

Fractal Image Coding by Linear Transformation of Computed Tomography

Jae-Hong Park,^{1,*} Cheol-Woo Park²

¹Department Radiological Technology, Choonhae College of Health Science

²Department of Electronic Information Communication, Dong-Pusan College

Received: June 12, 2017. Revised: July 15, 2017. Accepted: August 31, 2017

ABSTRACT

The existing fractal compression method is effective in generating an artificial shape by approximating its partial regions to a domain block by re-dividing the whole image into a domain region and dividing it into several domain blocks, but it is difficult to implement a computer. In this study, it is difficult to approximate a complex block such as a large-sized block and an affine transformation because a large amount of calculation is required in searching for a combination of similar blocks through a transformation, so a large amount of coding time is required

Keywords: Fractal, Linear, CT, PSNR,

I. INTRODUCTION

지식과 정보에 의해 21세기를 정보화 사회라 일컬으며 사회의 여러 분야에서 가치창조의 중요한 요소가 되어가면서, 특히 1895년 12월 빌헬름 콘라드 뢰트겐(Wilhelm Conrad Röntgen)이 x-ray를 발견한 이래 의료영상기기는 질병의 진단과 치료에 중요한 역할을 해오고 있다. 의료영상 기기는 일정한 전자기파 에너지를 투과하면 인체 내의 밀도와 성질에 따라 입사, 반사, 또는 투과되는 특징을 이용하여 인체 내부의 영상을 획득한다. 과거 수십 년간 방사선의 응용이 유일한 의료영상이었으나, 최근에는 초음파, 자기장, 레이저 등을 이용한 다양한 의료영상 기기가 개발되고 있다. 현대 의료현장에서 사용되는 의료영상 기술 분류별 분포를 보면 X선영상 기술이 70%, 초음파 진단 기술이 11%, CT가 8%, MRI가 5%, 핵의학영상 기술이 3%로 임상에서 활용되고 있어서 의료영상데이터의 디지털전송, 저장 및 처리에 대한 요구가 급격히 증가되면

서 대량의 영상 데이터를 제한된 대역폭을 갖는 전송로도 전송되거나 디지털영상매체에 효율적으로 저장하기 위해 영상신호압축 기법이 연구되어 왔다. 1977년 Benoit B.Mandelbrot는 프랙탈 기하학을 도입하여 유클리드 기하학으로 표현할 수 없는 자연의 복잡한 영상을 나타내기 위한 수학적인 모델을 제시하였다.^[1] 프랙탈 기하학이 갖는 특징은 크기와 관계없이 작은 부분이 전체와 같아지는 자기유사성(self similarity)^[2-4]과 복잡한 자연 형상을 자연스럽게 묘사할 수 있는 순환성(recursiveness)이 있고 차원을 유리수로 표현할 수 있다는데 있다.^[5-7]

프랙탈 영상 압축에서의 가장 큰 문제점은 복원시의 시간은 짧은데 비해 부호화 시간이 오래 걸리며 또 부호화 시간을 짧게 했을 경우 화질이 떨어지는 문제점이 있다. 최근 이러한 문제를 해결하기 위해 많은 연구가 진행되고 있다.^[8-9]

본 논문에서는 영상을 분할한 도메인블록 특성을 밝기의 평균과 분산으로 분류하여 리스트를 구성한 후 레인지블록과 같은 특성을 가지는 도메인

블록만 검색하도록 하고 같은 클래스에 속하는 리스트 탐색시 1차 허용오차가 일정 임계치에 도달하면 전체 리스트를 검색할 필요 없이 아핀변환값(affine-transformation value)^[5]을 결정하도록 하여 탐색 시간을 줄였다. 또한 쿼드트리(quad tree)분할법^[10]으로 레인지블록의 크기를 가변시켜 변환(w_i)의 수를 줄임으로서 압축효율을 높이고 레인지블록의 크기에 따라 탐색 영역의 탐색 밀도를 변화시켜 부호화 시간과 화질의 관계를 조사하였다.^[12-15] 이러한 영상 기법을 전산화단층촬영의 선형변환에 영상을 적용하였다.

