결되어 있다. 또 예혼합실 입구와 연소기로의 출구 음향 경계 조건은 각각 닫힌(closed or rigid wall) 경계와 열린(open) 경계로 설정하였다.

Fig. 4는 해당 연소기를 해석하기 위해 구성한 3D 형상과 격자계이다. 해석을 효율적으로 진행하기 위해 격자의 대부분은 hexahedral로 구성하였으며 다소 복잡한 구간인 nozzle 구간은 tetrahedral로 구성하였다. 이렇게 구성한 요소(element)와 격자점(node point)의 개수는 격자계 신뢰도 시험을 통하여 약 300,000개로 구성하였다.

Table 1. Operation condition and gas properties.

| Operation condition | |
|---|---|
| Fuel | Propane (C3H8) |
| Mixture temperature | 293 K |
| Equivalence ratio | 0.83 |
| Inlet velocity | 24.3 m/s |
| operation pressure | 1 atm |
| Gas property | |
| Density | 1.20 kg/m$^3$ |
| Specific heat ratio | 1.14 |
| Speed of sound | 311 m/s |

Table 1은 연소기 운전조건과 해석에 사용된 가스 특성을 나타낸 표이다. 가스 특성들은 NASA에서 제공하는 CEA (Chemical Equilibrium with Applications)[10]를 사용해 계산한 값을 사용하였다.

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 음향모드 해석

Table 2는 각종 음향모드를 예측한 값과 실험을 통해 얻어진 결과를 비교한 것이다. 여기서, “atmosphere 모드”는 Fig. 3에서 “Inner tube” 내부 공간의 영향으로 발생한 음향 모드로서, 바깥의 연소실과 무관하게 내부 튜브와 대기로 뚫린 입출구 경계에 의하여 결정되는 음향 모드이며, “chamber 모드”는 Fig. 3의 “Inner tube”와 “Outer tube” 사이의 공간에 의한 음향 모드를 의미한다[7]. 표의 결과에서 보이듯이 본 연구에서 사용된 열음향 모델은 예혼합실과 연소실 각각에서의 횡방향 모드와 종방향 모드, 복합 모드 등 다양한 음향모드를 모두 예측하는데 성공하였다. 하지만 주파수에 있어서 실험값과 예측값 사이의 대략 10%의 오차가 발생하였으며, 그 이유로는 주로 연소 가스의 물성치로부터 기인하였다고 판단된다. 본 연구에서 적용된 가스의 물성치는 CEA로부터 계산된 값으로서, 연소실 냉각 및 다양한 변수가 존재하는 실제 실험 환경에서의 가스 물성치는 이러한 이상적인 값들과 차이가 있을 것으로 판단되며, 이러한 가스 물성치에서의 차이는 모델의 예측 주파수에 영향을 미치게 된다[5,6].

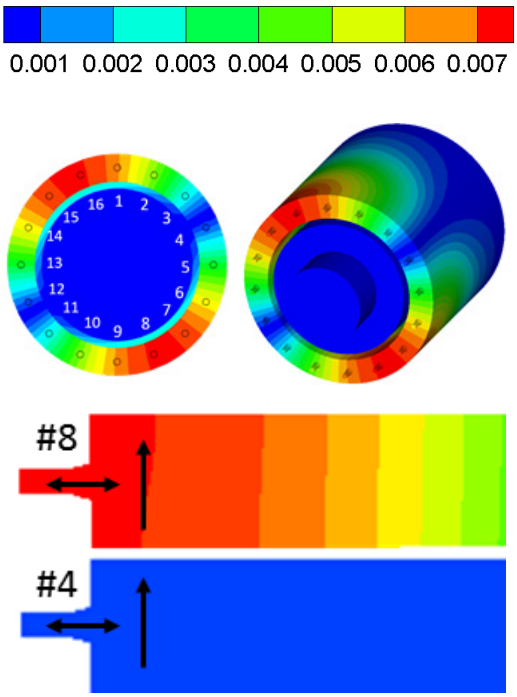
Table 2. Acoustic modes comparison between measurement and prediction.

| Mode | $f_{exp}$ (Hz) | $f_{num}$ (Hz) |
|---|---|---|
| 1L atmosphere | 212 | 242 |
| 1T 0L plenum | 329 | 308 |
| 0T 1L chamber | 389 | 373 |
| 1T 1L chamber | 458 | 413 |
| 2T 0L plenum | 635 | 580 |
| 2T 1L chamber | 729 | 648 |

