

GDI 인젝터의 동적 거동과 분사 특성에 대한 모델링

이계은* · 김나영* · 조영준* · 이동률† · 박성욱**

Modeling Dynamic Behavior and Injection Characteristic of a GDI Injector

Kye Eun Lee, Na Young Kim, Young Jun Cho, Dong Ryul Lee and Sungwook Park

Key Words: GDI(가솔린 직접분사), Injector(연료 분사기), Injection rate(분사율), Morphing (몰핑), Cavitation(공동현상), CFD(전산유체역학)

Abstract

A gasoline direct injection engine has an intake air temperature can be lowered by the fuel vaporization in the combustion chamber increase the volume efficiency is high compression ratio. Therefore, study for injection rate and characteristics which influence mixture formation in combustion chamber is important. Movement of the injector needle has a direct effect on the injection of the fuel, such as formation of cavitation, the fuel injection rate, etc. Therefore, recent studies on the dynamic characteristics of the injector considering the movement of the needle have been reported, but it takes a lot of time and cost to experimentally confirm the movement of the needle inside the injector. In this study, AMESim, a commercial 1-D code, and Star-CCM+, a 3-D CFD code, were used to predict the dynamic performance of the injector with needle motion. In order to predict the movement of the needle under the high pressure, the result of the surface pressure distribution according to the movement of the needle was derived by using the morphing technique of flow analysis. In addition, we predicted the injection rate of the injector considering the movement of the needle in conjunction with the 1-D code. The injection rate of the injector was measured by the BOSCH's method and the results were similar to those of the simulation results. This method can predict the injection rate and injection characteristics and this result is expected to be used to predict the performance of gasoline direct injection engines with low cost and time in the future.

기호설명

R : bubble radius, (m)

$\frac{dv_r}{dt}$: substantial derivative of the bubble growth rate

v_r : bobble growth velocity, (m/s)

P_{sat} : saturation pressure, (Pa)

p_{sur} : local pressure in the surrounding liquid, (Pa)

ρ_l : liquid density, (kg/m³)

σ : surface tension, (N/m)

μ_l : liquid viscosity, (Pa*s)

N : total number of bubbles

n_0 : number of bubbles per unit volume of liquid

V : control volume, (m³)

V_v : vapor volume inside control volume, (m³)

V_b : volume of a bubble, (m³)

c_v : volume fraction of vapor

c_l : volume fraction of liquid

(Received: 4 Dec 2017, Received in revised form: 19 Dec 2017, Accepted: 19 Dec 2017)

*현대케피코 기술연구소

**한양대학교 기계공학과

†책임저자, 현대케피코 기술연구소

E-mail : DongRyul.Lee@kefco.co.kr

TEL : (031)450-8802 FAX : (031)450-9239

1. 서론

가솔린 직접 분사(GDI, Gasoline Direct Injection) 엔진은 연소실 내에 연료를 직접 분사함으로써, 연소실 내 연료의 증발로 인한 흡기 냉각 효과를 통해 체적효율을 높일 수 있으며, 열손실 감소에 의한 연소효율 및 출력 상승의 효과가 있다. 또한 초회박 연소제어가 가능하며, 이에 따른 연비향상 효과가 있고, 이론적으로 완전 연소가 가능한 연소 시스템을 갖추고 있어 포트 연료 분사(PFI, Port Fuel Injection)에 비해 배기가스가 적으므로, 최근 환경 및 각종 규제의 강화와 더불어 가솔린 직접 분사 엔진의 사용이 많아지고 있는 추세⁽¹⁾이다.

GDI 인젝터는 엔진의 다양한 운전조건에 부합하는 분사 전략에 따른 제어가 용이해야 하므로 실린더 내에 분사되는 연료의 양을 제어하는 일이 매우 중요하다. 특히 분사 시간이 짧아 분사량이 적은 경우, 인젝터의 전류 인가 시간에 따라 유량이 선형적으로 분사되는 소유량 선형성을 확보해야 하기 때문에 제품 개발 시 많은 시행착오가 발생한다. GDI 인젝터는 실린더 안으로 연료를 직접 분사 해야 하기 때문에 고압으로 연료를 분사 해야 한다. 따라서, GDI 인젝터는 높은 압력을 견뎌야 하므로 내부구조를 강건하게 설계해야 하며 이는 인젝터의 제작 비용이 많이 발생하는 결과를 초래한다. 또한, 고압 인젝터의 분사 실험 시 장비 세팅이나 지그 제작 등 실험을 실시하기 위한 시간이 많이 소요되기 때문에 전산 해석을 통해 인젝터의 성능 예측이 필요하며 이는 단순히 샘플 제작에 드는 비용 뿐 아니라 제작 시간과 실험에 필요한 시간 또한 단축이 가능하다.

