

자본비율의 확률과정을 통한 조건부자본증권 가격결정론

표수진¹ · 김태구^{2*}

¹서울대학교 공과대학 산업공학과 / ²한밭대학교 공과대학 산업경영공학과

Pricing Model for Contingent Convertible Bond Using Stochastic Process of Equity Ratio

Sujin Pyo¹ · Taegu Kim²

¹Department of Industrial Engineering, Seoul National University

²Department of Industrial and Management Engineering, Hanbat National University

Contingent convertible (Coco) bonds have been issued in 2009 after financial crisis for improvement of capital structure in international banks. With more focuses on coco bonds in financial market, academic fields have paid attention to the instrument for optimal structure for issuers and rational pricing methodologies. However, there is a crucial discrepancy in prevailing pricing model and their target subjects. Though most of the coco bonds have been issued based on accounting triggers, many of existing models are based on market prices and therefore exhibit limitations in practical use. In this paper, a more practical pricing method for accounting triggered coco bonds is proposed using stochastic equity ratio process. Empirical results tested on coco bond issued by JB financial group supported the proposed approach with favorable performance in tracking actual market prices.

Keywords: Contingent Convertible Bond, Equity Ratio, Stochastic Process

1. 서론

미국에서 발발된 2008 금융 대공황은 미국뿐만 아니라 유럽, 아시아 등 전 세계 경제에 막대한 영향을 끼쳤다. 우려하던 미국의 부동산 시장 거품이 꺼지면서 신용이 낮은 개인과 기업이 줄줄이 파산했고 이와 연관된 많은 금융기관도 함께 위기를 겪었다. 대형 금융 기관들은 낮은 핵심 자본비율로 인한 부실함과 지나친 레버리지 등으로 인하여 엄청난 손해를 입었다. 하지만 대형 금융 기관의 파산은 관련된 수많은 기업의 파산에 대한 도미노 효과를 야기하므로 미국 정부가 막대한 손실을 감수하고 많은 금융 기관들을 구제했다. 윤복식(2015)은 이러한 상황에서 파산확률의 정확한 계산은 특히 매우 복잡하여 보통 근사적인 방법에 의존하게 된다고 설명하고 보통의 상황과 대재해 상황에서 동시에 사용할 수 있고 계산상에서도

효율적인 기법을 제안하였다. 이로 인해 금융 기관의 개선된 자본 건전성에 대한 요구가 급증하였고 이를 반영하여 Basel III는 Basel II에서 제시한 자기자본비율 규제를 더욱 강화하고 세계의 각 은행들이 이를 만족하도록 권고하였다.

이러한 환경 속에서 조건부자본증권(Contingent Convertible Bond)은 채권과 증권의 성격을 동시에 가지는 하이브리드(hybrid) 증권으로서 은행들이 크게 주목한 상품이다. 은행은 Basel III의 자본비율 권고 기준을 만족해야 하는 상황 속에서 조건부자본증권을 발행하여 하락한 자본비율을 증가시켜 자본건전성을 향상시킬 수 있다. 조건부자본증권은 일반적으로 자본비율이 하락하여 미리 공지된 전환조건을 만족할 때 자동으로 주식 또는 원금상각 등의 자본으로 전환되는 금융상품이다. 조건부자본증권은 보통 '경영개선명령' 혹은 '부실금융기관 선정' 등의 부실채무 불이행이 발생할 위험이 있는 경우 채

이 논문은 2016년도 한밭대학교 신입교수연구비의 지원을 받았음.

* 연락처 : 김태구 조교수, 34158 대전 유성구 동성대로 125 한밭대학교 공과대학 산업경영공학과, Tel : 042-821-1226, Fax : 042-821-1591,

E-mail : taegu.kim@hanbat.ac.kr

2016년 6월 29일 접수; 2016년 12월 28일 수정본 접수; 2016년 12월 29일 게재 확정.

권에서 자본의 형태로 자동 전환된다. 따라서 조건부자본증권은 높은 위험에 대한 보상으로서 일반 채권보다 높은 수익률을 제공하며 일반 채권 수익률에 만족하지 못하는 투자자들이 대안으로서 본 상품에 투자하고 있다.

조건부자본증권은 2009년, 영국 Lloyds 은행에서 Enhanced Capital Note(ECN)이라는 상품명으로 처음 발행되었으며 이후 유럽, 미국 은행에서 큰 규모로 발행되었다. 현재 전 세계적으로 조건부자본증권 시장은 크게 증가하는 추세이며 국내 시장에도 2014년 JB금융지주의 발행을 시작으로 2015년에는 총 11개 은행에서 2조 8,000억 원 이상의 조건부자본증권을 발행하였다. 조건부자본증권 시장의 활성화와 더불어 해외에서는 관련 연구들이 활발히 진행되고 있다. 초기에는 조건부자본증권 도입으로 인한 자본 구조 변화에 대한 연구가 활발히 진행되었고 그 후 시장이 성장함에 따라 조건부자본증권의 합리적인 가격결정론 연구도 또한 활성화되었다. 조건부자본증권은 증권과 채권의 복합 구조를 나타내기 때문에 다양한 가격결정론이 존재하지만 발행 은행의 자본 구조에 최적화되어 발행되기 때문에 구조가 은행마다 상이하어 일관된 방법론을 제시하는데 어려움이 있다. 예를 들어 해외 조건부자본증권의 경우 대부분 주식으로 전환되지만 국내 상품은 대부분 투자금의 상각(write down) 구조를 나타낸다. 이는 은행들이 각자의 재무 구조에 최적화된 조건부자본증권을 발행하기 때문이다. 따라서 전세계에서 다양한 구조의 조건부자본증권들이 활발히 발행되고 있으며 이에 대한 일관적인 가격결정론이 필요하다.

본 논문은 조건부자본증권의 기초 자산인 자본비용에 대한 확률과정을 도출하여 구조가 복잡한 조건부자본증권도 일관적으로 가격을 결정할 수 있는 방법론을 제안할 것이다. 본 방법론은 누구나 접근 가능한 해당 은행의 재무 자료만이 이용되므로 실질적으로 누구나 활용할 수 있는 방법론이 될 것이다.

