

## 소형 수문용 랙-피니언의 접촉 피로수명

권순만<sup>a\*</sup>

## Contact Fatigue Life of Rack-Pinion for Small-Sized Sluice Gate

Soon-man Kwon<sup>a\*</sup><sup>a</sup> School of Mechanical Engineering, Changwon National University,  
20, Changwondaehak-ro, Uichang-gu, Changwon, Gyeongnam-do, 51140, Korea

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received	27	April	2017
Revised	29	May	2017
Accepted	1	June	2017

## Keywords:

Sluice gate  
RRP (roller rack pinion)  
Profile modification coefficient  
Hertz contact stress  
Pitting life

## ABSTRACT

Gate-lifting devices in small- to mid-sized sluice gates mostly employ the mechanical roller rack pinion (RRP) system. This RRP system, which consists of a rack-bar and a pinion, transforms a rotation motion into a linear one. The rack-bar has a series of roller trains that mesh with the pinion. In this study, we adopt an exact involute-trochoid tooth profile of the pinion to obtain a higher contact fatigue strength using the profile modification coefficient. Further, we determine the contact forces and investigate Hertz contact stresses to predict the pitting life of the pinion according to varying the shape design parameters. The results indicate that the design fatigue life of an RRP system for sluice gate can be achieved only when the design value of the profile modification coefficient reaches or exceeds a certain level.

## 1. 서론

최근 수문(sluice gate) 수요가 늘어나고 있는 추세에 맞추어 유동해석 및 제어기술 등을 활용한 다양한 수문 설계 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히 수문은 한번 설치되면 수십 년간 견디어야 하기 때문에 정밀한 해석 및 설계기술이 요구되며 기존의 낡은 기술로 만든 제품으로는 장기간 안전성을 확보하기 어렵다<sup>[1]</sup>. 이러한 수문 안전성 확보 설계의 경우, 대형 수문은 설계 노하우를 갖고 있는 외국 기술이나 국내 대기업에서 공개가 없고, 소형 수문은 이를 생산하는 국내 중소기업의 기술력이 열악하여 일본, 중국 업체 등으로부터 강력한 도전을 받고 있는 실정이다.

통상 하천의 지류에 설치되어 운용되는 소형 수문은 10톤 이하의 인양력으로 구동되며 권양기는 랙-피니언을 이용한 핀잭 식(pin

jack type) 또는 파워잭 식(power jack type)이 주로 사용되고 있다. 이들 방식에 사용되는 기어 시스템은 랙 기어를 핀 또는 롤러로 대체한 Fig. 1과 같은 “롤러 랙-피니언”(roller rack pinion, 이하 RRP) 시스템이다<sup>[2,3]</sup>. 이 RRP 시스템은 다접촉 특성으로 인해 백래시가 거의 없어 소음과 진동 특성이 개선된 고정밀 제어장치에의 응용 및 원활한 구름 접촉으로 인해 마모에도 강하다는 특징을 갖고 있다. 특히 치 사이 분진발생이 적어 실외의 가혹한 환경 하에서 유리한 직선이송 시스템을 구축할 수 있는 장점이 있다.

하지만 지금까지의 RRP 시스템용 피니언은 어텐덤(addendum)과 디텐덤(dedendum)을 두 곡선으로 연결한 합성치형 또는 스프로킷(sprocket) 치형, 심지어는 기존 인벌류트(involute) 치형을 채택하였고, 이로 인해 치 간섭과 내구성 문제가 불가피하였다. 이에 본 논문에서는 RRP 시스템 기반 랙-피니언의 엄밀(exact) 치형

\* Corresponding author. Tel.: +82-55-213-3629

Fax: +82-55-263-5221

E-mail address: smkwon@changwon.ac.kr (Soon-man Kwon).