Jeonghyun Park *et al.*⁽²⁾은 BOSCH' method를 이용한 분사율 측정 시 분사 압력과 관내 압력이 분사율에 미치는 영향을 파악하였다. Pedro Marti-Aldaravi *et al.*⁽³⁾은 높은 강도의 X-ray 광원으로 가압 상태의 니들의 거동을 측정하고, 3-D 상용 코드인 CONVERGE를 이용하여 Cut cell 기법을 통해 인젝터의 분사율을 예측하였고, E.T. Baldwin *et al.*⁽⁴⁾은 니들 거동을 X-ray로 촬영하고 오픈소스 코드의 Morphing 기법을 사용하여 연구한 사례가 있으나, 니들 거동을 X-ray로 촬영하는 과정이 있어 제품에 대한 측정 결과 없이 해석적으로 접근하기에 어려운 측면이 있다.

Xandra Margot *et al.*⁽⁵⁾은 니들을 일정 위치에 고정시킨 해석을 통하여 니들 거동을 추정하는 방법에 대한 연구를 하였지만, 고정시킨 특정 위치를 제외한 나머지

값에 대해서는 실측이나 해석 값이 아닌 보간 값을 사용하여 니들이 선형적으로 움직인다는 가정을 포함하고 있다.

본 연구에서는 인젝터를 제작하기에 앞서 초기 설계 과정인 Mock-up 단계에서 완제품 인젝터의 성능을 파악하기 위해 1-D 상용코드인 AMESim을 활용하여 인젝터 니들의 거동을 예측하고, 이를 3-D 상용코드인 Star-CCM+와 결합한 해석 기법을 통해 인젝터의 동적 특성을 예측 할 수 있는 방법을 제시하였다.

2. 실험 및 해석 방법

2.1 분사 실험

본 논문에 사용되는 인젝터는 Kappa 하이브리드 엔진에 장착되는 6홀의 인젝터로 HYUNDAI KEFICO에서 개발 및 생산하고 있다. 유량 측정에 사용 된 실험 장비는 Fig. 1과 같다.

155개의 샘플 인젝터로 정적 유량, 동적 유량, 분사율 실험을 실시 하였다. 인젝터의 정적 유량 실험은 100 bar의 압력을 가한 상태에서 지속적인 전류를 흘려 니들을 최대로 들어올린 상태에서 1분간 분사 된 연료의 양을 측정하는 방법으로 수행 하였고, 동적 유량 실험은 100 bar의 압력을 인가 한 후 1.5 ms 동안 전류를 인가 하는 방법으로 총 100번의 반복 수행 후 분사 된 유량을 100으로 나누어 1번 당 분사 된 양을 측정하는 방법으로 수행 하였다. 인젝터의 분사율은 정밀도와 신뢰도가 높은 BOSCH' method⁽⁶⁾로 측정 하였다⁽²⁾. BOSCH' method는 밸브시트 끝 단에 긴 튜브를 달고 압력 센서

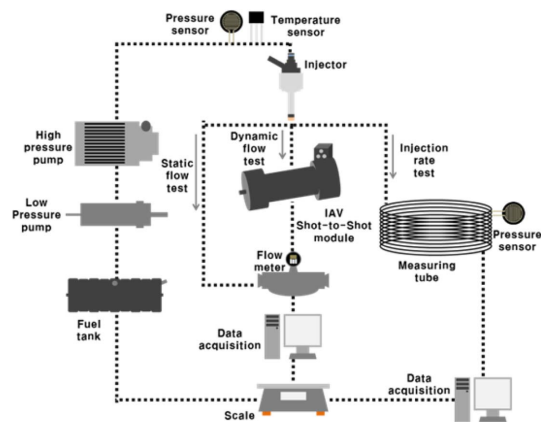


Fig. 1 Test equipment

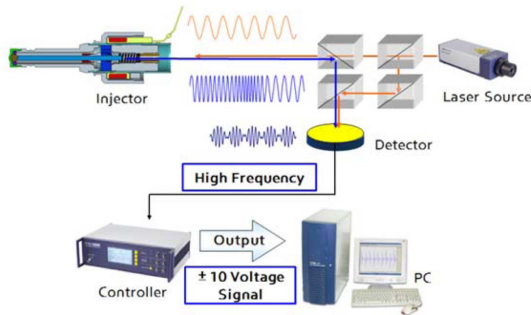


Fig. 2 Needle movement measuring equipment

를 장착해 분사 시 연료가 튜브에 가하는 압력을 센서로 측정하여, 이를 유량으로 환산하는 방법으로 분사율 측정 시 널리 사용되고 있는 측정 방법이다.

