

## 외륜 이동로봇의 균형제어 알고리즘

이현탁<sup>a</sup>, 박희재<sup>a\*</sup>

## Balancing Control Algorithm for a Single-Wheeled Mobile Robot

Hyun Tak Lee<sup>a</sup>, Hee Jae Park<sup>a\*</sup><sup>a</sup> Department of Mechanical System Design Engineering, Seoul National University of Science and Technology,  
232, Gongneung-ro, Nowon-gu, Seoul 01811, Korea

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received	13	January	2017
Revised	11	February	2017
Accepted	15	February	2017

## Keywords:

Single wheel robot  
Balancing robot  
LQR controller  
State feedback control

## ABSTRACT

There have been lots of interest on service and entertainment robots. To ensure that robots work in harmony with humans, their stability and compactness are some of the key issues. Obviously, robots with fewer wheels occupy a smaller floor area compared to those with more wheels. In addition, robots with fewer wheels, whose posture stabilities are maintained by feedback control, are stable even under larger accelerations and/or higher locations of the center of mass. To facilitate controller design, it is assumed that both pitch and roll dynamics are decoupled. The dynamic equations of motion for the proposed robot are derived from the Euler-Lagrange equation. To obtain the optimal balancing control law, linear quadratic regulator control methods are applied to the linearized dynamic equations. Simulation and experimental results verify the effectiveness and performance of the proposed balancing control algorithm for a single-wheeled mobile robot.

## 1. 서론

바퀴를 이용해 주행하는 운송수단에 대한 관심은 유사 이래 매우 중요한 것이었다. 사륜식 자동차는 이미 가장 큰 산업 중에 하나로 자리를 잡았고 이륜형 탑승장치 또한 많이 상용화되어 있다. 안정화의 입장에서 보면 바퀴 수가 3개 이하로 줄어들면 지면을 차지하는 면적이 줄어들고 컴팩트해져 좁은 공간에서도 이동이 가능해지지만 필연적으로 균형 제어가 필요하다. 반면에 이러한 균형제어 덕분에 무게중심이 높이 위치해 있거나 가감속이 커져도 근본적으로 자세의 안정성이 보장되는 장점도 있다<sup>[1]</sup>.

외륜 이동로봇은 이러한 장점을 극대화시키고 협로를 이동할 수

있는 로봇이라고 볼 수 있다. 많은 문헌<sup>[2-5]</sup>에서 여러 타입의 외륜 로봇에 대한 다양한 연구를 진행하였다. Nakajima 등<sup>[2]</sup>의 연구는 인간이 외발자전거를 타고 양팔을 이용하여 중심을 잡는 것을 로봇이 대신하는 개념으로 양팔 대신에 수평 턴테이블을 활용한 형식을 이용하고 있으나 전진과 측면 방향의 제어를 위한 동작이 영향을 받기 때문에 제어가 매우 복잡한 단점이 있다. 또한 Xu와 Au<sup>[3]</sup>의 연구는 구동 바퀴 내부에 로봇의 센서와 자이로 스테빌라이저를 내장시키는 타입을 제안하고 그 제어 성능을 평가하였다. Majima와 Kasai<sup>[4]</sup>의 연구는 외륜 로봇의 구동과 수평선회방향의 제어에 대한 연구를 진행하였다.

본 논문에서는 외륜구동 로봇을 피치(pitch)방향과 롤(roll)방향

\* Corresponding author. Tel.: +82-2-970-6341

Fax: +82-2-974-8270

E-mail address: looki@seoultech.ac.kr (Hee Jae Park).

의 동역학 시스템으로 분리하고 이 두 방향은 동역학적 커플링 효과가 없다는 가정 하에 모델링과 제어시스템 설계를 진행하였다. 각 시스템에 Lagrange 방정식을 적용하여 동역학 모델을 유도하고 선형화를 통하여 LQR 제어를 설계하였다. 이러한 선형 제어를 Matlab을 사용한 시뮬레이션을 통하여 검증하였다. 마지막으로 로봇을 2개의 DC모터와 9축 IMU 센서를 사용하여 제작하였다. 이 로봇에 대한 일련의 실험을 통하여 피치와 롤 방향의 커플링 효과는 외란으로 간주되기 때문에 선형화된 LQR 제어기로도 충분히 제어가 될 수 있음을 검증하였다.

