



비선형 시스템의 계단 입력 응답과 GA를 이용한 퍼지 모델링과 퍼지 제어기 설계

Fuzzy Modelling and Fuzzy Controller Design with Step Input Responses and GA for Nonlinear Systems

이원창 · 강근택[†]

Wonchang Lee and Geuntaek Kang[†]

부경대학교 전자공학과

Department of Electronics Engineering, Pukyong National University

요약

비선형 시스템 제어에 TSK 퍼지 모델을 이용하는 연구가 많다. 그러나 비선형 시스템을 TSK 퍼지 모델로 표현하기 위해서는 대상 시스템의 비선형 동특성 방정식을 알고 있거나 시스템으로부터 실험으로 입출력 공간에 충분히 분포된 데이터를 얻을 수 있어야 한다. 본 논문에서는 비선형 시스템의 TSK 퍼지 모델링에 계단 입력 응답과 GA만을 이용하는 방법을 제안한다. 연구 대상인 시스템은 제어 입력에 비선형인 경우와 출력에 비선형인 두 경우로 하였다. 제어 입력에 비선형인 경우 여러 입력 값에 대한 계단 입력 응답 데이터들로 모델링 하며, 제어 입력에 비선형인 경우에는 계단 입력 응답 데이터와 제어 입력 값이 0인 경우 응답 데이터를 이용하여 모델링 한다. 또한 제안한 방법으로 구해진 TSK 퍼지 모델로부터 퍼지 제어기를 설계하는 방법도 제시한다. 제안한 방법들을 예제들에 적용하여 모의 실험한 결과 원하는 제어 결과를 얻을 수 있었다.

키워드 : 퍼지제어, TSK 퍼지모델, 계단 입력 응답, 유전 알고리즘,

Abstract

For nonlinear control system design, there are many studies based on TSK fuzzy model. However, TSK fuzzy modelling needs nonlinear dynamic equations of the object system or a data set fully distributed in input-output space. This paper proposes an modelling technique using only step input response data. The technique uses also the genetic algorithm. The object systems in this paper are nonlinear to control input variable or output variable. In the case of nonlinear to control input, response data obtained with several step input values are used. In the case of nonlinear to output, step input response data and zero input response data are used. This paper also presents a fuzzy controller design technique from TSK fuzzy model. The effectiveness of the proposed techniques is verified with numerical examples.

Key Words : Fuzzy Control, TSK Fuzzy Model, Step Input Response, Genetic Algorithm

Received: Dec. 12, 2016

Revised: Jan. 24, 2017

Accepted: Feb. 2, 2017

[†]Corresponding authors

gtkang@pknu.ac.kr

1. 서론

비선형 시스템 제어에 대한 연구는 매우 많으며 그 중에 하나로 TSK 퍼지 모델로부터 설계되는 방법이 있다[1]. TSK 퍼지 모델은 비선형 시스템을 여러 퍼지 공간에서 선형 시스템으로 근사시킨 퍼지 규칙들로 표현한 것으로 복잡한 비선형 시스템을 알기 쉽게 표현하는 뛰어난 능력이 있다[2]. 이러한 TSK 퍼지 모델을 이용하여 비선형 시스템을 표현하고 퍼지 제어기를 설계하는 방법이 매우 많이 연구되어 있다[3-6].

비선형 시스템 제어에 TSK 퍼지 시스템을 이용하기 위해서는 먼저 제어 대상 시스템을 TSK 퍼지 모델로 표현해야 한다. 그 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는 입출력 데이터를 이용하여 모델링하는 방법이다. 이 경우 그 데이터는 사용되는 입력 공간 전체에 충분히 골고루 분포되어 있어야 한다. 이러한 데이터는 실험으로 얻을 수도 있고, 시스템의 물리적 해석으로 구한 비선형 동특성 방정식에서 얻을 수도 있다[7-11]. 다른 한 방법은 시스템의 동특성을 표현한 비선형 미분방정식에서 근사적으로 퍼지 모델을 구하는 것이다[4,12].

그러나 실제 산업 현장에서는 제어 대상 시스템의 동특성을 표현하는 비선형 미분방정식을

본 논문은 부경대학교 자율창의기술연구비 (2016년)에 의하여 연구되었음

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

구하기가 쉽지 않다. 또한 실험으로 입력 공간 전체에 충분히 골고루 분포된 데이터를 얻는 것도 실제 시스템 운영에서 여러 제약으로 매우 어렵다. 산업 현장에서 가장 손쉽게 얻을 수 있는 데이터는 계단입력 응답이다. 따라서 본 연구에서는 계단 입력 응답 데이터만으로 비선형 시스템의 TSK 퍼지 모델링과 제어기 설계 방법을 제안하고자 한다.

선형 시스템에서 계단 입력 응답을 이용한 모델링 및 제어기 설계 연구는 많다[13]. 하지만 비선형 시스템에서 계단 입력 응답을 이용한 제어기 설계 연구는 되지 않고 있다. 본 연구에서는 비선형 시스템의 계단 입력 응답에서 얻은 데이터만으로 TSK 퍼지 모델링과 제어기 설계 알고리즘을 제안한다. 퍼지 모델링에서는 비선형 최적화 수법인 유전 알고리즘(GA)을 이용한다. 연구 대상인 비선형 시스템은 제어 입력에 비선형인 경우와 출력에 비선형인 경우 두 종류로 한다.

2. 계단 입력 응답과 GA를 이용한 모델링

실제 시스템에서 가장 얻기 쉬운 데이터는 계단 입력 응답을 측정할 데이터이다. 본 연구에서는 계단 입력 응답 데이터만을 이용하여 전달함수를 구한다. 이 때 전달함수의 계수를 구하기 위해 사용하는 알고리즘은 비선형 최적화 수법의 하나인 유전 알고리즘(GA)이다.