2.2 니들 거동 실험

니들의 거동을 측정하기 위해 Fig. 2와 같이 레이저 바이브로메터를 사용하여 도플러 효과를 이용해 반사된 레이저의 진동 주파수를 통해 물체의 변위를 측정하는 비접촉 진동계를 사용하였다. 인젝터에 전류를 1.5 ms의 시간 동안 인가하면서 니들이 움직일 때 도플러 효과로 나타나는 파장을 Detector에서 해독하여 Voltage로 변환을 하고, 변환 된 Voltage를 PC에서 니들의 변위로 변환하였다.

2.3 전산 해석

인젝터의 동적 성능을 전산해석으로 파악하기 위해서 인젝터 내에 움직이는 니들의 거동에 대한 예측이 필요하며, 니들의 거동을 정확하게 예측하기 위해서는 니들에 작용하는 힘에 대한 분석이 필요하다. 니들에 작용하는 힘은 연료의 공급압에 의해 인젝터 니들에 작용하는 면압, 인젝터의 닫힌 상태를 유지 시켜주는 스프링력, 전류를 인가하여 니들을 열어주는 자기력이 있다. 니들이 움직이면서 벽면과 발생하는 마찰력은 니들의 거동에 미치는 영향이 미미해 본 연구에서는 고려하지 않았다. 인젝터 니들에 작용하는 힘을 계산하기 위해 3-D 해석을 이용하여 고정 되어 있는 니들의 위치에 따라 유압에 의해 발생하는 면압을 힘으로 환산 하였으며, 그 결과를 1-D 해석 모델에 반영하여 니들 거동에 대한 데이터를 확보 하였다. 이후 1-D 해석에서 얻은 니들의 거동을 3-D 해석에 반영하여 물평 기법을 이용한 동해석을 통해 니들의 움직임과 분사율을 동시에 예측 할 수 있는 해석을 수행 하였다.

2.3.1 1-D 해석

1-D해석은 상용코드인 AMESim을 이용하였다. AMESim은 복잡한 물리적인 현상을 단순화 한 라이브러리를 활용하여 공압, 유압, 전자기, 진동 등 다양한 분야의 수치적인 해를 계산하는 프로그램으로⁽⁷⁾, 인젝터 니들에 작용하는 유압, 스프링력, 전자기력을 고려하여 니들 거동을 예측하기 위해 활용 하였다. 니들 거동 예측에 대한 신뢰성 확보를 위해 먼저 공압 상태의 실험과 동일하게 모델을 구성하여 정확성을 검증하였으며, 이후 고압의 연료 공급 상태를 구현하여 니들의 거동을 예측 하였다.

2.3.2 3-D 해석

3-D 해석은 Siemens의 상용 코드인 Star-CCM+를 사용하였으며, 약 70만개의 정렬 격자를 사용하여 3개의 상(Phase)을 사용한 VOF(Volume of fluid) 계산을 하였다. 인젝터 전체를 해석 도메인으로 선정할 경우 많은 시간과 비용이 소모된다. 따라서, 간소화 모델을 적용하기 위해 인젝터 전체 영역을 대상으로 분사율 해석을 수행한 후, 간소화 모델의 결과와 비교하였다(Table 1).

전체 영역을 도메인으로 해석한 결과는 분사량이 322.47 g/min 이 나왔으며, 간소화 모델은 323.52 g/min 으로, 두 해석 모델 간의 분사량의 차이가 0.325% 이었으며, 이는 무시할 수 있는 정도의 작은 수치이므로 간소화 모델로 도메인을 선정하였다.

물리모델은 효율적인 계산을 위해 RANS (Raynolds Averaged Navier Stokes) 방식을 사용하였다. 난류 모델은 realizable k-e를 사용하였으며, 연료 공급부로부터 분사 홀 전까지를 기준으로 분사 과정 중 온도의 변화가 크지 않아 유체의 물성치를 고정하여 사용하였다.

