대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 27 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 27, No. 2, 313 ~ 328. May 2017

수학적 모델링 수업에 대한 초등 교사의 인식

최 지 선*

본 연구의 목적은 수학적 모델링 수업에 대한 초등교사의 인식을 질적으로 분석하는 것으로, 40명의 현직 교사들이 참여하였다. 참여 교사들은 수학적 모델링에 대한 이론을 습득하고, 실제 교실수업에 적용하는 것을 목적으로 교수·학습 과정 안을 개발하고 적용하며 그 결과를 분석한 보고서를 작성하였다. 이 보고서에 대한 분석을 통해서 초등 교사의 인식을 분석한 결과, 수학적 모델링의 특징으로 '비구조화된 상황'과 '다양한 문제해결'을 도출할 수 있었으나 수학적 모델링 관점은 다소 차이가 있어 네 가지 형태로 분류할 수 있었다. 수학적 모델링 수업에 대한 어려움은 크게 과제, 학생의 인지적 활동, 교사의 중재, 모든 학생의 참여, 교실 문화 범주로 구체화하였다. 이러한 결과를 바탕으로 수학적 모델링 수업에 대한 시사점을 제시하였다.

Ⅰ. 머릿말

복잡한 문제를 수학적 모델로 바꾸어 해결하는 수학적 모델링 능력이 일상에서, 사회에서, 그리고 미래 직업에서 중요해지고 있다. 신약이 개발하거나 생태계 속의 동식물의 비밀스러운 특징을 발견하는데 수학적 모델링이 사용되기도 한다. 수학적 모델링은 실세계의 복잡한 문제를 수학적으로 구조화하여 수학적으로 해결함으로써 실세계의 문제를 해결하는 일련의 과정을 일컫는 것으로, 과학기술이 고도화되는 현대 사회에서 그 중요성이 커지고 있다. 이러한 변화에 따라서 수학적 모델링을 학교에서 가르쳐야 한다는 요구가 증가하고 있으며, 최근에는 학교 교육과정에서 다루어지고 있다. 예를 들어, 2010년 발표된 Common Core State Standards for Mathematics는 미국의 학교수학에서 다루어야 하는 교육과정의 틀을 포함하는 것으로, 수학적 모델링을 중요한 학습 과정(practice) 혹은 학습 내용(content)으로 다룬다(Common Core State Standards Initiative, 2010). 독일의 교육과정에서도 6개의 핵심역량의 하나로 수학적 모델링을 포함시켰다(Blum & Ferri, 2009, p.47). 우리나라도 2015년에 발표된 새 교육과정에서 문제해결 교수·학습 방법으로서 "수학적 모델링 능력을 신장하기 위해 생활 주변이나 사회 및 자연 현상 등 다양한 맥락에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고 이를 일반화하게 한다"는 구체적인 지침을 제시하였다(교육부, 2015). 이처럼 수학적 모델링은 학교에서 배워야 하는 대상이 되어가고 있다.

수학적 모델링을 강조하는 새로운 수학과 교육과정은 2017년 초등학교 1~2학년부터 순차적으로 적용될 예정이다. 하지만 수학적 모델링에 대한 다양한 관점이 존재하고(황혜정, 2007; 박진형, 이경화, 2014), 현직 교사들이 수학적 모델링 수업에 익숙하지 않다는 점을 고려할 때, 수학적

* 한국교육과정평가원, jschoi@kice.re.kr

모델링을 학교교육에 적용하기가 순조로울 것 같지 않다. 2009년 조사 결과에 따르면 서울지역 교사 중 92% 정도(582명 중 541명)는 수학적 모델링 개념을 들어본 적 없거나 들어는 봤으나 모른다고 답했다(김민경, 민선희, 강선미, 2009). 현재 상황은 이 결과보다 나을 것으로 기대하지만 크게 달라지지는 않았을 것으로 보인다.

교사의 인식은 학교수업, 학생들의 과목에 대한 태도 등에 영향을 끼친다(Philipp, 2007; 김구연, 2009). 또한 수학적 모델링과 같은 학생 중심의 수업에서는 교사의 더 많은 수업 준비와 수업 방법의 변화가 필요하다(김선희, 2005). 이런 관점에서 본 연구는 2015 교육과정에서 새롭게 강조되고 있는 수학적 모델링에 대한 현직 교사의 인식을 조사하고자 한다. 연구의 범위는 초등교사들로 한정하였다. 초・중등학교급 교사들의 수업 형태와 방식이 차이가 나기 때문에, 연구의 초점을 맞추기 위한 것이다[1]. 또한 많은 교사들이 수학적 모델링에 대해 잘 모르거나 피상적으로 파악할 가능성이 있어, 연구에 참여한 교사들은 수학적 모델링 수업을 직접 계획하고 실행하였다. 본 연구에서는 교사들의 이러한 수업 경험을 바탕으로, 교사들이 인식하는 수학적 모델링의 의미를 파악하고자 하였다. 즉, 본 연구의 목적은 초등학교 교사들의 수학적 모델링에 대한 인식을 조사하는 것으로, 구체적으로 이들이 인식하는 수학적 모델링은 무엇이고 학교수업에 적용하는데 있어서 어려움으로 생각하는 점은 무엇인지를 밝히는 것이다. 본 연구의 결과는 수학적 모델링을 수업에 적용하고자 노력하는 교사들이 직면할 수 있는 실제적인 문제를 보여줄 것이다.

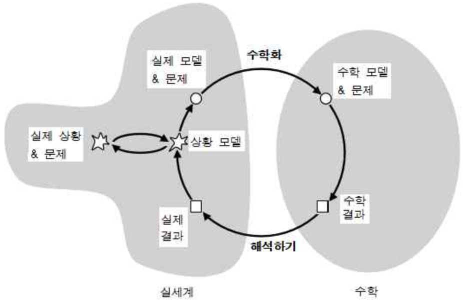
II. 이론적 배경

교사들이 인식하는 수학적 모델링은 무엇이고, 학교교육에 적용함에 있어서 대면하게 되는 어려움은 무엇인지를 분석하기 위하여, 관련 선행 연구들을 통해서 수학적 모델링의 의미를 분석하기 위한 이론적 배경을 마련하고자 한다. 박진형과 이경화(2014)에 따르면, 모델링에 대한 수학교육연구는 크게 세 가지 관점으로 범주화될 수 있다. 첫째는 수학을 응용하여 실세계 문제를 해결하는 것으로 수학의 응용을 강조하는 관점이다. 둘째는 비구조화된 문제에 대한 문제해결로 모델링을 다루는 관점이다. 셋째는 현실적 수학교육을 구현하는 방안으로 고려하는 관점이다. 이 세 가지 관점을 비판적으로 살펴본다.

첫 번째 관점은 수학의 응용을 강조하는 관점으로, 실세계 문제를 수학적 모델로 변환하여 해결하는 과정을 일컫는다. Pollak(1968)이 학교수학에서 수학의 응용을 강조한 이후로, 실세계 문제에 수학을 응용하는 경험을 제공하는 방안으로서 모델링이 강조되어 왔다(박진형, 2015; Pollak, 2012). 예를 들어, Niss(1992)는 원래의 현실 문제 상황에서부터 수학적 모델로 변환하는 총체적 과정을 수학적 모델링이라고 하였고, Blum(2002)은 실세계 현상에 포함된 대상, 자료, 관계, 조건을 수학적 언어로 번역한 모델을 수립하고 검증하고, 수정하고, 개선하는 과정을 수학적 모델링이라고 하였다. 이를 도식화한 [그림 II-1]과 같이, 수학적 모델링에서는 실세계와 수학이 이분화되고, 실세계 상황을 수학적 언어로 번역하는 과정(수학화)과 수학의 결과를 실세계 상황의 의미로 해석하는 과정(해석하기)이 수반된다.

