대한수학교육학회지 <학교수학> 제 19 권 제 1 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 19, No. 1, 137 ~ 151. Mar 2017

세 자리 수의 범위에서 학습한 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화 가능성

장 혜 원* · 임 미 인**

2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에서 주요 변화 내용 중 하나는 덧셈과 뺄셈의 지도를 네 자리 수의 범위에서 세 자리 수의 범위로 축소한 것이다. 이전 교육과정과 달리 2009 개정 시에는 세 자리 수 범위에서 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 파악하고 나면 그 원리를 일반화하여 네 자리 이상의 자연수의 덧셈과 뺄셈도 가능하다고 가정된 것이다. 이에 본 연구에서는 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 원리 이해가 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈으로 확장될 수 있는지 파악함으로써 계산 원리의 일반화 가능성에 대해 논의하고자 하였다. 2015년과 2016년 2년에 걸쳐, 전국적으로 6개 시 · 도에 속한 6개 학교로부터 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈까지 배운 5학년 339명(집단 2015)과 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈까지만 배운 5학년 316명(집단 2016)을 표집하여 세 자리 수와 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 검사를 실시하고, 두 집단의 성취 수준 결과를 독립표본 t-검정을 통해 비교·분석하였다. 연구 결과, 네 자리 수의 뺄셈에 대해 두 집단 간에 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났고, 그에 대한 논의로부터 몇 가지 교수학적 시사점을 도출하였다.

I. 서 론

덧셈과 뺄셈은 수학에서 가장 기본적인 연산으로, 일상생활에서의 필요성뿐만 아니라 수학의 후속 학습을 위해 학생들이 능숙하게 숙달해야 하는 가장 기초적인 기능에 해당한다. 덧셈과 뺄셈 학습 과정에서는 연산의 개념에 대한 이해가 필수적이며, 자릿값 및 덧셈구구와 뺄셈구구에 대한 이해를 바탕으로 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈 원리를 파악하는 것은 산술 교육의 중요한 목표에 해당한다.

여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈 알고리즘은 자릿값을 맞추어 일의 자리부터 각 자리마다 덧셈구구와 뺄셈구구를 적용하되 필요할 때 받아올림과 받아내림을 한다는 것이다. 이때 자릿값 및 십진법에 따라 각 자리에 적합한 다시 묶기를 해야 한다는 원리가 포함된다. 이와 관련하여 NCTM(2006)은 "(2학년) 아동이 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 위해 효과적이고 정확하며 일반화 가능한 방법을 개발하고 논의하고 이용한다(p.14)."고 하였다. 이는 더하고 빼는 수가 몇 자리일지라도 계산 원리가 동일하기 때문에 자리수가 작은 자연수의 덧셈과 뺄셈을 일반화하여 어떠한 큰 수라도 더하고 뺄 수 있음을 함의하며, 학생들에게 덧셈과 뺄셈의 계산 원리에 대한

* 서울교육대학교, hwchang@snue.ac.kr (제1 저자)
** 서울오류초등학교, ssbin22@sen.go.kr (교신저자)

일반화가 가능하려면 도대체 몇 자리 수까지 명시적으로 지도해야 하는지가 중요한 교수학적 변인이 될 수 있다.

2009 개정 교육과정으로 인한 초등학교 수학과 내용에서의 변화 중 하나도 이와 관련 있다. 수와 연산의 변화 경향은 수의 지도 시기는 앞당기되 덧셈과 뺄셈은 수의 범위와 별개로 지도되고 지도 범위도 축소된 것이다. 이전 교육과정까지에서는 수의 범위를 확장하면서 그에 따른 가감 연산을 맞추어 지도하였다. 즉, 1학년에서 두 자리 이하의 수를 가르치고 그에 대한 덧셈과 뺄셈(받아올림이나 받아내림이 없는 경우)을, 2학년에서 세 자리 수를 가르치고 받아올림이나 받아내림이 있는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 포함하여 세 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈을, 3학년에서 네 자리 수를 배우고 그 범위에서 덧셈과 뺄셈을 가르친 것이다(교육인적자원부, 2006). 그러나 2009 개정 교육과정(교육과학기술부, 2011)에서는 수는 1~2학년군에서 네 자리 이하의 수를 배우는 반면, 덧셈과 뺄셈은 1~2학년군에서 두 자리 수까지, 3~4학년군에서 세 자리 수까지만 지도하도록 하였다. 두 교육과정을 거치면서 수의 지도는 앞당겨진 반면 덧셈과 뺄셈의 지도는 해당 수의 범위와 별개로 다루어지고 수의 범위가 축소된 것을 확인할 수 있다.

이에 따르면 덧셈과 뺄셈을 명시적으로 지도하는 것이 2007 개정 교육과정에서는 네 자리 수까지이고, 2009 개정 교육과정에서는 세 자리 수까지인 것이다. 즉 2007 개정 교육과정에서는 네 자리 수 이하의 덧셈과 뺄셈을, 2009 개정 교육과정에서는 세 자리 수 이하의 덧셈과 뺄셈을 다루면 그 원리를 파악할 수 있고 그 이상의 자리 수로 일반화가 가능하다는 입장을 취한 것이다(<표 I-1>). 한편 새수학 운동의 실패로 인해 기초ㆍ기본을 중시한 4차 교육과정에 따른 산수 교과서(문교부, 1986)에서는 계산 기능을 강조하게 되었고, 따라서 자연수의 덧셈과 뺄셈을 천만 자리, 즉 8자리 수까지 다루었던 것으로 나타난다.

이와 같은 교육과정의 변화에 따라 학교 수학에서 관심이 집중되는 바는 학생들이 덧셈과 뺄셈의 원리를 일반화하기 위해서 명시적으로 다루어야 하는 것은 몇 자리 수까지일까 하는 것이다. 이때 명시적으로 지도한다는 것은 교육과정에 제시된 성취기준을 구현하기 위해 교과서 및 학교 수업에서 실질적인 지도가 강제됨을 의미한다. 좀 더 구체적으로 2009 개정 교육과정으로의 변화에 초점을 맞춘다면, 자연수의 덧셈과 뺄셈을 세 자리 수의 범위까지 명시적으로 지도했을 때 기대되는 계산 원리의 일반화가 가능할 것인가 하는 교수학적 변인 선택의 적절성 여부이다.