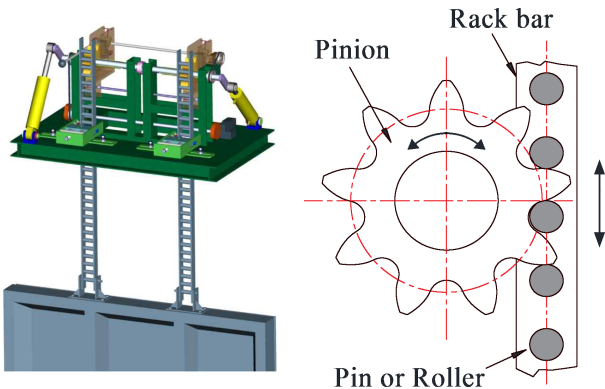


Fig. 1 RRP system for sluice gate

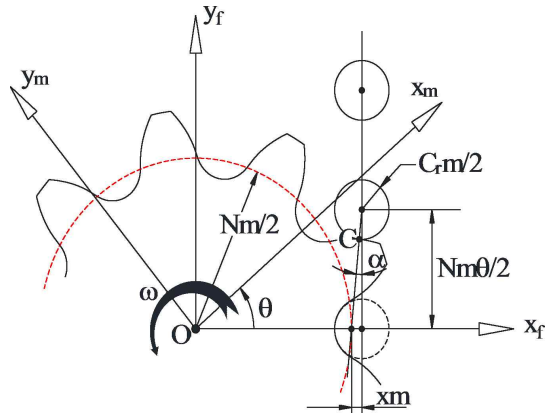


Fig. 2 Design parameters for pinion profile design

설계 및 접촉 피로수명 평가를 통하여 소형 수문의 내구성 향상 설계에 일조하고자 한다.

## 2. 피니언 치형

### 2.1 형상설계

Fig. 2와 같이 RRP(또는 pin rack) 시스템의 형상 설계제원<sup>[2]</sup>은 피니언의 잇수( $N$ ), 모듈(module,  $m$ ), 치형수정계수(profile modification factor,  $x$ ), 롤러(또는 핀) 직경계수(roller diameter coefficient,  $C_r$ ) 그리고 피니언의 치선 높이를 결정하는 치선연장계수(addendum extension factor,  $\beta$ )로 구성된다.  $S_m$ -회전좌표계에서의 피니언 치형( ${}^m C$ )은 속도의 순간중심<sup>[2,4]</sup> 원리에 입각한 기어 치형 설계방법을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$${}^m C = M_{m,f} {}^f C \quad (1)$$

여기서  $M_{m,f}$ 는  $S_f$ -고정좌표계에서  $S_m$ -회전좌표계로의 동차 좌표 변환 행렬을 나타내고,  ${}^f C$ 는  $S_f$ -고정좌표계에서의 접촉점 좌표이며 다음과 같다.

$${}^f C = \begin{bmatrix} m(N+2x - C_r \sin \alpha) / 2 \\ m(N\theta - C_r \cos \alpha) / 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

그리고 위 식의  $\alpha$ 는 압력각(pressure angle)이다.

참고로 식 (1)을 통해 획득한 피니언 치형은 인벌류트-트로코이드 오프셋(Fig. 5 참조) 곡선이다.

식 (1)의 형상 좌표가 매개변수형으로 주어지기 때문에 피니언의 곡률반경( $\rho$ )은 매개변수 곡률 식을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다<sup>[2]</sup>.

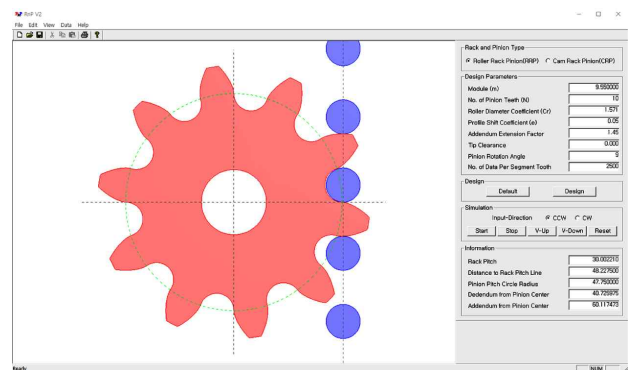


Fig. 3 Simulation program: "RnP V2"

$$\rho/m = \frac{[x^2 + (N\theta/2)^2]^{3/2}}{x^2 - xN/2 + (N\theta/2)^2} - \frac{C_r}{2} \quad (3)$$

### 2.2 전산원용 설계자동화 프로그램

내구성이 향상된 최적의 RRP 시스템 피니언 치형을 확보하기 위해서는 설계제원 변경을 통한 반복적인 치형설계 작업이 선행되어야 하며, 따라서 이를 수행할 전산원용 설계자동화 프로그램의 개발이 절실히 요구된다.