가령 시스템을 진동 없는 2차 시스템으로 표현할 경우 전달함수는 식 (1)이다.

$$G_P(s) = \frac{K}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)} e^{-Ls} \quad (1)$$

식 (1)의 출력은 식 (2)이다.

$$y_P(t) = K \left(1 + \frac{T_2 e^{-(t-L)/T_2} - T_1 e^{-(t-L)/T_1}}{T_1 - T_2} \right) \quad (2)$$

식 (1)의 계수 K , T_1 , T_2 , L 을 GA를 사용하여 구한다. GA에서 사용하는 costfunction은 식 (3)이며 오차 절대 값의 평균값이다.

$$COST = \left(\sum_{i=1}^N |y(t_i) - y_P(t_i)| \right) / N \quad (3)$$

여기서, $y(t_i)$ 는 시간 t_i 때 실제 시스템의 응답에서 얻은 데이터 값, $y_P(t_i)$ 는 식 (2) 모델의 출력 값이다.

예제 1 : 고차 시스템

모델링 대상은 문헌[13]에서 이용한 8차 시스템으로 식 (4)이다.

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^8} \quad (4)$$

식 (4)의 단위 계단 입력 응답은 그림 1에서 실선이다. 계단 입력 응답 데이터와 GA를 이용하여 형태가 식 (1)인 2차 시스템 모델을 만들었다. 한 개의 계수를 10bit로 표현하여 염색체 총 길이를 40bit로 하였고, 집단 크기는 200개로 하여 1000 세대까지 진화 시켰다. 한 세대에서, 5 쌍의 염색체를 2 point crossover 교배시키고, 5 개의 염색체를 돌연변이 시켰으며, 하위 20%는 도태시키고 무작위로 구한 새로운 염색체로 교체하는데, 700 세대 이후에서는 수렴을 촉진시키기 위해 새로 만들어지는 염색체는 세대가 진행 할수록 점점 최상위 염색체에 닮아가는 형태로 하였다. 구해진 모델은 식 (5)이며 그 단위 계단 입력 응답은 그림 1에서 점선이다.

$$G_P(s) = \frac{1.016}{(1 + 2.165s)(1 + 2.2s)} e^{-3.93s} \quad (5)$$

문헌[13]에서 구한 모델은 식 (6)이다. 식 (6)의 K 와 L 은 그래프에서 구하고, T_1 과 T_2 는 33%와 67% 점에서 응답 값이 같아지도록 구한 것이다. 식 (6)의 계단 입력 응답은 그림 1에서 파선이다.

$$G_{4a}(s) = \frac{1}{(1 + 0.93s)(1 + 3.2s)} e^{-4.3s} \quad (6)$$

두 모델의 성능을 비교하기 위해 오차 절대 값을 20초간 적분한 값을 구하였다. 그 값은 GA로 구한 식 (5) 모델의 경우 0.232인 반면 식 (6) 모델은 0.4636로 GA로 구한 모델이 더욱 정확하였다.

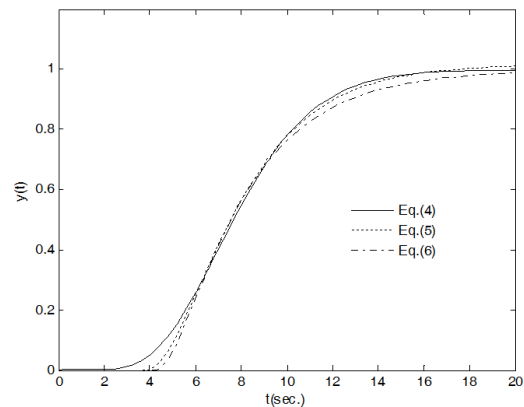


그림 1. 식 (4) 시스템과 모델들의 계단 입력 응답
Fig. 1. Step responses of the system (4) and models

3. 비선형 시스템의 퍼지 제어기 설계

본 연구에서는 비선형인 제어 대상 플랜트를 식 (7)과 같은 퍼지규칙들로 구성된 TSK 퍼지 모델로 표현한다.

$$\text{If } z(t) \text{ is } F^i \text{ then } G_P^i(s) \quad (7)$$

여기서 $z(t)$ 는 전제부 변수, F^i 는 퍼지집합, 그리고 $G_P^i(s)$ 는 전제부에서 정한 퍼지 영역에서 근사적으로 표현된 시스템의 전달함수이다. 퍼지 집합 F^i 의 소속 값을 $F^i(z(t))$, 퍼지 규칙 수를 r 이라 하면 본 연구에서는 항상 $\sum_{i=1}^r F^i(z(t)) = 1$ 이 되도록 퍼지 집합 F^i 을 만들었다. 식 (7) 퍼지 모델로부터 추론되는 출력 $y(t)$ 는 식 (8)로 구한다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^r F^i(z(t))y^i(t) \quad (8)$$

여기서, $Y^i(s) = G_P^i(s)U(s)$ 이다.

본 연구에서는 제어 입력 $u(t)$ 에 비선형 또는 출력 $y(t)$ 에 비선형인 시스템을 다룬다. 제어 입력 $u(t)$ 에 비선형인 경우는 전제부 변수 $z(t)$ 는 $u(t)$ 가 되며, 출력 $y(t)$ 에 비선형인 경우는 전제부 변수는 $y(t)$ 가 된다.

식 (7)의 퍼지 모델로 표현된 비선형 시스템의 제어기는 식 (9)의 퍼지 규칙들로 구성된다.

$$\text{If } z(t) \text{ is } F^i \text{ then } u^i(t) = f^i(\cdot) \quad (9)$$

여기서 $f^i(\cdot)$ 은 식 (7) 모델의 $G_P^i(s)$ 로부터 설계된 제어기이며, 규칙의 개수 r 과 전제부 퍼지 집합 F^i 는 퍼지 모델과 동일하다.