---

1) 본 연구는 초등 교육에서 수학적 모델링 수업이 가능하다(김민경, 홍지연, 김은경, 2009; 오영열, 2013; Blum & Ferri, 2009; English & Watters, 2005; English, 2006; Lesh & Doerr, 2003)는 관점에서 출발하며, 따라서 초등 교육에서 수학적 모델링 수업이 가능한지의 여부는 논하지 않는다.



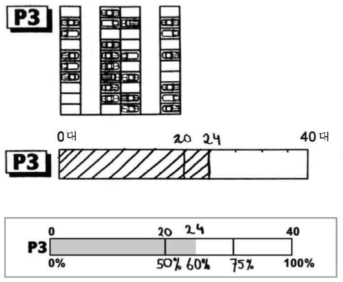
[그림 II-1] Blum이 제시한 모델링 과정
(Blum & Ferri, 2009)

두 번째 관점은 비구조화된 문제를 해결하는 과정에서 모델링이 문제해결 경험을 제공한다는 관점이다. 문제가 구조화되어 있지 않으면 학생들이 문제해결을 위해 문제에 내재된 구조를 수학적 모델로 나타내고 이를 통해 해결 방법을 모색하게 된다는 것이다. 수학적 모델로 나타내고 수정하는 과정을 통해서 수학적 사고력이 발달한다고 본다. 이런 점에서 앞에서 언급한 응용의 관점이 수학의 활용에 초점이 있다면 문제해결의 관점은 수학적 사고 발달을 도모한다는 측면에서 크게 다르다고 할 수 있다. 문제해결과 수학적 모델링을 구분하려는 많은 연구자들의 시도가 있었으나 연구자마다 혹은 관점의 차이에 따라 일반적인 결론을 내리기는 쉽지 않은 실정이다. 주로 두 가지 관점을 구분하는 특징으로는 문제의 범위(실세계 상황만 혹은 실세계 상황 이외의 수학적인 상황도 포함하는가의 차이), 과정의 차이(순환 과정 혹은 단선형 과정으로 보는가의 차이), 수업 형태의 차이(개별 학습 중심인가 혹은 모둠 학습 중심인가의 차이) 등이 있다. 이와 같이 두 관점의 차이를 구분하려는 여러 시도에도 불구하고, 두 관점의 과정이 일대일로 대응된다는 측면에서(황혜정, 2007), 학교수학에서 수학적 모델링을 제공하는 방식은 문제해결 경험을 제공하려는 방식과 유사하게 나타날 수 있다. 황혜정(2007)에 따르면, 수학적 모델링은 모델 도출 단계(실세계 현상 이해), 모델 개발 단계(수학 모델, 수학적 결과, 결론 도출), 모델 적용 단계(다른 실세계 현상 탐구)로 구분될 수 있으며, 이는 문제해결 단계의 문제 이해 단계, 계획 작성 및 실행 단계, 검토 및 반성과 대응된다.

세 번째 관점은 Freudenthal의 현실적 수학교육[2)]의 논의와 관련되는 것으로 점진적 수학화의 과정으로 수학적 모델링을 다루는 관점이다. 예를 들어, 신은주와 권오남(2001)은 수학화 과정을 수학적 모델링으로 보았고, 박진형(2015)도 모델을 구성하여 탐구한다는 측면에서 수학화를 수학적 모델링의 범주로 분류하였다. 점진적 수학화에서, 학생은 자신의 현실에서 출발하여 현실을 반영한 수학적 모델(model of)을 구성하고, 그 모델을 사용하고 수정하는 과정을 통해 수학적 탐구를 가능하게 하는 모델(model for)을 만들게 된다(Gravemeijer, 2002). 여기에서 수학적 모델링은 실세계를 탐구하면서 정리하는 수단으로 모델을 구성하고, 그 모델에 대한 반성을 통해서 새로운 개념으로의 형성에 이르게 되는 과정이다. 앞의 두 관점에서 학생들은 이미 알고 있는 수학을 사용하는 것을 가정하고 있다는 것과 달리, 이 관점에서 수학적 모델링은 새로운 수학적 개념 혹은 탐구로의 발전 과정을 중요시한다. 예를 들어, 학생들이 백분율 개념에 이르게 하는 수업에서 학생들은 [그림 II-2]와 같이, 주차장에 세워진 자동차 대수를 표현하기 위하여 빈 막대(bar)를 사용하고, 이 빈 막대의 지속적 사용과 검증을 통해서 백분율을 탐구하게 된다(Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). 여기서 막대는 수학적

2) '현실적 수학교육'은 학생들의 현실에서 출발해서 점진적으로 형식적인 수학으로 이행하는 방향으로 수학 학습이 이루어져야 한다는 Freudenthal의 논의 이후에, 네덜란드 Freudenthal 연구소에서 지속적으로 연구되고 세계적으로 확산된 수학교육 이론이다.

모델이고, 막대를 이용하여 백분율을 암묵적으로 사용하고 이를 백분율로 형식화하는 과정은 수학적 모델링 과정이다.



[그림 II-2] 점진적 수학화 관점에서의 ‘수학적 모델’ (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003)

수학적 모델링에 관한 선행연구들에서 공통적으로 비구조화된 실세계 상황, 다양한 해결방법을 중요한 특징으로 보고 있으나, 앞으로 배울 수학적 지식(원리 또는 개념)의 학습이냐 아니면 배운 지식의 활용이냐는 다르게 나타난다. 수학 응용 관점에서는 수학적 모델링 수업의 목적이 이미 알고 있는 지식을 효과적으로 활용하는 수학적 모델링 역량 함양이 목적인 경우도 있고, 수학적 모델링 역량과 더불어 새로운 수학적 탐구 능력의 함양을 목적으로 하는 경우도 있다(박진형, 2015). 문제해결 관점에서는 새로운 탐구 능력 함양이 목적이지만(Polya, 1986; 우정호, 2000), 실제 학교교육에서 새로운 탐구를 위한 목적으로 사용하기 보다는 학습한 내용을 활용하기 위한 목적으로 사용되기도 한다. 점진적 수학화 관점은 이미 학습된 내용을 반복하는 학습을 비판하고 현실에서 수학을 만들어 가는 학습을 강조하기 때문에, 앞으로 배울 수학적 개념의 학습을 목적으로 한다. 수학적 모델링을 통해서 새로운 아이디어를 구성하고 이러한 아이디어의 반복적인 사용이나 변환을 통해 새로운 개념의 학습이 가능할 것으로 기대한다. 선행 연구 분석을 통한 수학적 모델링의 관점에 따른 특성을 정리하면 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> 선행연구 분석을 통한 수학적 모델링 관점과 그 특징

모델링관점 / 특징		수학의 응용	비구조화된 문제해결	점진적 수학화
비구조화된 상황		✓	✓	✓
다양한 해결방법		✓	✓	✓
수학	수학적 탐구	✓	✓	
	앞으로 배울 수학적 개념			✓
	배운 수학적 개념	✓	✓	

III. 연구 방법

1. 연구 참여자

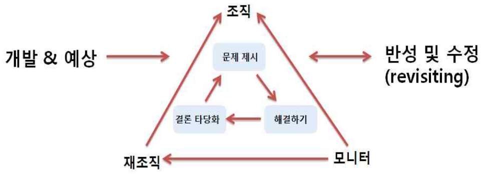
본 연구는 초등교육에서의 수학적 모델링에 관한 현직 교사의 인식을 알아보기 위하여, 2015년 1학기에 S교대 교육대학원에 재학 중이고 ‘수학적 모델링’ 수업을 수강한 현직 초등학교 교사들을 대상으로 하였다. 총 40명(남자 6명, 여자 34명)으로, 교육 경력은 만 3개월에서 15년까지로 다양하였으며 평균 3.9년이었다[3].

