

0-1 혼합정수계획법을 이용한 LCD 패널 절단 문제 최적화

김기동^{1*} · 박현지¹ · 심윤섭² · 전태보¹

Optimization of LCD Panel Cutting Problem Using 0-1 Mixed Integer Programming

Kidong Kim^{1*}, Hyeon Ji Park¹, Yun-Seop Shim², and Tae Bo Jeon¹

Abstract

LCD(Liquid Crystal Display) panel cutting problem is a sort of two dimensional cutting stock problem. A cutting stock problem is problem that it minimizes the loss of the stock when a stock is cut into various parts. In the most research of the two dimensional cutting stock problem, it is supposed that the relative angle of a stock and parts is not important. Usually the angle is regarded as horizontal or perpendicular. In the manufacturing of polarizing film of LCD, the relative angle should be maintained at some specific angle because of the physical and/or chemical characteristics of raw material. We propose a mathematical model for solving this problem, a two-dimensional non-Guillotine cutting stock problem that is restricted by an arranged angle. Some example problems are solved by the C++ program using ILOG CPLEX classes. We could get the verification and validation of the suggested model based on the solutions.

Keywords: Cutting stock problem, Mixed integer programming, LCD panel cutting

I. 서 론

본 연구에서 다루고자 하는 문제는 현재 수요가 급증하는 LCD 및 LED 제조에 있어서 핵심 부품인 편광 필름 재단을 위한 목형 설계와 관련된 문제이다. 전 세계적으로 빠르게 성장하는 각종 디스플레이 산업에서 우리나라를 추격하는 국가들과의 경쟁에서 우위를 유지하기 위해서는 품질과 더불어 가격 경쟁력 또한 중요한 요소이다. 때문에 제조 공정 개선을 통한 원가 절감이 시급한 실정이며 LCD 및 LED 생산 중 가장 많은 비용을 차지하는 부품소재인 편광 필름의 원가를 원단의 손실을 최소화하는 목형 설계를 통해 낮추어야 한다. LCD 패널 절단용 목형 설계 문제는 자재의 사용면적을 최대화하면서 사각형 형상의 다양한 크기의 부품을 배치하는 최적화 문제에 대한 연구이다.

본 연구에서 다루고자 하는 편광 필름 제조를 위한 목형 설

계문제 역시 2차원 절단문제이며, 한정된 자재 내에 부품들을 배치하는 비 길로틴 자재절단문제(NGCSP: Non Guillotine Cutting Stock Problem)의 일종으로 분류 될 수 있다.

자재절단 문제(Cutting Stock Problem)란 일정한 크기로 생산된 원자재를 여러 크기의 부품으로 자를 때 발생하는 손실의 양을 최소화하면서 원하는 부품의 생산을 최대화하는 문제이다[1]. 자재절단 문제는 사용하는 공간의 차원에 따라 1차원, 2차원, 3차원 문제로 분류된다. 2차원 절단 문제의 응용분야는 광범위하다. 유리, 철판, 섬유, 가구 등의 생산과 같이 한정된 자재 내에서 부품을 얻는 거의 모든 산업이 응용분야이다.

2장에서 관련 연구를 요약하고 기존 연구에 대한 문제점을 제기한다. 3장에서는 부품들의 각도제약을 고려한 수리 모형을 제시하고 4장에서는 3장에 제시한 모형과 Beasley 모형을 통해 예제 데이터를 통한 실험 내용 및 결과를 분석하고 5장에서는 결론을 맺는다.

2. 관련 연구 현황

2.1 관련 연구 현황

자재절단 문제 연구의 시작은 Gilmore에 의해 시도된 1차원 자재절단 문제(1D-CSP: One Dimensional Cutting Stock Problem)에 대한 연구이다[3]. 1D-CSP는 봉이나 막대와 같이 1차원으로만 크기를 갖는 원자재로부터 원하는 부품을 잘라내는 문제이

¹강원대학교 시스템경영공학과(Department of System & Management Engineering, Kangwon National University)

Kangwondaehak-gil, Chuncheon-si, Kangwon-do 24341, Korea

²쓰리뷰 개발팀 (Development Part, 3View. Com Inc.)

Biz-1109, Sakimarkol-ro 124, Chungwon-gu, Seongnam-si, Gyeonggi-do, 13207, Korea.