이에 본 연구는 2009 개정 교육과정에 따라 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 배운 학생들이 그 원리를 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈으로 확장할 수 있는지에 관심이 있다. 이를 위해 세 자리 수까지의 덧셈과 뺄셈을 배운 학생들과 네 자리 수까지의 덧셈과 뺄셈을 배운 학생들의 덧셈과 뺄셈 성취도를 비교하고, 그 결과에 기초하여 자연수의 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화를 위해 몇

<표 I-1> 덧셈과 뺄셈 지도의 수 범위

	한 자리 수	두 자리 수	세 자리 수	네 자리 수	그 이상
2007 개정	1-1, 1-2	1-2, 2-1	2-2, 3-1	3-2	일반화
2009 개정	1-1, 1-2	1-2, 2-1	3-1	일반화	

자리 수까지 명시적으로 지도해야 하는지, 2009 개정 교육과정에서처럼 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 학습으로 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화가 가능한지에 대한 논의를 전개하고자 하는 것이다.

II. 이론적 배경

덧셈과 뺄셈에 대한 이해 및 계산 전략과 기능은 초등 수학교육에서 핵심적인 주제이기 때문에 이와 관련한 다수의 연구가 실시되어 왔다. 그러나 덧셈구구와 뺄셈구구, 계산 전략, 가감 문장제, 비형식적 지식 등에 대한 연구에 비해 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈 계산 능력 및 계산 원리의 일반화에 대한 연구는 상대적으로 그 수가 많지 않다. 세 자리 이상의 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 연구가 미흡한 것은 그 근간으로서 한 자리 수의 덧셈구구와 그 역연산인 뺄셈구구, 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈이 중요하며, 이로부터의 일반화에 기초하여 세 자리 이상의 수의 덧셈과 뺄셈 방법이 설명된다고 기대하기 때문으로 보인다. 예컨대 국내 연구로, 강완(2000)이 역대 수학 교과서에 나타난 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 지도 방법의 변화를 조사한 것이 대표적인 사례이다. 또한 지식의 위계상 뺄셈은 덧셈보다 어려우며 특히 받아내림이 있는 뺄셈을 어려워한다는 결과가 있고, 그에 따라 받아내림이 있는 뺄셈을 위한 효과적인 지도와 관련한 연구도 발견된다. 예를 들어, CRA(concrete - representational - abstract)지도 계열의 사용(Flores, 2009)이나 표준 알고리즘의 형식적인 지도에 대한 대안으로서 10씩 묶기, 여러 표현 양식의 양 분석에서 출발하여 덧셈과 뺄셈 절차의 점진적 형성을 강조하는 학생 자신의 비표준적인 절차 개발 및 설명(Hiebert & Wearne, 1996) 등이 있다.

본 연구와 좀 더 직결되는 연구로는 Cauley (1988), Davis & McKnight(1980), Fuson & Kwon (1992), Hiebert & Wearne(1996), Resnick(1982) 등이 있으며, 이러한 선행 연구 결과를 검토하여 본 연구에 시사하는 바를 도출하고자 한다.

Fuson & Kwon(1992)은 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 우리나라 2, 3학년 학생들의 이해 수준을 조사하였다. 이는 받아올림이 있는 덧셈에 대한 설명 능력에 초점을 맞춘 연구로서, 두 자리 수와 세 자리 수의 덧셈을 풀도록 한 다음 이에 대한 개념적 이해를 파악하기 위해 면담법을 이용하였다. 계산 검사 결과, 0을 포함하는 문제를 비롯하여 대부분의 문항에서 우리나라 학생들의 정답률이 높았으며 이는 미국 학생들에 비해 월등히 우수한 능력을 지닌 것임을 보여준 것이다. 또한 면담을 통해 학생들이 덧셈에 대해 지닌 개념적 구조를 파악해내었다.

여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 연구는 결과 해석 시 자릿값이나 진법과 같은 개념적 지식과 계산 알고리즘과 같은 절차적 지식의 연결성 측면에서 이루어지곤 하였다. 개념적 지식과 절차적 지식 간의 관계에 대해 입장을 달리 하는 여러 연구 결과가 있지만 오늘날 수학교육계의 경향에 따르면, 수학적 연결성에 기초하여 개념적 이해와 절차적 기능 간의 밀접한 관계가 주장된다. 예를 들어 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈에서 학생들이 겪는 어려움을 규명한 Resnick(1982)과 Cauley(1988) 등은 계산 어려움의 원인을 개념적 이해와 절차적 기능 간의 연결에서 찾는다. Resnick(1982)은 어려움의 원인이 개념적 지식인 자릿값의 결여가 아니라 그 지식과 필산 알고리즘 간의 부적절한 연결이라고 보았다. 개념적 이해가 알고리즘 수행 과정에서 부딪히는 어려움을 해결하는 데 도움이 된다는 것이다. 예컨대 2003-1467을 풀 때 천의 자리에서 빌려온 1을 그 아래 자리에 9, 9, 10으로 이어 쓴다는 절차의 암기가 아니라 1000이 900과 90과 10으로 분해되고

10이 3에 더해져 13이 되는 것을 생각함으로써 빌려준 1000의 행방을 설명할 수 있어야 하는 것이다. Cauley(1988)는 여러 자리 수의 뺄셈에서 계산 오류가 다시 묶기 절차와 나아가 자릿값의 오개념에서 비롯됨을 예시함으로써 개념적 지식과 절차적 지식의 연결을 강조하였다.

이와 반대로 Davis & McKnight(1980)와 같이 의미론적 지식이 알고리즘적 행동에 아무 영향을 미치지 못한다는 극단적인 입장이 있다. 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈 계산 원리는 수행 알고리즘인 구문론적 측면과 직결되므로 덧셈과 뺄셈 알고리즘은 개념적 이해를 요구하지 않는다는 주장이다. 물론 진법의 원리나 자릿값과 같은 개념적 지식이 알고리즘을 정당화하지만 알고리즘 수행 자체는 개념적 지식에 대한 참조 없이도 이루어질 수 있고, 많은 학생들이 실제로 알고리즘을 정당화하는 개념적 이해와 연결 짓지 못하고 뺄셈을 학습한다는 것을 보여주는 연구도 있다. Hiebert & Wearne(1996)의 연구 결과는 학생이 아직 배우지 않은 과제나 학습 후일지라도 배운 것보다 더 어려운 과제에 대해서는 개념적 지식과 절차적 지식의 관계가 더 밀접한 것으로 나타나서 양자 사이의 관계에 기초할 때 계산에 성공하지만, 보통의 평이한 문제는 굳이 개념적 지식에 의존하지 않고서도 절차적으로 해결이 가능함을 함의한다.