이에 본 연구에서는 롤러 기어 메커니즘 기반 랙-피니언 설계를 위해 개발된 "RnP V2"<sup>[5]</sup> 설계 프로그램을 이용하여 치형설계를 수행하였다. 개발된 프로그램(Fig. 3 참조)은 입력부와 출력부가 한 화면에 구성되어 있으며 간단한 메뉴 선택과 버튼 조작으로 설계가 이루어지도록 하여 전문지식이 없는 초보자라도 설계가 가능하도록 하였다. 또 시뮬레이션 기능을 이용하여 설계되어진 랙-피니언의 운동을 확인할 수도 있다. 이러한 반복 및 확인 작업을 통해 최종 설계된 피니언 치형은 lisp(list processing) 파일 형태로 저장하여 상용 CAD 프로그램에서 활용 가능도록 하였고, 이후 CAM을 활용한 정확한 치 가공에도 응용될 수 있도록 하였다.

### 3. 접촉응력

Fig. 4와 같이 피니언이 입력 토크  $T_{in}$ 에 의해  $\phi$ 만큼 회전한 상태에서  $i$ -번째 롤러(핀)에서의 접촉력  $F_i$ 는 일정 접촉강성(equal mesh stiffness)과 부정정(statically indeterminate) 문제 접근을 통하여 다음과 같이 결정할 수 있다<sup>2)</sup>.

$$F_i = \frac{T_{in} l_i}{\sum_{k=1}^n l_k^2}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (4)$$

여기서  $l_i$ 는 모멘트 팔,  $n$ 은 피니언과 롤러 사이의 초기 접촉개소를 의미하고 각각은 다음과 같다.

$$l_i = \begin{cases} \frac{1}{2} Nm \cos \alpha_i & (0 \leq \alpha_i < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i < \pi) \end{cases} \quad (5)$$

$$n = 2[\beta] + 1 \quad (6)$$

여기서 [ ]는 바닥(내림) 함수(floor function)를 의미한다.

피니언과 핀 랙의 초기  $n$ 개의 홀수 개 접촉위치에서  $i$ -번째 롤러의 위치각  $\theta_i$ 는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\theta_i = \left( \frac{n+1}{2} - i \right) \theta_p + \phi \quad (7)$$

여기서  $\theta_p$ 는 피치 회전각,  $\phi$ 는 접촉이 유지되고 힘이 작용하는 구간까지의 피니언 회전각을 나타낸다.

식 (3)의 피니언 곡률반경, 식 (4)를 통해 결정된 접촉력 그리고 AGMA 탄성정수<sup>6)</sup>  $C_p$ 를 이용하여 핀 랙의  $i$ -번째 롤러와의 접촉점에서의 Hertz 접촉응력은 다음과 같이 결정할 수 있다.

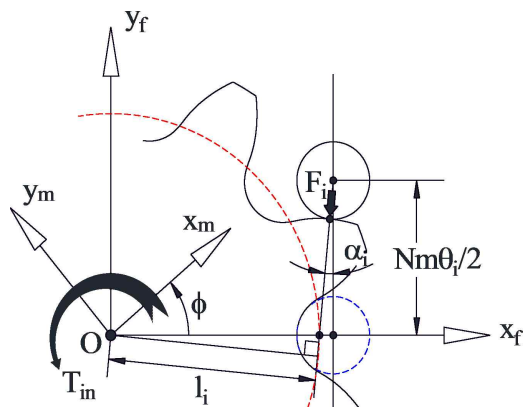


Fig. 4 Outline for contact force determination

$$\sigma_c = C_p \sqrt{K_i^*} \quad (8)$$

여기서  $K_i^*$ 는 보정 하중응력계수(corrected load-stress factor)<sup>7)</sup>이며 다음과 같다.

$$K_i^* = \frac{F_i^*}{R_i^* L} \quad (9)$$

이때  $F_i^*$ 는 AGMA 전 보정계수(fully corrected factor,  $n_d$ )를 반영한 보정 접촉하중,  $R_i^*$ 는 핀 랙의  $i$ -번째 롤러 접촉점에서의 등가 곡률반경,  $L$ 은 피니언의 이 폭(face width)을 의미한다.