식 (9)의 퍼지 제어기로부터 제어입력 $u(t)$ 를 추론되는 식은 통상 식 (10)을 사용한다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^r F^i(z(t))u^i(t) \quad (10)$$

하지만 본 연구에서는 문헌[3]에서 제안한 consistence condition 를 전달함수 표현에 적용하여 식 (11)로 $u(t)$ 를 구한다.

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^r F^j(z(t))G_P^j(0)u^j(t)}{\sum_{k=1}^r F^k(z(t))G_P^k(0)} \quad (11)$$

여기서 $u^j(t)$ 는 j 번째 모델 규칙 결론부 $G_P^j(s)$ 의 출력이 원하는 출력 $y_d(t)$ 가 되도록 구한 제어 입력 값이다.

정리(consistence condition) : 식 (7)의 퍼지 규칙들로 구성된 퍼지모델로 표현되는 플랜트에서 $G_P^i(s)$ 가 안정한 시스템이고 식 (11)의 제어 입력을 적용할 경우 계단 입력에 대한 정상 상태 출력이 원하는 값 y_{ss} 가 된다.

증명 : 퍼지 모델 i 번째 규칙 결론부 $G_P^i(s)$ 에 계단 입력 $u^i(t) = u_d^i$ 를 적용하였을 때 $G_P^i(s)$ 의 정상 상태 출력 값이 y_{ss} 라 하자. 그러면 $Y^i(s) = G_P^i(s)U^i(s)$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y^i(t) = G_P^i(0)u_d^i = y_{ss} \quad (12)$$

이다. 정상 상태에서 퍼지 집합 소속 값이 수렴하여 $\lim_{t \rightarrow \infty} F^i(z(t)) = F_{ss}^i$ 라하면 퍼지 모델 출력 $y(t)$ 의 정상 상태 값은 식 (8), (11), (12)에 의해 다음 식 (13)과 같이 원하는 값 y_{ss} 가 된다.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \sum_{i=1}^r F_{ss}^i \lim_{s \rightarrow 0} s G_P^i(s) U(s) \\ &= \sum_{i=1}^r F_{ss}^i G_P^i(0) \frac{\sum_{j=1}^r F_{ss}^j G_P^j(0) u_d^j}{\sum_{k=1}^r F_{ss}^k G_P^k(0)} \quad (13) \\ &= \sum_{j=1}^r F_{ss}^j y_{ss} = y_{ss} \end{aligned}$$

3.1 제어 입력에 비선형인 시스템

제어 입력 $u(t)$ 에 비선형인 시스템의 경우 모델과 제어기의 전제부 변수는 $u(t)$ 가 된다. 이 경우에는 여러 $u(t)$ 값들에 대해 계단 입력 응답을 얻을 수 있다. 계단 입력 응답을 이용하여 다음과 같은 단계로 퍼지 모델링과 제어기 설계를 한다.

단계 1 : 제어 입력 $u(t)$ 값의 적용 가능한 범위에서 n 개의 대표 값을 정하고 그 n 개의 $u(t)$ 대표 값을 입력 값으로 하여 n 개 계단 입력 응답을 구한다.

단계 2 : 앞에서 구한 n 개 계단 입력 응답으로 n 개의 전달 함수를 구한다. 이때 2장에서 설명한 GA 수법을 이용한다.

단계 3 : n 개 전달 함수에 있는 계수들의 변화를 그래프로 표현하고, 계수 값이 비선형적으로 변하는 대표 값을

찾고, 그 대표 제어 입력 값을 퍼지화 하여 전제부를 만들고, 그 응답의 전달 함수를 결론부로 하여 퍼지 모델의 퍼지 규칙을 만든다.

단계 4: 퍼지 모델 각 규칙의 결론부 선형 시스템에서 선형 제어를 설계하고 그 선형 제어를 퍼지 제어기 규칙의 결론부로 하여 퍼지 제어를 만든다.

예제 2

제어 대상은 식 (14)의 비선형 시스템이다.

$$y''(t) + 2.5y'(t) + \frac{1}{1+u(t)}y(t) = u(t)^{1.3} \quad (14)$$

사용 가능한 $u(t)$ 의 범위를 [0 10]으로 하고, 그 범위 안에서 11개 값 (0.1, 1, 2, ..., 10)을 대표 값으로 하고 그 대표 값을 계단 입력 값으로 하여 그 응답을 구하였다. 그 응답은 그림 2와 같다.

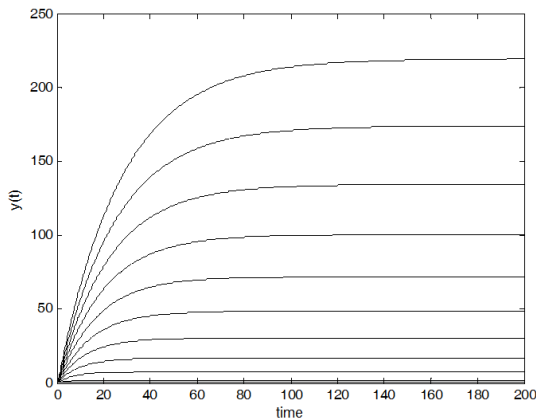


그림 2 식 (14) 시스템의 계단 입력 응답
Fig. 2. Step responses of the system (14)

각 계단 입력 응답에 대해 선형 모델을 만들었다. 그 선형 모델은 식 (1)의 형태이며 지연시간은 없다 ($L = 0$). 그림 2의 계단 입력 응답 데이터와 식 (2)에서 얻는 모델 출력 값을 이용하여 유전 알고리즘 (GA)으로 11개의 선형 모델을 만들었다. 11개 선형 모델의 계수 (K, T_1, T_2) 값들의 변화를 그래프로 그린 결과, 계수 값 변화가 비선형으로 변하는 계단 입력 값은 (0.1, 1, 2, 5, 10) 5개이다. 따라서 5개의 퍼지 규칙으로 구성된 퍼지 모델이 만들어졌으며 그 퍼지 모델 규칙은 식 (15) 형태이며 계수 값들은 표 1에 있고 퍼지 집합은 그림 3과 같다.