해당 교사들은 ‘수학적 모델링’에 관한 의미와 모형 탐색, 사례 분석, 초등학교 교수·학습 실행(과정 안 구성, 수업 실시, 수업 후 분석, 수정된 교수·학습 과정 안 구성) 등을 수행하였다.

3) 만 1년 이상인 경우부터는 년 단위로, 만 1년 미만인 경우는 월 단위를 기준으로 년 단위로 환산하여 계산하였다. 예를 들어, 만 3개월인 경우는 $\frac{3}{12}$년으로 계산하였다.

사례 분석은 국내외 관련 논문을 통해 우리나라 초등학교 수업에 적용하는 방안을 찾는 방식으로 진행되었다. 교사들은 수업 전에 수학적 모델링 적용 사례에 관한 논문을 읽고, 연구 목적, 연구 방법, 연구 결과, 궁금한 점, 아쉬운 점 등이 담긴 비평문을 작성하였다. 대학원 수업 중에는 사례에 대한 기본적인 사항(연구 목적, 연구 방법, 연구 결과)들을 중심으로 우리나라 초등학교 수업에 적용하기 위한 방안을 찾기 위한 토론을 진행하였다. 토론은 소그룹으로 진행되었고, 각 소그룹에서 새로운 수업 방안을 제안하고, 각 소그룹에서 제시된 안들을 중심으로 전체 토론으로 최적의 안을 선택하였다. 각 팀은 연구 참여자들이 자율적으로 결정하였고 매주 다르게 구성하였다. 이와 같은 방식으로 사례 분석을 함으로써 본인의 수업을 위한 교수·학습 과정 안을 계획하기 위한 간접 경험을 하였다.

핵심적인 활동은 초등학교 수학 수업에서 적용 가능한 수학적 모델링 수업에 대한 교수·학습 안을 개발하고, 실행하고, 실행된 수업에 대한 분석을 통해서 수정된 교수·학습 과정 안을 구성하는 것이었다. 이는 수학적 모델링 수업에서 요구되는 교사들의 활동을 포함하는 것으로, Carlson과 그 동료들은 수학적 모델링에서의 교사의 역할을 [그림 III-1]과 같이 제시한 바 있다 (Carlson et al, 2016, p.122).



[그림 III-1] 수학적 모델링에서의 교사의 역할 (Carlson et al, 2016, p. 122).

참여 교사들은 1명이나 2명이 한 팀을 이루어 수학적 모델링의 전 과정에서 수업과 관련된 활동을 하였으며, 이에 관한 보고서를 작성하였다.

2. 자료 수집

학기 마지막에 교사들이 제출한 보고서가 본 연구의 주요 분석 자료이다. 2명이 한 팀으로 수업을 진행한 17개 팀과 1명이 한 팀으로 수업을 진행한 5개의 팀이 최종 보고서를 제출하였다. 각 보고서에는 수학적 모델링 교수·학습 계획안, 수업 분석을 통한 수업의 문제점과 그에 대한 개선 방안, 수정된 수학적 모델링 교수·학습 계획안, 수학적 모델링 적용에 대한 개인 의견이 포함되어 있었다. 이 중 일부 내용이 누락되어 연구 문제를 분석하기에 미흡한 2개의 보고서를 제외하고, 최종적으로 20개의 보고서를 분석 대상으로 하였다.

3. 자료 분석

수학적 모델링의 의미는 앞서 선행연구 분석을 통한 <표 II-1>을 활용하여 분석하였다. 상황, 해결방법, 다루는 수학적 개념의 세 가지 속성으로 분류하였다. 상황은 비구조화된 경우와 구조화된 경우로 구분하고, 해결방법은 다양한 해결방법을 유도하는가의 여부를 구분하였다. 다루는 수학적 개념은 이미 배운 수학을 활용하는 것인지, 몇 가지 개념을 이용하여 수학적 탐구를 하는 것인지, 혹은 앞으로 배울 수학적 개념인지를 구분하였다. 이와 같이 세 가지 속성의 분류에 따라 초등 교사들이 가지고 있는 수학적 모델링의 의미를 분석하였다.

수학적 모델링 적용 어려움에 대한 분석은 수학적 모델링 적용에 대한 교사의 인식에 대한 선행 연구가 많지 않은 점을 고려하여, 연속비교

분석법(Constant Comparative Method)으로 자료를 분석하였다(Strauss & Corbin, 1990, p. 116). 자료 분석 절차는 다음과 같다.

첫째, 근거자료를 바탕으로 상황에 대해 이름을 붙이는 개방 코딩(open coding)단계로서, 보고서에 나타난 연구 문제에 합당한 진술(예, 수업 준비 또는 수업 중에 부딪히는 어려움에 관한 진술)을 찾아 하나의 단위로 분류하고 부호(code)를 부여하였다. 부호는 상황을 간결하게 나타내는 용어로 기술하였다. 예를 들어, 성취 수준이 낮은 학생들이 모델을 구성하는데 어려움을 보였으나 교사가 적절한 피드백을 주지 못했다는 진술에 '하위권 학생은 적극적으로 참여하지 않음'과 같은 부호를 붙였다.

둘째, 축으로 범주(category)를 구성하고 하위 범주와 연결시키며 범주를 속성과 차원의 수준으로 발전시켜 범주의 관련성을 패러다임 모형으로 만드는 축 코딩(axial coding)단계로서, 부호화된 자료들을 바탕으로 범주를 구성하고, 서로 관련있는 내용끼리 통합하거나 분리하였다. 예를 들어, '하위권 학생은 적극적으로 참여하지 않음', '상위권 학생의 주도에 따른 모둠토의 부재', '하위권 학생의 모둠토의 내 발언 무시' 등은 서로 관련있는 부호로 '상・중・하위권 학생의 동시 참여'의 범주로 통합하였다.

셋째, 앞서 도출된 범주를 하나의 이론이나 모형으로 발전시키는 선택적 코딩(selective coding) 단계로, 교사들이 인식하는 수학적 모델링 수업의 어려움과 관련된 핵심범주를 결정하고, 이와 인과관계가 있는 하위 범주를 결정하였다. 예를 들어, '저학년 학생의 수학적 모델링 어려움'과 같은 범주는 사례가 적고(1건) 일부는 직접적인 경험에 근거한 내용이 아니어서 핵심범주에서 제외시키고, 총 5개의 핵심범주를 결정하였다.