### 4. 결과 분석

RRP 시스템의 접촉응력 특성을 고찰하기 위해 선행 연구되었던 수문용 핀 랙 설계제원<sup>8-11)</sup>을 참고하여 Table 1과 같이 치형수정 계수( $x$ ) 변화에 따른 3가지 형상설계제원을 고려하였다. 그리고 유효 물림률( $\epsilon = 3 - 2/\beta$ ,  $1 \leq \beta < 2$ ) 1.4, 1.5, 1.6을 고려하여 치선 연장계수( $\beta$ )는 1.25, 1.33, 1.43으로 설정하였다. 또 롤러 직경계수  $C_r$ 은 롤러(핀)의 직경과 랙의 피치선 기준 피니언의 이 폭이 동일할 때 가장 이상적인 설계임을 반영하여  $C_r = \pi/2 = 1.571$ 의 값을 고려하였다.

소형 수문의 경우 보통 0.3 m/min (5 mm/sec)의 권양속도로 운전되므로 이를 수문 개폐속도로, 또 권양하중은  $W = 2.0$  ton (19.62 kN)의 소형 수문을 본 논문에서는 고려하였다. 이 경우 개폐속도를 고려한 피니언 회전 각속도( $\omega$ )는 약 0.758 rpm에 해당된다. 그리고 '0' 압력각 및 무손실로 입출력 동력이 보존된다는 가정 하에 다음과 같이 입력 토크 값을 결정할 수 있다. 즉

Table 1 Pinion shape design parameters

Parameters	Values
Module, $m$	14 (mm)
No. of pinion teeth, $N$	9
Roller diameter coefficient, $C_r$	1.571
Profile modification coefficient, $x$	0.1, 0.2, 0.3
Addendum extension factor, $\beta$	1.25, 1.33, 1.43
Face width, $L$	35 (mm)

Table 2 Parameters for RRP system analysis

Parameters	Values
Input torque, $T_{in}$	1,236 (N·m)
AGMA elastic coefficient, $C_p$	187.6 (MPa <sup>1/2</sup> )
AGMA full correction factor, $n_d$	1.3

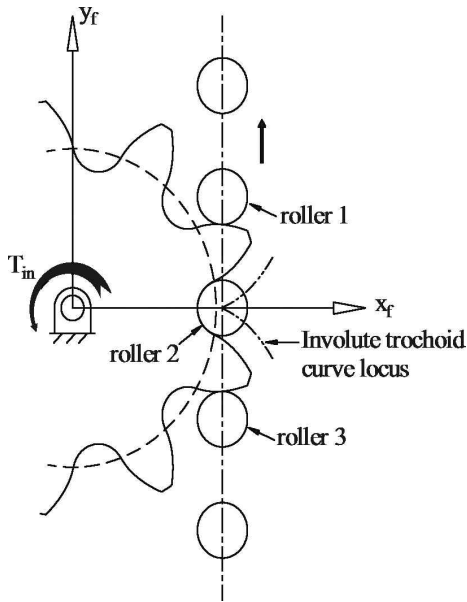


Fig. 5 Designed RRP system when  $x=0.2$  and  $\beta=1.4$

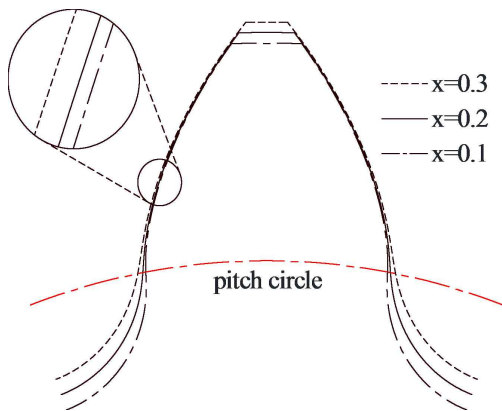


Fig. 6 Pinion profiles according to  $x$

$$T_{in} = Wm.N/2 \quad (10)$$

Table 1의 피니언 설계제원과 식 (10)을 고려하여  $T_{in}=1,236$  (N·m)의 입력토크 값을 Table 2와 같이 고려하였다.