$$\text{If } u(t) \text{ is } F^i \text{ then } G_P^i(s) = \frac{K^i}{(1+T_1^i s)(1+T_2^i s)} \quad (15)$$

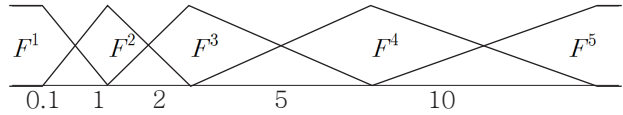


그림 3. 식 (15)와 (16)의 퍼지 집합
Fig. 3. Fuzzy sets in (15) and (16)

퍼지 제어기 결론부는 PI 제어를 사용하였고 그 퍼지 규칙들은 식 (16) 형태이다. 퍼지 제어기 결론부 PI 제어기의 설계 기준은 출력에 overshoot가 없고 5초에 목표 값의 90%에 도달하는 것으로 하고, matlab 시뮬레이션으로 계수를 구하였다. 퍼지 제어기 계수는 표 1에 있다.

$$\text{If } u(t) \text{ is } F^i \text{ then } u^i(t) = K_P^i e(t) + K_I^i \int e(\tau) d\tau \quad (16)$$

표 1. 식 (15)와 (16)의 계수 값
Table 1. Parameter values in (15) and (16)

Fuzzy Set	Fuzzy Model			Fuzzy Controller	
	T_1^i	T_2^i	K^i	K_P^i	K_I^i
F^1	2,26	0,486	0,55	1,7	0,7
F^2	4,56	0,438	2	0,93	0,2
F^3	7,08	0,424	3,69	0,79	0,11
F^4	14,6	0,411	9,72	0,62	0,042
F^5	27,1	0,406	21,9	0,51	0,018

목표 값을 5, 10, 15, 20으로 하였을 때 제어 결과는 그림 4에서 실선이다. 제어기 값 $u(t)$ 를 추론하는 식은 consistence condition을 만족하는 식 (11)이다. 그림 4에서 점선은 목표 값이며, 제어 결과는 설계 기준을 정확히 만족하였다.

비교를 위해 고정 PI 제어를 만들었다. 고정 PI 제어기는 목표 값이 10일 때 원하는 제어 결과가 나오도록 설계하였으며 식 (17)이다. 식 (17) 제어를 사용한 제어 결과는 그림 4의 파선과 같으며, 목표 값에 따라 응답이 빨랐다 느렸다 함을 볼 수 있다.

$$u(t) = 0.51e(t) + 0.094 \int e(\tau) d\tau \quad (17)$$

그림 4에서 목표 값이 20일 때 식 (16) 퍼지 제어기 출력 $u(t)$ 은 그림 5이다. 그림 5에서 $u(t)$ 의 값이 사용 가능 범위 [0 10]안에 있음을 볼 수 있다.

그림 6은 consistence condition의 효과를 보여준다. 퍼지 제어기 추론식으로 consistence condition을 사용하지 않은 식 (10)을 사용하였을 때 제어 결과는 그림 6에서 파선이며, 실선은 식 (11)을 사용할 때 결과이다. 그림 6에서 consistence condition을 사용하지 않은 점선은 실선에 비해 정밀한 제어가 되지 않음을 볼 수 있다.

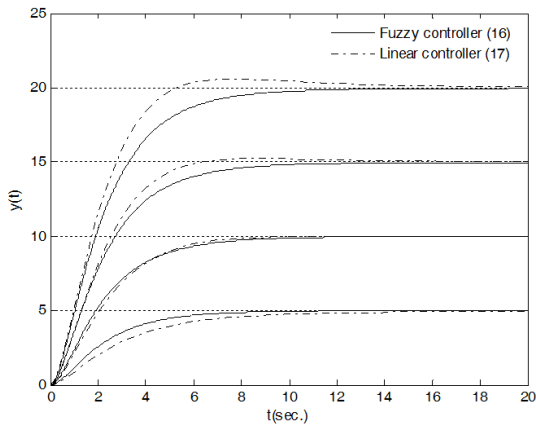


그림 4. 식 (16)과 식 (17) 제어기의 제어 결과
Fig. 4. Control results with controller (16) and (17)

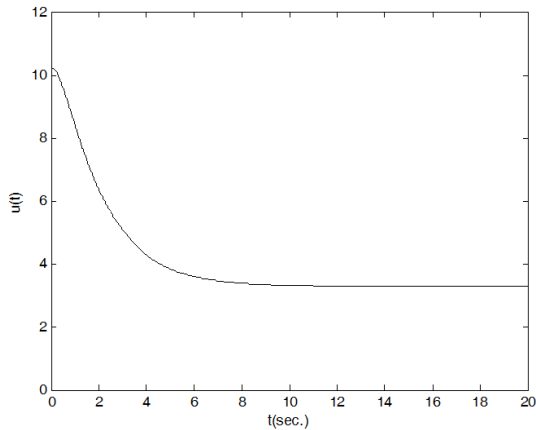


그림 5. 목표 값이 20일 때 제어 입력 u(t)
Fig. 5. Control input u(t) when desired output is 20

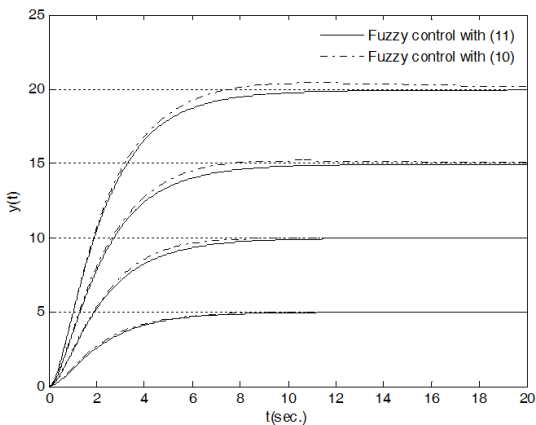


그림 6. 식 (10) 추론식과 식 (11) 추론식 사용 때 제어 결과
Fig. 6. Control results with inference equation (10) and (11)

3.2 출력에 비선형인 시스템

출력 $y(t)$ 에 비선형인 시스템의 경우 모델과 제어기의 전제부 변수는 출력 $y(t)$ 이다. 이 경우에는 계단 입력 응답은 한 개만 얻을 수 있으며 그 응답만으로는 모델 계수들의 참값을 구하기가 어렵다.