본 논문은 총 7장으로 구성되어 있으며 제 2장은 조건부자본증권에 관한 국내외 논문을 살펴보고 제 3장에서는 조건부자본증권의 가격에 영향을 미치는 구조들을 분석할 것이다. 제 4장은 본 논문에서 도출할 가격결정론에 필요한 가정들과 방법론들을 제시할 것이며 제 5장에서는 조건부자본증권의 기초자산인 자본비용에 대한 확률과정을 도출할 것이다. 제 6장은 국내에서 최초로 조건부자본증권을 발행한 JB금융지주의 조건부자본증권에 대해 본 가격결정론을 바탕으로 실증적 분석을 실시할 것이다.

2. 관련 연구

조건부자본증권은 2009년부터 발행되기 시작하여 거래량이 급속도로 증가하여 학계에서도 활발한 연구가 진행되고 있다. 조건부자본증권은 금융시장의 위기 시 금융기관의 자본 적정성 안정화를 위해 발행된 상품이기에 때문에 현재까지 대부분의 연구는 자본 적정성 개선을 위한 최적화된 조건부자본증권 구조 설계에 중점을 두고 있다. Jaffee *et al.*(2013)은 기존의 자본

구조에 조건부자본증권을 추가함으로써 기업 가치가 상승할 수 있음을 보여주었다. 또한 Pazarbasioglu *et al.*(2011)은 조건부자본증권은 시장의 위험을 극복할 수 있는 도구로서 자본 구조의 한 부분으로 고려되어야 한다고 주장하였다. 하지만 아직 조건부자본증권 도입 효과에 대한 학자들간의 의견 차이가 존재하며 시장참여자 또한 조건부자본증권 투자에 대한 위험성이 제기하기도 한다.

최근까지 제안된 조건부자본증권 가격결정론은 크게 구조모형(Structural model), 증권파생모형(Equity derivative model), 신용모형(Credit model) 형태로 나뉜다.

구조모형은 Merton(1974)이 처음으로 제시한 구조모형을 활용하는 조건부자본증권 가격결정모형을 말한다. 구조모형에서 가정하는 기초자산의 확률 과정은 자산뿐만 아니라 일반적으로 주식가격과 같은 기초금융상품에 대한 움직임을 나타내기 위해 사용되었다. 확률 과정은 다양한 종류가 있으며 이승규(2012)는 CEV 확률모형에서 수치적 반복 수렴 방법을 이용하여 아메리칸 풋옵션 가격결정모형을 제안하였다. 수치적 반복 수렴 방법을 통해 최적행사와 아메리칸 풋옵션을 계산하는 효율적인 방법을 제시하였다. 또한 한규식(2012)은 이중 지수 점프확산 확률모형 하에서의 마코브 체인을 이용한 아메리칸 옵션 가격결정 방법론을 제안하였다. 본 방법론을 이용하여 오차율이 0.1%보다 적게 나옴으로써 안정적인 결과를 나타내었다. 구조모형은 기업 가치가 확률과정을 따른다는 가정을 바탕으로 자본 또는 채권의 가격을 결정한다. Pennacchi(2010)는 구조모형을 활용하여 기업가치에 대한 조건부 채권(Contingent claim)로서 조건부자본증권의 가치를 추정하였다. 이를 통해 발행 당시의 부채-자본 비율을 이용한 합리적인 조건부자본증권 수익률을 제시하였다. 확률적 이자율 모델 또한 구조모형에 추가하여 현실성을 반영하려 노력하였지만 모델에 필요한 모수들을 추정하는 데 어려움이 있어 실제 시장에서 활용하기에는 한계가 있다. Jaffee *et al.*(2013)은 구조모형을 활용하였지만 구조모형의 수식화의 한계를 인지하고 Leland(1994)가 제시한 부도모형(Default model)을 이용하여 조건부자본증권 가격결정공식을 유도하였다. 이는 발행기업의 자본 구조에 대한 조건부자본증권의 효과를 직접적으로 분석하기 용이하였다. Sundaresan and Wang(2015)는 시장 기준 전환에 대한 조건부자본증권 가격결정론을 제시하였다. 연구를 통해 조건부자본증권의 표면이자는 변동금리여야 하고 무위험 이자율과 같아야 한다고 주장하였다. Erismann(2015)는 기존의 가격결정모형을 정리하고 각 모델에 대한 실제 발행된 조건부자본증권의 민감도 분석을 통해 비교 및 분석하였다. Buergi(2013)은 기존에 제시된 구조모형을 결합하여 보다 현실적인 모델을 제안하고 이를 발행된 Credit Suisse의 조건부자본증권에 대한 실증 분석을 실시하였다. 총 3가지 모델을 활용하였으며 이 중에서 신용부도스왑(Credit default swap)과 공식된 자본 자료를 활용한 모델이 가장 좋은 성능을 보여주었다.

증권파생모형은 조건부자본증권의 채권을 제외한 증권 성격을 반영하기 위해 증권파생상품 가격결정 방법론을 활용한

모델이다. De Spiegeleer and Schoutens(2011)는 조건부자본증권의 구조가 무이표 회사채, Knock-in 선도거래, Down-In 옵션의 조합으로 구성되어 있다고 주장하였다. 따라서 각 구성 상품에 대한 기존의 방법론을 조합하여 조건부자본증권의 가격 결정공식을 유도하였다. 이는 더욱 확장되었으며 Corcuera *et al.* (2013)은 fat tail 위험까지 고려한 가격결정론을 제안하였다. 하지만 이 모델도 시장 기준 전환을 기반하고 있기 때문에 실제 대부분 회계 기준 전환의 조건부자본증권이 발행되고 있는 현실 상 적용하는 데 한계가 있다.

신용모델은 기업의 부도확률(Default probability)과 부도율(Hazard rate)을 기반으로 한 조건부자본증권의 가격결정모델이다. 조건부자본증권의 전환은 발행 은행의 부도 가능성과 직접적인 관련이 있으므로 이를 고려한 신용모델을 활용하여 조건부자본증권의 합리적인 가격결정론이 제시되었다. De Spiegeleer and Schoutens(2011)는 은행의 부도 조건을 설정하고 이를 충족할 경우 조건부자본증권이 증권으로 전환된다고 가정하였다. 하지만 이 또한 회계 기준 전환을 시장 기준 전환으로 대체하여 주식 가격이 특정 가격 아래로 하락하면 조건부자본증권이 전환된다고 설정하였기 때문에 현실성에 한계가 있다.