요컨대 여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈 기능의 숙달이 평이한 문제에 국한되는 것은 아니므로, 보다 도전적인 문제 해결 및 심도 있는 이해를 위해서는 계산 절차에 대한 기능적 숙달 외에 자릿값에 기초한 개념적 이해를 요구하며 그것이 상호 밀접한 관계를 이루어야 과제 수행력을 제고할 수 있다고 할 수 있다. 즉 선행 연구에 기초할 때, 자릿값에 대한 개념적 이해와 더불어 세 자리 수 이하의 덧셈과 뺄셈에 대한 절차적 기능이 숙달되었을 경우, 이를 통해 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 원리를 일반화할 수 있는 가능성이 더 높음을 추측할 수 있다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서 가장 주의해야 할 사항은 연구 대상의 선정이다. <표 I-1>에 따라 자연수의 덧셈과 뺄셈 지도가 완료되는 3학년 이후로 동일 학년이면서 2007 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정이 차등 적용되는 학생들을 대상으로 해야 하기 때문이다. 이와 같은 조건에 부합되기 위하여 2009 개정 교육과정의 적용 시기를 고려할 필요가 있었다.

2009 개정 수학과 교육과정은 2013년에 1, 2학년, 2014년에 3, 4학년, 2015년에 5, 6학년에게 점진적으로 적용되었다. 따라서 2009 개정 수학과 교육과정의 주요 변화 사항인 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 명시적인 학습 여부를 판단 가능한 학년을 선정하기 위해 연도별 교육과정 적용 학년을 <표 III-1>과 같이 정리하였다. 이때 세 자리 수 또는 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 학습하는 학년인 3학년을 중심으로 고려해야 하였다. 2015년 현재 초등학생 중 3학년 때 2007 개정 교육과정이 적용된 학생을 선발하려면 5학년 또는 6학년인데, 2016년 현재 5학년 또는 6학년 중 3학년 때 2009 개정 교육과정이 적용된 학생을 선택하려면 5학년이 유일하다. 즉 2015년 5학년은 3학년 때 2009 개정 교육과정을 적용받지 않은 학년으로서 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 명시적으로 학습한 집단이고, 2016년 5학년은 3학년 때 2009 개정 교육과정을 적용받아 세 자리 수 범위에서 덧셈과 뺄셈을 학습한 집단이다.

<표 III-1> 연구 대상 선정 기준

연도	2009 개정 교육과정 적용 학년	2015년 (학년)	2016년 (학년)
2016	1,2,3,4,5,6	6	5
2015	1,2,3,4,5,6	5	4
2014	1,2,3,4	4	3
2013	1,2	3	2

이와 같은 기준에 따라 2015학년도 서울, 경기, 강원, 충청, 경상, 전라권에서 선정된 초등학교 5학년 1~6개 학급 학생 339명과 2016학년도 동일 학교, 동일 학년 1~5개 학급 학생 316명을 선정하였다(<표 III-2>). 분석 결과의 타당성 제고를 위해 연구 대상을 6개 지역의 학교로부터 유사 층화표집 하였으며, 교육 환경적 요소의 영향을 최소화함으로써 비교 대상의 동질성을 확보하기 위하여 동일 학교, 동일 학년의 학생들을 대상으로 한 것이다. 2007 개정 교육과정에 따라 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 배운 학생들을 '집단 2015', 2009 개정 교육과정에 따라 네 자리 수에 대한 별도의 지도 없이 세 자리 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈을 배운 학생들을 '집단 2016'이라 지칭한다.

<표 III-2> 연구 대상

지역	학교	집단 2015		집단 2016	
		학급수	학생수	학급수	학생수
서울	S교	6	163	5	122
경기	D교	2	51	2	47
강원	C교	1	27	1	24
충청	B교	1	22	1	26
경상	K교	2	51	2	45
전라	G교	1	25	2	52
합		13	339	13	316

2. 검사 문항

검사 문항의 타당도를 확보하기 위하여 2007 개정 교육과정에 따른 수학 익힘책 3-2(교육과학기술부, 2010) 중 선수학습 요소를 확인하는 '준비학습'과 '기본다지기'에 실린 문제를 그대로 인용하되, 곤란도가 있는 문제를 통해 학생들의 계산력 차이가 고려될 수 있도록 문항을 구성하였다. 세 자리 수끼리의 덧셈과 뺄셈 각 4문항, 네 자리 수와 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 각 2문항, 네 자리 수끼리의 덧셈과 뺄셈 각 4문항씩의 총 20문항으로 구성되며, [그림 III-1]에서 보는 바와 같이 세로셈 형식으로 주어졌다.

요컨대 받아올림이나 받아내림이 2회 또는 3회 있는 문제, 0의 포함 횟수에 있어 0개, 1개, 2개, 3개인 문제 등 다양한 유형을 포함하였고, 특히 뺄셈의 경우에는 0처리 오류의 영향을 고려하여 문항을 구성하였다. 덧셈의 경우는 뺄셈과 달리 0처리에 대한 어려움이 상대적으로 적기 때문에 0 포함 문항은 0처리 오류가 예상되는 것을 중심으로 구성함으로써 학생들의 원리 이해 여부를 파악하고자 하였다. 덧셈과 뺄셈 각각의 문항 구성은 <표 III-3>, <표 III-4>와 같다[1].

<표 III-3> 덧셈 문항 구성

받아올림 \ 0포함	0개	1개	2개
3회	1,2,4,5,6,7,8	3,9	10

<표 III-4> 뺄셈 문항 구성

받아내림 \ 0포함	0개	1개	2개	3개
2회	1	2,3	4	
3회	5,7,8	9	6	10

검사 문항의 계산 수행을 위한 학생들의 소요시간을 어림하기 위해 서울시 소재 O초등학교 5

1) 검사지에 문항 번호는 부여하지 않았으나, 편의상 본 논문에서는 문항의 배열 순서에 따라 덧셈 1~10, 뺄셈 1~10으로 명명하기로 한다.

1. 덧셈을 하시오.

5 8 9	7 7 3	6 9 2	1 2 4	4 8 6 5
+ 6 4 8	+ 9 6 8	+ 6 0 9	+ 9 7 6	+ 9 7 8
2 5 7 9	1 8 6 5	1 9 8 8	3 9 9 9	5 9 9 2
+ 5 3 4	+ 2 7 6 5	+ 5 9 3 5	+ 1 4 0 2	+ 2 0 0 8

2. 뺄셈을 하시오.

8 5 4	4 2 0	3 0 8	6 0 0	7 2 4 1
- 6 7 9	- 2 8 8	- 1 7 9	- 1 3 7	- 3 9 8
6 0 3 0	5 6 2 6	7 2 4 3	6 4 0 8	3 0 0 0
- 5 7 2	- 1 8 7 8	- 6 9 5 6	- 4 7 5 9	- 1 9 3 7

[그림 III-1] 검사지의 덧셈과 뺄셈 문항

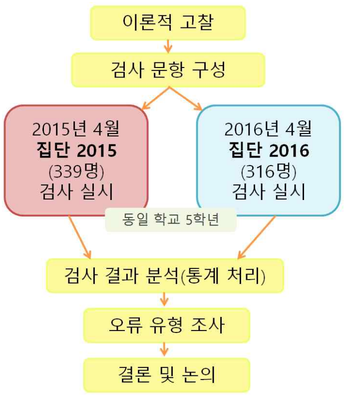
학년 1개 학급에 예비 검사를 실시하였다. 특수 학급 학생을 제외한 전 학생이 4분~9분에 걸쳐 완료하였기에 시간에 의한 영향을 최소화한다는 의도에서 본 검사의 시간을 10분으로 제한하였다.

3. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 [그림 III-1]을 적용하여 연구 대상의 덧셈과 뺄셈 수행 능력을 검사한 후 보완적으로 학생들의 구체적인 반응에 대한 조사를 통해 오류 유형을 분석하는 혼합 연구의 방법(송상헌 외, 2013)을 취하였다. 즉 검사 문항에 대한 학생 응답을 조사하여 두 집단의 검사 결과의 평균에 대한 차이를 독립표본 t-검정으로 분석하는 양적 연구를 실시한 후, 통계적으로 유의미한 차이를 보인 문항들 중에서 정답률의 차이가 큰 문항에 대해 추가적으로 학생들의 반응을 조사함으로써 구체적인 오류 유형을 제시하였다.

구체적인 연구 절차는 다음과 같다. 가능한 한 연구 대상 집단의 동질성을 확보하기 위해 연구 기간으로 계획한 2년에 걸쳐 동일 학교의 동일 학년을 택하였고, 검사 시기도 각 해의 4월 마지막 주로 맞추어 동질성을 최대화하였다. 2015년과 2016년 4월 마지막 주에 학교 및 학급의 상황에 편리한 시간을 선택하여 실시하도록 하였다.

검사 결과를 수합한 후, 먼저 두 집단의 각 문항별 정답률을 파악하여 학생들이 어려워하는 문제 유형을 조사하였다. 이어서 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화 가능성을 알아보기 위하여 두 집단 간 성취도가 통계적으로 유의미한 차이가 있는지 분석하였다. 만약 집단 2016이 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 배우지 않았음에도 불구하고 두 집단 간 성취도에 있어서 유의미한 차이가 없다면, 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 원리에 대한 일반화 가능성을 확인할 수 있기 때문이다. 또한 이러한 양적 연구 이후, 통계적으로 유의미한 차이를 보이는 문항 중 정답률의 차이가 큰 문항에 대해서는 부수적으로 구체적인 학생들의 반응을 조사하여 오류의 유형을 통해 학생들이 경험한 어려움의 원인을 파악하고자 하였다. 분석 결과에 기초하여 덧셈과 뺄셈 계산 원리의 일반화 가능성 및 교수학적 시사점에 대한 논의를 전개하였다([그림 III-2]).



[그림 III-2] 연구 절차

IV. 연구 결과

1. 덧셈과 뺄셈의 문항별 정답률

본 연구에 참여한 5학년 학생 두 집단의 덧셈과 뺄셈 문항별 정답률은 각각 <표 IV-1>, <표 IV-2>와 같다.

예측 가능한 대로, 문제 유형에 따라 학생들이 경험하는 곤란도의 차이가 드러났다. <표 IV-1>, <표 IV-2>의 문항별 정답률은 이와 같은 곤란도를 보여주며, 두 집단 모두에서 동일한 경향이 나타났다. 덧셈에서 학생들이 가장 어려워한 문제는 8, 9, 10번이지만, 10번(87%)을 제외하고는 93% 이상의 정답률을 보여 대체로 양호한 덧셈 능력을 보였다. 덧셈 10번 문항은 받아올림이 3회 있고 십의 자리와 백의 자리에서 9와 0을 더하되 받아올림된 1을 더하여 덧셈 결과로 0을 써야하는 문제로 학생들이 계산 시 경험하였을 곤란도를 예측하게 한다.

한편 뺄셈의 경우 1, 2번을 제외하고는 정답률이 70, 80%대에 머물 정도로 어려워하였음을 나타낸다. 뺄셈 중 특히 정답률이 낮은 문항은 6, 9, 10번이다. 이는 <표 III-4>에서 보였던 피감수의 0 포함 여부 및 받아내림이 3회 포함된 것에 기인한 것으로 해석할 수 있다. 또한 두 집단 간

<표 IV-1> 덧셈 문항별 정답률

		덧셈 1	덧셈 2	덧셈 3	덧셈 4	덧셈 5	덧셈 6	덧셈 7	덧셈 8*	덧셈 9*	덧셈 10*
집단 2015 (339명)	학생수(명)	331	324	328	322	325	327	322	318	318	296
	비율(%)	98	96	97	95	96	96	95	94	94	87
집단 2016 (316명)	학생수(명)	306	302	307	300	302	300	303	291	294	271
	비율(%)	97	96	97	95	96	95	96	92	93	86
전체 (655명)	학생수(명)	637	626	635	622	627	627	625	609	612	567
	비율(%)	97	96	97	95	96	96	95	93	93	87

* 정답률이 낮은 하위 3문항

<표 IV-2> 뺄셈 문항별 정답률

		뺄셈 1	뺄셈 2	뺄셈 3	뺄셈 4	뺄셈 5	뺄셈 6*	뺄셈 7	뺄셈 8	뺄셈 9*	뺄셈 10*
집단 2015 (339명)	학생수(명)	313	308	282	291	295	281	304	289	272	244
	비율(%)	92	91	83	86	87	83	90	85	80	72
집단 2016 (316명)	학생수(명)	287	287	261	263	247	243	266	262	242	232
	비율(%)	91	91	83	83	78	77	84	83	77	73
전체 (655명)	학생수(명)	600	595	543	554	542	524	570	551	514	476
	비율(%)	92	91	83	85	83	80	87	84	78	73

* 정답률이 낮은 하위 3문항

정답률을 비교해보면, 대부분 큰 차이가 없거나 덧셈 7번, 뺄셈 10번에서와 같이 오히려 집단 2016이 더 높은 경우도 있지만, 뺄셈 5, 6, 7번에서는 집단 2015에 비해 집단 2016의 정답률이 5% 이상 낮은 것으로 나타났다. 세 문항은 네 자리 수의 뺄셈이고 받아내림이 3회 있기는 하지만 5번과 7번은 피감수에 0도 포함되지 않은 경우라 받아내림에서의 어려움 외에는 별다른 이유를 찾을 수 없었다.