따라서 입력 $u(t)$ 값이 0일 때 응답도 구하여 모델링에 이용한다. 이 때 출력 초기 값 $y(0)$ 는 0가 아닌 y_0 이다. 즉, $u(t) = u_0$, $y(0) = 0$ 일 때 응답과 $u(t) = 0$, $y(0) = y_0$ 일 때 응답을 이용하여 모델링한다.

모델링의 수법은 출력 $y(t)$ 의 적용 범위를 정하고 그 범위 안에서 n 개의 대표 값 y^i 를 정하며, y^i 의 근방에서 선형 시스템으로 근사한 전달 함수를 구한다.

전달 함수 계수를 구하는 방법은 두 단계로 나누어진다. 첫 단계에서는 제어 입력 $u(t)$ 와는 관계없고 시스템 동특성을 표현하는 계수인 전달 함수 분모 계수 (식 (1)에서는 T_1, T_2)를 구한다. 이 단계에서는 $u(t) = 0$ 일 때 응답 데이터를 사용한다. 다음 단계에서는 $u(t) = u_0$ 응답 데이터를 이용하여 전달 함수 분자의 계수 (식 (1)에서는 K)를 구한다. 퍼지 모델링과 퍼지 제어기 설계 단계의 구체적 설명은 다음과 같다.

단계 1: 출력 $y(t)$ 의 적용 범위를 정하고 그 범위 안에서 n 개의 대표 값 y^i 를 정한다.

단계 2: 출력의 초기 값을 0이 아닌 y_0 로 하고 제어 입력은 $u(t) = 0$ 로 하여 응답을 구한다. 이 때 그 응답이 $y(t)$ 의 적용 범위를 모두 포함하도록 y_0 값을 정한다.

단계 3: 단계 2에서 구한 응답 데이터로 제어 입력에 관계없는 계수들을 구한다. 즉, 응답 데이터에서 출력 값이 y^i 의 근방인 $[y^i - \Delta y^i, y^i + \Delta y^i]$ 범위 안에 있는 데이터와 GA를 이용하여 y^i 의 근방에서 근사된 전달 함수 분모의 계수를 구한다. 이 때 GA에서 목적 함수 값 계산에 사용되는 모델 출력 식은 초기 값을 포함한 형태이다.

단계 4: $u(t) = u_0$ 로 하고 계단 입력 응답을 구한다. 이 때 그 응답이 $y(t)$ 의 적용 범위를 모두 포함하도록 계단 입력 값 u_0 를 정한다.

단계 5: 단계 4에서 구한 계단 입력 응답 데이터로 전달 함수 분자의 계수를 구한다. 이 때 전달 함수 분모의 계수는 단계 3에서 구한 값을 그대로 사용한다. GA를 이용하여 분자 계수 구하는 방법은 단계 3과 동일하다.

단계 6, 7: 앞 3.1 절의 단계 3, 4와 동일하다. 단 퍼지 규칙의 전제부는 y^i 를 퍼지화 한 것이다.

예제 3:

제어 대상은 식 (18)이며 $y(t)$ 에 비선형인 시스템이다.

$$y''(t) + 10y(t)y'(t) + y(t)^{1.5} = 5u(t) \quad (18)$$

$y(t)$ 적용 범위를 0 ~ 4로 하고, 계단 입력 응답을 구하였다. 그

때 계단 입력 값은 응답이 적용 범위를 모두 포함하도록 $u_0 = 2$ 로 하였다. 그 계단 입력 응답은 그림 7에서 실선이다. $u(t) = 0$, $y(0) = 4.5$ 일 때 응답도 구하였다 그 응답은 그림에서 점선이다.

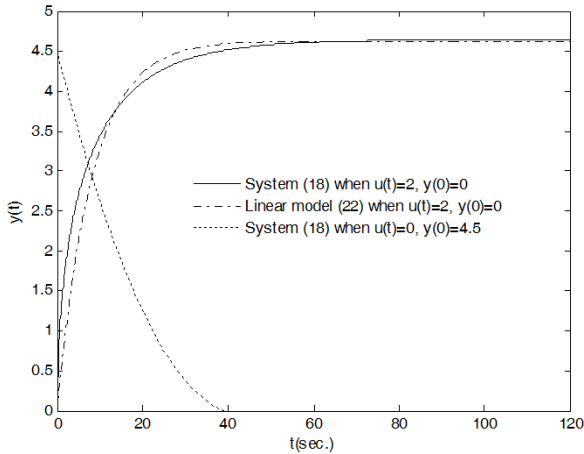


그림 7. 식 (18) 시스템과 식 (22) 선형모델의 응답
Fig. 7. Responses of the system (18) and linear model (22)

$y(t)$ 의 적용 범위 안에서 (0, 0.5, 1, 2, 3, 4) 6개를 대표 값으로 하였다. 그림 7에서 [0 0.2], [0.4 0.6], [0.9 1.1], [1.9 2.1], [2.9 3.1], [3.9 4.1] 범위에 있는 데이터를 이용하여 6개의 선형 모델을 만들었다. 이 때 선형 모델은 식 (1)에서 $L = 0$ 인 형태이다. 모델링에 사용되는 데이터는 계단 응답 전체가 아니고 일부분이다. 따라서 GA에서 사용하는 모델 출력 식은 초기 값 $y(0)$, $y'(0)$ 가 있는 형태로 식 (19)이다.