II. MATERIALS AND METHODS

1. THEORETICAL BACKGROUND

완전 척도 공간(complete metric space) (F,d)에서 W를 축소변환(contractive transformation)이고,

$$d(w(x),w(y)) < s\delta(x,y) \quad (1)$$

여기서, d는 척도(metric)이며, s는 변환의 축소성(contractivity)를 나타낸다.

$$x_w = W(x_w) = \bigcup_{i=1}^n w_i(x_w) \quad (2)$$

이러한 축소 변환으로 이루어진 계를 IFS(iterated function system)라 한다.

$$\delta(x_w, f) \leq (1-s)^{-1}\delta(W(f), F) \quad (3)$$

이 식은 자신의 변환(covering) $W(f)$ 가 원영상 f 와 차이가 작을수록 고정점 x_w 는 원영상 f 와 유사하다는 것을 의미하며, 특히 변환 W가 축소가능(contractive)하다면 정확하게 일치한다. 식(3)을 만족하는 IFS를 구성하고 임의의 초기 영상에 대해 IFS변환 W를 반복 적용하면 원 영상을 복원할 수 있다. 이와 같은 과정을 역변환 문제(inverse problem)라고 한다.

반복함수계는 단위블록 화상간의 자기유사성을 나타내기 위해서 아핀변환 식(4)로 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ J(x',y') \end{bmatrix} = w_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ I(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i & 0 \\ c_i & d_i & 0 \\ 0 & 0 & s_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ I(x,y) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $I(x,y)$ 과 $J(x',y')$ 는 레인지와 도메인 블록내의 화소 밝기 값을 나타낸다. 이 식은 두 영상간의 유사성을 표현하며, 기하변환(geometric transformation)은 도메인블록이 레인지블록에 매핑 되는 방법을 결정하며 2차원 아핀변환 형식으로 나타난다. a, b, c, d 는 기하변환과 셔플(suffle)변환을 나타내고 e_i 와 f_i 는 레인지블록과 정합될 수 있는 도메인블록의 좌표를 표시한다. 이 때 기하변환은 축소가 가능해야 한다. 셔플변환은 미리 정해진 8가지 변환을 사용한다.^[7] 수치변환은 기하변환이 이루어진 도메인블록이 레인지블록과 유사성을 가지도록 화소값을 변경시킨다.

s_i 은 밝기 계조도변수, o_i 는 밝기조절변수를 나타낸다. 이러한 아핀변환계수는 임의의 초기 영상에 반복 적용하여 원래 영상이 복원된다.^[12-15]

2. APPLIED ALGORITHMS

선형변환(Fisher)방법은 원 영상을 $B \times B$ 크기의 레인지 블록으로 나누며, 각 레인지 블록에 대해서 탐색하게 될 $D \times D$ ($D=2B$)크기의 도메인 블록을 영상 내에서 결정하였으며, 부호화 과정은 다음과 같다.

레인지 블록의 집합은 쿼드트리 분할된 블록들로 구성되고 도메인 블록의 집합은 레인지블록 크기의 2배가 되도록 한다. 쿼드트리 분할은 영상의 최초 블록에 대응하는 각 노드가 4개로 분할된 부노드를 포함하고 있는 트리(tree)로 영상을 표현하는 것이다. 이 때 트리의 Root는 초기 영상이 된다. 최초의 트리깊이로 영상이 쿼드트리 분할된 후 최초 노드의 레인지 블록이 2배 크기의 도메인들과 비교된다. 이 때 레인지 블록과 비교되는 도메인 블록의 크기는 레인지 블록의 크기와 같아야 하므로 원 영상에서 4개의 화소를 평균한 화소를 도메

