Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 22 No. 3, pp. 61-67, March 2017
www.ksci.re.kr
https://doi.org/10.9708/jksci.2017.22.03.061

Analysis of the network robustness based on the centrality of vertices in the graph

Changkwon Jeong*, Chi-Geun Han**, Sang-Hoon Lee***

Abstract

This paper analyzes the robustness of the network based on the centrality of vertices in the graph. In this paper, a random graph is generated and a modified graph is constructed by adding or removing vertices or edges in the generated random graph. And then we analyze the robustness of the graph by observing changes in the centrality of the random graph and the modified graph. In the process modifying a graph, we changes some parts of the graph, which has high values of centralities, not in the whole. We study how these additional changes affect the robustness of the graph when changes occurring a group that has higher centralities than in the whole.

▸ Keyword : Centrality, Community, Robustness

I. Introduction

최근 페이스북, 트위터, 인스타그램 등 소셜 네트워크 서비스가 각광받고 있다. 소셜 네트워크 서비스를 많이 이용함에 따라 이를 이용한 다양한 활동이 이루어지고 있다. 불우이웃 돕기, 공익 캠페인, 상업적인 광고을 포함한 마케팅까지 행해지면서 소셜 네트워크 서비스의 활용성과 가치는 증가하고 있다. 따라서 연구자들은 소셜 네트워크 분석에 관심을 갖게 되었다.

소셜 네트워크는 하나의 큰 그래프로 표현할 수 있고 그래프 분석에 대해 많은 연구가 진행되고 있다. 이 중 그래프 내에서 정점의 중요도를 나타내기 위해 중심성(Centrality)에 대한 연구가 진행되고 있다.

그래프 내에서 정점의 중심성을 나타내는 방법은 연결 중심성(Degree Centrality), 매개 중심성(Betweenness Centrality), 근접 중심성(Closeness Centrality), 고유벡터 중심성(Eigenvector Centrality), Lin's Index, Harmonic Centrality, Seeley's Index, Page Rank 등이 있다[1]. 그래프 내에서 정점이 가지는 중심성 값이 높을수록 중요한 정점임을 뜻한다.

일반적으로 주어진 그래프의 중심성에 대해 많은 연구가 진행되고 있는데, 그래프가 나타내는 실제 상황은 정점 또는 간선이 수시로 추가되거나 제거되는 유동적인 형태이다. 이 실제 상황의 그래프를 모의적으로 구성하여 그래프의 강건성(Robustness)을 분석한 연구가 진행되었다[2]. 이 연구는 랜덤 그래프 G를 생성하고 임의로 정점 또는 간선을 추가하거나 제거하여 변형된 그래프 G'를 생성한다. 이후 G와 G'의 중심성을 계산하여 그 변화를 비교한다. 중심성이 높은 그룹의 정점이 변화 후에도 상위 그룹에 속하는지 여러 척도를 이용하여 알아보았고, 변화 후에 대상이 되는 정점이 상위 그룹에 많이 속할수록 그래프의 강건성이 높다고 보았다[2].

본 연구는 위의 연구에서 더 나아가 그래프 변화에 새로운 조건을 추가한다. 그래프 전체가 아니라 중심성이 높은 정도에 따라 정점을 구분한다. 이후 정점 또는 간선을 추가하거나 제거하여 그래프를 변화시킨다. 이 추가적인 조건을 통해 전체가 아니라 중심성의 수준이 다른 그룹에서 변화가 발생했을 때, 강건성이 어떻게 변하는지 알아본다.

• First Author: Changkwon Jeong, Corresponding Author: Chi-Geun Han
*Changkwon Jeong (92fmnsos@gmail.com), Dept. of Computer Engineering, Kyung Hee University
**Chi-Geun Han (cghan@khu.ac.kr), Dept. of Computer Engineering, Kyung Hee University
***Sang-Hoon Lee (a01b01c01@khu.ac.kr), Dept. of Computer Engineering, Kyung Hee University
* Received: 2016. 12. 28, Revised: 2017. 02. 17, Accepted: 2017. 03. 03.