2. 두 집단 간 성취도 차이 및 오류 유형

가. 두 집단 간 성취도 차이 분석

두 집단의 정답률 차이가 통계적으로 유의미한 것인지 파악하기 위하여 t-검정을 실시하였다. 앞 절에서 일부 뺄셈 문제(5, 6, 7번)에 대한 집단 2016의 정답률이 집단 2015에 비해 상대적으로 눈에 띄게 저조하다는 사실로부터 뺄셈 문항의 평균에 대한 t-검정 결과가 관건일 것으로 예측되었다. 덧셈과 뺄셈 전체의 평균, 그리고 덧셈과 뺄셈 각각의 평균에 대한 t-검정 결과는 <표 IV-3>과 같다.

덧셈과 뺄셈 전체 평균과 덧셈 평균에 있어서는 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났으며, 뺄셈에 대해서는 $p<0.1$ 수준에서 두 집단의 평균이 통계적으로 유의미한 차이($t=1.668$, $p=0.096$)를 나타내었다. 이는 세 자리 수와 네 자리 수의 계산 원리의 일반화에 있어, 네 자리 수의 덧셈을 명시적으로 학습했는지 여부에 관계없이 차이가 없으나 뺄셈의 경우에는 네 자리 수의 학습 여부가 영향을 미칠 수도 있다는 가능성을 함의한다. 즉 세 자리 수에서의 덧셈 원리의 이해가 네 자리 수의 덧셈으로 적절하게 확장된 것에 반해 뺄셈의 경우에는 세 자리 수에서 네 자리 수로의 확장에 한계가 있었을 것이라는 해석이 가능하다.

뺄셈에 대한 두 집단 간 평균의 통계적 차이가 $t=1.668$, $p=0.096$으로 나타났기 때문에, 이와 같은 해석의 타당성을 제고하기 위하여 한 가지 분석을 추가하였다. 이는 학생들의 동질성을 확보하기 위한 몇 가지 조처를 취했지만 학생들의 계산 능력 자체에 있어 차이가 있을 수 있다는 가능성을 배제하기 위함이기도 하다. 즉 두 집단 모두 학습한 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈에서는 차이가 없고, 학습 여부가 다른 네 자리 수에서만 차이가 있어야 하므로 학습 여부에 따른 문제를 구분하여 분석한 것이다. 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈은 두 집단 모두 학습했지만, 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈은 집단 2015만이 명시적으로

<표 IV-3> 집단 간 성취도 차이 분석 결과

	집단	평균	표준편차	사례수	*t*	*p*
덧셈과 뺄셈	2015	17.975	2.814	339	1.607	0.109
	2016	17.614	2.731	316		
덧셈	2015	9.47	0.958	339	0.715	0.475
	2016	9.42	0.984	316		
뺄셈	2015	8.49	2.233	339	1.668*	0.096
	2016	8.20	2.316	316		

*$p<0.1$

<표 IV-4> 자리 수의 범위에 따른 집단 간 성취도 차이 분석 결과

	집단	평균	표준편차	사례수	*t*	*p*
세 자리 수 덧셈	2015	3.85	0.405	339	0.145	0.885
	2016	3.84	0.412	316		
네 자리 수 덧셈	2015	5.62	0.757	339	0.840	0.401
	2016	5.57	0.755	316		
세 자리 수 뺄셈	2015	3.52	0.908	339	0.674	0.501
	2016	3.47	0.892	316		
네 자리 수 뺄셈	2015	4.97	1.475	339	2.032**	0.043
	2016	4.72	1.660	316		

**p<0.05

학습한 내용이다[2]. 따라서 <표 IV-3>의 결과 중 뺄셈에서의 차이가 세 자리 수와 네 자리 수에서 다르게 나타나는지를 확인하고자 하였다. 이에 검사 문항을 세 자리 수의 범위에 대한 1~4번까지의 4개 문항과 네 자리 수의 범위에 대한 5~10번까지의 6개 문항을 구분하여 재분석해 보았다. 그 결과는 <표 IV-4>와 같이 나타났다.

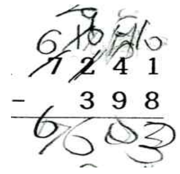
이 결과에 따르면 집단 간 차이가 가장 적은 부분이 세 자리 수의 덧셈이고, 뺄셈에 있어서는 세 자리 수의 성취도는 통계적으로 유의미한 차이가 없으나 네 자리 수 범위의 뺄셈에서는 두 집단의 평균 간에 $p<0.05$ 수준에서 통계적으로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 이 결과는 집단 2016이 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 둘 다 배우지 않았음에도 불구하고, 덧셈에서는 유의미한 차이를 보이지 않았지만 뺄셈에서는 유의미한 차이를 보임을 나타낸다. 즉 덧셈은 세 자리 수로부터 네 자리 수로의 계산 원리의 확장이 어렵지 않은데 비해 뺄셈의 경우에는 계산 원리의 확장에 상대적으로 많은 어려움이 따를 수 있다는 가능성을 보여준다.

나. 성취도 차이가 큰 문제의 오류 유형 분석

통계적으로 유의미한 차이가 드러난 네 자리 수 범위의 뺄셈에 있어서 학생들이 경험하는 어려움을 파악하고자, 앞 절에서 집단 2015에 비해 집단 2016의 정답률이 5% 이상 낮은 것으로 드러났던 5, 6, 7번 문항에 있어서 다수의 학생들이 보인 대표적인 오류 유형을 분석하여 범주화하였다.

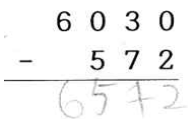
먼저 정답률에 있어서 가장 큰 차이를 보였던 5번 문항에서는 대다수가 특정 오류 유형이 아닌 계산상의 실수로 인한 오답으로 드러났으며, 분석 결과 [그림 IV-1]과 같은 한 가지 오류 유형이 파악되었다. 피감수에서 받아내림을 옳게 하여 9, 9, 10과 같은 수를 기록했지만, 중간 자리에서 차를 구할 때는 피감수와 상관없이 무조건 앞서 쓴 9에서 감수를 빼는 경우이다. 이때 일의 자리는 옳게 계산하는 특징을 보였다.

2) 네 자리 수의 뺄셈 중 (네 자리 수)-(세 자리 수)는 집단 2015만의 학습 내용이다. 수학 3-1(교육부, 2014) 1단원 7차시의 활동 2는 1254-379와 같이 천의 자리가 1인 네 자리 수와 세 자리 수의 뺄셈을 다루지만, 이는 장혜원, 강태석, 박원규 외(2014)에서 지적되었듯이, 교육과정 성취기준을 벗어난 내용이다. 세 자리 수의 덧셈에서 합이 네 자리가 되는 경우를 다룬다는 교수·학습상의 유의점 때문에 그 역연산을 다루는 것으로 해석한 결과로 보인다. 그러나 본 연구에서 다룬 검사지의 관련 문항은 천의 자리가 모두 1이 아닌 7과 6이기 때문에 집단 2016은 배운 적이 없는 문제 유형이고, 따라서 (네 자리 수)-(세 자리 수)를 명시적으로 학습하지 않은 것으로 간주하는 것이 타당하다.