Table 1의 형상설계제원을 통해 설계된 RRP 시스템의 한 초기 접촉형상은 Fig. 5와 같다. 이 때, 피니언이 반시계 방향 회전 시 접촉 이탈이 빠른 순서로 롤러들의 번호를 지정하였다.  $1 \leq \beta < 2$  범위에 있으므로 초기 3개소의 접촉(식 (6) 참조)을 확인할 수 있으며 최소 2개소 이상 접촉과 피니언 잇수를 달리한 여타 설계 시 5개소, 7개소 등의 초기 다 접촉도 가능하므로 정역 방향 회전 시 백래시가 거의 없다는 장점을 확인할 수 있다.

Fig. 6은 치형수정계수( $x$ ) 변화에 따른 피니언 형상들의 차이를 보여주고 있다. 피치원을 기준으로 치형수정계수가 증가함에 따라 디텐덤은 감소하고 어텐덤은 증가하였으며 전체 치에 걸쳐 이 폭이 증가하였다. 특히 이뿌리부의 증가 효과가 두드러져 치 굽힘강도

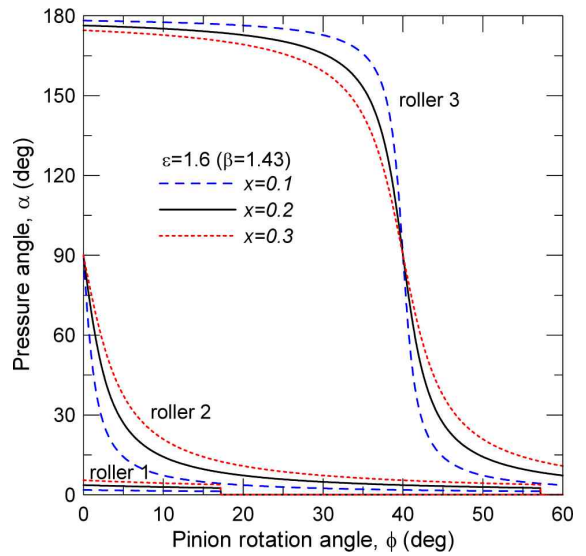


Fig. 7 Variation of pressure angles according to  $x$

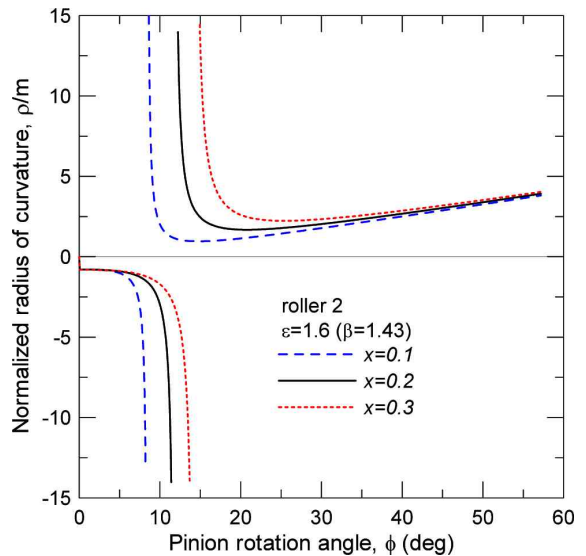


Fig. 8 Radius of curvatures according to  $x$

항상에 크게 기여할 수 있음을 알 수 있다.

일정 압력각의 인벌류트 치형과는 달리 RRP 시스템 기반 피니언 치형의 경우 가변 압력각을 가지며, 이의 변화를 Fig. 7에 도시하였다. 치형수정계수가 증가함에 따라  $\alpha < 90^\circ$  범위내의 유효 압력각도 증가함을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 롤러 2(Fig. 5 참조)와 접촉하는 피니언 치형의 곡률반경을 도시한 그림이다. 치형수정계수가 증가함에 따라 변곡위치 및 곡률반경 모두 증가함을 확인할 수 있고, 이는 식 (8)과 (9)에서 유추할 수 있듯이 등가곡률반경을 증가시켜 접촉응력 값을 낮추는 긍정적 역할을 할 것으로 기대할 수 있다.

Fig. 9에 치형수정계수  $x=0.2$ , 물림률  $\epsilon=1.6$  일 때 유효 접촉을 하는 롤러들의 접촉력 변화를 도시하였다. 롤러 2가 유효 접촉을

시작하는 구간에서는 롤러 1과 롤러 2의 두 쌍의 치가 하중을 분담하고 이후 롤러 1이 접촉 이탈된 후 롤러 2의 한 쌍의 치가 하중을 전담한다. 그리고 다시 피치각 이후부터 롤러 2와 롤러 3의 두 쌍의 치가 하중을 분담한다. 이러한 하중의 주기적인 급격한 변화는 접촉 피로파손의 원인 중 하나로 알려져 있다.