인영역의 화소로 한다. 화소값의 아핀변환값(즉, Scaling과 Offset)은 변환된 도메인 화소값과 레인지 화소값 사이의 유효값(RMS)차를 최소로 하면 구할 수 있다. 모든 가능한 도메인이 하나의 레인지와 비교된 후 계산된 유효값이 허용오차 임계값 이상이거나 쿼드트리의 깊이가 지정된 최대 깊이 이하이면 레인지는 4개의 블록으로 분할되고 블록간 유효값 차를 구하는 과정이 반복되며 계산된 유효값이 허용오차 임계치 이하이면 하나의 변환 w_i 를 구성하는 도메인 좌표와 아핀변환값이 저장되어 이 과정을 모든 레인지 블록에 적용한다. 각 도메인은 8가지 다른 방법(회전 및 반사)으로 레인지블록위로 변환될 수 있어야 하지만, 선형변환방법은 고정된 회전만 정의하고 있으므로 한 가지 또는 두 가지 방향으로만 고려된다. 계수 변환값 s_i 와 o_i 는 유효값 척도를 이용하여 레인지 블록의 화소값과 변환된 도메인좌표 값의 차이를 최소화하여 구한다. 실제로는 최소 자승법(least square)을 적용하여 계산하며, 도메인 블록의 화소 밝기가 a_1, \dots, a_n 이고 레인지 블록의 화소 밝기 b_1, \dots, b_n 인 두개의 블록이 있다고 할 때 다음 식을 최소로 하면 s_i 와 o_i 의 최적값을 계산할 수 있다.

$$R = \sum_{i=1}^n (s \cdot a_i + o - b_i)^2 \quad (5)$$

이 식은 변환된 도메인 블록의 화소 밝기값 a_i 가 레인지 블록의 원래의 화소 밝기값 b_i 와 최소 거리가 되도록 콘트라스트와 브라이트를 정하는 것이다. R 의 최소값은 s 와 o 에 대해 편미분하고 각각을 0으로 두면 구할 수 있다.

부호화된 영상을 복원하는 과정은 역행렬 연산을 이용하였다. 반복 변환에 의해 영상을 복원하기 위해, 초기 영상 f_0 를 취하고 $f_n = \mathcal{W}(f_{n-1})$ 를 반복 적용시킨다. 이것은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_n(x, y) = s_i f_{n-1}(v_i^{-1}(x, y)) + o_i \quad (6)$$

여기서 i 는 조건 $(x, y) \in R_i$ 에 의해 결정된다. 해상도가 $M \times M$ 인 영상에 적용하면 영상을 열벡터(column vector)로 표현할 수 있다.

$$f_n = S^n f_0 + \sum_{j=1}^n S^{j-1} O \quad (7)$$

만약 $s_i < c < 1$ 이면 위의 첫 번째 항의 극한값은 0에 수렴한다. $I - S$ 가 역변환 가능하면

$$f_\infty = \sum_{j=0}^{\infty} S^j O = (I - S)^{-1} O \quad (8)$$

이 된다. 이때 I 는 항등행렬이다. 이것은 $f_n(x, y)$ 의 각 화소값은 단지 한 개(또는 몇 개)의 다른 화소값 $f_{n-1}(v_i^{-1}(x, y))$ 에 의해서 결정되는 것을 나타낸다.^[12-15]

III. RESULT AND REVIEW

전산화단층촬영(CT; Brain) 영상은 256×256 영상이다. 실험환경은 IBM-Workstation에서 C-언어로 프로그램 하였으며, 실험결과에 대한 성능 비교의 기준은 부호화시간, 압축률, PSNR(peak signal to noise ratio)을 사용하였다. 레인지블럭의 크기는 32×32, 16×16, 8×8로, 도메인블럭의 크기는 64×64, 32×32, 16×16로 쿼드트리 분할하였다. 탐색량을 줄이기 위해 부호화에 앞서 부호화하기 전에 도메인 풀에 있는 모든 도메인을 쿼드트리 분할하고 분할된 블록을 화소의 밝기값에 따라 3 클래스, 분산값에 따라 24 클래스로 분류하여 블록 크기별로 동일한 클래스를 가지는 블록들은 리스트로 구성하였다. 레인지블럭과 가장 닮은 도메인블럭을 리스트에서 탐색할 때 허용오차 임계치를 1차, 2차로 구분하여 리스트의 탐색 중간에 1차 허용오차 한계 내에 들면 리스트를 끝까지 탐색하지 않고 한 개의 w_i 를 구성하는 최적의 도메인 위치와 아핀 변환값을 결정한다. 이때 1차 허용 오차 한계가 만족되지 않으면 2차 허용오차 한계 및 트리의 깊이를 판단한 후 쿼드트리분할 여부 및 변환값 결정을 하고 레인지

