East Asian Math. J.
Vol. 33 (2017), No. 4, pp. 353-380
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2017.027

2015 개정 초등수학 교과서 2학년 곱셈 단원 분석

A Study on the 2nd Grade Multiplication Units in 2015 revised Elementary Mathematics Textbooks

김 성 준

ABSTRACT. The purpose of this study is to analyze the multiplication units in the elementary school mathematics. In the 2015 revised curriculum, students learn multiplication in 2nd grade. The multiplication units is divided into two: multiplication and multiplication facts. In these two units, we mainly analyze situations involving multiplication, models for teaching multiplication, and multiplication strategies for teaching multiplication facts in relation to Subject Matter Knowledge. We called these contents Multiplication Matter Knowledge.

We examined the precedent study with regard to multiplication at the elementary mathematics. As results, we prepared an analysis framework for this study. This study was conducted according to qualitative research methods, expecially 'qualitative contents analysis'. The contents here refer to Multiplication Matter Knowledge that can be found in the elementary mathematics textbooks and working books etc.

As results of analysis, We can confirm that various multiplication situations and multiplication models are presented in the textbooks. And it has been examined that various multiplication properties are presented in the textbook according to the multiplication strategy levels. We insist elementary school teachers should be aware of these Multiplication Matter Knowledge. This study aims to provide elementary school teachers with basic data in these contexts.

Received June 13, 2017; Revised August 1, 2017; Accepted August 14, 2017.
2010 Mathematics Subject Classification: MSC 97C30, 97D50
Key words: multiplication, multiplication facts, situation(models) of multiplication, multiplication strategies, elementary mathematics textbooks, Subject Matter Knowledge, Multiplication Matter Knowledge

(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

Ⅰ. 서론

우리나라 2015 개정 교육과정에 따르면 곱셈은 초등학교 2학년 1학기에 처음 도입된다. 2학년 1학기 6단원 '곱셈' 단원은 곱셈의 기초를, 2학년 2학기 2단원 '곱셈구구' 단원은 곱셈구구를 다루고 있다. 단원별 내용을 살펴보면, '곱셈' 단원에서는 여러 가지 수 세기와 묶음을 이용한 수 세기를 지도하고, 몇 씩 몇 묶음의 묶어 세기에서 몇의 몇 배에 해당하는 배 개념을 제시한다. 배 개념으로 도입한 곱셈에서 곱한 결과인 곱을 알기 위한 방법으로 반복 덧셈 즉, 동수누가를 제시하고, 여러 가지 실생활 상황에서 곱셈식을 표현하게 한다(교육부, 2017b). '곱셈구구'에서는 곱셈의 기초에 이어서 곱셈구구를 집중적으로 지도하는데, 2의 단부터 시작하여 9의 단을 거쳐 1의 단(0과 어떤 수의 곱)까지의 곱셈구구를 다루고 곱셈구구의 활용을 제시한다(교육부, 2017c). 이처럼 '곱셈' 단원의 지도 요소는 곱셈의 기초에 해당하는 묶어 세기, 배, 곱셈, 곱셈식 등이 있으며, '곱셈구구' 단원은 곱셈구구, 곱셈의 활용, 곱셈표 등을 지도 요소로 하고 있다(교육부, 2015).

한편 연구자는 대학부설 과학영재교육원 수업에서 초등수학영재를 대상으로 '곱셈은 무엇이니?'라는 질문을 한 적이 있다.[1] 이 질문에 대한 학생들의 답변은 간단하게 '곱셈은 계속 더하는 것이에요'였다. 이어서 '그렇다면 곱셈구구는 어떻게 하니?'라는 질문에는 '곱셈구구는 그냥 (저절로) 외우는 것이에요'라는 답변을 들을 수 있었다. 이는 초등수학에서 곱셈 개념을 '반복 덧셈'으로, 곱셈구구는 '기계적인 암송'으로 받아들이고 있음을 보여 주는 일화이다. 이는 2007 개정 교육과정까지 초등수학 교과서에서 학생들의 곱셈 개념 발달을 위한 다양한 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략과 그에 따른 곱셈 성질 등이 제시되지 않았다는 사실과 그에 따라 현장 수업에서 교사들이 곱셈과 관련해서 이러한 '곱셈 내용 지식'[2]을 명확하게 인식하지 못했다는 것과 관련지어 생각해볼 수 있다(정영옥, 2013). 곧, 초등수학은 곱셈의 도입에서부터 다양한 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델을 통한 곱셈 개념의 지도가 중요하며, 곱셈구구구의 지도에서 곱셈 전략과 곱셈 성질을 통한 원리의 이해가 중요한데(장미라, 2006; 강흥규, 2009), 이와 달리 수업에서 이러한 논의가 스며들지 않았음을 간접적으로 보여주는 대목이다. 이에 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 초등수학 교과서[3]부터는 다양한 곱

---

1) 수업은 2016년 9월에 이루어졌으며, 수업에 참여한 초등수학영재는 초등학교 6학년이었다. 이들이 초등학교 2학년이었던 시기는 2012년으로 이때는 2007 개정 수학과 교육과정이 초등학교에 적용되던 시점이다.