마지막으로, 자료 분석 과정에서 연구 결과의 객관성을 확보하기 위하여 외부 전문가 2명이 축 코딩과 선택적 코딩 결과를 검증하였다. 이 과정을 통해 부호와 범주를 최종적으로 수정하였다.

Ⅳ. 초등 교사의 인식 분석

1. 수학적 모델링의 의미

수집된 자료 분석을 통해 초등학교 현직 교사들이 인식하는 수학적 모델링의 관점은 크게 네 가지로 분류되었다.

첫째, '비구조화된 문제해결' 관점이다. 20개의 수업 중에서 5개의 수업은 이와 같은 관점에서 수학적 모델링 수업이 설계되었다. 구조화되지 않은 실세계 상황에서 학생들은 다양한 방법으로 주어진 문제해결을 시도함으로써, 학습했던 개념을 활용하여 새로운 수학적 원리에 도달하는 탐구를 학습 목적으로 한다. 새로운 개념 형성에 이르게 하지 않는다는 점에서 다음에 제시할 '점진적 수학화' 관점과 구분하였다. 예를 들어, 5학년 '사다리꼴의 넓이' 수업을 살펴보면, 실제적이고 비구조화된 문제(밤하늘의 별들 중 작은곰자리 별자리 중 일부 별들을 이어서 사다리꼴을 연상케 하는 그림의 넓이 구하기)를 해결하면서 학생들은 모델(사다리꼴 넓이 찾는 방법)을 구성하도록 한다. 사다리꼴의 넓이 공식을 학생들이 직접 형식화하지 않고, 교사가 중간에 도입해 주었다. 이 수업은 비구조화된 실세계 상황, 다양한 문제해결, 새로운 수학적 원리를 목적으로 한다. 또한 귀납 추론이 주요 학습 과정인 2건의 수업도 여기에 해당한다.

둘째, 다양한 상황에서 수학적 아이디어를 활용하고, 그러한 수학적 아이디어의 사용을 통해 수학 학습으로 이어지도록 하는 '점진적 수학화' 관점이다. 실제적이고 비구조화된 문제 속에서

수학적으로 구조화 가능한 대상을 찾아내어 수학적 아이디어로 점진적으로 구체화하는 과정으로 이루어진다. 20개 중 5개의 수업은 이 관점에서 설계되었다. 주어진 문제는 실제적이고 비구조화 되어 있고, 문제해결 과정에서 요구되는 수학은 앞으로 학습할 내용이다. 그리고 학생들이 수학적 모델링 과정을 통해 구성하기를 기대하는 한 개의 모델이 정해져 있다. 예를 들어, ‘단위넓이’ 수업에서 실제적이고 비구조화된 문제(학급에서 발바닥이 가장 넓은 친구를 찾는 문제)에서 학생들은 바둑돌, 단추, 스티커, 모눈종이 등을 사용하여 넓이를 비교하여 모델(단위넓이)을 구성하도록 한다. 10개의 수업에서 학생들이 모델을 구성하는 방식과 교사의 안내 방식에는 차이가 있었으나, 실제적이고 비구조화된 상황 속에서 앞으로 학습할 수학적 아이디어를 사용하도록 함으로써, 수학적 개념에 해당하는 모델을 구성하도록 한다는 공통점이 있다.

셋째, 다양한 해결방안 도출이 가능한 상황에서 최적의 해결방안을 찾는 수학의 응용 관점이다. 학생들에게 주어지는 문제는 비구조화된 문제이고, 해결 방법은 두 개 이상 존재하는 경우이다. 학생들은 여러 가지 해결 방법 중에서 최적이라고 판단되는 방법을 선택하게 된다. 20개 수업 중 4개의 수업이 이 관점으로 설계되었다. 이 관점은 다시 문제해결을 위해 필요한 ‘수학’이 이미 배운 개념인 경우(2개)와 앞으로 배울 개념인 경우(2개)로 구분된다. 이미 배운 개념인 경우에는 그 개념을 이용하여 최적의 방안을 찾는 것으로, 예를 들어, 정해진 예산 내에서 여러 가지 할인 조건과 할인율(%)을 고려하여 학급티셔츠를 골라야 하는 문제에서, 학생들은 이미 배운 비율을 이용하여 최적의 해결방안을 찾게 된다. 반대로, 앞으로 배울 개념인 경우에는 최적의 해결 방법을 찾는 과정에서 그 개념과 관련된 아이디어를 사용하도록 하고 있다.

그리고 구조화된 문제를 수학적 표현으로 바꾸어 해결하는 ‘문장제 문제’ 관점이 2건이었다. 학습한 수학적 내용을 이용하여 그 수학적 내용이 적용되는 간단한 상황에서의 문제를 해결하는 것으로, 비구조적이기보다는 구조적인 문제라는 점에서 그리고 해결 방법이 두 개 이상이 아니라 한 개라는 점에서 앞서 세 가지 관점과 명확히 구별된다. 20개의 수업 중 2개의 수업이 이와 같은 방식으로 설계되었다. 예를 들어, 분수의 통분을 학습한 학생들이 “승도는 오전에 $1\frac{1}{2}$컵, 오후에 $3\frac{3}{5}$컵 마셨고, 지우는 오전에 $\frac{4}{5}$컵, 오후에 $3\frac{1}{2}$컵 마셨다고 합니다. 누가 얼마나 더 많은 물을 마셨을까요?”와 같은 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 하는 수업이 여기에 해당한다.

그 외에 20개의 수업 중 4개는 특정 범주로 분류하지 않았다. 수학 학습이 이루어졌다고 보기 어려운 경우로, 예를 들어, 음료수의 진하기를 통해 비율 학습을 계획하였으나 농도 개념이 포함되어 학습으로 이루어지지 않은 경우, 평면도형의 넓이를 학습하기 위하여 입체도형을 활용하여 학습으로 이루어지지 않은 경우 등이다.

요컨대, 수학적 모델링의 관점은 비구조화된 문제해결 관점, 점진적 수학화 관점, 수학의 응용 관점, 그리고 문장제 문제해결의 4가지로 나타났다. 그리고 각 관점마다 교사들이 중요하게 다룬 특징은 비구조화된 상황, 다양한 해결 방법, 앞으로 배울 수학적 개념 또는 수학적 탐구인 것으로 분석되었다. 이를 정리하면 <표 IV-1>과 같다.[4]

4) <표 IV-1>에서 수학적 모델링에 대한 각 관점의 빈도를 부가적으로 제시하였으나, 본 연구의 주요 연구 방법은 질적 분석으로 빈도에 따른 시사점을 밝히기는 어렵다.