$$y(t) = Ku + \frac{1}{T_1 - T_2} (Ae^{-t/T_1} + Be^{-t/T_2})$$

$$A = T_1 (T_2 y'(0) + y(0) - Ku)$$

$$B = T_2 (-T_1 y'(0) - y(0) + Ku)$$
(19)

여기서 u 는 계단 입력 값이며, 본 예제에서는 그림 7에서 실선의 경우 $u = 2$ 이고 점선의 경우 $u = 0$ 이다. 초기 값 $y(0)$ 와 $y'(0)$ 는 $y(t)$ 값이 $y^i - \Delta y^i$ 일 때 시간을 0으로 한 값들이다. 따라서 $y(0) = y^i - \Delta y^i$ 이다.

먼저 그림 7에서 점선 데이터를 이용하여 단계 3 방법으로 T_1^i 과 T_2^i 를 구하였다. 그리고 그림 7에서 실선 데이터를 이용하여 단계 5 방법으로 K^i 를 구하였다.

6개 선형 모델로부터 단계 6 방법으로 4개의 퍼지 규칙으로 구성된 퍼지 모델이 만들어졌으며 그 퍼지 모델 규칙은 식 (20) 형태이고 계수 값들은 표 2에 있고 퍼지 집합은 그림 8과 같다.

$$\text{If } y(t) \text{ is } F^i \text{ then } G_P^i(s) = \frac{K^i}{(1 + T_1^i s)(1 + T_2^i s)} \quad (20)$$

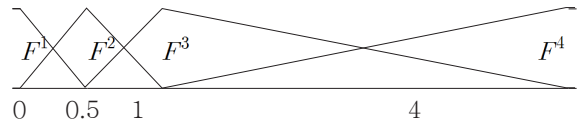


그림 8. 식 (20)과 (21)의 퍼지 집합
Fig. 8. Fuzzy sets in (20) and (21)

표 2. 식 (20)와 (21)의 계수 값
Table 2. Parameter values in (20) and (21)

Fuzzy Set	Fuzzy Model			Fuzzy Controller	
	T_1^i	T_2^i	K^i	K_P^i	K_I^i
F^1	2.08	1.39	14.4	0.048	0.022
F^2	6.87	0.206	7.05	0.37	0.05
F^3	9.9	0.101	5.02	1	0.09
F^4	20.0	0.025	2.48	5.1	0.18

퍼지 제어기 결론부는 PI 제어를 사용하였다. 제어기 설계 기준은 출력에 overshoot가 없고 5초에 목표 값의 90%가 되도록 하고, matlab 시뮬레이션으로 제어기 계수를 구하였다. 퍼지 제어기 규칙은 식 (21) 형태이고 설계된 계수들은 표 2에 있다.

$$\text{If } y(t) \text{ is } F^i \text{ then } u^i(t) = K_P^i e(t) + K_I^i \int e(\tau) d\tau \quad (21)$$

목표 값을 1, 2, 3, 4로 하였을 때 제어 결과가 그림 9에서 실선이다. 그림에서 제어 결과가 목표 값에 관계없이 항상 설계 기준을 만족함을 볼 수 있다.

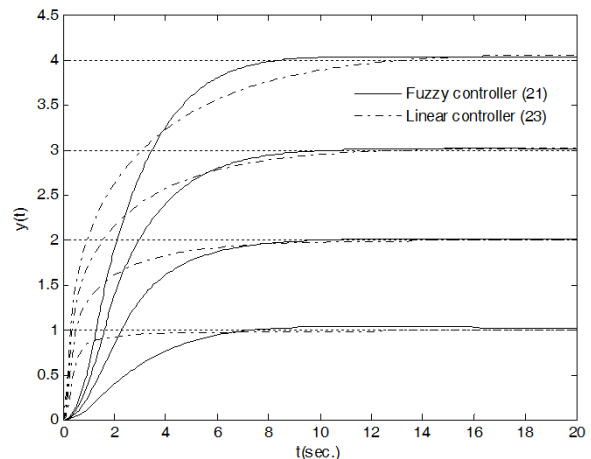


그림 9. 식 (21)과 식 (23) 제어기의 제어 결과
Fig. 9. Control results with controller (21) and (23)

비교를 위해 선형 모델을 만들고 고정 PI 제어를 설계하였다. 선형 모델 전달 함수는 시스템의 계단 응답인 그림 7의 실선 데이터와 GA를 이용하여 구했으며 식 (22)이다. 선형 모델의 계단 입력 응답은 그림 7에서 점선이다.

$$G_p(s) = \frac{2.31}{(1 + 8.17s)(1 + 0.0197s)} \quad (22)$$

식 (22) 선형 모델로부터 설계된 제어기는 식 (23)이고 그 제어기를 이용한 제어 결과는 그림 9에서 파선이다. 식 (23)의 고정 제어기의 경우 목표 값에 따라 제어 결과가 매우 다름을 알 수 있다.

$$u(t) = 1.6e(t) + 0.2 \int e(\tau) d\tau \quad (23)$$

예제 4: cart-pole 역 진자 시스템

제어 대상은 그림 10의 역 진자 시스템이며, 그 동특성 방정식은 식 (24)이다.

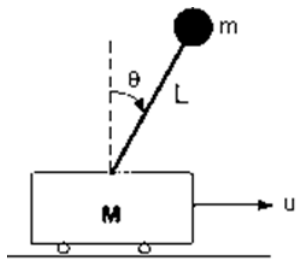


그림 10. 역 진자 시스템
Fig. 10. Inverted pendulum

$$\ddot{\theta} = \frac{g \sin \theta + \cos \theta \left(\frac{-u - mL\dot{\theta}^2 \sin \theta}{M+m} \right)}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 \theta}{M+m} \right)} \quad (24)$$

여기서 $g = 9.8m/s^2$, $M = 1.0kg$, $m = 0.1kg$, $L = 0.5m$ 로 한다. 그리고 진자는 360° 회전 할 수 있는 것으로 하였다.