이와 같이 기존의 많은 가격결정론은 시장 기준 전환을 기반으로 하기 때문에 실제 대부분 발행된 회계 기준 전환의 조건부자본증권의 가격을 결정하기에 합리적이지 못하다. 또한 조건부자본증권의 구조는 각 은행의 자본 구조의 최적화를 위해 은행마다 크게 다르다. 따라서 상품에 대한 가격결정공식은 특정 구조에 제한되어 있기 때문에 앞으로 발행될 다양한 구조의 조건부자본증권 가격결정은 어려움이 존재한다. 본 논문은 구조모델을 기반으로 자본비율을 확률과정으로 유도하여 회계 기준 전환을 직접적으로 반영할 수 있고 구조와 독립적이고 현실적인 조건부자본증권의 가격결정론을 제안할 것이다.

3. 조건부자본증권의 구성요소

조건부자본증권은 채권과 증권의 성격을 가진 복합적인 금융상품으로서 기존의 금융상품의 구조와 크게 상이하다. 따라서 조건부자본증권을 구성하는 요소의 특성에 따라 가격이 크게 달라지고 투자자의 상품구매력도 상이하게 나타난다.

조건부자본증권은 전환채권과 같이 채권과 증권 부분으로 나뉜다. 초기 시점에는 채권과 같이 표면 이자를 정기적으로 제공하고 증권으로 전환되지 않는 한 만기까지 기존의 채권과 동일하다. 그러나 신용 위험 등의 계약 당시 명시된 전환조건을 충족할 경우 채권이 증권의 형태로 전환된다. 조건부자본증권의 구성요소는 다음 <Figure 1>과 같다.

위의 도식과 같이 조건부자본증권은 다양한 요소를 고려하여 증권으로 전환된다. 만약 조건부자본증권이 증권으로 전환

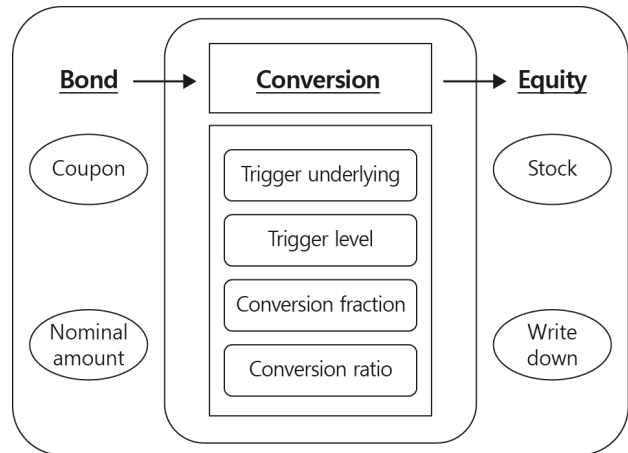


Figure 1. Constituent Parts of Coko Bond

될 확률이 낮은 경우 조건부자본증권의 가치는 채권의 가치에 치중되어 있는 반면 확률이 높아질수록 증권이 차지하는 가치의 비율은 증가한다.

3.1 전환 기준(Trigger Underlying)

전환 기준은 조건부자본증권이 전환되는 데 가장 결정적인 기준이 되는 요소다. 전환 기준은 은행이 발행하는 조건부자본증권마다 상이하며 다양한 자산들이 조건부자본증권의 전환에 관여하지만 크게 3가지 기준으로 분류된다.

시장 기준 전환(Market trigger)은 시장에 거래되는 금융상품을 기준으로 하는 전환으로 주식 가격, 신용부도스왑 가격 등이 있다. 이와 같은 금융상품은 장내 또는 장외로 항상 거래가 되고 있으며 시장 참여자들의 거래에 의해 가격이 결정되므로 발행 은행에 대한 참여자들의 미래 전망이 거래 가격에 반영되어 있다. 그러나 은행의 발행 주식 총액이 작거나 거래량이 부족한 경우 규모가 큰 거래자에 의해 가격이 왜곡될 수 있으며 이는 시장 기준 전환의 조건부자본증권의 전환을 임의로 조작할 수 있다.

회계 기준 전환(Accounting trigger)은 발행한 은행의 재무 정보를 반영한 것으로 재무제표에 공시된 자산, 자본, 부채 등의 해당 은행의 재무 정보를 활용한다. 이는 해당 은행의 재무 상황을 나타내는 척도로서 현재 발행된 모든 해외 조건부자본증권의 전환 기준은 회계 기준을 채택하고 있다. 또한 재무제표에 공시된 재무 자료는 정해진 방식에 따라 계산되므로 일반적으로 직접적으로 거래 등을 통해 조작할 수 없다.

규제 기준 전환(Regulatory trigger)은 감독기관으로부터 은행의 재무 상황에 대한 개선 권고 및 경고에 의한 전환을 나타내며 국내 몇몇 조건부자본증권은 규제 기준 전환을 채택하고 있다. 하지만 규제 기준 전환은 회계 정보뿐만 아니라 다양한 시장 요소도 반영하고 있고 실제 감독기관의 경고 시점을 예측하기 어렵고 경고 기준이 명확하지 않아 실제 가격결정에 반영하기에 어려움이 있다.

3.2 전환 수준(Trigger Level)

전환 수준은 해당 전환 기준의 전환 요건을 나타낸다. 예를 들어 회계 기준 전환에서 기본자본비율이 전환 수준보다 하락할 경우 조건부자본증권은 채권에서 증권 또는 상각으로 전환된다. 이는 조건부자본증권이 만기까지 변하지 않는다. 일반적으로 전환 수준이 높을수록 증권으로 전환될 확률이 높아지므로 조건부자본증권의 채권 표면 이자는 높아진다. 하지만 전환 위험이 커지므로 상대적으로 위험회피적 성향을 띠는 시장참여자는 투자에 참여하지 않을 가능성이 높다.