관계를 그래프로 표현할 때 중심성이 높은 정점은 상대적으로 높은 영향력을 가진다. 이러한 정점들에 변화를 집중하고 강건성의 변화를 관찰하면 특정 부분의 변화가 그래프 전체에 미치는 영향을 분석할 수 있다.

2장에서는 기존 중심성 지표들을 설명하고 3장에서는 실험계산에 사용된 랜덤 그래프 모델과 변화 성분들에 대해 설명한다. 4장에서는 그래프에 각 변화를 적용한 실험 결과를 분석하고 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

II. Related works

1. Centrality

중심성은 그래프 내의 정점의 중요성을 나타내기 위해 다양한 방법으로 정의되는데, 본 절에서는 여러 중심성 정의 중에서 자주 사용되는 네 가지 중심성의 정의를 설명한다. 그래프는 $G=(V,E)$로 정의되면, V는 정점의 집합, E는 간선의 집합을 나타낸다. 다음 Fig. 1은 중심성의 설명을 위한 단순한 그래프 예이다.

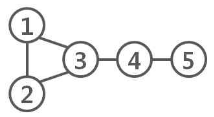

Fig. 1. Example Graph

1.1 Degree Centrality

연결 중심성은 정점이 가지는 간선의 수로 나타낸다[3]. 연결된 간선의 수가 클수록 정점의 중요도가 증가한다는 단순한 개념을 반영한 것이다. 그래프의 한 정점 x에 연결된 간선의 그룹을 E_x라고 하자. 이때 x의 연결 중심성 $C_d(x)$는 (식 1)과 같다.

$$C_d(x) = |E_x|, x \in V \qquad (식\ 1)$$

1.2 Betweenness Centrality

매개 중심성은 그래프 내에 한 정점이 서로 다른 두 정점의 최단 경로에 포함하는 경우의 수이다[4]. 그래프에서 한 정점 x와 서로 다른 정점 y와 z가 있을 때, y에서 z로 가는 최단 경로의 수를 σ_{yz}라 하고, x를 통과하는 최단 경로의 수를 $\sigma_{yz}(x)$라 하자. 이때 x의 매개 중심성 $C_b(x)$는 (식 2)와 같이 나타낸다.

$$C_b(x) = \sum_{y,z \neq x, \sigma_{yz} \neq 0} \frac{\sigma_{yz}(x)}{\sigma_{yz}}, x \in V \qquad (식\ 2)$$

매개 중심성은 정점이 다른 두 정점의 최단 경로에 많이 포함될수록 높은 값을 갖게 된다. Fig. 1에서 3번 정점이 최단 경로에 자주 포함된다. 따라서 다른 정점보다 3번 정점의 매개 중심성이 크게 된다.

1.3 Closeness Centrality

근접 중심성은 한 정점이 다른 정점과 가까운 정도를 나타낸다[5]. 정점 x와 y가 있을 때, x와 y의 거리 $d(y,x)$는 x에서 y까지 연결된 간선의 수라 하자. x의 근접 중심성 $C_c(x)$는 x가 아닌 다른 모든 정점의 거리의 합을 구하고 그 합의 역수를 취하는 것으로 (식 3)과 같이 나타낸다.

$$C_c(x) = \frac{1}{\sum_{y \in V} d(y,x)}, x \in V \qquad (식\ 3)$$

근접 중심성은 한 정점이 다른 정점들과의 거리가 짧을수록 높은 값을 갖는다. Fig. 1에서 3번 정점이 다른 정점들과의 거리의 합이 최소이다. 따라서 다른 정점보다 근접 중심이 크게 된다.