진자 시스템의 제어기 설계에 관한 연구는 많이 있지만, 모두 식 (24)와 같은 동적 방정식으로부터 모델을 근사적으로 구하거나 [4] 시스템으로부터 입출력 데이터를 충분히 구하여 모델을 만들어 제어기를 설계하였다[3]. 하지만 본 연구에서는 오로지 계단 입력 응답만으로 퍼지 모델을 만들고 퍼지 제어기를 설계한다.

제어 목표는 $\theta = 0$ 로 한다. $u(t) = 1$ 때 계단 응답은 그림 11에서 실선이다. $u(t) = 0$ 때 응답은 pole 각도의 초기 값을 $\theta(0) = -1^\circ$ 로 하였다. 그 응답은 그림 11에서 점선이다.

대표 값 θ^i 를 정하고 그 근방에서 근사된 선형 모델을 만든다. 시스템이 불안정 시스템이므로 선형 모델 형태를 식 (25)로 하였으며 그 출력은 식 (26)이다.

$$G_P(s) = \frac{K}{s^2 - a^2} \quad (25)$$

$$\theta(t) = -\frac{Ku}{a^2} + Ae^{-at} + Be^{at} \quad (26)$$

$$A = (a^2\theta(0) - a\theta'(0) + Ku)/2a^2$$

$$B = (a^2\theta(0) + a\theta'(0) + Ku)/2a^2$$

$u(t) = 0$ 때 응답인 그림 11에서 점선 데이터로 a^i 값을 먼저 구하고, 그다음에 $u(t) = 1$ 때 응답인 그림 11에서 실선 데이터로 K^i 값을 구하였다.

θ 의 대표 값은 6개로 $0^\circ, 45^\circ, 89^\circ, 91^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ 이다. GA를 이용한 선형 모델링에 사용된 6개 데이터 집합들은 그림 11에서 $\theta(t)$ 값이 $[0^\circ 20^\circ], [35^\circ 55^\circ], [70^\circ 90^\circ], [90^\circ 110^\circ], [125^\circ 145^\circ], [170^\circ 190^\circ]$ 에 있는 데이터들이다.

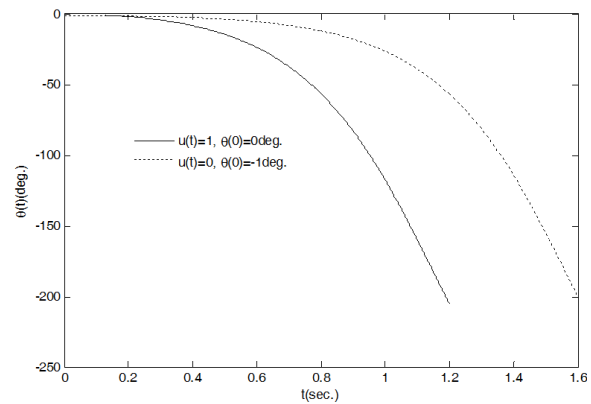


그림 11. 식 (24) 시스템의 응답
Fig. 11. Responses of the system (24)

구해진 퍼지 모델은 식 (27) 같은 퍼지 규칙 4개로 구성되었다. 그 계수들은 표 3에 있고 퍼지 집합은 그림 12이다.

$$\text{If } \theta(t) \text{ is } F^i \text{ then } G_P^i(s) = \frac{K^i}{s^2 - (a^i)^2} \quad (27)$$

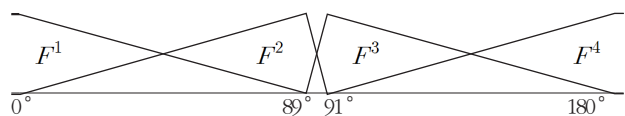


그림 12. 식 (27)과 (28)의 퍼지 집합
Fig. 12. Fuzzy sets in Eq. (27) and Eq. (28)

표 3. 식 (27)와 (28)의 계수 값
Table 3. Parameter values in (27) and (28)

Fuzzy Set	Fuzzy Model		Fuzzy Controller	
	a^i	K^i	K_P^i	K_D^i
F^1	3.97	-1.461	-27.9	-6.85
F^2	3.258	-0.289	-123	-34.6
F^3	2.986	0.113	300	88.5
F^4	0.758	1.445	17.7	6.92

퍼지 제어기 결론부는 PD 제어기를 사용하였으며 제어기 설계

기준은 closed-loop 시스템의 pole이 -5가 되도록 하였다. 퍼지 제어기 규칙의 형태는 식 (28)이고 설계된 계수들은 표 3에 있다.

$$\text{If } \theta(t) \text{ is } F^i \text{ then } u^i(t) = K_p^i e(t) + K_D^i e'(t) \quad (28)$$

이 예제에서는 퍼지 모델의 $G_p^i(s)$ 가 불안정한 시스템이므로 퍼지 제어기에서 consistence condition을 적용할 수 없다. 따라서 식 (10) 추론식을 이용하여 퍼지 제어기에서 제어 입력 값을 구하였다.

식 (28) 퍼지 제어기를 사용한 제어 시뮬레이션에서, 제어 불가능한 점 90° 의 근방인 ($86^\circ \sim 95^\circ$)구역을 제외한 θ 의 모든 초기 값에서 목표 값 0° 에 도달하였다. 초기 값이 $\theta(0) = 30^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 150^\circ, 190^\circ$ 일 때 제어 결과는 그림 13이다..