블록으로 이동하며 이러한 모든 변환의 집합 $W = \cup w_i$ 가 부호화를 구성한다.^[12-15]

Fig. 1은 전산화단층촬영의 원 영상(CT; Brain) 을 나타내며,

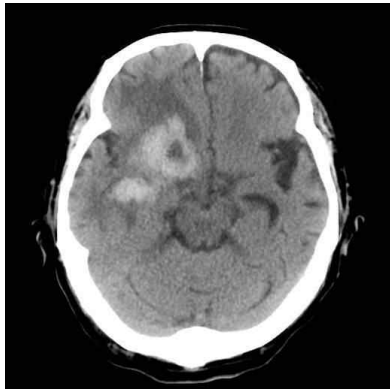


Fig. 1. Original image(CT; Brain).

Table 1. Linear transformation of CT images

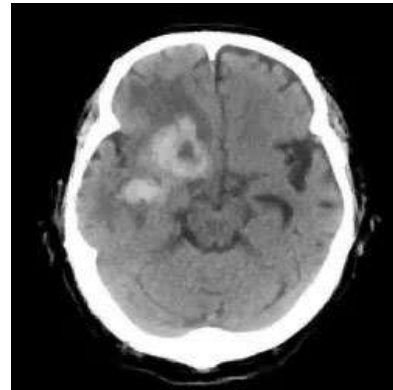
탐색 밀도	정보량	부호화 시간	부호화 후 비트	압축률	비트율 (%)	PSNR
D	65536	1000ms	7573	8.65	11.5	31.58
D/2		1000ms	7846	8.35	11.9	32.93
D/4		1000ms	7819	8.38	11.9	33.99

Table 1에서 탐색밀도에 따른 부호화시간, 부호화 비트, 압축률 및 PSNR 결과치 이다. 예러 판정 허용오차 임계치를 크게 하면 압축률은 더 높일 수 있으나 화질에 영향을 준다. 즉 화질보다 압축률에 비중이 큰 영상은 예러 판정 허용 오차 임계치를 크게 하여 예러블록을 줄여 부호화하면 된다.

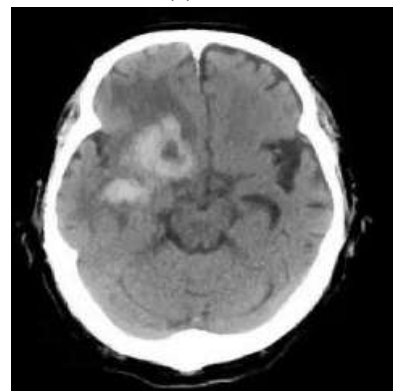
Fig. 2는 탐색밀도에 따른 복원된 CT 영상이다.



(a) D



(b) D/2



(c) D/4

Fig. 2. Reconstructed CT images according to search density.

IV. CONCLUSION

기존의 프랙탈 압축 방법은 전체 영상을 도메인 영역으로 하여 몇 개의 레인지블록으로 재분할하여 하나의 도메인 블록에 자신의 부분영역들을 근사화 시키므로 인공적인 형상을 만들어 내는 데는 효과적이나 컴퓨터 구현이 어렵다, 본 연구에서는 선형변환을 통하여 닳은 블록의 조합을 찾기 위한 탐색 작업시 계산량이 많으므로 부호화시간이 많이 걸리는 점이 생겨서 추후 블록을 근사시키기 위해 아핀변환과 같은 크기가 크고 복잡한 블록을 근사화 시키기는 어려워서 이에 대한 연구가 더 진행되어야 할 것으로 본다.