*Corresponding author: kdkim@kangwon.ac.kr

(Received: Jun. 20, 2017, Revised: Jul. 25, 2017, Accepted: Jul. 26, 2017)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

며 섬유, 경공업, 목재 산업 등에서 응용되고 있다[12-14]. Gilmore는 그 후 이 문제 해결에 열생성(column generation)기법을 적용하는 연구를 수행하였다[2]. Gradisar와 Trkman[4]은 1D-CSP를 해결하기 위한 연합 기법(combined method)을 제안하였고, Yagiura와 Ibaraki[5]는 메타 휴리스틱(meta-heuristic)과 패턴 생성(pattern generation)을 기반으로 한 접근법을 제안 하는 등 1D-CSP를 풀기 위한 다양한 접근법들이 연구되었다.

Gilmore는 그 후 연구에서 2차원 자재절단 문제(2D-CSP: Two Dimensional Cutting Problem)를 평면 원자재로부터 다양한 작은 사각형의 부품을 잘라내는 문제라고 정의하였다[6]. Hifi[7]는 2D-CSP를 위해 ‘best-known exact algorithms’을 제시하였고, Vanderbeck[8]는 ‘nested decomposition’ 방법을 제안했다. Burke 외는 다양한 휴리스틱 기법의 효율성을 비교하였다[9].

2D-CSP는 자재 절단 방법에 따라 길로틴 자재절단 문제(GCSP: Guillotine Cutting Stock Problem)와 NGCSP로 분류 할 수 있다. 길로틴 절단(Guillotine Cutting)은 edge-to-edge 절단이라고도 불리며, 직사각형의 한쪽 가장자리에서 시작하여 반대편 가장자리의 끝에서 끝나며 나머지 가장자리와 평행하게 절단하는 커팅 기법이다[10]. Ben[10] Messaoud는 GCSP에서 고려해야 하는 조건들과 이들을 만족하는 다항식 풀이법을 제공하였다. Degraeve와 Schrage는 분지한계법(branch-and-bound)과 열생성(column generation)기법을 사용하여 GCSP를 풀었다[15].

비 길로틴 절단(Non Guillotine Cutting)은 길로틴 절단(Guillotine Cutting)과 같은 제약이 없기 때문에 더 많은 부품을 원자재로부터 얻을 수 있는 커팅 기법이다. 따라서 비 길로틴 절단은 절단에 시간이 많이 소요되지만 원자재가 고가품인 경우 버리는 부분을 줄이고자 할 때 사용된다. Beasley는 2D-NGCSP에 대한 연구를 최초로 제안하였고 이를 풀기 위한 휴리스틱 알고리즘을 수행하였다[11]. 그 후로 Tsai[16]는 정수 계획법으로, Yung과 Troutt[17]는 유전자 알고리즘(genetic algorithm)과 모의 담금질 기법(simulated annealing)으로, Leung과 Zhang[18]은 ‘Fast Layer-based’ 휴리스틱으로 2D-NGCSP를 풀이하였고 Bortfeldt와 Winter[19]는 배낭문제로 변형한 후 유전자 알고리즘을 적용하여 풀이하였다.

이러한 2D-CSP는 철강, 유리, 종이와 같은 원재료를 최적으로 절단할 때, 상자 채우기, 회로배치설계 문제에서 응용 되고 있다. Reninders는 목재, Tsai, Hsieh, Huang는 TFT-LCD, Dyckhoff, Sweeney와 Paternoster는 제조, 전기 산업과 관련된 분야에 적용하였다[20, 21]. 이처럼 많은 연구자들이 2차원 CSP 문제를 풀기 위한 다양한 방법들을 연구하고 제안하고 있다.

2.2 기존 연구의 문제점

2차원 절단 문제 연구의 시발점이라 할 수 있는 Gilmore 외의 연구[3]이래로 거의 모든 연구에서는 자재와 부품이 서로 수직과 수평을 유지하고 있다고 가정한다. 즉 자재의 수평면과 수

직면에 평행한 사각형을 배치하는 문제를 다루고 있다. 이 경우 절단되는 자재 간 간섭 배제 제약과 원자재의 범위를 넘어서지 못하게 하는 제약들은 본질적으로 부품의 가로와 세로의 길이를 이용해서 표현 되었다.