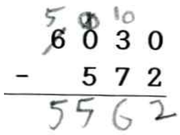


[그림 IV-1] 뺄셈
5번 오류 유형

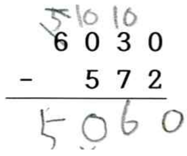
피감수에 0이 2회 포함된 6번 문항은 총 7가지의 오류 유형이 나타났다. 각 자리마다 무조건 큰 수에서 작은 수를 뺀 경우([그림 IV-2]), 피감수에 0이 있으면 그 자리에서는 감수를 그대로 내려 쓴 경우([그림 IV-3]), 피감수에 0이 있으면 그 자리에서는 무조건 0을 쓴 경우([그림 IV-4]), 피감수에 0이 있으면 맨 윗자리 다음부터 피감수 위에 무조건 8, 9, 10을 쓰고 계산하는 경우([그림 IV-5]), 피감수에 있는 0에서 아랫자리로 받아내림한 것을 고려하지 못하는 경우([그림 IV-6]), 피감수에 0이 있으면 그 자리에 10, 아랫자리에 9로 받아내림하는 경우([그림 IV-7]), 중간 자리의 피감수에 0이 있으면 0 때문에 받아내림을 하지 못하고 0의 바로 윗자리에서부터 0이 있는 자리와 그 아랫자리 각각으로 받아내림하는 경우([그림 IV-8])이다. 이러한 오류 유형들은 피감수에 0이 포함된 뺄셈에서 학생들이 0처리에 어려움을 겪음을 보여주는 사례이다.



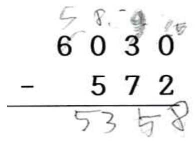
[그림 IV-2] 뺄셈
6번 오류 유형1



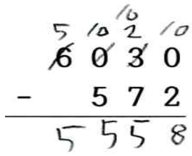
[그림 IV-3] 뺄셈
6번 오류 유형2



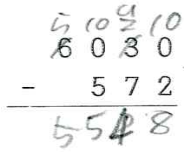
[그림 IV-4] 뺄셈
6번 오류 유형3



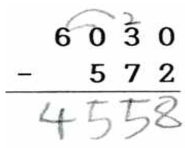
[그림 IV-5] 뺄셈
6번 오류 유형4



[그림 IV-6] 뺄셈
6번 오류 유형5

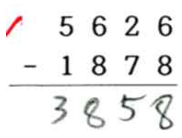


[그림 IV-7] 뺄셈
6번 오류 유형6

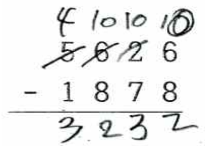


[그림 IV-8] 뺄셈
6번 오류 유형7

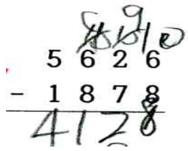
네 자리 수끼리의 뺄셈인 7번 문항에서는 다음과 같은 3가지 오류 유형이 파악되었다. 맨 윗자리를 제외한 나머지 자리의 뺄셈 시 윗자리에서 받아내림한 것은 고려하지만 아랫자리에 빌려준 것은 고려하지 못하는 경우([그림 IV-9]), 맨 윗자리 다음 자리마다 10을 쓰고 피감수에 상관없이 10에서 감수를 빼는 경우([그림 IV-10]), 앞서 5번 문항의 오류 유형과 같이 피감수에서 받아내림을 옳게 하여 9, 9, 10과 같은 수를 기록했지만, 중간 자리에서 차를 구할 때는 피감수와 상관없이 앞서 쓴 9에서 감수를 빼며, 이때 맨 윗자리는 빌려준 것을 고려하지 못한 채 피감수에서 감수를 빼고 일의 자리는 옳게 계산하는 경우([그림 IV-11])이다.



[그림 IV-9] 뺄셈
7번 오류 유형1



[그림 IV-10] 뺄셈
7번 오류 유형2



[그림 IV-11] 뺄셈
7번 오류 유형3

이와 같은 뺄셈 5, 6, 7번에 대한 오류 유형 분석 결과는 집단 2016이 집단 2015에 비해 받아내림이 3회 포함되고 피감수에 0이 2회 포함된 네 자리 수와 세 자리 수의 뺄셈, 0이 포함되지 않은 네 자리 수와 세 자리 수, 네 자리 수와 네 자리 수의 뺄셈에서 어려움을 보였으며, 이때 몇 가지 공통된 오류 유형이 존재함을 보여준다. 이러한 오류 유형은 거듭되어 받아내림이 필요하거나 피감수에 0이 하나 이상 포함된 문제들에 대해서 학생들이 뺄셈 원리를 제대로 이해하도록 적절한 지도가 이루어지지 못했음을 추측케 한다. 즉 이러한 유형들을 적절히 학습하지 않은 경우에 오류 발생 가능성이 커질 뿐만 아니라, 뺄셈에 있어서는 세 자리 수 범위까지 학습한 후 그 원리를 일반화하는 데 다소 어려움이 있을 것을 예상해 볼 수 있다.

3. 덧셈과 뺄셈의 성취도 차이

많은 연구에서 지적되었듯이 학생들은 덧셈에 비해 뺄셈을 어려워한다는 사실이 본 연구에서도 확인되었다.

<표 IV-3>에서 드러나는 바와 같이 집단 2015의 경우에 덧셈 평균은 9.47점, 뺄셈 평균은 8.49점으로 약 1점 차이가 났으며, 집단 2016의 경우에는 덧셈 평균은 9.42점, 뺄셈 평균은 8.20점으로 1.22점의 차이를 보였다. IV장 1절에서 이미 언급하였듯이 문항별 정답률에 있어서도 높은 정답률의 덧셈과 달리 뺄셈은 두 문항을 제외하면 70, 80%대의 저조함을 보였다.

특히 덧셈과 뺄셈의 성취 수준에 있어 극단적인 결과를 보인 학생들이 있어 주목할 만하다. <표 IV-5>에서 보듯이 두 집단을 통틀어 덧셈은 모두 맞혔는데 뺄셈을 2개 이하로 맞힌 학생이 9명이나 되었고, 더불어 덧셈은 1개 또는 2개 틀렸으나 뺄셈은 2개 이하로 맞힌 학생이 각각 6명, 5명이었다. 한편 집단별로 보면 두 집단 모두 덧셈은 8개 이상 맞혔는데 뺄셈은 2개 이하 맞힌 학생이 각각 10명씩이었다. 이는 학생들이 덧셈에 비해 뺄셈을 어려워한다는 것을 재확인케 하는 결과이다. 이로부터 본 연구와 관련하여 학생들은 덧셈에 비해 뺄셈의 원리를 이해하고 일반화하는 데 어려움을 겪을 가능성이 크다는 것을 추측할 수 있다.