## 2. 외륜 로봇 시스템

본 연구에서 제안된 외륜 구동 로봇의 구조는 Fig. 1과 같다. 로봇의 구조는 제어관점에서 크게 피치방향 제어부와 롤방향 제어부로 나눌 수 있다.

### 2.1 피치각 제어부

피치각 제어부는 Fig. 1의 y축에 대한 회전각인 피치각을 0으로 제어하면서 로봇의 이동을 담당한다. 구동 휠과 구동 모터로 구성되며 구동 모터는 회전 당 256펄스가 나오는 엔코더와 5:1 감속기가 장착된 DC모터로서 장착된 타이밍 벨트를 통하여 구동 휠에 동력을 전달한다. 구동 휠의 직경은 110 mm이다.

### 2.2 롤각 제어부

Fig. 1의 x축에 대한 회전을 제어하는 롤각 제어부는 리액션 휠과 리액션 모터로 구성된다. 롤방향의 기울어짐에 대하여 리액션 휠의 회전 반력에 의하여 보정하는 역할을 한다. 회전 반력을 극대

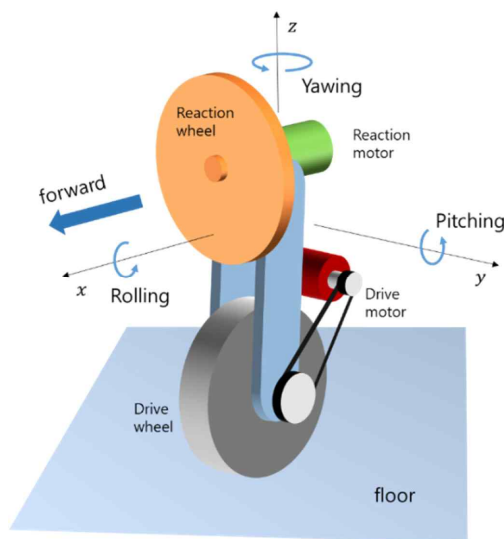


Fig. 1 Basic structure of single-wheeled robot

화하기 위하여 외경 175 mm이고 내경 105 mm의 황동 소재를 사용하였다.

### 2.3 제어시스템

Fig. 2는 제안된 로봇 시스템의 블록도이다. 본 연구에서 개발한 외륜 이동로봇은 크게 전원부, 제어부, 구동부로 나뉜다. 전원부는 리튬 폴리머 11.1 V 배터리, 제어기와 센서 그리고 모터 드라이브에 공급할 5 V 전원을 공급하는 스위칭 레귤레이터로 구성되어 있다. 바퀴 구동 및 리액션 휠모터는 모두 11.1 V로 구동하였다. 로봇의 현재 기울어진 정도를 측정하는 IMU 센서는 3축의 가속도, 3축의 회전각, 3축의 지자기 센서로 구성된 9개의 자세관련 정보를 측정하며 현재 로봇의 롤과 피치 각각의 각도와 각속도를 10 ms 주기로 주제어기인 ATmega128 MCU에 UART 통신을 사용하여 전송한다. 주제어기는 이 정보를 받아 10 ms 주기로 균형제어 법칙을 계산한 후에 각 모터 드라이버에 필요한 제어 입력을 인가한다.