1) Morphing

Morphing은 생성 된 격자에 존재하는 노드를 움직여 유로의 경계면을 새롭게 구성하여 해석 하는 방법이다⁽⁸⁾. Morphing은 경계면의 움직임이 작은 해석을 수행하기에는 용이하나, 경계면이 움직이면서 격자의 퀄리티에 영향을 주기 때문에 왜곡 된 격자의 발생을 제한하기 위해 remeshing을 주기적으로 수행 해야 한다⁽⁹⁾.

Table 1 Error of full and simple model

	Full model	Simple model
Mass flow (g/min)	322.47 g/min	323.52 g/min
Error (%)	0.325 %	

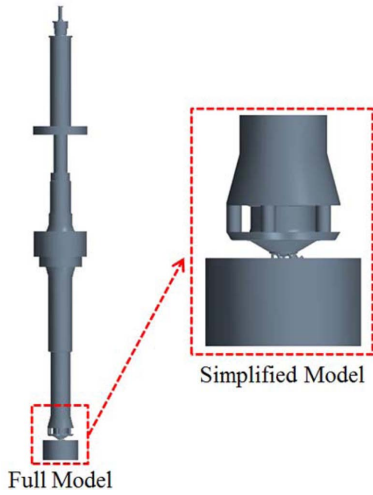


Fig. 3 Full and simplified model

3-D 해석에서 Morphing 기법을 사용 할 경우 유로가 닫힌 상태에 대한 계산이 불가능하므로, 본 연구에서는 니들이 1 μm 들러있을 때를 초기상태로 하였으며 동해석에 사용한 니들 lift에 대한 결과는 1 μm를 낮춰 보정하여 사용하였다(Fig. 3). 또한 니들이 닫힌 상태에서 1 μm이 열리는 사이의 계산 값은 선형 보간으로 데이터를 처리 하였으며 계산 진행 시 Morphing 기술 사용으로 인해 발생하는 노이즈는 low pass filter⁽¹⁰⁾로 후처리하여 데이터를 가공하였다.

2) Volume of Fluid

실험 시, 인젝터에 공급되는 연료는 n-heptane으로 인젝터 내부에서 공동현상으로 n-heptane이 heptane gas로 기화되는 현상이 발생한다. 이를 묘사하기 위해 3개의

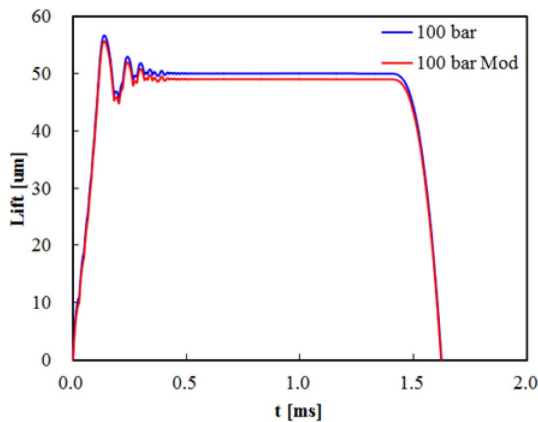


Fig. 4 Lift modification

eulerian phase (n-heptane, heptane gas, air)를 적용하였다. 각각의 phase는 서로 반응을 일으키지 않고 공동현상 예측을 위해 해석 도메인 내 각 셀에 존재하는 phase의 분율을 계산하는 VOF(volume of fraction) 기법을 활용하였다.

3) Cavitation

인젝터 내부에서 고압으로 가압된 연료가 대기압의 챔버로 분사 되면서 인젝터 내부의 홀 근처에서 순간적으로 연료의 압력이 포화압보다 낮아지면서 기포가 발생하는 공동현상이 나타난다. 본 논문에 사용된 상용 소프트웨어는 STAR-CCM+ 10.06v이며, VOF와 공동현상을 수치적으로 계산하기 위해 액체 내에서 기체 기포의 비선형 응답을 나타내기 위한 가장 보편적인 물질 전달 비선형 방정식인 Rayleigh-Plesset equation을 사용하였고⁽¹²⁾, 공동현상을 효율적으로 계산하기 위해 격자 내 생성된 모든 기포가 동일한 반경을 가지며 존재한다는 homogeneous 가정을 사용하였다⁽¹¹⁾.