<표 IV-5> 덧셈과 뺄셈의 성취 차이가 큰 학생 수

덧셈 정답수	10			9			8			합계
뺄셈 정답수	0	1	2	0	1	2	0	1	2	
집단 2015	4	0	1	1	0	1	1	1	1	10
집단 2016	0	2	2	2	0	2	1	0	1	10
합계	9			6			5			20

Ⅴ. 논의 및 시사점

본 연구는 교육과정 개정에 따른 성취기준의 변화가 학생들의 학습 결과에 미치는 영향을 조사하는 연구로, 변화된 성취기준은 수와 연산 영역의 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 관련이다. 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 학습 여부에 따라 구별된 두 집단에게 덧셈과 뺄셈 문제를 풀게 하여 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 학습 여부가 계산 기능에 미치는 영향을 조사함으로써 세 자리 수의 범위에서 학습한 덧셈과 뺄셈의 일반화 가능성을 파악하고자 하였다.

본 연구의 관심인 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화 가능성을 논하기 위해 주목해야 할 것은 집단 2015와 집단 2016의 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 정답률에 대한 t-검정 결과이다. 왜냐하면 집단 2015는 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 배웠고 집단 2016은 배우지 않았음에도 불구하고 두 집단 간 성취도에 있어서 유의미한 차이가 없다면 두 집단의 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 계산 능력에서 차이가 없다고 할 수 있으므로, 세 자리 수까지를 대상으로 학습한 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화 가능성에 대해 긍정적인 해석을 내릴 수 있기 때문이다. 연구 결과, 덧셈에서는 세 자리 수와 네 자리 수 모두 두 집단의 평균에 있어 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 그러나 뺄셈에서는 통계적으로 유의미한 차이가 없는 세 자리 수와 달리 네 자리 수에서 집단 2015가 집단 2016에 비해 통계적으로 유의미하게 높은 정답률을 나타내었다. 이와 같은 연구 결과는 덧셈의 원리가 세 자리 수로부터 네 자리 수로 잘 확장된 것에 비해 뺄셈에서는 그렇지 못할 수 있음을 함의한다. 이에 대해 덧셈의 원리인 받아올림은 받아내림보다 상대적으로 용이하여 네 자리 수에 대한 명시적인 학습 없이도 수행이 용이하였지만 뺄셈의 경우에는 받아내림이 어렵고 자리의 수가 클수록 받아내림에서 기인하는 오류 유형이 다양하고 오류 발생 가능성이 크다는 점을 원인으로 설명할 수 있다. 특히 본 연구에서 정답률의 차이가 큰 뺄셈 문항에 대해 추가적으로 학생들의 구체적인 오류 유형을 조사한 결과에서도 파악할 수 있듯이, 피감수에 0이 포함된 뺄셈에서는 0처리 오류로 인한 계산의 곤란도가 크기 때문에 이를 유형별로 명시적으로 학습하지 않은 경우에 오류 발생 가능성이 높아지고, 결과적으로 뺄셈 원리의 일반화 가능성이 덧셈에 비해 낮은 것으로 볼 수 있다.

따라서 2009 개정 교육과정에서 축소된 자연수의 덧셈과 뺄셈 원리의 명시적인 지도 범위가 어느 수준으로 유지 또는 개선되어야 하는지에 대해 고민해야할 필요성을 시사한다. 특히 뺄셈의 경우, 세 자리 수 범위를 네 자리 수 범위까지 재확장해야 하는지에 대해서도 추가적인 연구가 필요할 수 있다. 그러나 네 자리 수의 뺄셈을 지도하고 나서 다섯 자리 수로의 확장을 가정할 경우에도 뺄셈의 받아내림의 횟수 증가 및 0처리 오류로 인해 야기되는 오류 빈도의 증가를 예측한다면, 일반화를 위한 명시적 지도를 어느 자리까지 해야 하는가라는 양적 측면의 정답을 찾기보다는 어떤 방식으로 뺄셈 원리를 지도해야하는가 하는 질적 차원의 교수･학습 방법에 대한 시사점을 얻는 것이 보다 효과적인 논의일 것으로 생각한다.

첫째, 교사 수업 시 또는 교사가 수업 설계 시 의존도가 높은 교과서에서 덧셈과 뺄셈의 계산 알고리즘에 앞서 계산 원리를 보다 정교하게 지도할 필요가 있다. 이론적으로는 덧셈과 뺄셈의 원리 파악이 충실히 이루어졌다면 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈만으로 보다 큰 수의 계산으로 일반화가 가능하다. 그러나 실제 연구 결과는 자리수가 커지면 정답률이 낮은 편이었고, 문제 유형

에 따라서도 정답률의 차이가 야기되었다. 구체적이고 실제적인 학생들의 학습 경험을 고려한다면 네 자리 수의 뺄셈을 차시 활동으로 다룬 집단 2015의 성취도가 유의미하게 높은 것은 자연스런 결과일지도 모른다. 원리를 이해하면 일반화가 가능하다는 이론적 설명과 달리 계산 수행에서는 연습이라는 요소를 무시할 수 없기 때문이다. 그럼에도 불구하고 두 집단 학생들이 덧셈에서는 네 자리 수 범위에서도 통계적으로 유의미한 차이가 없었다는 점을 고려한다면 뺄셈, 특히 집단 2015와 집단 2016 간의 정답률 차이가 컸던 뺄셈 5, 6, 7번과 같은 문항에서도 계산 원리를 학생들이 잘 이해할 수 있도록 하는 방안에 대해 숙고할 필요가 있다.