이에 한 쌍의 치가 하중을 전담하는 구간을 줄이고자 치형수정계수를 0.2로 고정하고 물림률을 1.4, 1.5, 1.6으로 달리하면서 롤러 2에 대한 접촉력의 변화를 Fig. 10에서 검토하였다. 물림률이 증가함에 따라 롤러 1이 이탈되는 시점이 연장되므로 두 쌍의 치가 하중을 분담하는 구간은 증가(Fig. 9 참조)되고 한 쌍의 치가 하중을 전담하는 구간이 감소됨을 확인할 수 있다. 그렇지만 근본적으로 최대 접촉력의 크기 변화는 미미하게 나타남을 알 수 있다. 또한, 동일 물림률하에서 치형수정계수의 변화에 따라서도 접촉력은 그 변화가 거의 없음을 Fig. 11에서 확인할 수 있다.

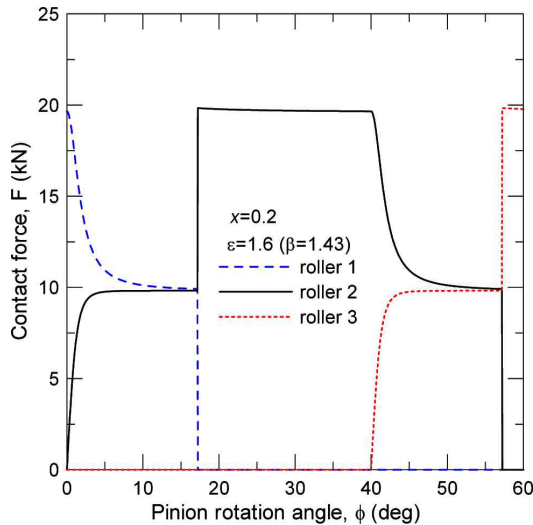


Fig. 9 Contact forces distribution when  $x=0.2$

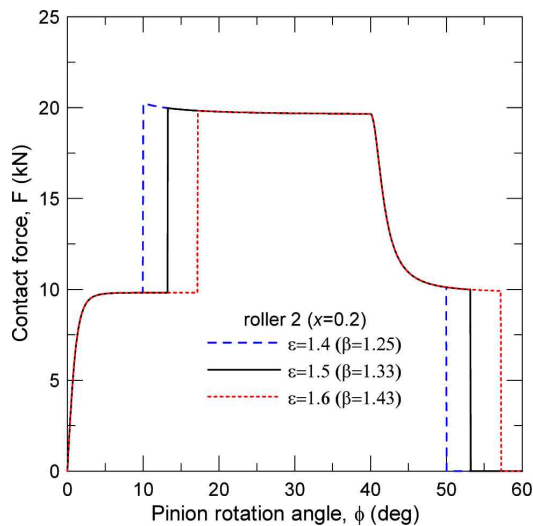


Fig. 10 Contact forces variation according to  $\epsilon$

Fig. 12는 치형수정계수 변화에 따른 Hertz 접촉응력( $\sigma_c$ )들의 변화를 보여주고 있다. 치형수정계수가 증가함에 따라 Hertz 접촉응력은 접촉력의 결과와는 달리 큰 폭으로 감소하는 경향을 확인할 수 있다. 이는 피니언 치형의 형상 변경에 따른 등가곡률반경의 변화가 그 원인이다. Fig. 13은 물림률 변화에 따른 Hertz 접촉응력들의 변화를 보여주고 있고, Fig. 10의 접촉력 해석결과에서 알 수 있듯이 하중 분담 또는 전담 구간의 크기를 달리할 뿐 최대 Hertz 접촉응력은 변화가 없다. 또 하중분담에서 하중전담으로 천이되는 지점, 즉 롤러 1이 이탈되는 하중의 급격한 변화가 발생하는 지점 근방에서 최대 Hertz 접촉응력이 발생함을 알 수 있고, 따라서 이 지점 근방의 치형 파손을 예상할 수 있다.