3.3 원금 전환 비율(Trigger Fraction)

원금 전환 비율은 조건부자본증권이 증권으로 전환되는 원금에 대한 비율을 나타낸다. 예를 들어 원금 전환 비율이 100%인 조건부자본증권의 경우 투자원금 전액이 명시된 증권 전환 비율에 따라 증권으로 전환된다. 따라서 원금 전환 비율은 조건부자본증권 채권 부분의 회수율(Recovery rate)이라고도 한다. 따라서 일반적으로 원금 전환 비율이 높을수록 조건부자본증권의 표면이자가 낮은 경향을 나타낸다.

3.4 증권 전환 비율(Conversion ratio)

증권 전환 비율은 조건부자본증권이 증권으로 전환될 때 액면가 당 전환되는 주식의 비율을 나타낸다. 전환되었을 때의 주식 가격은 일반적으로 액면가와 증권 전환 비율로 다음 식 (1)과 같이 계산할 수 있다.

$$\text{전환 가격} = \frac{\text{액면가}}{\text{증권 전환 비율}} \quad (1)$$

증권 전환 비율은 조건부자본증권의 만기 동안 고정될 수도 있으며 상황에 따라 변동할 수 있다. 증권 전환 비율이 고정인 경우 전환된 주식 가격도 고정되므로 실제 시장 가격보다 높을 경우 투자자는 시장 가격에 비해 높은 가격에 주식을 구입한 것과 동일하므로 손실을 실현할 수 있다.

4. 제안 모형

본 논문에서 논의하는 조건부자본증권은 기본자본비율이나 자본비율과 같은 회계 기준 조건부자본증권을 의미한다. 2009년부터 발행이 시작된 대부분의 조건부자본증권은 회계 기준 전환이므로 본 논문에서 제안하는 조건부자본증권 가결결정 모형을 효과적으로 적용할 수 있다.

4.1 가정

본 연구에서 제안하고자 하는 가격결정모형은 다음의 두 가

지 가정을 바탕으로 한다.

첫 번째, 기초자산인 자산가치는 Geometric Brownian motion을 따른다. 본 모델은 자산가치를 기초자산으로 하는 Merton (1974)이 제안한 구조모형을 바탕으로 자본비율 확률과정을 도출한다. 구조모형은 기업가치인 자산가치(V)가 위험중립 확률과정을 따른다고 가정하고 다음 식 (2)와 같다.

$$dV = \mu_V V dt + \sigma_V V dW = r_f V dt + \sigma_V V dW \quad (2)$$

위의 식에서 W는 위너 과정을 나타내며 위험 중립 가정 하에 자산가치의 추세(μ_V)는 무위험 이자율(r_f)로 대체될 수 있다. 자본은 회계 구조 상 자산가치에 대한 콜옵션과 동일한 성격을 갖는다. 따라서 위의 식과 같이 실제 자산가치를 기초자산으로 설정하고 확률과정을 따른다고 가정할 경우 행사가격을 부채로 하는 Black and Scholes(1973)이 제안한 모델의 콜옵션 공식과 같이 도출될 수 있다. 많은 기업가치모델들이 기본적으로 자산가치에 대한 확률과정을 가정하고 있고 기업에서 발행한 다양한 채권과 신용 관련 금융상품의 가격결정에 이용한다.

두 번째로, 자본비율(Equity ratio)과 기본자본비율(TIER-1 ratio)은 선형 관계를 가진다. 대부분의 조건부자본증권은 기본자본비율을 기준으로 정의되며, 이 비율이 특정한 범위에 도달하는 경우 전환된다. 기본자본비율은 자본비율과 유사하나 자산마다 위험요소가 가중되어 있고 가중치는 임의로 달라질 수 있어 직접적인 도출은 현실적으로 어렵다. 따라서 기본자본비율과 관련이 깊고 계산이 용이한 자본비율을 과거 자료를 바탕으로 기본자본비율과 회귀분석을 통해 선형 관계를 도출하여 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\text{TIER-1 ratio} = \alpha + \beta \times \text{Equity ratio} + \epsilon \quad (3)$$

Buergi (2013)은 2006년부터 2011년까지 미국 56개 금융업 관련 대기업의 자본비율과 기본자본비율의 관계를 분석해 두 비율의 선형관계에 대한 가정을 뒷받침하였다. 기업간의 차이를 반영하기 위해 자본비율/기본자본비율의 평균을 이용하여 표준화하였다. 이는 63.3%의 설명력을 나타내는 선형관계를 보였고 가정을 뒷받침할 수 있다고 주장하였다.

4.2 자산의 시장가치 및 변동성 결정

일반적으로 분기마다 제공되는 재무제표에 명시된 자산은 실제 자산가치와 차이가 있다. 실제 자산가치는 시장가치를 뜻하고 현재 금융시장의 흐름과 시장참여자들의 의견 등이 반영된다. 자산의 구성요소인 자본의 경우 재무제표에 명시된 자본은 보통 자본이익에 초점이 맞추어져 있지만 실제 자본의 시장가치는 금융시장에서 거래되는 해당 은행의 주식 시가총액을 의미한다. 실제 금융시장에서 기업의 자본가치가 회계 기준의 자본보다 높게 평가된다면 시장참여자들의 의견이 반영

되어 더욱 높은 시장가치가 형성된다. 이와 같이 실제 자산가치도 시장에서의 가치가 반영되어야 한다.

구조모델은 이를 바탕으로 자산의 시장가치 및 자산가치 변동성의 추정이 가능하다. 자본은 기업의 자산가치에 대한 콜옵션과 동일하므로 시장에 형성되어 있는 시가총액을 자본의 시장가치로 설정하여 실제 시장에서 직접 관찰할 수 없는 기업의 자산가치와 변동성을 측정할 수 있다. 두 변수를 구하기 위한 식은 다음 식 (4)와 같다.

$$E = VN(d_1) - De^{-rf}N(d_2) \quad (4)$$

단 이때,

$$d_1 = \frac{\log \frac{V}{D} + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)\tau}{\sigma_V \sqrt{\tau}}$$

$$d_2 = \frac{\log \frac{V}{D} + \left(r_f - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)\tau}{\sigma_V \sqrt{\tau}} = d_1 - \sigma_V \sqrt{\tau}$$

이다.