다음 Fig. 1에서 보는 바와 같이 수직 성분과 수평 성분만 필요하므로 부품의 가로 세로 길이만으로 제약을 표현할 수 있다. 부품 A의 중심을 (x_1, y_1) , 부품 B의 중심을 (y_1, y_2) 라 하면 두 부품이 서로 겹치지 않으려면 다음 식과 같은 제약이 성립해야 한다.

$$|x_1 - x_2| \geq (w_1 + w_2)/2 \tag{1}$$

$$|y_1 - y_2| \geq (l_1 + l_2)/2 \tag{2}$$

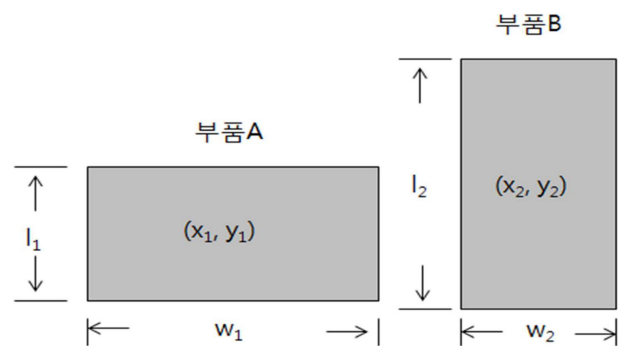


Fig. 1. Arrangement of the parts in case of the horizontal or perpendicular posture of parts.

제약식에 절댓값이 들어가므로 선형으로 변환하면 0-1 변수가 포함되는 혼합 정수 계획법이 된다. 이 문제는 NP-hard로 알려져 있다[15].

이후 식(1)과 식(2)를 이용하여 표현한 모형을 Beasley 모형이라 칭한다[11].

NGCSP에 관한 연구들은 대부분 휴리스틱 기법을 적용한 것으로 이에 대한 접근은 두 가지 절차로 나누어진다. 첫 번째 절차는 자재 안에 채워질 부품을 선정하고 각 부품 타입 별 개수와 투입 순서를 정한다. 배치할 부품의 선정과 투입 순서가 정해졌으면 두 번째 절차로 자재에 부품을 배치하는 작업을 수행한다. 이는 보통 투입할 부품을 아래에서 왼쪽으로 배치하는 Bottom Left(BL) Algorithm[22]을 사용한다. Fig. 2에 BL의 기본개념을 도시했다.

이와 같은 근래의 NGCSP에 관한 휴리스틱 해법은 각 부품들의 배치해야 할 개수와 순서를 정한 후 이를 자재에 배치하는 방법을 사용하였다. 이러한 해법은 기존의 수리 모형에 적용하기에 적합하지 않고 동시에 배치할 부품의 개수와 위치를 고려하지 않는 순차적 방법이기 때문에 최적해를 보장할 수 없다. 또한 직각 배치만을 고려하였기 때문에 실제 다양한 배치 방법이 존재할 경우 적용하기 어렵다는 단점이 있다.

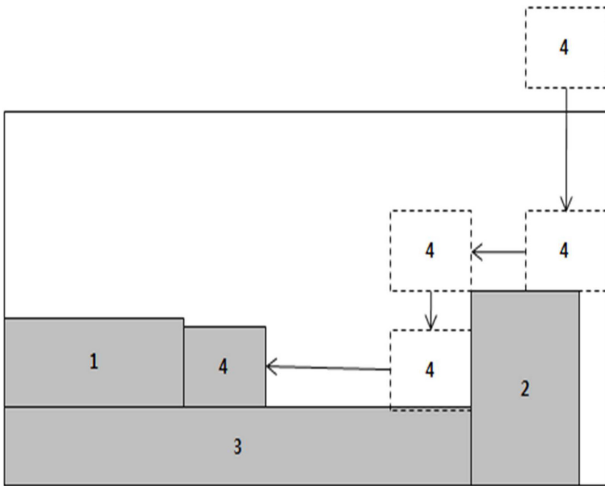


Fig. 2. Exemplification of BL Algorithm.

본 연구의 대상인 LCD 패널의 경우 광학적 특성상 원자재와 부품은 특정 각도인 45°를 유지해야 한다. 이러한 경우 기존 연구에서 제시된 수리 모형에서 사용한 제약은 타당하지 않다.

3. LCD 패널 절단을 위한 수리 모형

본 연구에서는 각 부품의 꼭지점의 좌표를 이용하여 부품의 배치 각도에 대한 제약을 고려한 개선된 수리 모형을 제시한다.