<표 IV-1> 초등 교사들이 인식하는 수학적 모델링 관점과 그 특징

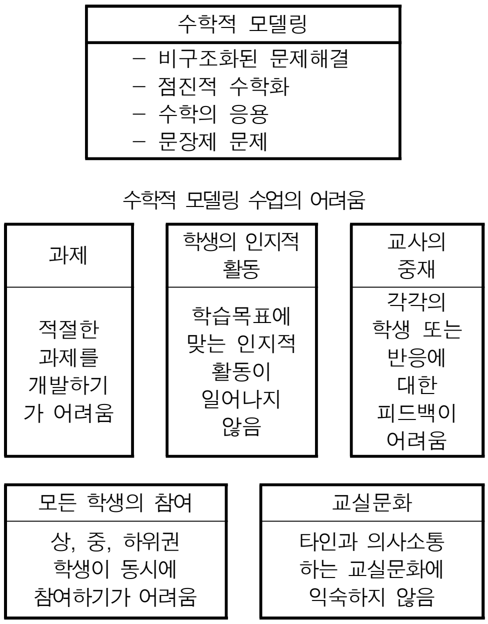
특징 \ 모델링관점		비구조화된 문제해결 (5건)	점진적 수학화 (5건)	수학의 응용 (4건)	문장제 문제 (2건)
상황	비구조화된 상황	✓	✓	✓	
	구조화된 상황				✓
다양한 해결방법		✓	✓	✓	✓
수학	수학적 탐구	✓		✓ (2건)	
	앞으로 배울 수학적 개념		✓		
	배운 수학적 개념			✓ (2건)	✓

구조화된 상황에서 알고 있는 수학적 지식을 활용한 문제해결의 관점을 제시한 소수의 사례(2건)도 있었으나, 구조화되지 않은 상황에서 다양한 문제해결 방법을 통해 수학적 원리에 도달하도록 하는 문제해결 관점이 우세하게 나타났다. 비구조화된 상황을 중요시 여기는 교사들은 수업 반성을 통해서 수정된 교수･학습 계획안을 구성하는 과정에서도 이 특징을 유지하기 위하여 노력하였다. 대부분의 교사들이 수학적 모델링에서 학생들이 다양한 해결방법을 찾는 것이 중요하다고 인식하였다. 배운 수학적 개념을 활용하는 것보다는 앞으로 배울 수학적 개념을 다루거나 수학적 탐구를 하는 것이 수학적 모델링이라고 인식하였다.

2. 수학적 모델링 수업의 어려움

수학적 모델링 관점에 따라 수학적 모델링 적용 수업에서 겪는 어려움은 약간의 차이가 있었지만, 과제, 학생의 인지적 활동, 모든 학생의 참여, 교사의 중재, 교실 문화의 다섯 가지 차원으로 범주화되었다. 대부분의 교사들(문장제 문제 관점을 가진 교사 제외)이 진술한 수학적 모델링 수업의 어려움은 이 다섯 가지 범주로 분류되었고, 문장제 문제에 대한 관점을 가진 소수의 교사들은 모든 학생의 참여, 교실문화에 대한 어려움 범주에 대한 진술을 제시하였다. 결과적으로, 모든 학생의 참여, 교실문화 범주는 거의 모든 교사들이 언급한 내용이었다.

이를 바탕으로, 초등 교사가 인식하는 수학적 모델링 수업에서 겪는 어려움 중 모든 학생의 참여, 교실문화 범주는 보다 근원적인 수준으로 구분하였다. 이를 도식화하면 [그림 IV-1]과 같다. 이하에서는 각각에 해당하는 초등학교 교사의 인식을 범주별로 구체적으로 살펴본다.



[그림 IV-1] 수학적 모델링 수업 어려움에 대한 모형

가. 과제

‘과제’ 범주에 해당하는 코드들은 수학적 모델링 수업을 위한 과제를 개발하기가 어려웠음을

나타내는 것들로, 수학적 모델링 수업을 준비하는 시간이 오래 걸리거나, 계획한 수업목표에 도달하기에 시간이 부족한 경우, 수학에서 학습하고자 했던 단계(형식화, 추상화 등)에 이르지 못한 경우, 과제의 구조화 정도가 적절하지 않은 경우, 수학적 활동이 이루어지지 않은 경우 등이었다. 이를 나열하면 다음과 같다.

- (수학적 모델링 수업) 준비 시간이 오래 걸림
- 수업 시간이 부족함
- 학생들이 수학적 활동이 아니라고 생각함
- 구조화 정도가 적절하지 않음

과제의 구조화 정도에 대해서는 지나치게 구조화되어서 학생들이 다양한 해결방법을 제시하기에 한계가 있었다는 경우와 지나치게 비구조화되어서 학생들이 다양한 답변을 제시하여 의도했던 학습 방향으로 나가기가 어려웠던 경우가 포함된다. <표 IV-2>의 두 예시는 구조화 정도를 결정하는데 나타나는 어려움을 보여준다.

<표 IV-2> 과제의 구조화에 따른 교사의 어려움에 대한 예시

구분	교사의 수업 반성
지나치게 구조화된 과제를 사용한 교사	본 수업이 모델링 수업이라고 하기에 너무 구조화가 많이 이루어졌다는 사실이다. 본 수업을 하기 위해 수업안을 계획하였을 때는 학생들이 새로운 개념을 익히기 위해서는 어느 정도의 구조화가 필요하다는 점에서 서로 동의를 하고 계획안을 구성하였다. 하지만 막상 본 수업에 들어가서 학생들과 상호작용하여 보니, 생각보다 더 구조화되어 있어서 이것이 과연 모델링 수업이라 할 수 있을지에 대한 의문이 발생하였다.
지나치게 비구조화된 과제를 사용한 교사	교사가 학습 목표에 맞게 어느 정도 구조화된 학습 과제를 제시해야 한다. 본 수업을 분석해 본 결과, 교사가 비구조적으로 학습 과제를 제시하다 보니, 학습목표에 도달하지 못하는 문제가 발생하였다.

나. 학생의 인지적 활동

'학생의 인지적 활동' 범주는 계획했던 수학적 모델링 수업을 진행해 본 결과 학생들의 인지적 활동이 예상했던 학습목표와 다른 방향으로 나타나서 발생하는 어려움을 나타낸다. 비수학적 개념을 이용하여 문제를 해결하는 경우, 주어진 조건과 관련없는 조건을 활용하여 문제를 해결하는 경우, 새로운 아이디어를 만들지 않고 구체적인 조작만 하는 경우 혹은 이미 알고 있던 개념으로만 문제를 해결하는 경우 등이 해당한다. 이를 나열하면 다음과 같다.

- 비수학적 개념을 이용하여 문제해결
- 조건 외의 지식을 활용하여 문제해결
- 구체적인 조작에만 몰두함
- (새로운 아이디어를 만들지 않고) 이미 알고 있던 개념으로만 문제해결

예를 들어, 한글이 한 글자씩 써진 낱말카드 75장을 직사각형 모양으로 배열하여 전시하는 문제를 학생들에게 제시하였다. 이 수업에서는 학생들이 75라는 수를 탐구하여 약수의 의미를 암묵적으로 사용하고, 다른 수에 적용함으로써 약수의 의미를 구체화하는 계획으로 작성되었는데, 학생들은 수의 분해보다는 아름다운 배열이나 창의적인 디자인을 고려하는 등의 반응을 나타내었다. 또 다른 예로, 4학년 학생들이 자연수의 혼합계산을 학습하기 위하여 계획된 수업에서, 학생들은 여러 가지 물건의 총 구매 금액을 식으로 표현하는 문제를 해결하게 된다. 실제 실행된 수업에서 학생들은 총 구매 금액을 정확하게 계산하였으나, 이를 혼합계산 식으로 표현하고 혼합계산식의 규칙을 찾지 못하고, 필요한 계산을 순차적으로 처리하는 경향을 보였다.