위의 식에서 D는 부채, τ 는 만기까지의 기간을 뜻하며 $N(\cdot)$ 는 누적표준정규밀도함수를 나타낸다. 위의 식과 같이 자본가치는 기업의 자산가치를 기초자산으로 하고 부채가 행사가격인 콜옵션과 동일하다. 하지만 2개의 모수가 필요하므로 하나의 식이 추가로 필요하며 다음 식 (5)와 같다.

$$\sigma_E = \sigma_V \frac{V}{E} \frac{\partial E}{\partial V} \quad (5)$$

σ_E 는 자본가치의 변동성을 나타내며 이는 시가총액의 변동성과 동일하다. $\frac{\partial E}{\partial V}$ 는 자산가치에 대한 자본가치의 변화율인 delta와 동일하므로 $N(d_1)$ 이라고 할 수 있다. 따라서 위의 두 식을 이용하여 V와 σ_V 를 추정할 수 있다. 앞으로 소개할 자본비율 확률과정에 측정된 두 모수를 반영하여 자본비율 시계열 곡선을 나타낼 수 있다.

4.3 가격 모형

회계 기준 조건부자본증권은 기업의 해당 자본비율에 따라 전환이 결정되기 때문에 자본비율은 조건부자본증권 가격결정에 가장 중요한 요소다. 만약 명시된 자본비율이 전환조건을 만족하면 조건부자본증권은 명시된 상품의 구조에 따라 증권의 형태로 전환된다. 따라서 자본비율 확률과정을 이용하여 합리적인 조건부자본증권의 가격결정을 유도할 수 있다. 또한 직접 시간에 따른 자본비율의 과정을 확인할 수 있으므로 기

존 구조와 다른 복잡한 구조의 조건부자본증권의 가격결정에 도 시뮬레이션을 통해 활용할 수 있다.

앞의 가정에서 자산가치는 Geometric Brownian motion을 따른다고 가정하였고 자본가치는 자산가치에 대한 콜옵션이라고 언급하였다. 자본비율은 자산에 대한 자본의 구성비율을 뜻하므로 $\frac{E}{V}$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 자본비율 확률과정은 콜옵션 확률과정을 바탕으로 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\left(\frac{E}{V}\right) = \left[\frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial t} + (r_f - \sigma_V^2) \frac{V}{E} \frac{\partial E}{\partial V} + \frac{1}{2} \sigma_V^2 \frac{V^2}{E} \frac{\partial^2 E}{\partial V^2} + (\sigma_V^2 - r_f) \right] \frac{E}{V} dt + \left[\sigma_V \left(\frac{V}{E} \frac{\partial E}{\partial V} - 1 \right) \right] \frac{E}{V} dW \quad (6)$$

위 식에서 $\frac{\partial E}{\partial t}$ 는 시간에 대한 자본가치의 변화율인 theta, $\frac{\partial V}{\partial E}$ 는 delta, $\frac{\partial E^2}{\partial V^2}$ 는 자산가치에 대한 delta의 변화율인 gamma를 나타낸다. 따라서 자본비율 확률과정은 다음 식 (7) 같이 나타낼 수 있다.

$$d\left(\frac{E}{V}\right) = \frac{E}{V} \left[\sigma_V^2 \left(1 - \frac{V}{E} N(d_1) \right) \right] dt + \frac{E}{V} \left[\sigma_V \left(\frac{V}{E} N(d_1) - 1 \right) \right] dW \quad (7)$$

위의 식을 이용하여 시간에 따른 자본비율 확률과정을 나타낼 수 있다. 기존의 조건부자본증권 가격결정론들은 대표적인 구조에 한해 공식을 도출하는 것이 초점이었다면 본 방법론은 조건부자본증권의 기초자산인 자본비율에 대한 확률과정을 도출함으로써 구조가 복잡한 조건부자본증권에 대한 가격도 비교적 쉽게 도출할 수 있다. 조건부자본증권은 발행 은행에 대한 자본 구조를 반영해야 하며 실제 발행된 많은 조건부자본증권은 각각 다른 형태의 구조를 나타내고 있다. 국내에 발행된 조건부자본증권도 해외에 발행된 증권의 구조와 판이하게 다르며 이는 국내 은행의 자본 구조가 해외 은행과 크게 차이를 나타낸다. 또한 본 방법론은 가격결정을 위해 시장에서 손쉽게 구할 수 있는 자료만을 활용하므로 실질적으로 다양한 조건부자본증권의 가격을 결정하는 데 누구나 활용할 수 있다.

5. 실증 분석

5.1 분석대상

위에서 도출한 자본비율 확률과정을 활용하여 실제 발행된 조건부자본증권 가격결정에 대한 실증 분석을 실시하였다. 조건부자본증권은 2009년부터 영국에서 시작하여 현재도 전세

계적으로 다양한 구조로 발행되고 있지만 국내에는 2014년부터 발행되기 시작하였다. JB금융지주에서 2014년 9월에 국내 첫 조건부자본증권을 발행하였고 구조는 기존에 발행된 해외 조건부자본증권과 상이하였다. JB금융지주의 조건부자본증권 발행 조건은 다음 <Table 1>에 요약된 바와 같다.

Table 1. Coco Bond of JB Financial Group

Item	Description
Scale of issue	200 Billion won
Credit grade	A+
The data of issue	9/22/2014
Issue interest rate	6.4%
Time to maturity	30 years
Exemption for obligation to provide coupons	Management Improvement Recommendation Management Improvement Request Management Improvement Order Insolvent financial institution Applied to at least one of four options
Writing down	Designated as an insolvent financial institution

이자지급 의무 감면의 4가지 조건 중 하나에 해당할 경우 해당 분기에 지급하는 이자 지급은 중단되며 부실금융기관으로 지정될 경우 투자원금의 100% 상각이 발생한다. 기존의 조건부자본증권 구조와 달리 두 가지 전환조건이 존재하며 해당 조건부자본증권의 가격을 결정하기 위해서는 모든 조건을 고려하여야 한다. 위에서 제시한 이자지급 의무 감면 조건에 대한 적기 시정 조치 기준을 다음 <Table 2>에 정리하였다.