Acknowledgements

“이 논문은 2016년도 춘해보건대학교 학술연구비 지원에 의한 것임”

Reference

- g for variable block of fractal", J. Korean. Social Radiology, Vol. 8, No. 7, 2014.
- [1] Benoit.b.Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W.H Freeman and Company, New York, 1977.
- [2] A.E.Jacquin, "Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations", *IEEE Trans. Image Process.*,vol.IP-1,pp.18-30,Jan.1992.
- [3] D.M. Monro and F.Dudbridge, "Fractal approximation of image blocks" in *Proc. Int.Conf.Acoust. Speech, Signal Processing '92.* vol.3, pp.485-488, San Francisco, California, Mar. 1992.
- [4] S.Lepsøy, G.E. Øien, and A. Ramstad, "Attracts image compression with a fast non-iterative decoding algorithm" in *Proc.Int,Conf.Acoust.Speech.Signal Processing '93*,vol.5, pp.337-340, Minneapolis, Minnesota, Apr. 1993.
- [5] M.Barnsley, *Fractals Everywhere*, San Diego:Academic Press, 1988.
- [6] M.F Barnsley,V.Ervin,D.Hardin and J.Lancaster,"Solution of an inverse problem for fractals and other Sets", *Proceedings of the National Academy of Science U.S.A.*, Vol. 83, pp.1975-1977, 1985.
- [7] A.Jacquin, *A Fractal Theory of Iterated Markov Operators with Application to Digital Image Coding*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology August 1989.
- [8] A.J.Crilly,R.A.Earnshaw,H.Jones, *Fractals and chaos*, Springer-verlag, New York,1991.
- [9] M.G Alkhansari and T.S.husang,"A fractal-based image-coding algorithm", in *Proc.Int, Cont. Acoust.,Speech, Signal Processing '93*, Vol.5, pp. 345-348, Minneapolis, Minnesota, Apr. 1993.
- [10] Y.Fisher, E,W.Jacobs ,R.D.Boss,"Fractal Image Compression Using Iterated Transforms", *Technical Report*, Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA92142-5000.
- [11] H.O.Peitgen,H.Jrgens, and D.Saupe.,*Chaos and Fractals*, Springer-Verlag, New York, 1992.
- [12] Jae-Hong Park, Cheol-Woo Park, Won-Seok Yang, "Fractal image coding for improve the quality of medical images", *J. Korean. Social Radiology*, Vol. 8, No. 1, 2014.
- [13] Jae-Hong Park, Cheol-Woo Park,"Color image coding

전산화단층촬영의 선형변환에 의한 프랙탈 영상 부호화

박재홍,^{1,*} 박철우²

¹춘해보건대학교 방사선과

²동부산대학교 전자정보통신과

요 약

기존의 프랙탈 압축 방법은 전체 영상을 도메인 영역으로 하여 몇 개의 레인지블록으로 재분할하여 하나의 도메인 블록에 자신의 부분영역들을 근사화 시키므로 인공적인 형상을 만들어 내는 데는 효과적이거나 컴퓨터 구현이 어렵다. 본 연구에서는 전산화단층촬영의 선형변환을 통하여 탐색밀도에 따른 부호화시간, 부호화 바이트, 압축률 및 PSNR를 구하고, 에러 판정 허용오차 임계치를 크게 하면 압축률은 더 높일 수 있으나 화질에 영향을 준다. 즉 화질보다 압축률에 비중이 큰 영상은 에러 판정 허용 오차 임계치를 크게 하여 에러 블록을 줄여 부호화하면 된다. 많은 블록의 조합을 찾기 위한 탐색 작업시 계산량이 많으므로 부호화시간이 많이 걸리는 점이 생겨서 추후 블록을 근사시키기 위해 아핀변환과 같은 크기가 크고 복잡한 블록을 근사화 시키기는 어려워서 이에 대한 연구가 더 진행되어야 할 것으로 본다.

중심단어: 프랙탈, 선형변환, 전산화단층촬영, PSNR,