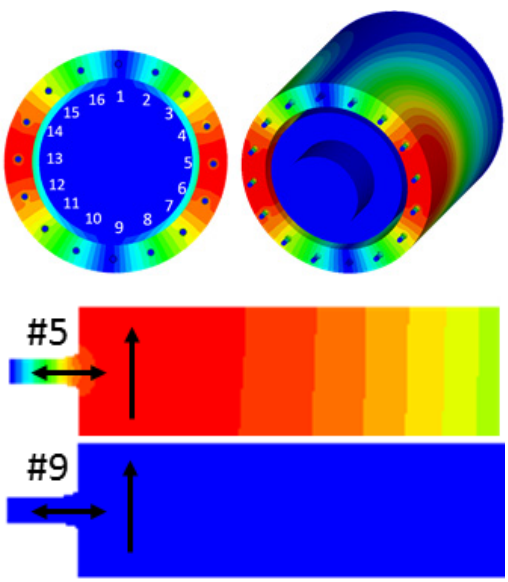
### 3.2 연소실 횡방향 음향장과 노즐 종방향 음향파와의 커플링

연소실에서 발생하는 횡방향 모드가 노즐 음향장에 미치는 영향을 알아보기 위해 예혼합실을 제거하고, 노즐 입구의 음향 경계조건을 열린 경계와 닫힌 경계로 나누어 해석을 진행하였다. Fig. 5는 연소기에서의 압력 분포를 등고선으로 나타낸 그림이며, (a)와 (b)는 각각 노즐 입구가 닫혀있을 때와 열려있을 때이다. Fig. 5(a)에서 노즐 입구는 닫혀있기 때문에 압력 섭동의 진폭은 이 곳에서 최대값을 가지게 된다. 하지만, 각 노즐마다 입구 압력섭동의 진폭 값은 서로 다르다는 것을 확인 할 수 있었고, 그 값은 연소실에서 발생하는 횡방향 모드에 의해 정해진다는 것을 알 수 있었다. 반대로 Fig. 5(b)에서 노즐 입구는 열려있기 때문에 압력 노드가 입구에서 형성되는 것을 확인할 수 있었다. 또한 Fig. 5(a)와 (b)를 비교하였을 때 노즐 입구에서의 경계조건에 따라 연소실에서 발생하는 횡방향 모드의 노드와 안티노드가 움직이는 것을 확인할 수 있는데 그 점은 Fig. 6에서 더 자세히 확인할 수 있다.

Fig. 6은 노즐 입구 경계조건에 따라 덤프면에서의 압력 분포를 $\theta$방향에 대하여 나타낸 그래프이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 노즐 입구 경계조건이 변하면서 동일한 연소실 형상 및 경계조건에 대해서도 횡방향 모드의 위상이 변하는 것을 확인할 수 있다.




(a) Closed boundary condition in nozzle




(b) Open boundary condition in nozzle

Fig. 5 Normalized pressure fluctuation contour with boundary conditions in nozzle.

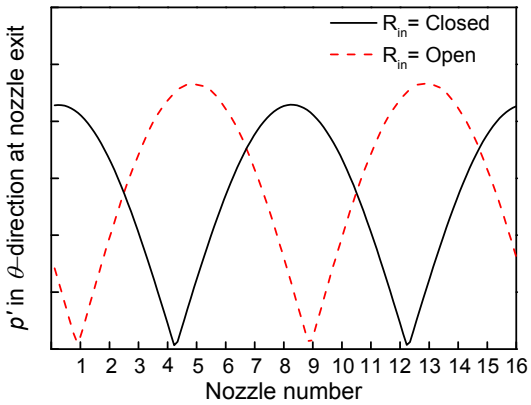



Fig. 6 Pressure fluctuation in $\theta$-direction with chamber angle.