따라서 BIS 기준 자기자본비율이 6~8% 이하 또는 기본자본비율이 4.5~6% 이하로 하락할 경우 전환조건을 만족하여 이자지급은 발생하지 않으며 0~1% 미만으로 하락할 경우 투자원금 상각이 발생한다. 본 논문에서는 기본자본비율을 전환조건으로 설정하였으며 6% 이하로 하락하였을 경우 이자지급을 중지하는 것으로 설정하였다.

5.2 국내은행 자본비율과 기본자본비율의 선형관계

국내 대형 은행 15개에 대해 2010년부터 2014년까지 정규화된 자본비율과 기본자본비율간의 선형관계를 분석하면 다음 <Figure 2> 및 식 (8)과 같다.

$$TIER-1 \text{ Ratio} = 3.9009 + 0.6407 \times \text{Normalized Equity Ratio} \quad (8)$$

Table 2. Accounting Criteria for Conversion

Ratio	Management Improvement Recommendation	Management Improvement Request	Management Improvement Order
BIS capital adequacy ratio	6~8%	2~6%	0~2%
TIER-1 capital ratio	4.5~6%	1.5~4.5%	0~1.5%
Core TIER-1 capital ratio	3.5~4.5%	1.2~3.5%	0~1.2%

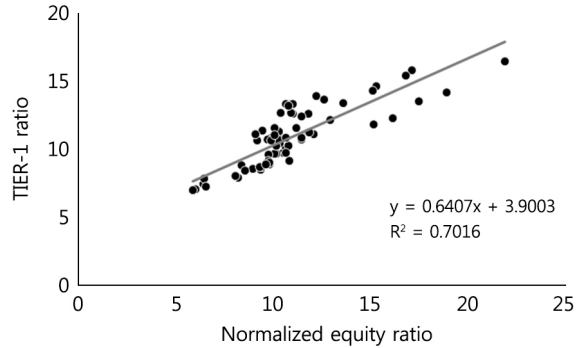


Figure 2. Relationship of Equity Ratio and TIER-1 Capital Ratio

위 선형 관계식의 설명력은 70.16%로서, 상당히 높은 수준이다. 따라서 선형관계를 가정하여 자본비율을 이용하여 기본자본비율을 추정하여 분석에 활용할 수 있다.

5.3 JB금융지주 자본비율과 기본자본비율의 선형관계

JB금융지주의 조건부자본증권 가격결정을 위해 앞서 가정했던 자본비율과 기본자본비율의 선형관계에 대한 분석이 필요하다. 자본비율은 총 자산 대비 총 자본의 비율을 나타낸다. JB금융지주 조건부자본증권이 2014년 9월 22일에 발행되었으므로 2004년 9월부터 10년 동안 분기별로 공시되는 자본비율과 기본자본비율 자료를 바탕으로 이들에 관한 선형관계를 분석하였다. JB금융지주는 2013년 7월 설립되었고 현재 전북은행, JB우리캐피탈, JB자산운용, 광주은행 총 4개의 자회사로 구성되어 있다. 설립 이전에는 전북은행으로 존재했으며 선형관계 분석 시 2013년 7월 이전 자료는 전북은행으로 대체하였다. 해당 분기가 경과할 때마다 10년을 고정한 후 한 분기씩 이동하여 선형관계를 수정하였다. 예를 들어 2014년 3분기가 경과한 경우 2004년 4분기부터 2014년 3분기까지 10년 동안의 자본비율과 기본자본비율로 수정하여 선형관계를 분석하였다. 본 논문에서는 2015년 10월 15일까지 분석하였으므로 총 4개 기간에 대한 선형 관계를 분석하였다. 선형 관계는 다음과 같다.

Table 3. Linear Equation Estimation for JB Financial Group Over Four Sub Periods

Index	Period	Intercept	Equity Ratio	R ²
1	2004 Q4~2014 Q3	3.6794***	0.7842***	0.459
2	2005 Q1~2014 Q4	3.8062***	0.7604***	0.439
3	2005 Q2~2015 Q1	4.0156***	0.7230***	0.402
4	2005 Q3~2015 Q2	4.1451***	0.6996***	0.370

Significant level : *** (0-0.01), ** (0.01-0.05), * (0.05-0.1).