다. 교사의 중재

‘교사의 중재’ 범주는 교사가 수업 중에 학생들의 반응에 적절하게 대응하지 못하여 발생하는 어려움을 나타낸다. 예상 밖의 학생들의 반응에 어떻게 대응해야 하는지, 적절한 모델을 형성하지 못한 학생들을 어떻게 안내해야 하는지, 개입을 어느 정도로 해야 하는지 등에 대한 어려움 등이 나타났다. 이 범주에 해당하는 구체적인 내용은 다음과 같다.

- 예상 밖 학생 반응에 적절한 피드백을 주지 못함
- 모델을 형성하지 못한 학생에게 적절한 피드백을 주지 못함
- 학생 활동에 개입 정도를 결정하기가 어려움
- 학생들 발표에 대한 피드백 정도가 어려움

다음은 한 팀 교사들의 수업 분석으로, 수업 중에 학생들을 어떻게 안내해야 하는지를 몰라서 겪는 어려움을 보여준다.

> 1단계 모둠 활동을 잘 한 뒤 2단계 개별 학습지에서 어려움을 겪는 학생이 나타났다. 이 때 개인에게 적절한 피드백을 줄 수 있는 도구는 없는지 고민이 되었다. 학생들의 배경 지식이나 이해 수준, 사고 과정이 다른데 그러한 경우 교사가 어느 정도로 안내를 해 주고 이끌어 주어야 하는지, 혹은 학생 스스로 모델링에 도달하기를 기다려 주어야 하는 것인지 다양한 수준으로 다양한 반응을 보이는 학생들에 대한 피드백을 결정하기에 어려움이 많았다.

이러한 어려움은 ‘과제’ 범주와 연결된다. 수정된 교수·학습 과정 안을 구성하는 과정에서 교사의 적절한 중재가 가능한 과제를 구성하는 것을 어려워하였다. 다음은 교사의 중재와 과제 구성 사이에서 고민하는 교사의 모습을 보여준다.

> 전체적으로 학습단계가 교사에 의해 많이 계획된 듯한 느낌을 받아 고민스러웠다. 이상적으로 학생들이 완전히 창의적으로 스스로 탐구하는 모습을 보이지 못하여 교사가 세부적으로 학습목표에 도달할 수 있도록 학습단계를 제시, 안내하였는데 이러한 경우 교사가 모델링학습의 단계구성을 어느 정도로 자세하게 해야 하는지, 학생들에 대한 목표 근접도를 어느 정도로 기대해야 하는지에 대해 의문스러웠다. 똑같은 수업이라 하더라도 학생들의 수준, 교실 문화, 교사의 영향, 학생들의 주변 환경 등에 이 수업은 다양한 양상을 보일 수 있을 것이기 때문이다. 그리고 만약 학생들이 목표에 스스로 도달하지 못했을 때 교사는 어떻게 대처해야 하는지에 대한 고민도 들었다.

또 다른 예로, 한 팀의 교사들은 학급에서 발바닥의 크기가 가장 큰 학생을 찾는 과제에서 모눈을 이용하여 넓이 측정 모델을 구성하도록 계획하였다. 학생들은 발의 길이를 재면 될 것이라고 대답하였고, 교사는 넓이에 주목하도록 종이 위에 발을 그리도록 유도하였다. 도화지 위 발 그림을 보고도 발의 세로 길이 혹은 둘레길이의 재려고 하는 학생들을 교사가 바둑돌, 단추, 스티커, 모눈 등을 이용하여 측정하도록 유도하였다. 이 교사가 본인의 수업을 분석하여‘문제 상황을 넓이 구하기에 초점을 맞추어 명확히 제시하거나, 수업 중간 디딤돌 역할을 하는 교사의 안내를 잘 준비하여 학생들의 사고를 한 단계 끌어 올릴 수 있도록 계획하는 것이 필요하다’와 같이 진술하였듯이, 수학적 모델링 수업에서 교사의 중재 방법은 과제 개발과 밀접하게 연결되어 있다.

라. 모든 학생의 참여

‘모든 학생의 참여’ 범주는 대부분의 교사들이 제시한 어려움으로, 일부 학생들은 수업에 잘 참여하지 못하고 있음과 관련된 것이다. 이 범주는

일부 다음에 제시될 ‘교실문화’ 범주와 겹치기도 하는데, ‘모든 학생의 참여’는 참여도의 차이를 나타내고, ‘교실문화’는 참여를 하는 과정에서도 발생하는 문제를 나타낸다. 이 범주에 해당하는 구체적인 내용은 다음과 같다.

- 학생의 성취도 수준별로 참여도가 다름
- 하위권 학생은 적극적으로 참여하지 않음
- 상위권 학생의 주도에 따른 모둠 토의 부재
- 하위권 학생의 모둠토의 내 발언 무시

이와 같은 어려움을 보여주는 교사의 수업 반성은 다음과 같다. 학생의 성취도 수준별로 참여 양상이 다르게 나타난다는 것을 보여준다.

상위권 학생과 하위권 학생의 수업격차이다. 상위권 학생들은 수학적으로 구조화하고 의사소통하는 것에 자신감이 있고 다양한 생각을 하는 기회를 제공하는 모델링 수업에 대한 흥미도와 참여도, 수업 효과 등이 매우 높다. 이에 반해 하위권 학생들은 문제를 이해하는 것부터 어려움을 겪는다. 문제를 제대로 이해하지 못하니, 모둠 활동에 참여하지 못하고 이는 수업 결손으로 이어지는 문제가 발생한다.

이 수업을 실행한 두 명의 교사는 수업에서 상위권, 중위권, 하위권 학생들의 반응을 구체적으로 제시하였는데, 이는 사례에 불과하지만 성취도 수준에 따른 학생들의 반응을 단적으로 보여주었다. 이 사례에 따르면, 중위권 학생끼리 동질 집단 모둠은 문제해결을 하지 못하였고, 선행학습이 된 중위권 모둠은 미리 배운 개념을 활용하여 문제를 해결하였으나 해결 과정을 설명하지는 못하였다. 상, 중, 하위권이 모두 섞인 모둠에서는 상위권 학생이 주도적으로 문제를 해결하였다. 가장 활발하게 의사소통을 통해서 문제를 해결한 집단은 상위권과 중위권 학생이 섞인 모둠으로, 아이디어를 교환하면서 다양한 문제해결 방법을 찾아내었다. 다른 교사들의 수업 반성에서도 유사한 패턴을 찾을 수 있었다. 대부분 중위권 학생 모둠에서 아이디어를 찾지 못하는 경우, 성취도가 이질적인 학생들이 섞인 모둠에서 상위권 학생들이 주도하고 중하위권 학생들이 상위적 학생들의 의견에 수동적으로 참여한다는 분석들이 제시되었다.

마. 교실문화

‘교실문화’ 범주는 대부분의 교사들이 제시한 어려움으로, 학생들의 참여가 많은 수학적 모델링 수업이 진행되기에 학생들이 질문하고 서로 논의하여 답을 찾는 수업 방식에 익숙하지 않아 나타나는 어려움이다. 이 범주에 해당하는 구체적인 내용은 다음과 같다.