### 2.4 로봇의 제작

외륜 구동 로봇의 사양과 사용된 주요 부품들은 Table 1에 제시

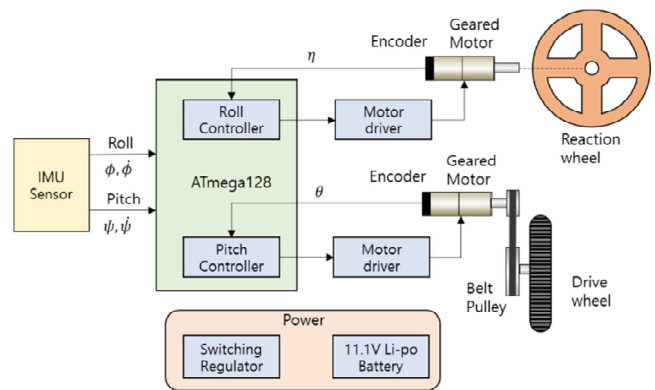


Fig. 2 Block diagram of single-wheeled robot

Table 1 Specifications of a single-wheeled robot

Dimensions	200 mm * 200 mm * 453 mm
Controller	ATmega128
Battery	11.1 V Lithium-Polymer battery
Actuator	IG32GM 1/5 planetary gear 512 PPR incremental encoder
Frame	Aluminum 4 mm thick sheet
Reaction wheel	Brass sheet 2 mm thick
Sensor	EBIMU-9DOFV3
Transmission	S2M-Timing pulley Timing belt
Shaft	6∅ steel shaft



Fig. 3 Proposed single-wheeled robot

하였다. 그리고 Fig. 3은 제안한 외륜 이동로봇의 완성 사진이다.

### 3. 동역학적 모델링

본 연구에서는 외륜 로봇에 대하여 다음과 같은 가정을 세우고 동역학적 모델링을 진행하였다.

- 피치방향과 롤방향의 동역학 시스템으로 분리하고 이 두 방향의 커플링 효과가 없다.
- 잡음, 외란이 무시할 만큼 작다.

#### 3.1 피치방향 기준 모델링

Fig. 4는 로봇의 피치 방향을 기준으로 한 단순화 모델이다. 이 모델에 Euler-Lagrange 방정식을 적용하여 동역학 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$M_b L R \cos \psi \ddot{\theta} + (M_b L^2 + J_b) \ddot{\psi} - M_b g L \sin \psi = -\tau_\theta \quad (1)$$

$$(M_r R^2 + M_b R^2 + J_r) \ddot{\theta} + M_b L R \cos \psi \ddot{\psi} - M_b L R \psi^2 \sin \psi = \tau_\theta \quad (2)$$

여기서  $\psi$ 는 로봇의 피치각,  $\theta$ 는 구동 바퀴의 회전각이고  $\tau_\theta$ 는 감속된 구동 모터의 구동 토크이다. 다른 파라미터들은 Table 2에 설명과 실험을 통하여 얻은 값이 수록되어 있다.

식 (1), (2)를  $y=0$  부근에서 선형화하고 구동모터에 대한 모델을 추가하면

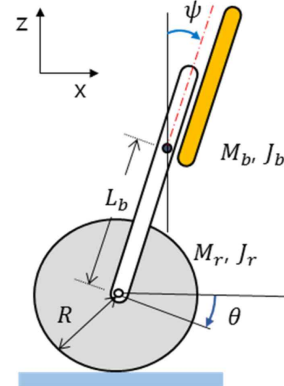


Fig. 4 Modeling for pitch angle

Table 2 Parameters of pitch direction model

Symbol	Value	Descriptions
$n$	5	Gear reduction ration
$R$	0.055	Drive wheel radius [m]
$M_b$	2.4	Robot body mass [kg]
$M_r$	0.42	Drive wheel mass [kg]
$L_b$	0.25	Distance between body mass center and drive wheel center [m]
$J_b$	0.0895	Moment inertia of robot body with reaction wheel [kg · m <sup>2</sup> ]
$J_r$	0.0000378	Moment inertia of drive wheel [kg · m <sup>2</sup> ]
$K_t$	0.01253	Torque constant of drive motor [kg · m/A]
$K_b$	0.0127	Back EMF constant [V/RPM]
$R_a$	2.23	Armature resistance [Ω]

$$M_b L R \ddot{\theta} + (M_b L^2 + J_b) \ddot{\psi} - M_b g L \psi = -\tau_\theta \quad (3)$$

$$(M_r R^2 + M_b R^2 + J_r) \ddot{\theta} + M_b L R \ddot{\psi} = \tau_\theta \quad (4)$$

$$\tau_\theta = \frac{n K_t}{R_a} i + \frac{n K_b K_t}{R_a} \dot{\theta} \quad (5)$$