- 부품 좌표 간의 관계

x_{ij} 를 부품 i의 j번째 꼭지점의 자재에서의 x좌표, y_{ij} 를 부품 i의 j번째 꼭지점의 부품에서의 y좌표라 하자. 자재 i의 가로 길이와 세로 길이를 W_i, L_i 라고 하고 수평면과 이루는 각을 θ 라고 하자. 그러면 각 좌표들 간의 다음의 관계식이 성립한다.

$$x_{i2} = x_{i1} + W_i \cdot \cos \theta \tag{3}$$

$$y_{i2} = y_{i1} + W_i \cdot \sin \theta \tag{4}$$

$$x_{i3} = x_{i2} + L_i \cdot \sin \theta \tag{5}$$

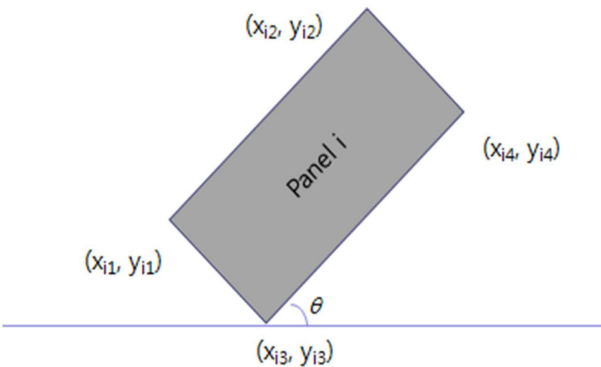


Fig. 3. Relations between each coordinate of part i.

$$y_{i3} = y_{i2} - L_i \cdot \cos \theta \tag{6}$$

$$x_{i4} = x_{i1} + L_i \cdot \sin \theta \tag{7}$$

$$y_{i4} = y_{i1} - L_i \cdot \cos \theta \tag{8}$$

자재에서 부품의 위치는 x_{ij} 와 y_{ij} 로 규정되며 위의 관계식에 의해 각 부품 당 두 개(x좌표값, y 좌표값 각각 하나씩)의 의사 결정 변수가 위치 결정에 이용된다.

- 부품 간 간섭 배제를 위한 제약
부품 i와 부품 k가 다음의 Fig. 4와 같이 배치된다고 가정하자.

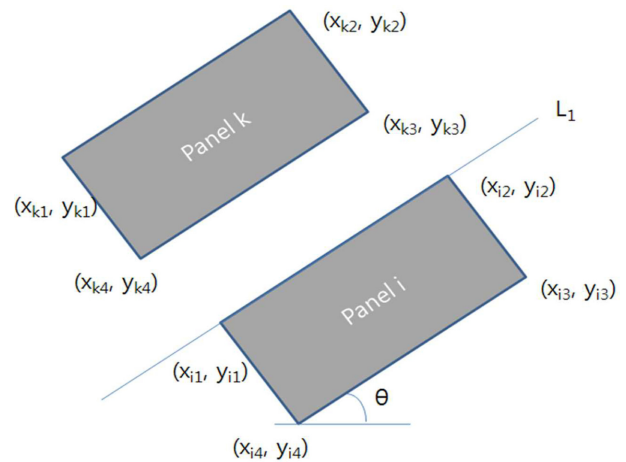


Fig. 4. Positional Relation 1 between part i and k.

위 Fig. 5에서 직선 L_i 은 다음 식으로 표현된다. 단 $\alpha = \tan \theta$ 로 직선의 기울기이다.

$$y - y_{i1} = \alpha \cdot (x - x_{i1}) \tag{9}$$

또한 부품 i와 k가 Fig. 4에서 보는 것처럼 위치하려면 식(10)을 만족해야 한다.

$$y_{k3} - \alpha \cdot x_{k3} \geq y_{i1} - \alpha \cdot x_{i1} \tag{10}$$

변수 t_{ikp} 를 부품 i와 k의 상대적인 위치를 나타내는 의사결정 변수로 정의한다. 즉 Fig. 4와 같은 배치 관계가 성립하면 t_{ikp} 의 값이 1, 아니면 0으로 한다. 이제 z_i 를 부품 i의 투입 여부를 나타내는 의사결정 변수로 두고 1이면 투입, 0이면 투입을 하지 않는다. 최종적으로 다음 식(11)과 같은 제약식이 성립해야 한다.