- 특정 학생의 의견에 동조함
- 학생끼리 의사소통이 익숙하지 않음
- 새로운 교수법이 낯설어 수업 진행이 어려움
- 다양한 해결 방법을 찾는 것이 익숙하지 않음
- 모둠원 간의 의사소통이 일어나지 않음

이와 같은 어려움을 잘 보여주는 교사의 수업 반성은 다음과 같다. 첫 번째 예시는 학생들이 다양한 해결 방법을 찾는 수업 방식에 익숙하지 않음을 보여주고 있으며, 두 번째 예시는 학생 간의 의사소통을 통한 문제해결에 익숙하지 않음을 보여준다.

문제해결을 위한 다양한 방법을 찾아보자는 활동을 제시 했을 때 대부분의 학생들이 마치 길을 잃은 것처럼 어찌할 바를 몰라 하며 교사에게 의존하려고 하는 모습을 보였다. (“어떻게 해요?”, “이렇게 하면 되나요?”, “잘 모르겠어요.” 등의 질문이 반복적으로 이뤄졌으며 ‘둘이 더하고 빼요’ 식의 답변 외의 방법을 발견하지 못하는 한계도 보였다.)

수학적 의사소통의 문제이다. 학생들은 듣는 것에 익숙하지 않고 수학적으로 의사소통하는 것에 서툴러서, 교사와의 의사소통에는 비교적 적극적이나 모둠활동을 할 때 서로 간의 의사소통에 소홀한 경우가 발생하였다. 잘 듣지 않으니, 생각하지 않게 되고, 엉뚱한 대답을 하는 경우가 발생한 것이다. 이와 함께 마지막 수업 단계로 모둠별 발표를 할 때, 일방적으로 학생들이 자신의 방법을 이야기만 하고 이것에 대한 논의가 없다. 즉 사다리꼴 넓이를 구하는 가장 좋은 방법에 대한 의견을 나누는 부분이 없고 학생들이 교과서에 제시된 약속하기가 좋다라고만 무조건적으로 생각하는 경우가 나타났다. 이러한 문제도 교사와 학생이 수학적 의사소통을 통해 해결해야 할 문제로 판단된다.

V. 결론 및 시사점

본 연구의 목적은 초등학교 현직 교사들이 인식하는 수학적 모델링의 의미를 분석하는 것으로, 40명의 현직 초등 교사들이 수학적 모델링 수업을 계획, 실행, 분석한 보고서를 바탕으로 하였다. 초등 교사들이 인식하는 수학적 모델링은 무엇인지를 분석한 결과, 수학적 모델링은 비구조화된 실세계 상황에서 출발하고, 다양한 해결 방법을 중요하게 다루며, 앞으로 배울 수학적 개념이나 수학적 탐구를 그 목적으로 하는 학습 과정이었다. 이러한 공통점에도 불구하고, 수학적 모델링에 대한 관점은 약간의 차이가 있었다. 본 연구의 분석 결과에 따르면, 비구조화된 실세계 문제를 해결하는 과정, 실제적이고 비구조적인 문제로부터 점진적 수학화를 거쳐 수학적 개념을 형성하는 과정, 실제적이고 비구조적인 문제를 해결하기 위하여 수학을 응용하는 과정, 그리고 구조화된 문제를 다양한 방법으로 해결하는 문장제 문제의 관점의 4가지로 구분할 수 있었다. 이 결과는 현직 교사들이 수학적 모델링에 대한 암묵적인 개념을 가지고 있지만 구체적으로는 다른 형태의 개념을 가지고 있음을 말해준다.

많은 교사들이 수학적 모델링 수업을 직접 계획하고 실행하는 과정에서, 예상하지 못했던 학생들의 적극적인 태도, 흥미, 다양한 해결 방법을 찾는 학생들 태도에 대한 희열과 놀라움을 느꼈지만 동시에 수학적 모델링 수업에서 여러 가지 난관에 부딪혔다. 수학적 모델링 수업을 실행하는 과정의 어려움은 과제, 학생의 인지적 활동, 교사의 중재, 모든 학생의 참여, 교실문화의 범주로 나타났다.

구체적으로 교사들은 수학적 모델링에 적합한 수업 과제를 개발하기를 어려워하였다. 수학적 모델링의 특징 중의 하나로 '비구조화된 실세계 상황'을 제시한 것과 관련지어 보면, 교사들은 학습 목표에 맞는 비구조화된 상황을 개발하려고 노력하였으나 적절한 상황을 찾거나 개발하기가 어려웠다. 지나치게 구조적인 상황과 지나치게 비구조화된 상황의 문제점을 인식하였고, 일부 교사는 어느 정도로 구조화해야 하는지를 판단하기 어렵다고 진술하였다.

교사들은 수학 지식이나 개념에 이르게 하는 적절한 학생의 인지적 활동이 일어나게 만들기를 어려워하였다. 또한 교사들은 개별 학생의 학습과정을 평가하고 이에 적절한 피드백을 주는 교사의 중재 역할을 찾기 어려워하였다. 이 두 가지 범주를 수학적 모델링의 특징으로 나타난 '다양한 해결방법'과 관련지을 수 있다. 교사들은 학생들이 다양한 해결방법을 고안하도록 계획하였으나 실제 수업 중에 학생들이 다양한 방식으로 해결하도록 유도하기 어려워하였고, 본인의 중재 방식이 학생들의 인지적 활동을 돕지 못했다고 진술하였다. 점진적 수학화의 관점의 수업을 진행한 교사들은 특정 한 두개의 모델을 머릿속에 두고 수업을 진행하였는데, 학생들의 다양한 답변을 적절한 모델로 유도하는데 어려

움을 느꼈다. 적절한 모델을 구성하지 못했을 때, 교사가 의도한 모델을 학생들에게 제시할 것인가 아니면 학생들이 보다 많은 시도를 하도록 기다려줄 것인가 사이에서 고민하는 모습 등이 나타났다.

그리고 교사들은 모든 학생들이 적절하게 참여하도록 수업을 진행하는 것을 어려워하였고, 학생들이 서로 의사소통하여 다양한 해결방법을 찾는 수업 방식에 익숙하지 않아 의사소통을 통한 문제해결을 하는 수업을 진행하기 어려워하였다. 특히, 이 두 개 범주(모든 학생의 참여와 교실문화)는 앞서 세 개의 범주보다 더 근원적인 차원으로, 해당 수업이 수학적 모델링 수업이기 때문이 아니라 수학 수업과 관련된 근원적인 차원에서 발생하였을 수도 있다. 이러한 부분에 대한 추가적인 연구와 논의가 이루어져야 할 것이다.

이상의 연구 결과를 바탕으로 초등교육에서의 수학적 모델링 학습을 위한 두 가지 제언을 하고자 한다. 첫째, 수학적 모델링 수학 수업을 학교현장에 도입하려면, 실무적인 교사 연수가 이루어져야 한다. 수학적 모델링을 강조한 교육과정의 변화가 학교 현장의 변화로 이루어지기 위해서는 연수의 주된 내용이 본 연구의 결과와 같이 교사들이 직면하게 될 어려움을 다루는 것이어야 한다. 예를 들어, 연구자는 다음과 같은 연수 내용을 제안한다.