Table 3. Case classification in terms of acoustic boundary conditions at nozzle inlet and exit.

| Nozzle inlet boundary condition | Pr. wave in $\theta$-direction at nozzle exit | |
|---|---|---|
| | Pr. anti-node | Pr. node |
| Closed (solid line of Fig.6) | CASE A (Nozzle #8) | CASE B (Nozzle #4) |
| Open (broken line of Fig.6) | CASE C (Nozzle #5) | CASE D (Nozzle #9) |

Table 3은 노즐에서의 축방향 압력파가 출구(즉, 연소실)에서 횡방향 압력파의 어떤 위치와 만나는지에 따른 상호 특성을 분석하기 위하여, 대표적인 경우를 해석 대상으로 선정한 것이다. 여기에서 "Case A"와 "Case B"는 노즐 입구가 닫힌 조건으로, 연소실 입구에서 각각 횡방향 성분의 안티노드(anti-node)와 노드(node)가 만나게 되는 경우(즉, Fig. 6의 실선에서 각각 노즐 #8과 노즐 #4)를 의미하고, 반면에 "Case C"와 "Case D"는 노즐 입구가 열린 경우에 횡방향 성분의 안티노드와 노드가 만나게 되는 경우(즉, Fig. 6의 점선에서 각각 노즐#5와 노즐 #9)를 가정한 것이다.

Fig. 7은 Table 3에서 가정한 4가지 경우에 대하여 노즐 입구에서부터 연소실에 걸쳐서 형성되는 축방향 압력 성분에 대한 상대적인 진폭의 분포를 나타낸 것이다. 먼저, 노즐 내부의 종방

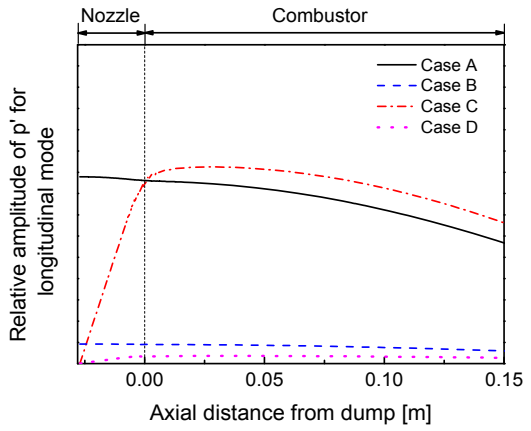



Fig. 7 Pressure fluctuation of longitudinal mode under various acoustic nozzle boundary conditions.

향 압력파가 출구의 연소실에서 횡방향 압력파의 노드점과 만나는 경우(Case B와 D)에는, 노즐 입구의 음향 경계 조건에 상관없이 연소실뿐만 아니라 노즐 내부에서의 압력 섭동 진폭의 절대값이 매우 작은 것으로 나타났다. 실제로 본 해석의 운전조건인 분위기 압력 1 atm에 대하여 섭동의 진폭은 0.1% 미만으로 매우 작은 값을 나타내었다. 이는 노즐의 음향 경계 조건이 노즐에서의 압력 진폭에 미치는 영향이 매우 작다는 것을 의미하고, O'Connor et al.[9]의 연구 결과와 일치하는 경향으로 이들은 노즐이 횡방향 음향파의 노드점에 위치할 경우에 연소실의 음향 특성은 노즐의 입구 음향 특성에 큰 영향을 받지 않는다고 하였다. 반면에, Case A와 C에서와 같이 횡방향 음향파의 안티노드에 노즐이 위치하는 경우에는 노즐 입구에서의 음향 경계 조건에 따라, 노즐 내부의 압력 분포가 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있고, 또한 연소실 내부에서의 축방향 섭동의 진폭 역시 Case B 및 D에 비하여 상대적으로 영향이 큰 것으로 나타났다.

실제 환형 시스템에서의 노즐 입구의 음향 경계 조건은 본 연구에서 고려한 두 가지 극한 상황(완전 열린 조건과 완전 닫힌 조건)의 사이에 존재할 것이다. 현재의 연구를 통하여 노즐 입구의 음향 경계 조건이 노즐 내부의 압력 분포뿐만 아니라, 노즐 출구 연소실에서의 횡방향 압력 분포(즉, 횡방향 압력파의 노드와 안티노드의 위치)에도 영향을 미치게 됨을 알 수 있었다. 또한, 노즐 출구에서 횡방향 압력파의 노드점에 존재하는 노즐보다는 안티노드 근처에 존재하는 노즐의 경우에 입구의 음향 경계 조건의 영향이 상대적으로 큰 것으로 나타났다. 향후 연구에서는 노즐 경계 조건의 영향이 상대적으로 두드러지는 조건에 대하여, 실제 연소실에서 고려될 수 있는 더욱 다양한 음향 경계 조건의 영향에 대한 세부적인 연구를 진행할 계획이다.