$$y_{k3} - \alpha \cdot x_{k3} + (3 - z_i - z_k - t_{ik1}) \cdot \text{BigM} \geq y_{i1} - \alpha \cdot x_{i1} \tag{11}$$

BigM은 큰 수를 의미한다. 부품 i, k의 투입이 결정되면 z_i 와 z_k 가 모두 1이된다. 동시에 위의 Fig 5와 같은 배치 상태가 결정되면 t_{ik1} 값이 1이 되면서 BigM 과 곱해지는 값이 0이된다. 그러면 BigM항이 없어지고 나머지 제약식이 좌표 변수들을 구속한다. 0, 1 의사 결정 변수 중 하나라도 0인 경우

에는 BigM이 남아서 제약식은 저절로 만족하면서 좌표 변수를 구속하지 않는다. 이러한 위치 관계는 모두 4개의 경우가 생길 수 있으며 나머지 세 개의 경우를 다음 Fig. 5~7에 각각 도시했다.

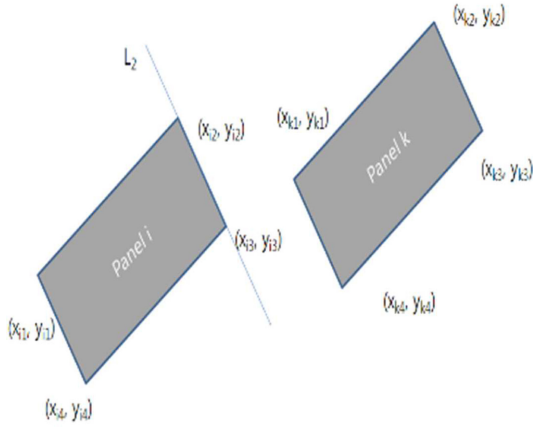


Fig. 5. Positional Relation 2 between part i and k.

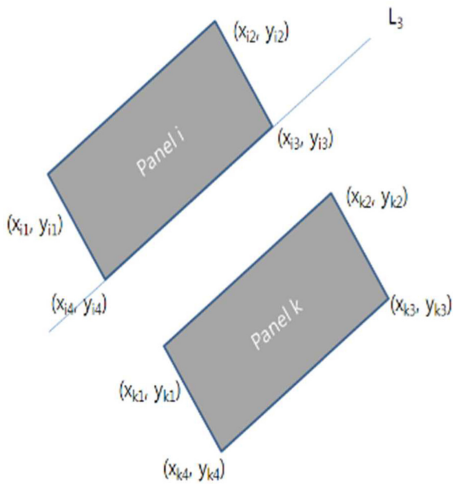


Fig. 6. Positional Relation 3 between part i and k.

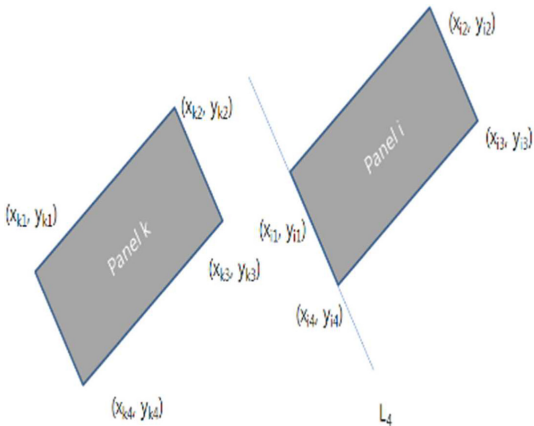


Fig. 7. Positional Relation 4 between part i and k.

각 위치 관계를 위한 제약을 위해 $t_{ik1}, t_{ik2}, t_{ik3}, t_{ik4}$, 의 변수를 이용한다. 그리고 각 관계에 대한 제약식은 앞에서 설명한 것과 비슷한 과정을 거쳐 생성할 수 있다. 위치 관계에 대한 제약은 총 4가지 경우 중 하나 이상만 성립하면 되므로 다음과 같은 제약 사항을 추가한다.

$$\sum_{p=1}^4 t_{ikp} \geq 1 \tag{12}$$

자재에 포함될 수 있는 부품은 다수 존재하며, 최종적으로 다음과 같은 식이 성립한다.