식 (3)~(5)로부터 상태방정식을 구하기 위하여 상태벡터를  $X = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$  로 정의하였으며  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\psi}$ 는 각각 바퀴 각속도, 피치 각속도이다. 피치방향의 모델에 대한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -162.18 & -0.11 & 0 \\ 0 & 42.72 & 0.012 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8.77 \\ -1.24 \end{bmatrix} u \quad (6)$$

#### 3.2 롤방향 기준 모델링

Fig. 5는 피치 기준과 마찬가지로 로봇의 롤방향 기준의 단순화 모델이다.

이 모델에 대하여 Euler-Lagrange 방정식을 적용하면,

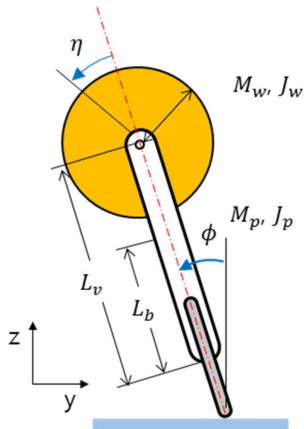


Fig. 5 Modeling for roll angle

Table 3 Parameters of roll direction model

Symbol	Value	Descriptions
$M_w$	0.42	Drive wheel mass [kg]
$J_w$	0.018	Moment inertia of drive wheel [kg·m <sup>2</sup> ]
$M_p$	2.0	Mass of robot excluding reaction wheel [kg]
$J_p$	0.0895	Moment inertia of robot including reaction wheel [kg·m <sup>2</sup> ]

$$(M_b L_b^2 + M_w L_w^2 + J_p + J_w) \ddot{\eta} + J_w \ddot{\phi} - (M_b L_b + M_w L_w) g \cdot \sin \phi = 0 \quad (7)$$

$$J_w \ddot{\eta} + J_w \ddot{\phi} = \tau_r \quad (8)$$

여기서  $\phi$ 는 로봇의 롤각도,  $\eta$ 는 리액션 휠의 회전각이고  $\tau_r$ 은 리액션모터의 구동토크이다. 다른 파라미터들은 Table 3에 설명과 실험을 통하여 얻은 값이 수록되어 있다.

식 (7), (8)을  $\phi = 0$  부근에서 선형화하고 리액션 모터에 대한 모델을 추가하면

$$(M_b L_b^2 + M_w L_b^2 + J_p + J_w) \ddot{\eta} + J_w \ddot{\phi} - (M_b L_b + M_w L_w) g \phi = 0 \quad (9)$$

$$J_w \ddot{\eta} + J_w \ddot{\phi} = \tau_r \quad (10)$$

$$\tau_r = \frac{nK_t}{R_a} i + \frac{nK_b K_t}{R_a} \dot{\eta} \quad (11)$$

식 (9)~(10)으로부터 상태방정식을 구하기 위하여 상태벡터를  $Z = [\dot{\eta} \ \phi \ \dot{\phi}]^T$ 로 정의하였으며  $\dot{\phi}$ 는 롤 각속도이다. 롤 방향의 모델에 대한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 23.87 & 0 & 0.0013 \\ -23.87 & 0 & 0.0212 \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.11 \\ 1.67 \end{bmatrix} u \quad (12)$$

Table 4 LQG controller design for the robot

Pitch direction	
Q, R Matrix	$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 1$
Continuous time Optimal gain	$K = [-2.24 \quad -169.59 \quad -2.31 \quad -33.64]$
Discrete time Optimal gain ( $T_s=0.01$ )	$K_d = [-2.01 \quad -157.51 \quad -2.09 \quad -31.05]$
Roll direction	
Q, R Matrix	$Q = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 1$
Continuous time Optimal gain	$K = [-602.70 \quad -124.41 \quad -1.06]$
Discrete time Optimal gain ( $T_s=0.01$ )	$K_d = [-583.66 \quad -120.46 \quad -1.00]$

#### 4. 제어기 설계

본 연구에서는 외륜 로봇시스템을 선형 시불변시스템으로 가정하고 LQR(linear quadratic regulator) 제어를 적용하였다. 이 문제는 연속시간 시스템인  $\dot{x} = Ax + Bu$ 에 대하여 비용 함수인  $J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$ 를 최소화하는 상태제어  $u = -Kx$ 의 최적 게인벡터  $K$ 를 구하는 작업이다<sup>[5]</sup>.