1.4 Eigenvector Centrality

고유벡터 중심성은 정점과 대응되는 고유벡터 값이다[6]. 그래프를 인접행렬로 표현한 후 계산한 고유벡터를 $\lambda(x)$라고 하자. 이때의 고유벡터 중심성 $C_e(x)$은 (식 4)와 같이 나타낸다.

$$C_e(x) = \lambda(x), x \in V \qquad (식\ 4)$$

다음 Table 1은 Fig. 1의 그래프에 대한 각 정점이 가지는 네 가지 중심성의 값들이다.

Table 1. Centralities of Fig. 1

Node No.	1	2	3	4	5
Degree Centrality	2.00	2.00	3.00	2.00	1.00
Betweenness Centrality	0.00	0.00	4.00	3.00	0.00
Closeness Centrality	0.14	0.14	0.20	0.17	0.11
Eigenvector Centrality	0.82	0.82	1.00	0.57	0.26

III. Method

1. Graph Generation

실험계산을 위해 실제 상황의 네트워크와 유사하게 그래프를 구성하기 위해 랜덤 그래프 모델링 중 하나인 Erdös-Rényi 모델을 이용하여 랜덤그래프를 생성한다. 이 모델은 정점의 개수 n과 정점이 간선을 가질 확률 p를 이용해 랜덤그래프를 생성한다. 여기서 p는 독립 확률로 다른 정점과 상관없이 한 정점마다 간선이 확률에 의존하여 생성된다[7]. 그래프의 정점의 수 n을 {50, 100, 150}으로 하고 정점이 간선을 가질 확률 p를 {30%, 50%, 70%, 90%}으로 한다. 각 n과 p의 조합마다 총 12개의 초기 그래프 $G=(V,E)$을 생성한다. Fig. 2는 10

개의 정점과 p = 50%로 생성한 임의의 랜덤 그래프이다
.

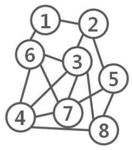

Fig. 2. Random Graph

초기 그래프를 생성한 후 일정한 비율 R로 정점 또는 간선을 추가하거나 제거하여 변형된 그래프 $G'=(V',E')$를 생성한다. 여기서 변화의 비율 $R=\{r_1,\ r_2,\ r_3,\ r_4\}$은 각각 0%, 10%, 25%, 그리고 50%이다. 또한 이러한 변화를 발생시킬 때, 전체 정점이 대상이 아니라 중심성이 높은 상위 그룹을 대상으로 한다. 상위 그룹의 비율 $T=\{t_1,\ t_2,\ t_3,\ t_4\}$은 각각 상위 10%, 20%, 50%, 100%를 뜻한다. 상위 100%는 전체를 대상으로 한다는 뜻이다.

추가적으로 변형된 그래프를 생성할 때, 변화의 비율은 그룹의 수준과 상관없이 최소값으로 한다. 변화 비율 r_i에서 각 상위 그룹 t_j에서 변화의 수는 $N_{r_i}(t_j)=n\times r_i\times t_j$가 된다. 이때, 모든 그룹에 동일하게 변화할 개수 k_{r_i}는 (식 5)와 같다.

$$k_{r_i}=min_{j=1,\ldots,4}\{N_{r_i}(t_j)\} \qquad \text{(식 5)}$$

예를 들어 정점의 수 가 100인 그래프에서 각 그룹에 대상이 되는 정점의 수는 {10, 30, 50, 100}이다. 여기서 변화 비율 10%로 변화시킨다면 모든 그룹에서 변화할 수는 {1, 3, 5, 10}에서의 최소값인 1개가 된다. 이렇게 하는 이유는 각 그룹별로 동일한 개수의 변화가 되도록 하기 위해서이다.

1.1 Vertex Removal

정점 제거는 초기 그래프의 정점 중 임의로 정점을 선택한다. 이후 선택된 정점과 그 정점과 연결된 모든 간선을 제거한다. 정점이 제거된 후 그래프 내에 간선이 없는 정점이 발생할 경우 추가적으로 제거한다. Fig. 3은 Fig. 2의 그래프에서 5번 정점을 제거한 변형된 그래프이다.