① $\theta > 0$ 인 경우. $\alpha = \tan\theta, \beta = \tan(\pi/2 + \theta)$

$$y_{k3} - \alpha \cdot x_{k3} + (3 - z_i - z_k - t_{ik1}) \cdot \text{BigM} \geq y_{i1} - \alpha \cdot x_{i1} \tag{13}$$

$$y_{k1} - \beta \cdot x_{k1} + (3 - z_i - z_k - t_{ik2}) \cdot \text{BigM} \geq y_{i2} - \beta \cdot x_{i2} \tag{14}$$

$$y_{k1} - \alpha \cdot x_{k1} \leq y_{i3} - \alpha \cdot x_{i3} + (3 - z_i - z_k - t_{ik3}) \cdot \text{BigM} \tag{15}$$

$$y_{k2} - \beta \cdot x_{k2} \leq y_{i1} - \beta \cdot x_{i1} + (3 - z_i - z_k - t_{ik3}) \cdot \text{BigM} \tag{16}$$

② $\theta = 0$ 인 경우

$$y_{k3} + (3 - z_i - z_k - t_{ik1}) \cdot \text{BigM} \geq y_{i1} \tag{17}$$

$$x_{k1} + (3 - z_i - z_k - t_{ik2}) \cdot \text{BigM} \geq x_{i2} \tag{18}$$

$$y_{k1} \leq y_{i3} + (3 - z_i - z_k - t_{ik3}) \cdot \text{BigM} \tag{19}$$

$$x_{k2} \leq x_{i1} + (3 - z_i - z_k - t_{ik4}) \cdot \text{BigM} \tag{20}$$

• 면적과 위치 제약

모든 할당이 가능한 부품의 면적 합은 배치가능 면적을 넘을 수 없으며, 각 좌표는 배치가능 범위를 넘을 수 없다. MaxX와 MaxY는 자재의 크기를 나타낸다.

$$\sum_{i=1}^N W_i \cdot L_i \cdot z_i \leq \text{MaxX} \cdot \text{MaxY} \tag{21}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq \text{MaxX} \tag{22}$$

$$0 \leq y_{ij} \leq \text{MaxY} \tag{23}$$

• 목적함수

$$\text{Maximize} \sum_{i=1}^N W_i \cdot L_i \cdot z_i \quad (\text{단}, (1 \leq i \leq N)) \tag{24}$$

4. 실험 및 결과 분석

수리 모형의 타당성을 검증하기 위한 실험 예제로 LCD 패널 제조업체 'A'사의 실제 편광 필름 모형 설계에 사용되는 데이터를 사용하였다. 크기 1520 * 1425의 자재에 A 타입 (305.6 * 482.96), B 타입 (262.35 * 415.44)의 두 가지 타입의 부품을 각각 최소 1개 이상 투입되고 상한은 타입별로 미리 계산된 한 가지 타입만을 고려하여 배치하였을 때의 최대값인 A 타입 9개,

B 타입 12개를 사용했다. 각각의 타입 별로 1개 이상 배치가 되어야 하기 때문에 허용 가능한 최대 각 타입 별 최대 배치 가능 개수는 8개와 11개를 적용한다.

3장의 수리 모형을 ILOG CPLEX로 구현하여 해를 구하였고 사용된 컴퓨터 환경은 core i5 M520 2.4GHz, 4GB RAM이다. 계산 시간은 최대 3600초까지 허용하였다. 각각 6개씩 타입 별로 부품이 배치되었으며, 1545295 mm²의 면적에 배치 가능한 해를 구할 수 있다.

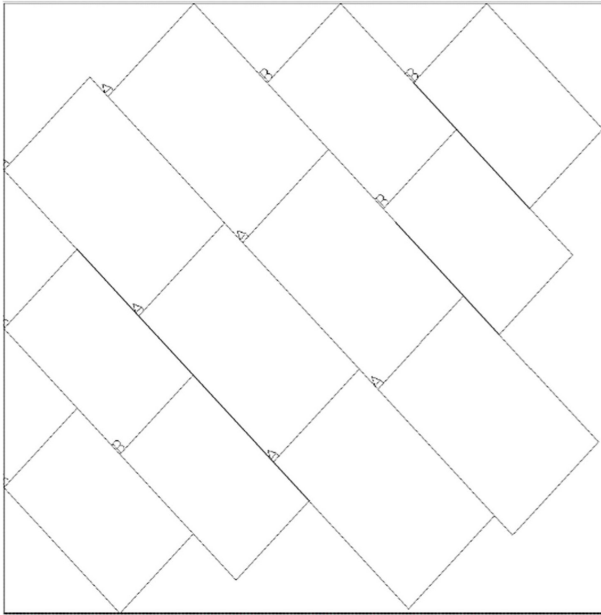


Fig. 8. Arrangement result of type A and type B parts in the 1520*1425 raw material.