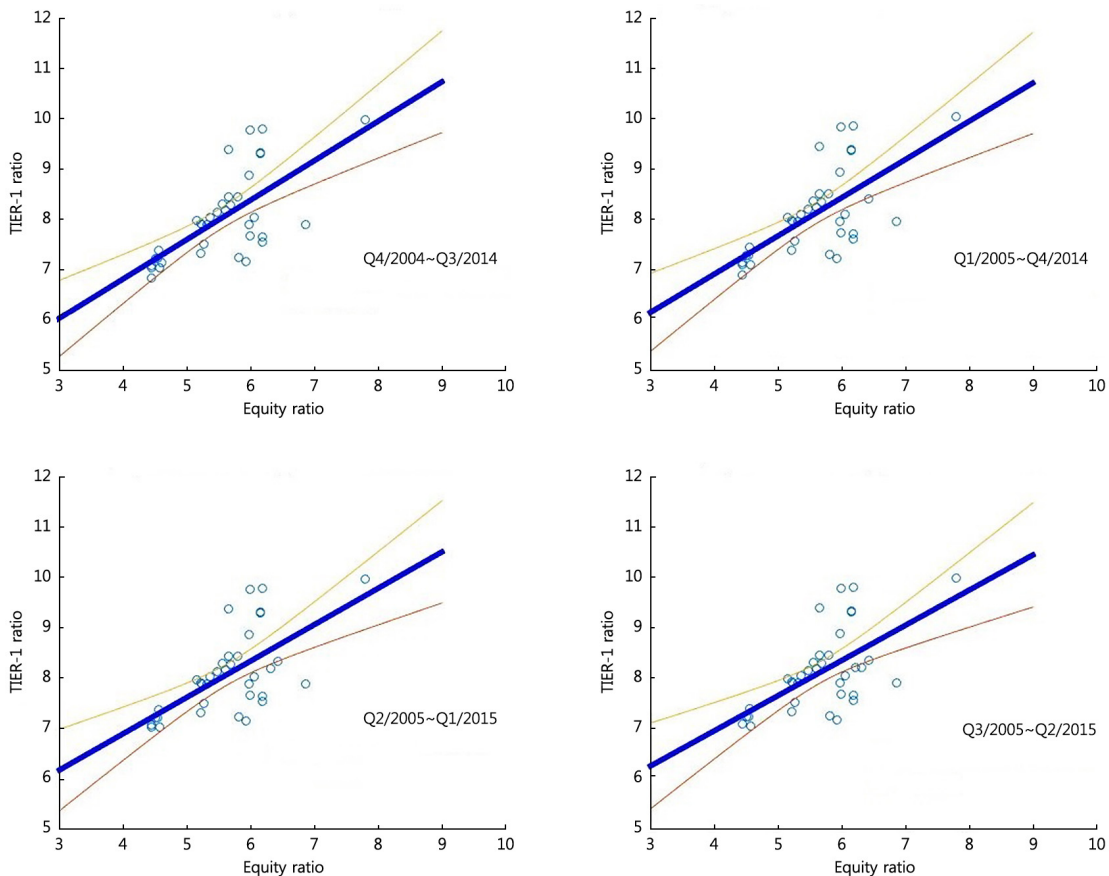


Figure 3. Linear Relationship of Equity Ratio and TIER-1 Capital Ratio of JB Financial Group

<Figure 3>은 각각 4개 기간 동안 JB금융지주의 자본비율과 기본자본비율 간의 선형관계를 나타낸 것이다. 회귀선을 기준으로 양쪽의 95% 신뢰구간을 설정하였다. 각각의 선형 회귀분석에서 선형 관계에서 크게 벗어나는 3개의 극단치를 제거하였다. 3개의 극단치는 2013년 이후의 값으로 JB금융지주가 설립되는 시기와 일치했다. 4개 기간 동안의 설명력은 평균 약 41.75%이고 Equity ratio 변수에 대한 매우 낮은 p-value는 유효한 변수라는 것을 나타낸다. 또한 선형 회귀식의 기울기가 평균 약 0.74이므로 기본자본비율은 자본비율 변화량의 3/4만큼 변화하는 관계를 나타낸다.

5.4 자산의 시장가치 및 자산가치 변동성 결정

자산의 시장가치 및 자산가치 변동성은 제 4.2절에서 언급했듯이 자본은 자산을 기초자산으로 하는 콜옵션과 동일하며 자본 가격결정식과 자산가치와 자본의 변동성 관계식을 이용하여 추정할 수 있다. 자본의 시장가치는 시가총액에 해당하므로 자본의 변동성은 주식의 변동성과 동일하다. 따라서 주식의 변동성은 1년 동안 일별 증가 기준 표준편차로 추정하였으며 부채의 경우 분기마다 공시되는 부채를 해당 기간 3개월 동안 동일하다고 가정하였다. 이자율은 국채의 무위험 이자율 곡선을 도출하여 일별 자료를 이용하였다. 자산의 시장가치와

변동성은 매일 추정하였으며 이를 조건부자본증권 변수로 대입하여 가격을 결정하였다.

5.5 시장가격과의 비교

본 논문에서 실험한 기간은 2014년 10월 1일부터 2015년 10월 20일이고 총 거래일은 252일이다.

JB금융지주 조건부자본증권 이론가격과 시장가격은 다음과 같다.

시장가격은 Bloomberg에서 제공하는 종가 기준 가격이다. 처음 기간에는 거래가 활발히 발생하지 않아 비정상적인 움직임은 보이지 않지만 거래일 100일, 2015년 2월 이후부터는 거래량이 증가하면서 시장참여자들에 의한 합리적인 가격 변화가 나타나기 시작하였다. 거래일 100일 이후부터 시장가격과 이론가격은 유사한 움직임을 나타내는 것을 확인할 수 있다. 거래일 100일 이후 시장가격과 이론가격이 크게 상승하고 거래일 180일, 2015년 6월을 기점으로 가격이 하락하는 추세를 보여준다. 이론가격의 경우 자본의 시장가치인 시가총액을 자본으로 대입하였으므로 주가가 큰 영향을 받는다. 거래일 180일 이후로 꾸준히 JB금융지주의 주가가 하락하는 것을 반영하여 이론가격도 같은 움직임을 보여준다. 이와 유사하게 시장가격도 거래일 180일, 2015년 6월 전후를 기점으로 하락

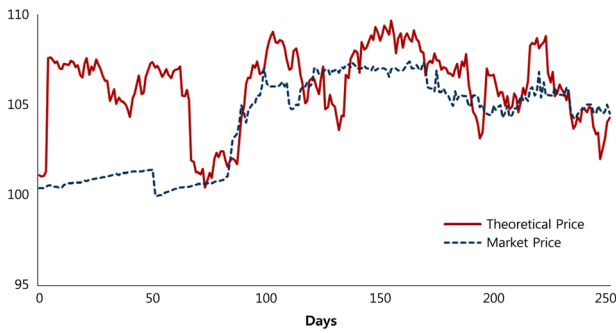


Figure 4. Comparison between Theoretical and Market Prices of JB Coco Bond

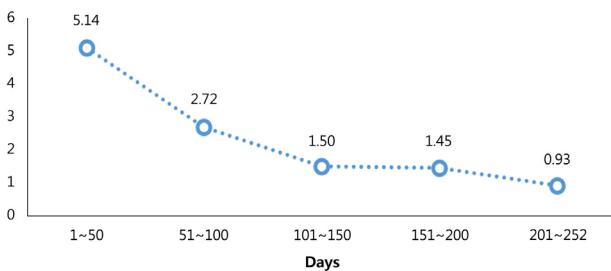


Figure 5. Difference between Market and Model Prices

하는 추세를 보여주고 있다. 거래일 200일, 2015년 8월 이후로 시장가격과 이론가격은 다른 기간에 비해 오차가 크게 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 오차는 Mean absolute percentage error (MAPE)를 이용하여 분석하였고 기간은 약 50일마다 MAPE를 비교하였다. 각 기간에 따른 MAPE는 다음과 같다.