설계자의 직관과 원하는 제어 사양에 의하여 가중치 행렬  $Q$ 와  $R$ 를 적절하게 선택해야 한다. Table 4는 피치방향과 롤방향의  $R$ ,  $Q$  행렬의 설정값과 그에 따른 연속시간 시스템의 최적 이득  $K$ 와 샘플시간  $T_s$ 가 0.01인 경우에 대하여 이산시간 시스템으로 변환한  $K_d$ 를 보여주고 있다.

#### 5. 시뮬레이션

##### 5.1 피치방향 기준 시뮬레이션

3장의 동역학적 모델과 4장에서 구한 LQR 제어기의 제어 결과를 확인하기 위하여 Fig. 6과 같은 Simulink 모델을 작성하여 시뮬레이션을 진행하였다. 시뮬레이션에 사용한 제어 이득은 Table 4와 같다.

로봇의 피치 방향의 각도의 초기값을 10.42°로 멈춘 상태라고 가정하여 초기 상태 벡터를  $X(0) = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T = [0 \ 0.1818 \ 0 \ 0]^T$ 로 설정하였다. Figs. 7, 8은 피치 방향의 시뮬레이션 실행결과이다. Fig. 7은 피치 각도의 시뮬레이션 결과로서 이 결과를 보면 2.5

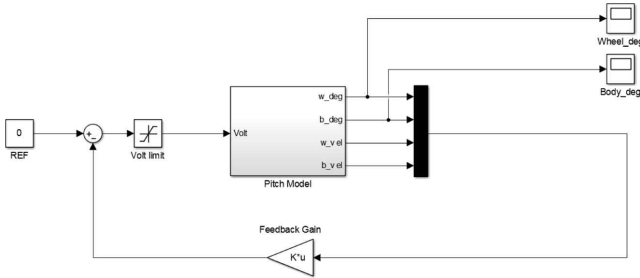


Fig. 6 Simulink blocks of pitch control

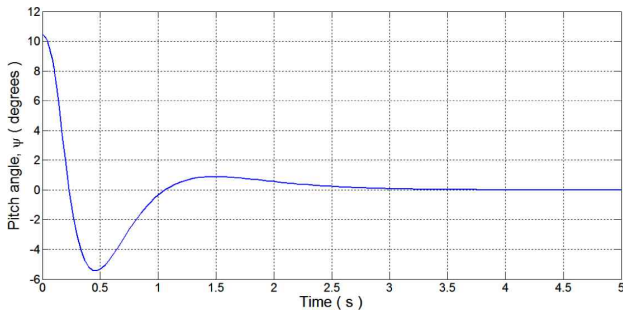


Fig. 7 Pitch angle of pitch model simulation

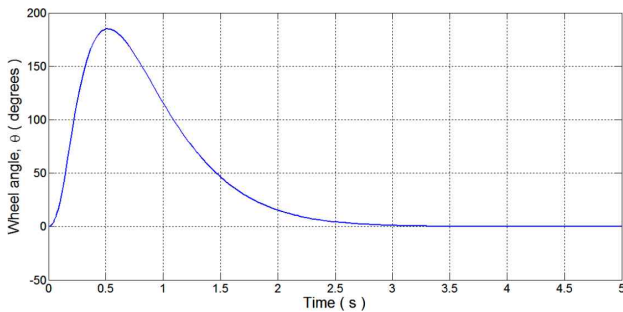


Fig. 8 Drive wheel angle of pitch model simulation

초 정도의 정착 시간이 소요되었다. Fig. 8은 구동 바퀴의 회전 각도에 대한 응답을 보여주고 있으며 이 각도도 중심을 잡으면서 목표 값인 0°도로 잘 수렴하는 것을 알 수 있다.