해석에 사용된 Rayleigh-Plesset equation은 식 (1)과 같다.

$$R \frac{dv_r}{dt} + \frac{3}{2} v_r^2 = \frac{P_{sat} - P_{surr}}{\rho_l} - \frac{2\sigma}{\rho_l R} - 4 \frac{\mu_l}{\rho_l R} v_r \quad (1)$$

Homogeneous 가정을 적용하기 위한 검사체적 내 기포의 수는 식 (2)와 같이 정의한다.

$$N = n_0 c_l V \quad (2)$$

따라서, 검사체적 내 존재하는 기체의 체적은 식 (3)과 같다.

$$V_v = NV_b \quad (3)$$

V_b 는 1개의 기포에 해당하는 부피이며 식 (4)와 같이 정의 된다.

$$V_v = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (4)$$

검사 체적 내 기체의 volume fraction은 식 (5)와 같이 정의 된다.

$$c_v = \frac{V_v}{V} = \frac{NV_b}{V} = \frac{4}{3} \pi R^3 n_0 c_l \quad (5)$$

따라서, homogeneous 가정을 적용한 기포의 반경은 식 (6)과 같다.

$$R = \left(\frac{3c_v}{4\pi n_0 c_l} \right)^{1/3} \quad (6)$$

본 연구에서 검사체적 내에 생성된 각 격자 안에 존재하는 모든 기포가 동일한 반경 R을 가지는 것으로 가

정한다. 기포 크기의 편차에 따른 영향은 충분히 무시할 수 있을 정도로 작다⁽¹³⁾.

3. 결 과

3.1 3-D 정해석

3.1.1 정적유량

3-D 정적유량 해석을 통해 예측 된 인젝터의 유량은 323.52 g/min이며, 155개 인젝터의 정적유량 실험을 통해 얻은 평균 값은 319.27 g/min으로 실험과 해석 간 오차는 약 1.31%가 발생 하였다(Fig. 5). 1.31%의 더 많은 유량이 예측 된 원인은 전산해석 수행 시 공동현상에 대한 과소 예측, 온도 변화에 의한 에너지의 손실에 대해서 고려하지 않은 것, 그리고 인젝터 벽면을 매끄러운 벽으로 가정 한 것과 같은 작은 손실들이 무시 된 것에 기인 한 것으로 예상 된다.

3.1.2 니들힘 (Needle force)

100 bar와 200 bar의 유압에 의해 인젝터의 니들과 볼에 작용하는 힘을 10 μm 단위로 상승시키면서 해석을 수행하여 면압에 의해 니들 전체에 작용하는 힘을 예측 하였다. 니들이 닫힌 상태에서는 볼의 아랫면이 대기압의 챔버와 연결 되어 있기 때문에 유압에 의한 면압이 발생하지 않음에 따라 니들에 작용하는 힘은 닫힌 상태에서 최대가 된다. 니들이 상승하면서 니들 끝 볼의 아

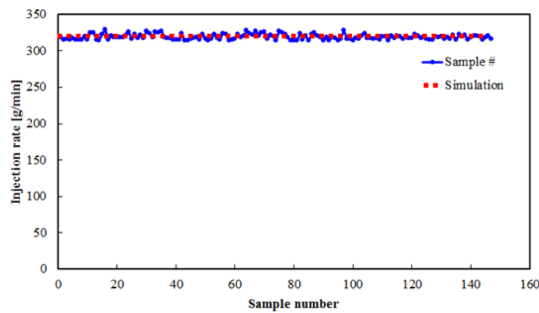
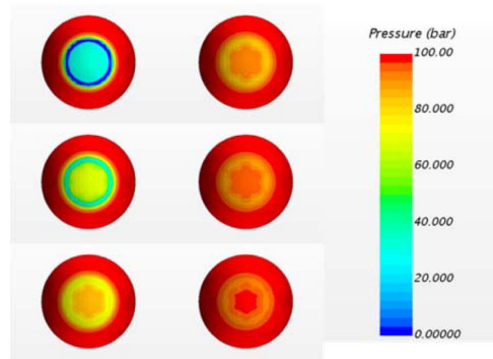