본 논문의 RRP 시스템은 강도설계에 대한 그 표준이 없기에 일반적인 기어 시스템에 널리 사용되는 다음의 응력-수명( $\sigma_c-N_p$ ) 평가식<sup>[6,7,12]</sup>을 고려하여 표면 피로수명을 평가하였다.

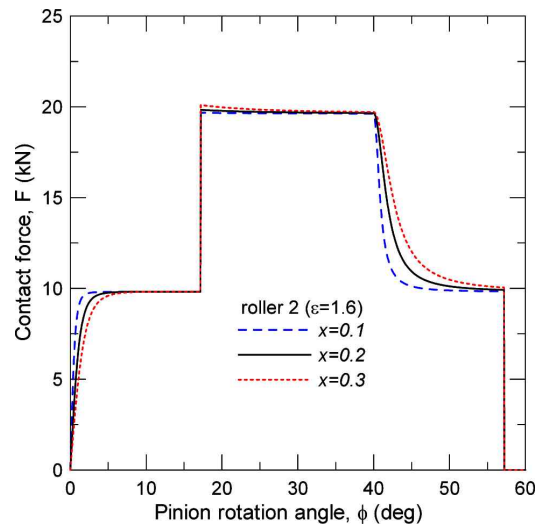


Fig. 11 Contact forces variation according to  $x$

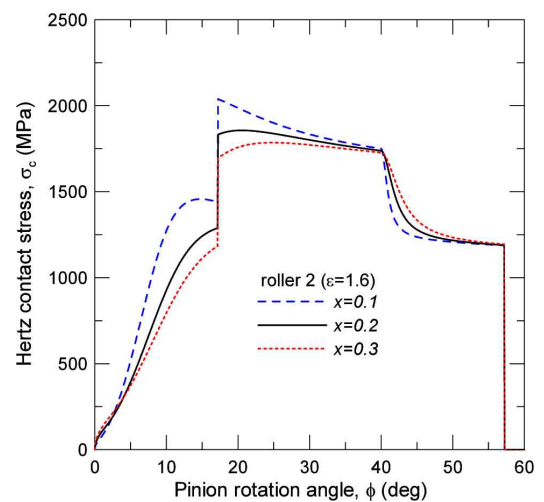


Fig. 12 Hertz contact stresses according to  $x$

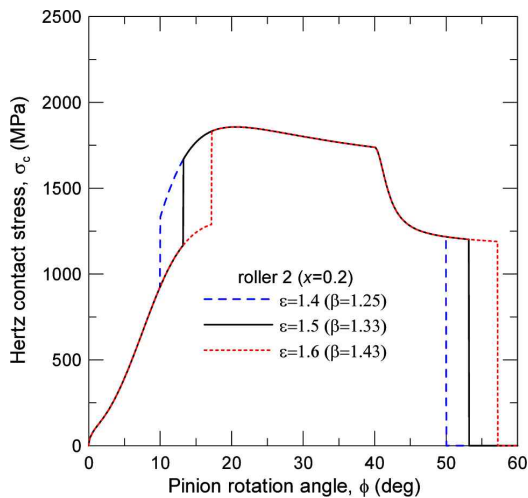


Fig. 13 Hertz contact stresses with the variation of  $\epsilon$

Table 3 Pitting life prediction parameters of pinion

Analysis parameters	Values
Brinell hardness, $H_B$	425
Contact fatigue strength, $S_c$	1,261 (MPa)
AGMA life exponent, $a^{[6]}$	18.18
Required service life	10,000 (cycles)

Table 4 Pitting life ( $N_p$ ) variation according to  $x$

$x$	$(\sigma_c)_{max}$ (MPa)	$N_p$ (cycles)	Satisfactory ?
0.10	2,038.6	1,617	No
0.15	1,926.0	4,543	No
0.20	1,856.8	8,836	No
0.25	1,814.3	13,454	Yes
0.30	1,785.4	18,023	Yes

$$N_p = \left( \frac{S_c}{(\sigma_c)_{max}} \right)^a \times 10^7 \text{ (cycles)} \quad (11)$$

여기서  $N_p$ 는 피팅(pitting) 발생수명,  $S_c$ 는 치면피로강도,  $a$ 는 AGMA 수명지수<sup>[6]</sup>이다. 본 논문에서는 Brinell 표면경도  $H_B = 425$ 인 AISI 4340 관통경화강(Grade 2) 피니언을 고려하였으며, 치면피로강도(일방향 하중,  $10^7$  부하 횟수, 99% 신뢰도 가정)<sup>[6]</sup>는 다음 식으로 산정하였다.