### 5.2 롤방향 기준 시뮬레이션

피치방향과 마찬가지로 3장에서 구한 선형모델에 4장에서 구한 LQR제어기를 적용하여 시뮬레이션을 진행하였다. 시뮬레이션의 구성 블록은 Fig. 9와 같다. Figs. 10, 11은 롤방향의 시뮬레이션 결과로서 롤 방향의 각도 초기값은 8°로 정지 상태라고 가정하여 초기 상태 벡터를  $Z(0) = [\dot{\eta} \ \phi \ \dot{\phi}]^T = [0 \ 0.139 \ 0]^T$ 로 설정하였다. 롤방향 각도에 대한 결과를 보면 -1.5 정도의 언더슈트 후에 피치 방향과 마찬가지로 2.5초 정도에 정착되는 것을 알 수 있다.

Fig. 11을 보면 리액션 휠의 경우 드라이브 모터와 달리 각속도  $\dot{\eta}$ 를 0으로 제어하기 때문에 회전 각도  $\eta$ 는 1초 정도까지는 급격하게 회전한 후 2.5회전 후 정지하는 것을 알 수 있다.

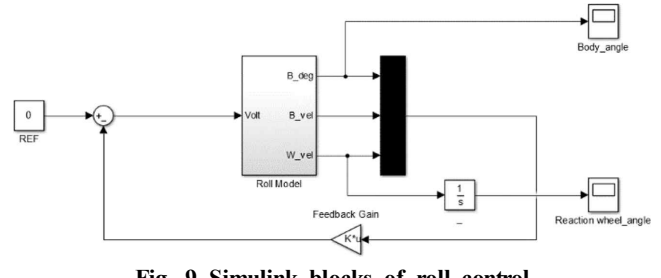


Fig. 9 Simulink blocks of roll control

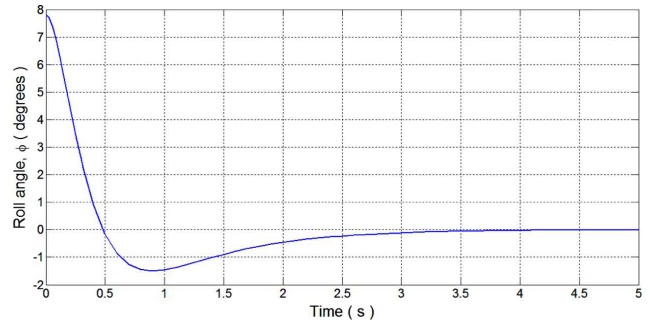


Fig. 10 Roll angle of roll model simulation

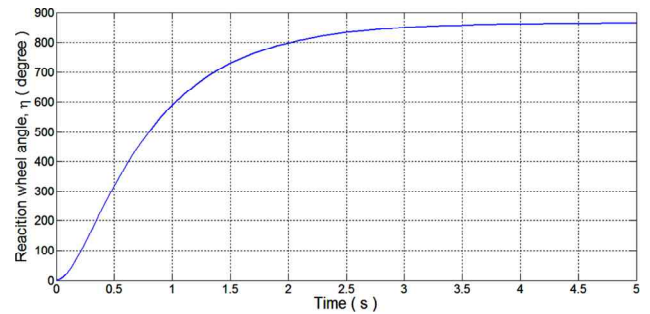


Fig. 11 Reaction wheel angle of roll model simulation

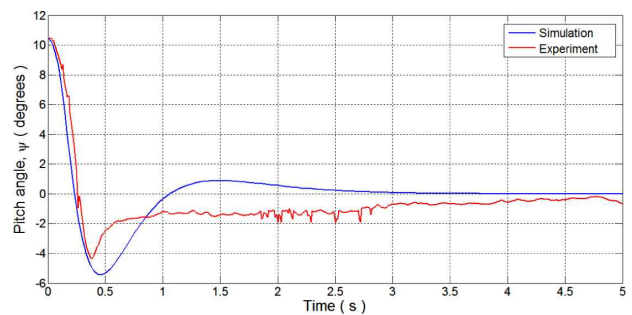


Fig. 12 Pitch angle of simulation and experiment

## 6. 실험결과

앞서 제작한 로봇과 모델링과 시뮬레이션을 통해 설계한 LQR 제어기를 실험을 통하여 그 유효성을 검증하고자 한다. 이 실험을 위하여 배터리로 주행하는 로봇에 블루투스 모듈을 장착하여 컴퓨터로 필요한 데이터를 획득하였다.