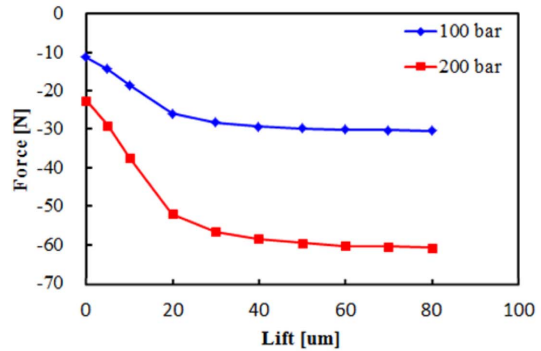
Fig. 5 Static flow rate result

Table 2 Static flow rate error

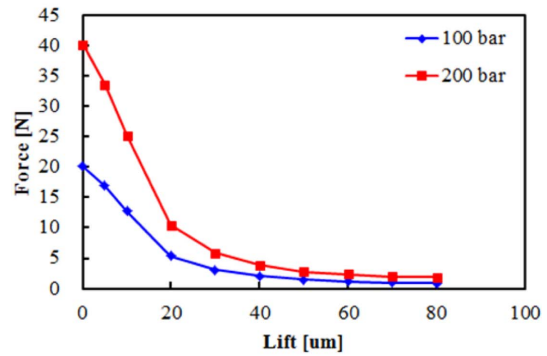
	Test	Simulation
Mass flow (g/min)	319.27 g/min	323.52 g/min
Error (%)	1.31 %	



(a) Ball pressure distribution



(b) Ball force



(c) Needle force

Fig. 6 Static simulation force result

래 면에 유압에 의해 작용하는 힘이 커져 니들 전체에 누르는 힘은 줄어드는 결과가 도출 되었다(Fig. 6).

3.2 1-D AMESim 해석

3.2.1 공압해석

인젝터 내부를 공기로 채우고 가압하지 않은 상태에서 전자기력과 스프링력에 의한 니들 거동의 측정은 실험을 통해 구현하였고, 니들 거동의 해석을 검증하기 위

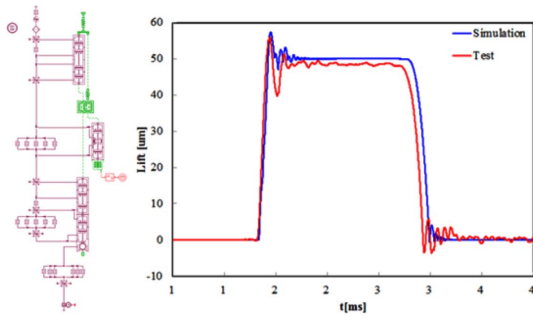


Fig. 7 AMESim pneumatic model and result

해 AMESim의 공압 모듈을 이용하여 Fig. 7과 같이 실험과 동일한 공압 모델을 구성하여 니들 거동을 확인하였다. 초기 전류 인가 시 니들이 상승하는 경향은 실험과 해석이 유사한 경향을 보였지만, 실험에서 니들이 더 빨리 닫히는 결과가 도출 되었다. 1 ms의 전류 인가 시 시험에서는 약 1.606 ms의 분사 시간이 나타났으며, 해석에서는 1.655 ms의 분사 시간이 예측 되었다. 실험에서 니들이 더 빨리 닫힌 원인은 니들이 닫힐 때 실험 장비에서 역전압을 통해 니들의 움직임을 제어하는 것이 해석에 반영이 되지 않은 것에 기인 한 것으로 예상되며, 이에 따라 인젝터의 분사시간의 차이가 약 2.96% 발생 하였다.

3.2.2 유압해석

공압해석을 통해 AMESim 모델에 대한 검증을 한 후 100 bar와 200 bar의 가압 상태에서 니들의 거동을 예측하기 위해 Fig. 8과 같이 유압으로 모델을 변경하여 데이터를 추출하였다.

200 bar로 가압을 한 상태에서는 100 bar로 가압을 한 상태보다 니들이 상승하는 속도가 느려졌으며, 하강 시 더 빨리 닫히는 결과가 도출 되었다. 이러한 원인은