<Figure 5>에서 나타난 바와 같이, 이론가와 시장가의 차이가 초기에는 5% 수준이었으나 이후 일정하게 줄어들어 1% 미만의 수준까지 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 이는, 거래 초기에 발생할 수 있는 다양한 불확실성이 시간의 흐름에 따라 해소되면서 이론 가격에 수렴하는 형태로 나타난다고 볼 수 있다. 따라서, 본 연구에서 제시된 가격결정모형을 통해 도출된 이론 가격이 시장 참여자들의 판단에 부합하는 합리적인 기준 가격이 될 수 있다는 것을 증명한다.

6. 결 론

2009년부터 영국에서 발행되기 시작한 조건부자본증권은 Basel III에 의해 자본건전성을 의무적으로 높여야 하는 은행들이 선호하는 상품 중의 하나이다. 조건부자본증권은 처음에 채권으로 발행되나 해당 은행의 자본건전성이 악화되어 자본비율이 전환조건을 충족할 경우 보통 자동으로 자본으로 전환되므로 은행의 입장에서 자본건전성을 개선할 수 있다.

본 논문에서는 Merton(1974)이 제안한 구조모형을 기반으로 자산, 부채 등과 같은 은행의 재무정보를 반영하여 자본비율의 확률과정 도출을 통해 조건부자본증권 가격결정론을 제

시하였다. 기업가치를 기초자산으로 설정하고 대표적인 구조에 대한 조건부자본증권 가격결정식을 도출하는 것이 목적인 기존의 연구들과 달리 조건부자본증권의 가격을 결정하는 자본비율에 대한 직접적인 확률과정을 도출하여 가격을 제시함으로써 다양하고 복잡한 구조의 조건부자본증권에 대한 일관적이고 비교적 쉬운 가격결정이 가능하고 조건부자본증권 가격결정에 있어 필요한 모든 자료가 실제 누구나 접근이 가능한 공시 자료이므로 누구나 실질적으로 본 논문에서 제시한 방법론을 활용할 수 있다.

실증 분석은 2014년에 JB금융지주에서 발행한 조건부자본증권에 대해 실시하였다. 약 거래일 100일 전에는 거래량이 많지 않아 가격이 비정상적인 움직임을 나타냈지만 거래일 100일 이후 거래량이 증가하면서 합리적인 시장가격을 형성하였다. 시간이 경과할수록 이론가격과 시장가격 간의 차이는 감소하였고 실제 거래일 200일 이후부터는 함께 수렴하는 결과를 보여주어 본 논문에서 제안된 방법론이 실무적 활용 가능성을 입증하는 것으로 설명할 수 있다.

본 연구에서는 자본비율의 확률과정을 이용한 실용적인 조건부자본증권의 가격결정 방법론을 제시하고 실증분석을 통해 검증하였다. 그러나 실증 연구가 국내 시장에서 발행된 한 종류의 상품으로 제한되어 있어 다양한 구조의 조건부자본증권들에 대한 고려가 이루어지지 못한 점은 한계로 지적된다. 특히, 해외 연구에서 다루어진 조건부자본증권들로 연구 대상을 확장하여 기존 모형들과 비교 분석을 수행하는 것은 제안된 방법론의 의의를 더욱 명확히 살펴볼 수 있는 기회가 될 것이다. 다른 한 편으로는 자본 비율 확률과정의 유도 결과를 바탕으로 해당 방법론이 가지는 경제적 함의를 정확히 해석하고 이를 바탕으로 모형 및 방법론을 개선해 나가는 것이 주요한 추후 연구 과제이다.

참고문헌

- Black, F. and Scholes, M. (1973), The pricing of options and corporate liabilities, *The Journal of Political Economy*, **81**(3), 637-654.
- Buergi, M. P. H. (2013), Pricing contingent convertibles : a general framework for application in practice, *Financial Markets and Portfolio Management*, **27**(1), 31-63.
- Corcuera, J. M., Spiegeleer, J. D., Albert, F.-C., Kyprianou, A. E., Madan, D. B., and Schoutens, W. (2013), Pricing of contingent convertibles under smile conform models, *Journal of Credit Risk*, **9**(3), 121-140.
- De Spiegeleer, J. and Schoutens (2011), Pricing contingent convertibles : a derivatives approach, Department of Mathematics in KU Leuven.
- Erismann, M. (2015), Pricing Contingent Convertible Capital-A Theoretical and Empirical Analysis of Selected Pricing Models, University of St. Gallen.
- Han, G. S. (2012), Valuation of American Option Prices Under the Double Exponential Jump Diffusion Model with a Markov Chain Approximation, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **38**(4), 249-253.
- Jaffee, D., Tchisty, A., and Albul, B. (2013), Contingent convertible

- bonds and capital structure decisions, 2013 Meeting Papers, Society for Economic Dynamics.
- Lee, S. K., Jang, B. G., and Kim, I. J. (2012), An Iterative Method for American Put Option Pricing under a CEV Model, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **38**(4), 244-248.
- Leland, H. E. (1994), Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure, *The Journal of Finance*, **49**(4), 1213-1252.
- Merton, R. C. (1974), On the pricing of corporate debt : The risk structure of interest rates, *The Journal of Finance*, **29**(2), 449-470.
- Pazarbasioglu, C., Zhou, J., Lesle, V. L., and Moore, M. (2011), Contingent Capital : Economic Rationale and Design Features, *IMF Staff Discussion Note*, Jan 25, 2011.
- Pennacchi, G. (2010), A structural model of contingent bank capital, FRB of Cleveland Working Paper, No. 10-04.
- Sundaresan, S. and Wang, Z. (2015), On the Design of Contingent Capital with a Market Trigger, *The Journal of Finance*, **70**(2), 881-920.
- Yoon, B. S. (2015), Computing Ruin Probability Using the GPH Distribution, *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, **40**(3), 39-48.