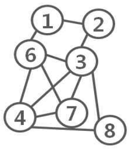

Fig. 3. Vertex Removal

1.2 Vertex Addition

정점 추가는 초기 그래프 $G=(V,E)$에 정점을 추가하여 변형된 그래프 $G'=(V',E')$를 생성한다. 변형된 그래프가 초기 그래프의 밀도를 유지할 수 있도록 정점 추가 후에 간선을 추가한다. 이때 추가될 간선의 수 k는 (식 6)으로 정한다. 그 이유는 해당 개수의 정점을 갖는 그래프가 갖는 간선의 수의 비율이 유지되도록 하기 위함이다.

$$k=\frac{|E|\times|V'|\times|V'-1|}{|V|\times|V-1|}-|E| \qquad \text{(식 6)}$$

따라서 Fig. 2의 초기 그래프에서 정점 1개를 추가할 때, 필요한 간선의 수는 4개이다. Fig. 4는 Fig. 2에 9번 정점을 추가한 변형된 그래프이다.

간선이 추가될 때 고려할 사항은 간선이 연결될 정점이다. 초기 그래프의 전체가 아니라 해당 그룹만 대상으로 하기 때문에 간선이 추가될 때에도 해당 그룹의 정점을 선택하여 추가해야한다.

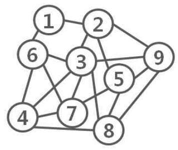

Fig. 4. Vertex Addition

1.3 Edge Removal

간선 제거는 초기 그래프의 간선 중 임의의 간선을 제거한다. Fig. 2에서 두 개의 간선을 제거하게 되면 Fig. 5에서 1번 정점과 같이 간선이 없는 정점이 존재할 경우가 있다. 이와 같은 경우에는 간선이 없는 정점을 추가적으로 제거한다. Fig. 6은 최종적으로 간선을 제거한 변형된 그래프이다.

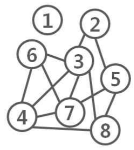

Fig. 5. Incomplete Edge Removal

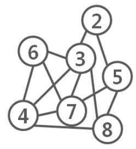

Fig. 6. Complete Edge Removal

1.4 Edge Addition

간선 추가는 초기 그래프의 정점 중 임의의 두 점을 선택한다. 두 점이 간선으로 연결되어 있지 않다면 간선을 추가하여 연결한다. Fig. 7은 Fig. 2에 두 개의 간선 (1,3), (3,5)를 추가한 변형된 그래프이다.

간선을 추가할 때 고려할 사항은 간선이 추가될 정점이다. 정점을 추가할 때와 같이 초기 그래프의 해당 그룹 내에서 임의의 두 점을 선택한다.

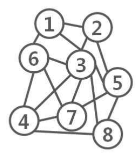

Fig. 7. Edge Addition

Table 2. Comparison between n = 100, p = 30% initial graph and t_1 = 10% modified graph, percentage(%) : $R=\{r_1, r_2, r_3, r_4\}$, means each result of different modified method(%).

		Degree centrality				Betweenness centrality			
	%	vertex Removal	vectex addition	Edge Removal	Edge addition	vertex Removal	vectex addition	Edge Removal	Edge addition
Top1	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	92	100	100	100	78	98	94	86
	25	86	100	94	96	74	98	82	80
	50	66	100	92	86	46	94	70	78
Top3	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	100	100	100	100	100	100	100	98
	25	100	100	100	98	94	100	98	100
	50	94	100	100	96	86	100	100	100
Top10	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	100	100	100	100	100	100	100	100
	25	100	100	100	100	100	100	100	100
	50	100	100	100	100	100	100	100	100
Overlap	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	79	99	93	95	77	100	90	99
	25	69	98	87	92	65	99	81	98
	50	43	95	75	85	34	97	69	98
	%	Closeness centrality				Eigenvector centrality			
Top1	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	92	100	100	100	74	96	90	84
	25	86	100	94	96	64	100	74	76
	50	66	100	92	86	46	94	76	54
Top3	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	100	100	100	100	96	100	100	96
	25	100	100	100	98	90	100	94	90
	50	94	100	100	96	76	100	96	88
Top10	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	100	100	100	100	100	100	100	100
	25	100	100	100	100	100	100	100	100
	50	100	100	100	100	100	100	100	100
Overlap	0	100	100	100	100	100	100	100	100
	10	79	99	93	95	72	99	90	94
	25	69	98	87	92	64	98	86	88
	50	43	95	75	85	39	96	71	78