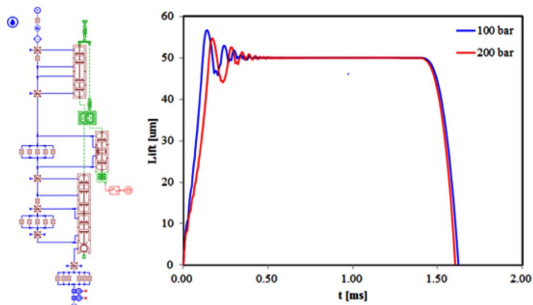
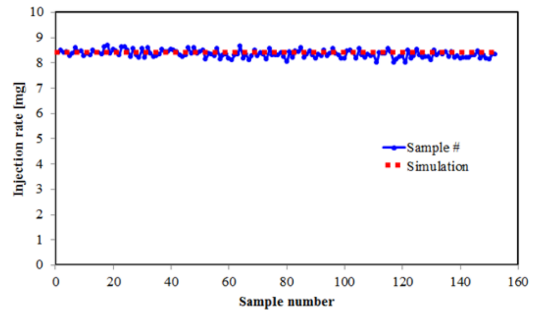


Fig. 8 AMESim Hydraulic model and result

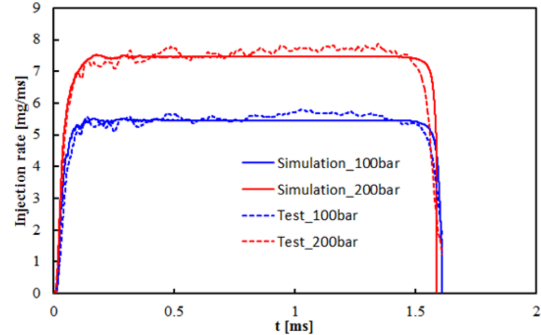
200 bar로 가압 시 100 bar로 가압 했을 때에 비해 니들에 걸리는 힘이 커져 니들을 누르는 경향이 강하게 나타나기 때문이다.

3.3 3-D 동해석

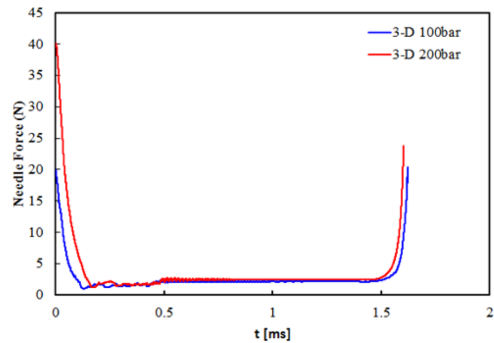
1-D의 해석 결과로 얻은 니들의 거동을 3-D 해석에 적용하기 위해 격자의 노드를 움직이는 Morphing 기법 사용하여 니들에 작용하는 힘과 분사율을 예측 하였고, 실제 제품의 실험을 통해 동적 유량을 측정 하였다. 해석을 통해 예측 된 수치는 8.38 mg/stroke이며, Fig. 9(a)



(a) Dynamic flow result



(b) Injection rate result



(c) Needle force result

Fig. 9 Dynamic simulation result

와 같이 155개 샘플에 대한 실험 평균 값은 8.349 mg/stroke로 약 0.37%의 차이가 발생 하였다.

분사율은 Bosch's method로 측정 하였으며, 100회 측정 후 평균 분사율로 데이터를 가공하였다. 해석을 통해 예측 된 분사율과 실험으로 얻은 분사율은 Fig. 9(b)와 같으며 상관계수는 0.92로 나타났다.

인젝터의 분사 시작 시점에서 분사율의 기울기는 실험과 해석에서 유사한 수준으로 나타났으며, 실험에서는 최대 리프트 구간에서 유량의 섭동이 나타났다. 실험에서는 연료가 분사되고 고압펌프로 연료를 공급하는 과정이 존재하지만, 해석에서는 반영 되지 않은 것과 장비 자체에서 발생하는 노이즈 및 센서의 오차 등이 섭동의 원인으로 예상 된다. 또한 분사시간의 차이가 존재 하는데, 이러한 원인은 앞서 분석 하였던 역전압에 따른 차이로 예상된다.

Figure 9(c)는 유압에 의해 인젝터 니들에 작용하는 힘이다. 니들힘은 니들이 닫혀있을 때 유압에 의한 힘이 가장 크게 작용하며, 니들이 들리면서 빠른 속도로 유압에 의해 작용하는 힘이 줄어들었다. 이는 니들이 상승함에 따라 인젝터의 sac volume에 압력이 차면서 니들 끝단에 붙어있는 인젝터 볼에 가해지는 압력이 누르는 압력과 상쇄 되는 효과 때문이다.