- 1영역: 수학적 모델링의 의미, 수학적 모델링 가능한 과제의 특징 파악, 과제 개발
- 2영역: 학생의 인지적 활동을 확인할 수 있는 발문의 특징, 수업 중 이루어지는 형성평가의 중요성 및 특징
- 3영역: 모든 학생이 대답할 수 있는 수업 형태, 학생의 다양한 반응에 대한 피드백 종류 및 효과

연수 시간에 따라서 실제 수업 계획, 실행, 반성의 과정이 포함되는 것이 바람직하지만, 최소 3가지 영역이 포함된 연수 과정을 통해서 수학적 모델링의 의미와 구체적으로 준비해야 할 측면들을 교사들이 간접적으로 경험하는 것이 필요하다.

둘째, 수학적 모델링 학습은 본질적으로 소그룹 협력학습을 동반하기 때문에(English, 2004; 김민경, 홍지연, 김은경, 2009), 수학교실문화를 조성하는 교사의 전문성 함양이 함께 이루어져야 한다. 본 연구에서 한두 차시의 수업을 경험한 교사들은 수학적 모델링 수업의 가능성과 한계를 알게 되었으나, 향후에 지속적으로 교실 수업에 적용할 것이라고 예상하기는 부족하였다. 그 원인 중의 하나는 교사들이 소그룹협력학습에서 학생들에게 적절한 도움주기 전략을 잘 사용하지 못하였고, 학생들이 다양하게 반응하고 질문하는 수업 분위기를 낯설어하였기 때문이었다. 따라서 수학적 모델링 학습이 가능한 수학교실문화가 뒷받침되어야 할 것이고, 수학교실문화가 교사와 학생간의 상호작업으로 이루어지는 것이긴 하지만 교사의 적극적인 의지가 중요하기 때문에(방정숙, 2006), 교사의 전문성 함양이 동반되어야 할 것이다.

본 연구의 자료는 2015 개정 교육과정이 고시되기 이전인, 2015년 봄에 수집된 것으로 2015 개정 교육과정의 방향에 따라 연구된 것은 아니다. 따라서 일반적으로 교육과 관련된 수학적 모델링에 대해서 폭넓게 다루었고, 본 연구의 결과는 일반적인 수학적 모델링에 대한 교사들의 인식을 분석 내용으로 하였다. 2015 개정 교육과정에서 수학적 모델링이 문제해결의 방법으로서 교육과정에 포함되었으므로, 향후에 문제해결 방법으로서의 수학적 모델링에 대한 추가적인 연구가 이루어져야 할 것으로 판단되며, 본 연구의 결과와 더불어 추가적인 연구 결과들이 학교 현

장에서의 수학적 모델링의 활성화에 기여할 것으로 기대한다.

참고문헌

교육부 (2015). **수학과 교육과정**, 교육부 고시 제 201-74호 [별책 8호]. 교육부.

김구연 (2009). 수학 수업에 표현된 수학 교사의 신념과 지식. **대한수학교육학회지:학교수학, 11**(3), 335-349.

김민경, 민선희, 강선미 (2009). 초등교사들의 수학적 모델링에 대한 인식 조사 연구. **한국학교수학회논문집, 12**(4), 411-431.

김민경, 홍지연, 김은경 (2009). 수학적 모델링 사례 분석을 통한 초등 수학에서의 지도 방안 연구. **한국수학교육학회지시리즈A:수학교육, 48**(4), 365-385.

김선희 (2005). 문제 중심 학습의 방법으로서 수학적 모델링에 대한 고찰. **대한수학교육학회지:학교수학. 7**(3), 303-318.

박진형 (2015). **다면적 모델링에 기반한 수학 교수 학습 연구**. 서울대학교 대학원 박사학위논문. 서울: 서울대학교.

박진형, 이경화 (2014). 수학교육에서 모델의 활용에 대한 국외 문헌 연구. **대한수학교육학회지:수학교육학연구, 24**(3), 285-310.

방정숙 (2006). 학생중심 초등수학 교실문화의 구현과 난제. **한국수학교육학회지시리즈A:수학교육, 45**(4), 459-479.

신은주, 권오남 (2001). 탐구지향 수학적 모델링에 관한 연구. **대한수학교육학회지:수학교육학연구, 11**(1), 157-177.

오영열 (2013). 초등수학에서 수학적 모델링 적용 필요성에 대한 연구. **한국초등수학교육학회지, 17**(3), 483-501.

우정호 (2000). **수학 학습-지도 원리와 방법**. 서울: 서울대학교출판부.

황혜정 (2007). 수학적 모델링의 이해 - 국내 연구 결과 분석을 중심으로 -. **대한수학교육학회지:학교수학, 9**(1), 65-97.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics, 51*(1/2), 149-171

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58.

Carlson, M. A., Wickstrom, M. H., Burroughs, E. A., & Fulton, E. W. (2016). A Case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom. In C. R. Hirsch (Ed.), *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, Annual Perspectives in Mathematics Education 2016. (pp. 121-29). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Retrieved from http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

English, L. D. (2004). Mathematical modelling in the primary school. In I. Putt, R. Faragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (pp. 207-214). James Cook University: Mathematics Education Research Group of Australasia.

English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research journal, 16*(3), 59-80.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics, 63*, 303-323.

Gravemeijer, K. (2002). Emergent modeling as the basis for an instructional sequence on data analysis. *Sixth International Conference on Teaching Statistics, 1-6*. Kaapstad : Technische Universiteit Eindhoven.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Niss, M. (1992). Applications and modelling in school mathematics: Directions for future development. In I. Wirszup & R. Sterit (Eds.), *Development in school mathematics education around the world*, Vol.3. (pp. 346-31). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Pollak, H. O. (2012). What is mathematical modeling? In Columbia University Teachers Colleage (Ed.), *Mathematical modeling handbook*. (pp. ⅷ-ⅺ). Comap, Inc. Retrieved from http://www.comap.com

Polya, G. (1986). *How to solve it*, (우정호 역), 어떻게 문제를 풀 것인가, 서울: 천재교육.

Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics, 54*(1), 9-35.

Prospective Teachers' Perception of Mathematical Modeling in Elementary Class

Choi, Jisun (Korea Institute for Curriculum and Evaluation)

This study aims to identify prospective elementary school teachers' perception of mathematical modeling in elementary class. Forty elementary school teachers participated in this study. Each teacher analysed the previous case studies about mathematical modeling in elementary class, developed a hypothetical learning trajectory, applied the hypothetical learning trajectory to his/her class, reflected students' learning and his/her teaching, and made reflective journals. These journals contained teachers' perception of mathematical modeling and the difficulties that teachers experienced in teaching mathematics as mathematical modeling. These journals were analyzed to identify teachers' perception of mathematical modeling in elementary class.

This study shows that teachers have common features of mathematical modeling but their perspectives are little bit different, are classified into four kinds. And the difficulties that teachers experienced in teaching mathematics as mathematical modeling are classified into 5 categories; Task, Students' cognitive demand, Teacher' monitering, All students' participation, and Classroom culture. At last, suggestions for mathematical modeling in elementary class are done according to the result of this study.

* Key Words : mathematical modeling(수학적 모델링), teachers' perception(교사의 인식), elementary class (초등 수업)

논문접수 : 2017. 4. 10
논문수정 : 2017. 5. 12
심사완료 : 2017. 5. 19