다음 Fig. 8은 위의 조건으로 실험을 수행한 결과를 Auto CAD 를 이용하여 도시한 것이다.

본 연구에서 제시한 수리모형의 복잡성(Complexity)을 2장에서 소개했던 Beasley 모형의 복잡성과 비교한다. Beasley 모형의 간섭 배제 제약을 표현한 식(1)과 (2)의 절댓값을 벗겨내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

식 (1)의 경우 $x_1 - x_2 \geq (w_1 + w_2)/2$ 와 $x_2 - x_1 \geq (w_1 + w_2)/2$ 중 하나를 만족해야 하며 식 (2)의 경우 $y_1 - y_2 \geq (l_1 + l_2)/2$ 와 $y_2 - y_1 \geq (l_1 + l_2)/2$ 중 하나를 만족해야 한다. 이를 다시 정리하면 다음의 식(25)~(28)로 유도 할 수 있다.

$$y_k - y_i + (3 - z_i - z_k - t_{ik1}) \cdot \text{BigM} \geq (l_i + l_k)/2 \quad (25)$$

$$y_i - y_k + (3 - z_i - z_k - t_{ik2}) \cdot \text{BigM} \geq (l_i + l_k)/2 \quad (26)$$

$$x_i - x_k + (3 - z_i - z_k - t_{ik3}) \cdot \text{BigM} \geq (w_i + w_k)/2 \quad (27)$$

$$x_k - x_i + (3 - z_i - z_k - t_{ik4}) \cdot \text{BigM} \geq (w_i + w_k)/2 \quad (28)$$

수리 모형에서 문제의 복잡성(complexity)이 증가하는 원인은

0-1 변수의 수이다. Beasley 모형과 본 연구에서 제시한 모형은 부품의 배치 여부를 표현하는 변수 z와 각 부품 간의 위치 관계를 나타내는 변수 t를 사용한다. 변수 z와 변수 t는 두 모형 모두에서 동일하게 존재하며 이는 Beasley 모형과 본 연구의 모형의 성능 차이가 거의 없음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 모형은 각도 제약을 고려할 수 있는 범용적 모형임에도 불구하고 복잡성 측면에서도 뒤지지 않음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 LCD패널 절단 최적화를 위한 수리 모형을 제시하였다. 실제 사례를 풀이함으로써 수리모형의 타당성을 증명하였고, Beasley 모형과의 복잡성 비교를 수행하여 본 연구에서 제시한 수리모형이 보다 범용적이고 복잡성은 동일함을 보였다.

근래의 NGCSP의 풀이는 대부분 자재와 평행한 부품의 각도를 유지하면서 휴리스틱 기법을 이용하여 부품의 배치 순서를 정한 후 이를 BL 알고리즘을 사용하여 자재에 배치한다. 본 연구에서는 NGCSP의 부품의 배치 각도와 배치 위치를 동시에 고려할 수 있는 보다 범용적인 모형을 제시하였다.

부품 별 배치 가능 개수는 하나의 의사결정 변수이며 이러한 의사결정 변수가 늘어남에 따라 계산량은 대폭 증가하게 된다. 본 연구에서는 대략적인 부품 별 상한을 계산하였지만 추후 연구 방향으로는 부품 별 배치가능 개수의 상한을 효과적으로 결정하는 연구가 수행되면 효율성 면에서 큰 개선을 기대할 수 있다. 또한 현재의 수리 모형에 다양한 현실적 제약들의 적용을 연구함으로써 각종 NGCSP가 적용되는 산업에서 효율성을 증대시킬 수 있으며 사각형뿐만이 아닌 다각형의 배치를 고려한 연구도 중요한 추후 연구 분야 중 하나이다.

감사의 글

이 연구는 2014년도 강원대학교 학술연구조성비로 연구하였음(c1011620-01-01).