둘째, 학생들이 덧셈보다 어려워한 뺄셈에 대해 여러 가지 문제 유형을 경험하게 할 필요가 있다. 연구 결과는 피감수에 포함된 0의 개수나 위치에 따라 학생들이 경험하는 구체적 곤란도가 상이함을 보여준다. 10묶음과 관련한 받아내림의 원리는 동일하지만 0이 포함되는 유형에 따라 구체적인 상황 특성이 달라지고, 이로 인한 계산 오류가 발생할 수 있다. 본 연구 결과 중, 뺄셈에서 6, 9, 10번의 낮은 정답률은 문항의 특성에 주목하게 한다. 피감수에 모두 0이 포함된 경우이고, 덧셈에서의 0이 오히려 계산을 쉽게 한다는 특성과 비교할 때 뺄셈에서는 피감수가 0을 포함하는 경우의 오류에 주의할 필요가 있다. 따라서 본 검사지에 포함된 문항 유형과 같이 0의 포함 횟수나 위치를 교수학적 변인으로 삼아 가능한 한 다양한 경우를 망라하는 문제를 제공할 필요가 있다. 장혜원, 최민아, 임미인(2014)에 제시된 교과서의 0처리 오류 가능성이 높은 계산 문제 역시 피감수에 0이 있는 뺄셈이 포함됨을 확인할 수 있다. 또한 0이 포함된 문제는 Hiebert & Wearne(1996)이 보였듯이 절차적으로 수행 가능한 평범한 문제 외에 개념과 절차 사이의 관계 파악이 요구되는 어려운 문제에 해당한다. 차시 활동으로 명시적인 지도를 하지 않더라도 이후 학습에 사용되는 문제 상황을 통해 의도적으로 다양한 계산 유형을 경험하게 할 필요가 있다.

셋째, 0처리 오류와 같이 학생들이 어려워하는 문제 유형에 대해서는 효과적인 교수학적 도구의 사용을 고려할 필요가 있다. 예를 들어, '문제의 호소 음성(appealing voice of the problem)(Powell et al., 2009)'과 '경고 장치(alarm device)(Fischbein, 1987)' 등을 생각해볼 수 있다. 전자는 불가능하고 모순된 결과로 이끄는 오류와 관련된 문제를 다루는 상황이고, 후자는 잠재적인 오류 가능성을 경고해주는 장치의 개발이다. 양 개념의 기본 아이디어는 학생들이 자주 범하는 오류 유형의 제시를 통해 스스로 오류 가능성을 인식하고 사전에 주의를 기울이도록 한다는 것이다.

넷째, 수학교육에서 계산기의 역할을 고려할 때 큰 수의 덧셈과 뺄셈의 숙달을 목표로 삼아야 하는지에 대해서는 재고의 여지가 있다. 계산 원리에 대한 이해를 전제로 큰 수의 계산 및 복잡한 계산을 계산기에게로 돌린다는 교육과정의 방향성을 고려한다면, 어느 수준까지의 계산 숙달을 의도하는 것인지에 대한 논의가 있어야 할 것이다. 이와 같은 방향에 대한 합의가 있다면 원리의 이해가 이루어진 상태에서 큰 수의 덧셈과 뺄셈 연습을 하는 것은 인지적, 물리적 낭비가 될 수도 있기 때문이다.

요컨대 실제로 집단 2016의 학생들은 교과서의 활동만 따라간다면 교수·학습 상황에서 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 경험해보지 못했을 수도 있다. 차시 활동으로서 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈에 대한 명시적인 학습 후의 일반화가 가정된 상황이므로 교사가 타 영역 또는 후속 단원의 문제를 해결하면서 네 자리 수 이상의 자연수에 대한 연산을 경험할 기회를 제공하는 것은

덧셈과 뺄셈 원리의 일반화를 위해 바람직하며 필요한 기회이다. 2009 개정 교육과정에서 의도된 세 자리 수의 범위에서 학습한 덧셈과 뺄셈 원리의 일반화는 이와 같은 교수학적 상황을 전제로 할 때에만 의미 있는 산술 지도를 보장할 것이다.

참고문헌

강완(2000). 수학 교과서에 나타난 계산 지도 방법의 변화 - 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈. **한국초등수학교육학회지 4**, 21-37.

교육과학기술부(2010). **수학 익힘책 3-2**. 서울: 두산동아.

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8].

교육부(2014). **수학 3-1**. 서울: 천재교육.

교육인적자원부(2006). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제2006-75호 [별책 8].

문교부(1986). **산수 4-1**. 국정교과서주식회사.

송상헌, 방정숙, 임재훈 외 15인(2013). **수학교육학 연구 방법**. 서울: 경문사.

장혜원, 강태석, 박원규, 김동원, 이환철(2014). 초등학교 수학과 교육과정과 교과서의 연계 분석 - 2009 개정 교육과정 초등학교 3~4학년군을 중심으로-. **대한수학교육학회지 수학교육학연구 24**(2). 181-204.

장혜원, 최민아, 임미인(2014). 0처리 오류에 기초한 교과용 도서 분석 및 활동 구성. **한국초등수학교육학회지 18**(2), 257-278.

Cauley, K. M. (1988). Children’s misconceptions about the multidigit subtraction algorithm. *Paper presented at the annual meeting of the american educational research association*. ED 294766.

Davis, R. B. & McKnight, C. (1980). The influence of semantic content on algorithmic behavior. *The Journal of Mathematical Behavior, 3*(1), 38-87.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Flores, M. M. (2009). Teaching subtraction with regouping to students experiencing difficulty in mathematics, *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth, 53*(3), 145-152.

Fuson, K. C. & Kwon, Y. (1992). Korean children’s understanding of multidigit addition and subtraction. *Child Development, 63*(2), 491-506.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1996). Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction. *Cognition and Instruction, 14*(3), 251-283.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence*. Reston: NCTM.

Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E., & Sukthankar, N. (2009). Challenging tasks and mathematics learning. In E. J. Barbeau, & P. J. Taylor(eds.). *Challenging Mathematics in and beyond the Classroom*. New ICMI Study Series 12, 133-168. Springers.

Resnick, L. B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. Pittsburgh Univ. *Learning Research and Development Center*. ED 221386.

Possibility of Generalization of Principles for Multi-Digit Addition and Subtraction

Chang, Hyewon (Seoul National University of Education)
Lim, Miin (Seoul Oryu Elementary School)

This study aims to investigate the possibility of elementary students' generalization from three-digit numbers to multi-digit numbers in principles for addition and subtraction. One of main changes was the reduction of range of numbers for addition and subtraction from four-digit to three-digit. It was hypothesized that the students could generalize the principles of addition and subtraction after learning the three-digit addition and subtraction.

To achieve the purpose of this study, we selected two groups as a sampling. One is called 'group 2015' who learned four-digit addition and subtraction and the other is called 'group 2016' who learned addition and subtraction only to three-digit. Because of the particularity of these subjects, this study covered two years 2015~2016. We applied our addition and subtraction test which contains ten three-digit or four-digit addition and subtraction items, respectively. We collected their results of the test and analyzed their differences using t-test. The results showed statistically meaningful difference between the mean score of the two groups only for four-digit subtraction. Based on the result, we discussed and made some didactical suggestions for teaching multi-digit addition and subtraction.

* Key Words : multi-digit addition and subtraction(여러 자리 수의 덧셈과 뺄셈), possibility of generalization(일반화 가능성)

논문접수 : 2017. 2. 9
논문수정 : 2017. 3. 14
심사완료 : 2017. 3. 19