$$S_c = 0.99(S_c)_{10^7} = 2.41H_B + 237 \text{ (MPa)} \quad (12)$$

Table 3은 본 논문에서 고려한 피니언의 재료물성 및 10,000회 내구시험용 운전 조건이며, 치형수정계수 변화에 따른 접촉 피로수명 결과를 Table 4에 비교 정리하였다. 치형수정계수의 증가에 따

라 표면 피로수명도 증대되었으며, 치형수정계수가  $x > 0.2$ 일 경우에만 10,000 사이클의 요구 내구수명을 충족시킬 수 있었다.

## 5. 결론

본 논문에서는 랙 치형을 롤러 또는 핀으로 대체한 RRP 시스템 기반 수문개폐용 랙-피니언의 내구수명을 평가하고자 하였고, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

치형수정계수의 증가를 통해 디텐덤의 감소, 어텐덤의 증가와 더불어 전 높이에 걸쳐 이 폭이 증가한 피니언 치형을 얻을 수 있었다. 특히 이뿌리부 치형의 증대효과가 두드러져 굽힘강도 향상에 효과적임을 알 수 있었다. 또 접촉력의 경우, 치형수정계수 및 물림률 변화에 따른 그 변화는 거의 없었으나 물림률 증가 시 하중 전달 구간은 감소되고 하중 분담구간이 증가됨을 확인할 수 있었다. 하지만 Hertz 접촉응력은 치형수정계수의 증가에 따라 큰 폭으로 감소하는 경향을 확인할 수 있었고, 이의 주된 요인은 등가곡률반경의 증가임을 알 수 있었다.

최종적으로 일정 값 이상의 치형수정계수 설계제원을 갖는 피니언 설계를 통해 소형 수문용 RRP 시스템의 내구수명을 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 2017-2018년도 창원대학교 자율연구과제 연구비 지원으로 수행된 연구결과임.

## References

- [1] Kook, J. H., Kim, K. S., 2011, The Development of Small Sluice Gate Systems without Upper Concrete Structure, Journal of the Korea Academia-Industrial Cooperation Society, 12:11 4738-4744.
- [2] Kim, C. H., 2014, A Study on Rack-Pinion System using Roller Gear Mechanism, A Thesis for a Doctorate, Changwon National University, Republic of Korea.
- [3] Kim, C. H., Nam, H., Kwon, S. M., 2012, Linear Drive Systems Using Roller Gear Mechanism, Journal of the KSMTE, 21:5 702-707.
- [4] Litvin, F. L., Fuentes, A., 2004, Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, London.
- [5] Kwon, S. M., Kim, C. H., Nam, H., 2012, RnP V2, Korea Copyright Commission, C-2012-025823, Korea.
- [6] Budynas, R. G., Nisbett, J. K., 2015, Shigley's Mechanical Engineering Design 10th ed., McGraw-Hill, New York.

- [7] Morrison, R. A., 1968, Load/Life Curves for Gear and Cam Materials, *Machine Design*, 40:August 102-108.
- [8] Kado, H., Kouhata, K., 2001, Gating Devices Using Pin Rack Structures in Gate Mechanism for Sluices, *Proceeding of MPT2001-Fukuoka The JSME International Conference on Motion and Power Transmissions* 15-17:2 873-875.
- [9] Nagamura, K., Ikejo, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2006, Strength of Pin-Rack Gear Mechanism, *The Machine Design and Tribology Division Meeting in JSME*, 221-224.
- [10] Ikejo, K., Nagamura, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2008, Driving Performance and Strength of Pin-Rack Gear Mechanism, *Journal of Japan Society for Design Engineering*, 43:7 388-394.
- [11] Nagamura, K., Ikejo, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2008, Driving Performance of Pin-Rack Gear Mechanism Using a Trochoid Tooth Profile, *The Machine Design and Tribology Division Meeting in JSME*, 205-208.
- [12] Kwon, S. M., Shin, H. C., 2016, Estimation of Contact Fatigue Life of a Girth Gear Based on Pinwheel, *Journal of the KSMTE*, 25:4 245-252.