REFERENCES

- [1] G. Wäscher, H. Haußner, and H. Schumann, "An improved typology of cutting and packing problems", *Eur J Oper Res.*, Vol. 183, pp.1109-1130, 2007.
- [2] P. C. Gilmore, and R. E. Gomory, "A linear programming approach to the cutting stock problem—partII", *Oper Res.*, Vol. 11, pp.863-888, 1963.
- [3] P. C. Gilmore, and R. E. Gomory, "A linear programming approach to the cutting stock problem", *Oper Res.*, Vol. 9, pp.849-859, 1961.

- [4] M. Gradisar, and P. Trkman, "A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem", *Comput. Oper Res.*, Vol. 32, pp.1793-1807, 2005.
- [5] S. Umetani, M. Yagiura, and T. Ibaraki, "One-dimensional cutting stock problem to minimize the number of different patterns", *Eur J Oper Res.*, Vol. 146, pp.388-402, 2003.
- [6] P. C. Gilmore, and R. E. Gomory, "Multistage cutting stock problems of two and more dimensions", *Oper Res.*, Vol. 13, pp.94-120, 1965.
- [7] M. Hifi, "An improvement of Viswanathan and Bagchi's exact algorithm for constrained two-dimensional cutting stock", *Comput. Oper Res.*, Vol. 24, pp.727-36, 1997.
- [8] F. Vanderbeck, "A nested decomposition approach to a three-stage, two dimensional cutting-stock problem", *Manag. Sci.*, Vol. 47, pp.864-79, 2001.
- [9] E. K. Burke, G. Kendall, and G. Whitwell, "A new placement heuristic for the orthogonal stock cutting problem", *Oper Res.*, Vol. 52, pp.655-71, 2004.
- [10] Ben Messaoud S, Chu C, and M. Espinouse, "Characterization and modelling of guillotine constraints", *Eur J Oper Res.*, Vol. 191, pp.112-126, 2008.
- [11] J. E. Beasley, "An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure", *Oper Res.*, Vol. 33, pp.49-64, 1985.
- [12] M. Gradisar, J. Jesenko, and C. Resinovic, "Optimization of roll cutting in clothing industry", *Comput. Oper Res.*, Vol. 24, pp.945-953, 1997.
- [13] A. Abuabara, and R. Morabito, "Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts", *Ann Oper Res.*, Vol. 169, pp.149-165, 2009.
- [14] S. Koch, S. Konig, and G. Wscher, "Integer linear programming for a cutting problem in the wood-processing industry: a case study", *Int Trans Oper Res.*, Vol. 16, pp.715-726, 2009.
- [15] Z. Degraeve, and L. Schrage, "Optimal Integer Solutions to Industrial Cutting Stock Problems", *INFORMS J Comput.*, Vol. 11, pp.406-419, 1999.
- [16] R. D. Tsai, E. M. Malstrom, and H. D. Meeks., "A two-dimensional palletizing procedure for warehouse loading operations", *IIE Trans.*, Vol. 20, pp.418-425, 1988.
- [17] T. W. Leung, C. H. Yung, and M. D. Troutt, "Applications of genetic search and simulated annealing to the two-dimensional non-guillotine cutting stock problem", *Comput. Ind Eng.*, Vol. 40, pp.201-214, 2001.
- [18] Y. G. G, and M. K. Kang, "A fast algorithm for two-dimensional pallet loading problems of large size", *Eur J Oper Res.*, Vol. 134, pp.193-202, 2001.
- [19] A. Bortfeldt, and T. Winter, "A genetic algorithm for the two-dimensional knapsack problem with rectangular pieces", *Int Trans Oper Res.*, Vol. 16, pp.685-713, 2009.
- [20] J. F. Tsai, P. L. Hsieh, and Y. H. Huang, "An optimization algorithm for cutting stock problems in the TFT-LCD industry", *Comput. Oper Res.*, Vol. 57, pp.913-919, 2009.
- [21] H. C. LU, and Y. H. Huang, "An efficient genetic algorithm with a corner space algorithm for a cutting stock problem in the TFT-LCD industry", *Eur J Oper Res.*, Vol. 246, pp.51-66, 2015.
- [22] J. F. Gonçalves, and M. G. C. Resende, "A hybrid heuristic for the constrained two-dimensional non-guillotine orthogonal cutting problem", Tech Rep., AT&T Labs Research, Florham Park, NJ, 2006.