2. Graph comparison

그래프의 강건성이란 정점 또는 간선이 변화에 따라 중심성이 영향을 받지 않은 정도를 뜻한다[8]. 그래프 비교를 위해 두 그래프의 중심성을 구하고 중심성을 기준으로 하여 정점의 순위를 매긴다. 이후 강건성의 정도를 나타내기 위해서 Top1, Top3, Top10, 그리고 Overlap의 방법으로 강건성을 비교한다[2]. 각 경우마다 이 과정을 100회 반복하여 비교를 진행한다. 본 논문에서는 연결 중심성, 매개 중심성, 근접 중심성, 고유벡터 중심성을 고려하여 진행한다.

2.1 Top1

Top1은 초기 그래프의 중심성이 최상위 정점과 변형된 그래프의 중심성이 최상위 정점이 되는 비율을 계산한다. 두 그래프의 최상위 정점이 같은 정점이라면 그래프의 변화에 영향을 받지 않은 것으로 생각할 수 있다. 즉 최상위 정점이 변화 후에도 계속해서 최상위 정점을 유지하고 있다면 강건성이 큰 것이다.

2.2 Top3

Top3은 초기 그래프의 중심성이 높은 상위 3개의 정점 중의 하나가 변형된 그래프의 중심성이 최상위 정점이 되는 비율을 계산한다.

2.3 Top10

Top10은 초기 그래프의 중심성이 높은 상위 10% 정점 중의 하나가 변형된 그래프의 최상위 정점이 되는 비율을 계산한다. 상위 10%의 그룹이 변화 후에도 여전히 중요한 정점이 되는지 확인한다.

2.4 Overlap

Overlap은 두 그래프의 상위 10% 그룹에 공통적으로 속하는 정점의 비율을 계산한다. 이 값은

공통적으로 존재하는 정점 수 / 전체 정점 수

로 정의한다. 이 값이 클수록 그래프의 강건성이 크다.

IV. Result

그래프의 강건성을 보이기 위해 초기 그래프와 변형된 그래프를 생성하고 비교과정을 반복하여 실행하였다. 초기 그래프가 조건에 맞춰 정점 개수 n, 생성 확률 p의 종류 따라 3×4개가 생성된다. 변형된 그래프는 한 초기 그래프에서 4개의 중심성을 기준으로 4종류의 상위 그룹으로 나누고 4종류의 변화 종류, 4종류의 변화비율의 각 조건에 맞춰 생성된다. 따라서 변형된 그래프는 총 4×4×4×4개의 그래프가 생성된다. 결과적으로 그래프 비교의 경우의 수는 3×4×4×4×4×4 =1,536이다. 이 중 첨부의 Table 2는 정점의 수 100, 간선을 가질 확률 30%의 초기 그래프와 상위 10%의 정점 그룹에 변화를 발생시킨 변형된 그래프의 비교 결과이다.

Table 2는 전체 결과가 아닌 특정한 조건에서 나타난 결과이다. 다른 조건에 대한 결과는 이와 비슷한 패턴을 보이고 있기 때문에 생략한다.