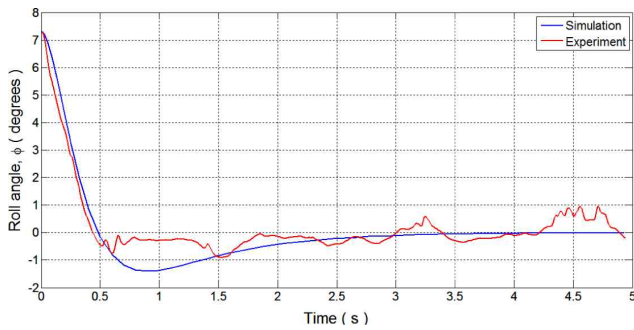


Fig. 13 Roll angle of simulation and experiment

Fig. 12와 Fig. 13은 실험과 시뮬레이션 결과를 피치와 롤방향 각도를 비교하였다. Fig. 12는 피치 방향의 각도 응답의 비교이다. 전반적으로 비슷한 경향을 보여주지만 실험의 결과가 더욱 정착시간이 길다는 것을 알 수 있다. 이것은 동역학적 모델링 오차와 IMU 센서의 시간 지연 등에 기인한 것으로 판단된다. Fig. 13은 롤방향의 각도 비교이다. 피치와 마찬가지로 비슷한 경향을 보여주지만 주기적으로 나타나는 진동들이 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 리액션 휠의 제작과 조립상의 편심 등에 의한 것으로 판단된다.

## 7. 결론

본 연구에서는 외륜 이동로봇의 모델링과 균형제어 시스템 설계를 수행하였다. 제어기 설계와 모델링의 간소화를 위하여 피치와 롤방향의 커플링 효과가 없다는 가정 하에 최적 상태제어 기법인 LQR 제어기를 설계하였으며 롤과 피치방향 각각에 대한 시뮬레이션과 실험을 진행하였다. 모델링 오차, IMU센서의 지연, 제작 및 조립의 편차 등의 문제에도 불구하고 제안한 LQR 제어기는 외륜 로봇의 균형 제어에 적합하다는 것을 실험을 통하여 검증하였다. 특히 롤과 피치가 제어기를 분리한 모델로 제어기를 설계하여도

모델링하지 않은 항들의 영향이 미미하기 때문에 만족할 만한 성능을 얻을 수 있다는 것을 보였다. 향후에는 요(yaw) 방향 제어를 구현하기 위하여 (1) 본 연구의 리액션 휠을 사용하는 균형제어 방식과 (2) 자이로스코프를 이용하는 방법으로 나누어 심도 있는 연구를 진행하고자 한다.

## 후 기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내연구비의 지원으로 수행되었습니다.

## References

- [1] Lauwers, T. B., Kantor, G. A., Hollis, R. L., 2006, A Dynamically Stable Single-Wheeled Mobile Robot with Inverse Mouse-Ball Drive, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, 2884-2889.
- [2] Sheng, Z., Yamafuji, K., 1997, Postural Stability of a Human Riding a Unicycle and Its Emulation by a Robot, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 13:5 709-720.
- [3] Xu, Y., Au, S. K., 2004, Stabilization and Path Following of a Single Wheel Robot, IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, 9:2 407-419.
- [4] Majima, S., Kasai, T., 2005, A Controller for Changing the Yaw Direction of an Underactuated Unicycle Robot, International Conference on Technology and Automation, 5:1 73-88.
- [5] Anderson, B. D. O., Moore, J. B., 2007, Optimal Control: Linear Quadratic Methods, Dover Publications, New York, USA.