## 4. 결론 및 향후계획

본 연구는 환형 연소기에서 나타나는 다양한 음향 모드를 3D FEM 기반의 Helmholtz solver를 사용해 예측하였고, 벤치마크 연소기를 대상으로 하여 음향 주파수 결과를 검증하였다. 비교 결과, 실험에서 측정된 순수 횡방향 성분과 복합 모드 등 다양한 음향 모드들이 본 코드에서 성공적으로 예측되는 것을 확인하였다. 또한, 노즐과 연소실 사이의 음향 커플링 현상을 파악하기 위하여, 연소실 출구는 고정된 상태에서 노즐 입구에서의 음향 경계 조건을 변화시키면서 분석한 결과, 노즐 입구 경계 조건은 연소실 횡방향 모드의 노드와 안티노드 위치에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 또한, 노즐에서의 축방향 모드의 압력 분포는 노즐 입구 경계 조건뿐만 아니라, 연소실에서의 횡방향 모드 분포에 의하여도 크게 영향을 받게 된다.

향후 연구에서는 현재의 연구 내용을 확장하여, 우선 노즐의 입구 경계 조건에 따라 연소실의 횡방향 압력파의 분포가 바뀌게 되는 메커니즘에 대한 세부 연구를 진행할 계획이다. 또한 전술하였듯이 더욱 다양한 음향 경계 조건에 대하여 현재 연소실에서의 축방향 섭동의 분포뿐만 아니라, 횡방향 압력 섭동의 왜곡 현상에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

## 후 기

본 논문은 산업통상자원부 항공우주부품기술개발사업의 지원으로 작성되었습니다(과제번호 : 10067074).

## References

1. Bauerheim, M.I., Parmentier, J.F., Salas, P., Nicoud, F. and Poinsot, T., "An analytical model for azimuthal thermoacoustic modes in an annular chamber fed by an annular plenum," *Combustion and Flame*, Vol. 161, No. 5, pp. 1374-1389, 2014.
2. Kim, K.T., Lee, J.G., Lee, H.J., Quay, B.D. and Santavicca, D., "Characterization of Forced Flame Response of Swirl-Stabilized Turbulent Lean-Premixed Flames in a Gas Turbine Combustor," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 132, No. 4, pp. 41502-41510, 2010.
3. Lieuwen, T., "Modeling premixed combustion acoustic wave interactions: a review," *Journal of Propulsion and Power,* Vol. 19, No. 5, pp. 765-781, 2003.
4. Kim, J.A. and Kim, D.S., "Combustion Instability Prediction Using 1D Thermoacoustic Model in a Gas Turbine Combustor," *Journal of ILASS-Korea*, Vol. 20, No. 4, pp. 241-246, 2015.
5. Kim, S.K., Choi, H.S. and Cha, D.J., "Development of Helmholtz Solver for Thermo-Acoustic Instability within Combustion Devices," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 38, No. 5, pp. 445-455, 2010.
6. Lim, J.Y., Kim, D.S., Kim, S.K. and Cha, D.J., "Effects of Acoustic Boundary Conditions on Combustion Instabilities in a Ga Turbine Combustor," *Journal of the Korean Society Propulsion Engineers*, Vol. 19, No. 5, pp. 286-293, 2015.
7. Blimbaum, J., Zanchetta, M., Acharya, V., O'Connor, J., Noble, D.R. and Lieuwen, T., "Transverse to longitudinal acoustic coupling processes in annular combustion chambers," *International journal of spray and combustion dynamics*, Vol. 4, No. 4, pp. 275-298, 2012.
8. Bourgouin, J.F., Durox, D., Moeck, J., Schuller, T. and Candel, S., "Self - Sustained Instabilities in an Annular Combustor Coupled by Azimuthal Acoustic Modes," *American Society of Mechanical Engineers,* No. GT2013-95010, 2013.
9. O'Connor, J., Acharya, V. and Lieuwen, T., "Transverse combustion instabilities: Acoustic, fluid mechanic, and flame processes," *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 49, pp. 1-39, 2015.
10. Gordon, S. and McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications: I. Analysis," NASA, Cleveland, O.H., U.S.A., NASA RP-1311, 1994.