1. Change of node group with high centrality in graph and robustness

Fig. 8, 9, 10, 11은 매개 중심성을 기준으로 상위 그룹별 Top1의 방법으로 비교한 결과로 그래프의 강건성을 보여주고 있다. 정점의 수 100, 간선을 가질 확률 30%인 초기 그래프와 50%의 비율로 변화시킨 변형된 그래프를 생성하였다. Fig. 8은 정점 제거, Fig. 9는 정점 추가, Fig. 10은 간선 제거, Fig. 11은 간선 추가의 방법으로 생성한 변형된 그래프와 초기 그래프의 비교 결과로 최상위 정점을 유지하는 비율을 나타낸 것이다.

상위 10%에서부터 상위 100%인 전체까지 변화의 대상을 확대했을 때, 강건성이 높아진다. 다시 말해서 상위 10%그룹에서 변화가 발생하는 것보다 전체에서 발생했을 때, 강건성이 더 높다. 상위 10%에서 발생한 변화가 전체에서 발생한 변화보다 더 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 또한 다른 중심성으로 나눈 것도 매개 중심성으로 상위 그룹을 나눈 것과 비슷한 패턴을 보인다.

중심성의 경우 매개 중심성과 고유벡터 중심성이 다른 중심성보다 상대적으로 강건성이 낮다. 이는 두 중심성의 정의에 따라 작은 그래프의 변화에도 중심성의 값이 많이 바뀐다는 것을 의미한다. 또한 정점 제거가 다른 방법보다 강건성이 낮게 나오는데, 이는 정점의 제거는 추가적으로 간선의 제거에도 영향을 주므로, 더 큰 중심성의 변화를 가져오게 된다는 것을 의미한다. 그리고 정점 추가의 결과가 다른 방법의 결과보다 강건성이 높은 것을 관찰할 수 있다. 이는 그래프에 새로운 정점이 추가될 때, 새롭게 추가되는 정점의 간선이 기존의 상위 정점이 가지는 간선보다 중요도가 떨어지기 때문이다.