4. 결 론

본 연구에서는 1-D 해석과 3-D 해석을 연계하여 니들의 거동을 고려한 인젝터의 성능을 효과적으로 예측하는 방법에 대해 연구하였다. 이 연구 방법을 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 정적 유량 예측은 실험과 비교 하였을 때, 설계 된 성능과 약 1.31%의 오차를 나타냈다. 해석에서 유량이 더 많이 예측 된 것은 실제 인젝터가 작동 시 나타나는 유체의 온도 변화나 벽면에서의 마찰계수와 같은 작은 손실에 대한 인자들을 고려하지 않았기 때문이다.

(2) 동적 유량 예측은 실험과 비교 하였을 때, 설계 된 성능과 0.37%의 오차가 나타났다. 따라서, 본 연구 방법에 따른 1-D 해석의 리프트 예측 결과가 높은 신뢰성을 보이는 것을 알 수 있었다.

(3) 분사율 해석은 경향성 비교를 위해 해석과 실험 값의 raw 데이터에서 low pass filter를 적용하여 상대 비교한 결과 0.92의 상관계수 수준으로 예측이 가능하였다.

(4) 향 후, 본 해석 기법을 활용한 인젝터의 성능 예

측을 통해 제품 개발 기간 단축과 비용 절감이 가능 할 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 현대캐피코 기술연구소 산하 제품설계 2팀 지원으로 수행 된 연구임.

참고문헌

- (1) Reddy, A. and Mallikarjuna, J., "Parametric Study on a Gasoline Direct Injection Engine A CFD Analysis", SAE Technical Paper 2017-26-0039, 2017, doi: 10.4271/2017-26-0039.
- (2) Jeonghyun Park, Dalho Shin, Su Han Park, "Study on the Injection Characteristics using Injection Rate in a Direct-injection Gasoline Injector with Multi-hole", ILASS-KOREA, Vol. 21, No. 1, 2016, pp. 20~28.
- (3) Marti-Aldaravi, P., Saha, K., Gimeno, J., and Som, S., "Numerical Simulation of a Direct-Acting Piezoelectronic Prototype Injector Nozzle Flow for Partial Needle Lifts," SAE Technical Paper 2017-24-0101, 2017, doi:10.4271/2017-24-0101.
- (4) E. T. Baldwin, R. O. Grover Jr, D. J. Duke, K. E. Matusik, C. F. Powell, A. L. Kastengren, D. P. Schmidt, "String flash-boiling in gasoline direct injection simulations with transient needle motion", International Journal of Multiphase Flow, Vol. 87, 2016, pp. 90~101.
- (5) Xandra Margot, Sergio Hoyas, Pablo Fajardo, Stavroula Patouna, "A moving mesh generation strategy for solving an injector internal flow problem", Mathematical and Computer Modelling, Vol. 52, 2010, pp. 1143~1150.
- (6) W. Bosch, "The fuel rate indicator: a new measuring instrument for display of the characteristics of individual injection", SAE technical paper, SAE 660749, 1966.
- (7) S. S. Shin, J. Song, J. Park, "Simulation Injection Mass with Variable Injection Condition in GDI Engine using AMESim", ILASS-KOREA, Vol. 18, No. 1, 2013, pp. 61~65.
- (8) User guide, "Star-CCM+ Version 10.06" CD-adapco, 2015.
- (9) Chouak, M., Mousseau, A., Reveillon, D., Dufresne, L. et al., "Study of Transient Effects in the Internal Flow of a Diesel Fuel Injector," SAE Technical Paper 2015-

- 01-0923, 2015, doi:10.4271/2015-01-0923.
- (10) Dahlander, P., Iemmolo, D., Tong, Y., "Measurement of Time-Resolved Mass Injection Rates for a Multi-Hole an Outward Opening Piezo GDI Injector," SAE Technical Paper 2015-01-0929, 2015, doi:10.4271/2015-01-0929.
- (11) C. Kim, K. Lee, J. Park, J. Baek, "Influences of Injector Nozzle Shape on Nozzle Internal Flow and Outlet Characteristics", KSAE, Vol. 21, No. 6, 2013, pp. 108~116.
- (12) T. G. Leighton, "The Rayleigh-Plesset equation in terms of volume with explicit shear losses", Ultrasonics, Vol. 48, 2008, pp. 85~90.
- (13) Christopher Earls Brennen, "CAVITATION AND BUBBLE DYNAMICS", Oxford University Press, 1995, pp. 128~129.