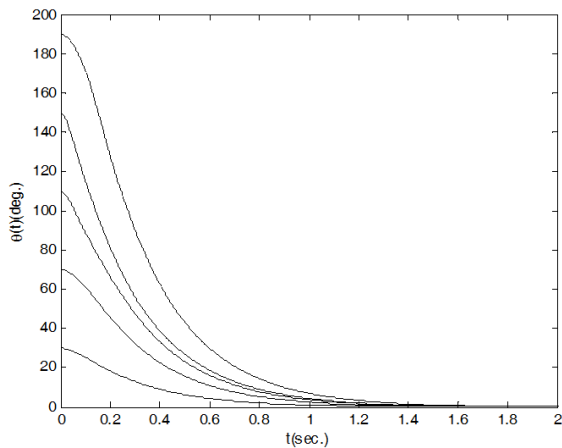


그림 13. 식 (28) 퍼지 제어기의 제어 결과
Fig. 13. Control results with fuzzy controller (28)

제어기 설계 기준에서 pole 값을 -2, -5, -7로 바꿔서 설계된 제어기의 제어 결과는 그림 14이다.

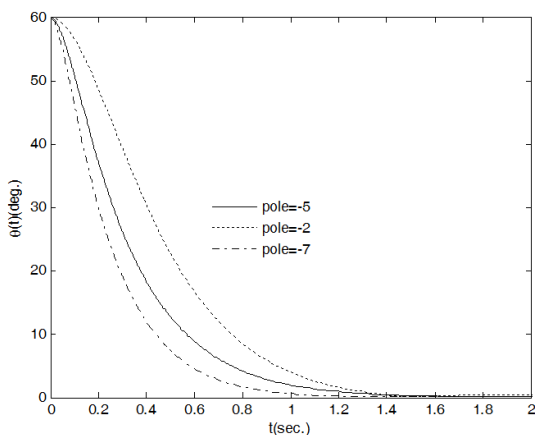


그림 14. pole 값에 따른 퍼지 제어 결과 변화
Fig. 14. Control results with various poles

4. 결론

본 연구에서는 계단 입력 응답의 데이터만으로 비선형 시스템의 TSK 퍼지 모델링과 제어기 설계 방법을 제안하였다. 이제까지 비선형 시스템을 퍼지 모델링하기 위해서는 시스템의 동역학을 표현하는 비선형 미분 방정식을 알고 있든지, 시스템이 사용되고 있는 입출력 공간에 충분히 분포된 데이터를 구할 수 있어야 했다. 하지만 제안한 방법은 산업 현장에서 쉽게 구할 수 있는 계단 입력 응답만을 이용하였다. 본 연구에서는 제어 입력에 비선형이거나 출력에 비선형인 시스템의 퍼지 모델링과 제어기 설계 알고리즘을 제안하였다. 퍼지 모델링에서는 유전 알고리즘(GA)을 사용하였다. 제안한 기법을 예제에 적용한 결과 원하는 제어 결과를 얻을 수 있었다.

References

- [1] T. Takagi, M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 15(1), pp.116-132, 1985.
- [2] M. Sugeno, G.T. Kang, "Structure identification of fuzzy model," *Fuzzy Sets and Systems*, 28-1, pp. 15-33, 1988.
- [3] G. Kang, W. Lee, "Design of TSK fuzzy controller based on TSK fuzzy model", *Journal of the Korean Institute of Telematics and Electronics S.*, 35(11), pp.53-67, 1998.
- [4] H. Wang, K. Tanaka, M. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 4(1), pp.14-23, 1996.
- [5] C.W. Park, J.H. Choi, H.G. Sung, "Indirect adaptive regulator design based on TSK fuzzy models", *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, 6(1), pp.52-57, 2006.
- [6] G. Kang, K. Oh, "Design of fuzzy PID controllers using TSK fuzzy systems", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 24, No. 1, pp. 102-109, Feb. 2014.
- [7] K. Hirota, W. Pedrycz, "Directional fuzzy clustering and its application to fuzzy modelling", *Fuzzy Sets and Systems*, 80, pp. 315-326, 1996.
- [8] J. Abonyi, L. Nagi, F. Szeifert, "Adaptive fuzzy inference system and its application in modelling and model based control", *Institute of chemical Engineers Trans UChemE*, Vol 77, Part A, pp. 281-290, 1999.
- [9] D.W. Kim, Y.H. Joo, J.B. Park, "Fuzzy system modelling using

new hierarchical structure”, *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol. 12, No. 5, pp. 405-410, 2002.

- [10] Y.H. Joo, J.I. Choi, J.B. Park, “The fuzzy modelling by virus-mescy genetic algorithm”, *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol. 11, No. 2, pp. 95-100, 2001.
- [11] K. Kwak, D. Lee, J. Ryu, M. Chun, “Nonlinear system modelling using genetic algorithm and FCM-based fuzzy system”, *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol. 11, No. 6, pp. 491-499, 2001.
- [12] F. Mei, Z. Man, T. Nguyen, “Fuzzy mdelling and tracking control of nonlinear system”, *Mathematical and Computer Modelling*, 33, pp. 759-770, 2001.
- [13] K. Åström and T. Häggglund, *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, Instrument Society of America, 1995.



강근택(Geuntaek Kang)

1976년 : 서울대학교 응용물리학과 학사
1984년 : 동경공업대학 시스템과학 석사
1987년 : 동경공업대학 시스템과학 박사
1987년~현재 : 부경대학교 전자공학과 교수

관심분야 : Fuzzy System, Intelligent System
Phone : +82-51-629-6215
E-mail : gtkang@pknu.ac.kr

저자 소개



이원창(Wonchang Lee)

1983년 : 서울대학교 제어계측공학과 학사
1985년 : 한국과학기술원 전기및전자공학과 석사
1985~1988년 : 한국표준과학연구원
1992년 : 포항공과대학교 전자전기공학과 제어공학전공 박사

1993년~현재 : 부경대학교 전자공학과 교수

관심분야 : Robotics, Embedded System
Phone : +82-51-629-6219
E-mail : wlee@pknu.ac.kr