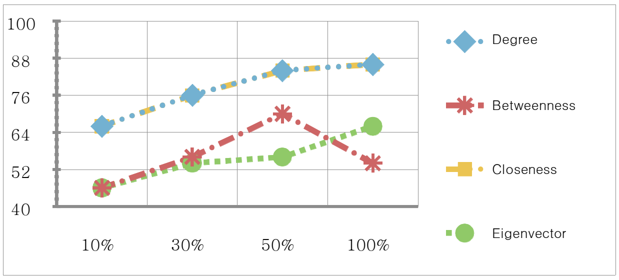

Fig. 8. Top1 for high group – Vertex Removal

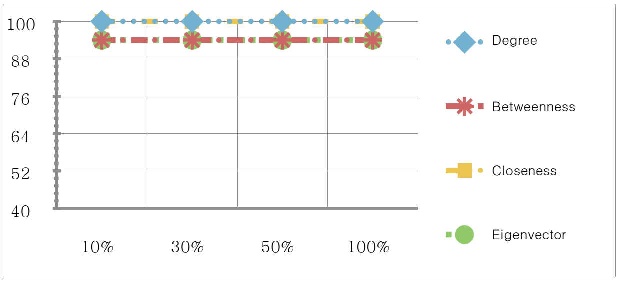

Fig. 9. Top1 for high group – Vertex Addition

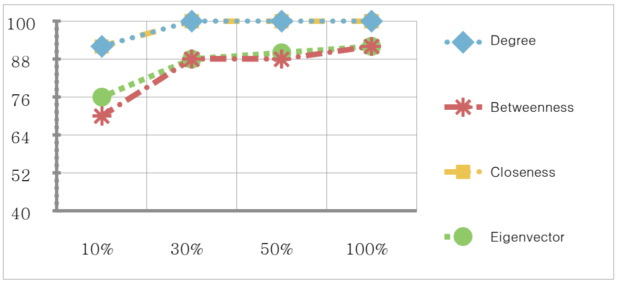

Fig. 10. Top1 for high group – Edge Removal

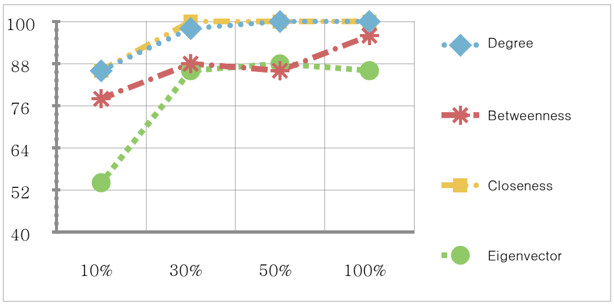

Fig. 11. Top1 for high group – Edge Addition

2. Number of Nodes in graph and robustness

Fig. 12는 정점의 수에 따른 강건성 결과를 보여준다. 이 값은 정점의 수 100, 간선을 가질 확률 50%인 초기 그래프와 매개 중심성을 기준으로 상위 10% 그룹을 50%의 비율로 변형시킨 그래프를 비교했을 때, 4가지 변형 방법의 Overlap 값을 평균으로 나타낸 것이다.

정점의 수가 작을수록 상위 그룹을 유지하는 모습을 볼 수 있다. 이는 정점의 수가 많은 그래프의 상위 그룹에서 변화가 이뤄졌을 때, 정점의 수가 적은 그래프보다 상위 그룹으로 올라올 정점이 많기 때문에 강건성이 낮다. 따라서 다른 조건보다 150개의 정점일 때, Overlap의 값이 더 작아진 것을 관찰할 수 있다.

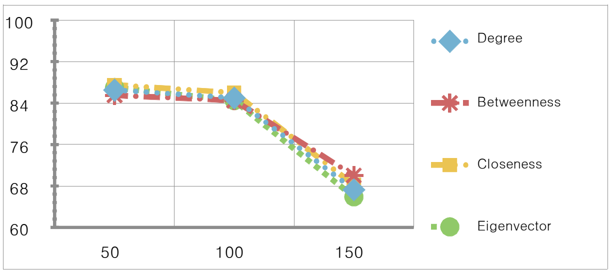

Fig. 12. Overlaps for a different number of vertices

3. Graph density and robustness

Fig. 13은 그래프의 정점 수는 100으로 고정시키고 밀도, 즉 정점이 간선을 가질 확률을 다르게 하여 진행한 결과이다. 이 결과는 변형된 그래프는 초기 그래프의 전체에 대해서 50%의 비율로 변화시켜 생성하였고, 4가지 변형방법의 Overlap 값을 평균으로 나타낸 것이다. 변화 후 그래프의 상위 10%의 정점이 얼마나 유지되는지 알아본다.

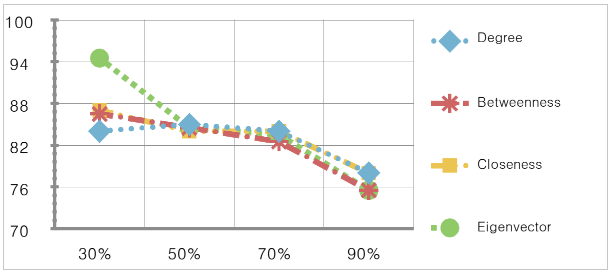

Fig. 13. Overlaps for a different densities

결과에서 볼 수 있듯이 그래프의 밀도가 높아질수록 강건성이 낮아진다. 밀도가 높다는 것은 간선의 수가 많다는 것인데, 이는 동일한 정점의 수에서 한 정점이 가지는 간선의 수가 많다. 따라서 동일한 비율의 변화에도 많은 간선이 제거될 수 있기 때문에 상대적으로 밀도가 높은 그래프가 영향을 많이 받는다.

V. Conclusions

본 연구는 모의적으로 초기 그래프를 생성하고 중심성이 높은 상위 그룹의 비율을 달리하여 정점 또는 간선을 추가하거나 제거하여 변형된 그래프를 생성한다. 이후 이러한 과정을 통해 생성된 두 그래프를 중심성이 높은 정점을 바탕으로 비교하여 그래프의 강건성을 분석한다.

상위 그룹의 비율을 다르게 했을 때, 그룹의 비율이 낮아질수록 강건성도 낮아졌다. 4가지 변형 방법으로 각각 진행한 Fig. 8, 9, 10, 11의 결과를 평균 값을 보았을 때, 상위 10%그룹에서 전체 그룹보다 약 10%정도 강건성이 낮다. 다른 조건의 상황에서도 비슷한 패턴을 보이고 있어 위의 결과와 비슷하게 나타난다.

그래프의 정점의 수와 밀도를 다르게 했을 때, 정점의 수가 많을수록, 밀도가 높을수록 그래프 변화에 더 많은 영향을 받았다. 즉, 그래프의 강건성이 더 낮다. 이는 동일한 변화에 더 많은 간선이 영향을 받기 때문이다.

위 실험을 통하여 같은 양의 변화를 주어도 조건에 따라 변화하는 강건성이 다르다는 점을 확인하였다. 이는 특정 관계망에서 강건성을 감소시키거나 혹은 관계망을 구성하려 할 때 변화에 더 강인하도록 어떻게 관계망을 구성할지 판단하는 한 가지 근거가 될 수 있다.

향후에는 상위 그룹과 전체 정점의 그룹을 비교한 본 연구에서 발전하여 하위 그룹의 변화에 대한 연구를 진행할 예정이다. 이를 통하여 상대적으로 하위그룹에서 변화가 일어났을 때, 전체보다 그래프의 강건성이 얼마나 높게 나타나는지 보여줄 수 있을 것이다.

REFERENCES

[1] P. Boldi and S. Vigna, “Axioms for Centrality”, Social and Information Networks, Nov. 2013.

[2] Stephen P. Borgatti, Kathleen M. Carley and David Krackhardt, “On the Robustness of Centrality Measures under Conditions of Imperfect Data”, Social Networks 28.2, pp.124-136, May. 2006.

[3] Diestel Reinhard, Graph Theory(3rd ed.), Berlin, New York: Springer-Velag, 2005.

[4] Linton Freeman, “A set of measures of centrality based on betweenness”, Sociometry. 40: 35-41, 1977.

[5] Sabidussi G., “The centrality index of a graph”, Psychometrika. 31: 581-603, 1966.

[6] M. E. J. Newman, “The mathematics of networks”, Nov. 2006.

[7] P. Erdös and A. Rényi, “On random graphs Ⅰ.”, Publicationes Mathematicae. 6: 290-297, Nov. 1959.

[8] Dekker A. H. and Colbert B. D., “Network robustness and graph topology”, in Proceedings of 27th Australasian Computer Science Conference, pp. 359-368, 2004.

Authors

Changkwon Jeong received the bachelor of engineering in Computer Engineering from Kyung Hee University, Korea, in 2017. He is currently working as a software engineer.

He is interested in big data, network analysis, and community detection.

Chi Geun Han received the B.E. and M.E. degrees in Industrial Engineering from Seoul National University and Ph.D. degree in Computer Science from the Pennsylvania State University, USA 1991.

Dr. Han joined the faculty of the Department of Computer Engineering at Kyung Hee University, Korea, in 1992. He is currently a Professor in the Department of Computer Engineering, Kyung Hee University. He is interested in Graph Theory and Network Analysis.

Sang Hoon Lee received the B.S., M.S. in Computer Engineering from Kyung Hee University, Korea, in 2010, 2012, respectively. Sang Hoon Lee went on for a doctorate of the Department of Computer Engineering at Kyung Hee University, Suwon, Korea, in 2012. He is currently in doctorate course in the Department of Computer Engineering, Kyung Hee University. He is interested in community detection, Genetic Algorithm and Graph Theory, and Metaheuristic.