2) 본 연구에서는 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략, 곱셈 성질 등을 곱셈 내용 지식으로 규정한다. 이는 Ball et a1.(2008)에 제시된 교과 내용 지식(Subject Matter Knowledge)과 관련하여 기술한 것이다.

3) 본 연구에서는 '2009 개정 수학과 교육과정에 따른 초등수학 교과서'를 '2009 개정 수학 교과서'로 간략하게 기술하고, 이하 다른 교육과정에서도 같은 방식으로 기술한다.

셈 상황을 비롯하여 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략과 곱셈 성질 등 곱셈 내용 지식이 교과서에서 보다 구체적으로 제시되었다(정영옥, 2013). 그러나 '곱셈' 단원에서 곱셈의 기초를 다루고 '곱셈구구' 단원에서 곱셈구구를 지도하면서 이러한 곱셈 내용 지식에 대한 교과서 분석은 지금까지 명확하게 이루어지지 않았다.

본 연구는 이 부분에 주목하여 초등수학 교과서에 제시된 곱셈 내용 지식을 집중적으로 분석하고자 한다. 특히 2015 개정 수학 교과서가 개발되고 적용되는 시점에서 교과서를 중심으로 다양한 곱셈 개념(배, 동수누가, 곱집합 등)을 지도하기 위한 여러 가지 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델을 구체적인 예와 함께 살펴보는 것은 곱셈의 기초를 분명하게 이해하는데 보탬이 될 수 있다. 또 곱셈구구의 원리를 지도하기 위한 곱셈 전략과 곱셈 성질 등을 교과서 분석을 통해 살펴봄으로써 초등수학에서 곱셈의 기초 및 곱셈구구 지도를 위한 다양한 논의를 이끌어낼 수 있을 것이다.

이를 위해 본 연구는 2015 개정 수학 교과서를 중심으로 곱셈 내용 지식을 분석하기 위한 2가지 연구 문제를 설정한다. 첫째, '곱셈' 및 '곱셈구구' 단원에서 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델을 검토하는 것으로, 이 과정에서 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델이 곱셈 개념과 어떻게 연결되어 있는지를 살펴본다. 둘째, 이들 단원에서 곱셈 전략 및 곱셈 성질 등이 각 수준에 따라 구체적으로 어떻게 제시되고 있는지 특히 곱셈구구에 초점을 맞추어 분석하는 것으로, 이를 통해 초등수학에서의 곱셈구구 지도를 위한 다양한 곱셈 전략 및 곱셈 성질에 대해 살펴본다.

Ⅱ. 선행연구 고찰

본 연구는 초등수학에서 진행된 곱셈 관련 선행연구를 검토하기 위해, 한국교육학술정보원(www.riss.kr)에서 먼저 '초등수학 곱셈'이라는 키워드 검색을 실시하였다. 그 결과, 학위논문은 224건, 국내학술지논문은 93건(2017년 6월 7일 기준) 등 총 466건이 검색되었다. 여기서 '상황'을 키워드로 추가해서 재검색하면 학위논문 78건과 국내학술지논문 15건으로 제한되고, 다시 '모델'을 추가할 경우 학위논문 20건과 국내학술지논문 4건을 관련 선행연구로 찾아볼 수 있다.

먼저 학위논문 가운데 본 연구와 유사한 형태로 진행된 것은 김상근(2008)의 연구를 들 수 있다. 이 연구는 1차 교육과정부터 7차 교육과정까지 초등수학 교과서에 나타난 곱셈의 기초와 곱셈 구구 지도 방법을 교수학적 변환론에 근거하여 분석한 것으로, 곱셈의 지도 시기와 순서, 제시 방법 등을 비교하고 있다. 그러나 교육과정 변화에 근거하여 각 교육과정별 비교에 초점을 두었기에 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델, 그리고 곱셈 전략이나 곱셈 성질 등 곱셈 내용 지식에 대한 분석은 이루어지지 않았다.

다음으로 국내학술지논문 검색 결과인 4건을 살펴보면, 임재훈(2012)의 연구는 초등수학 교과서를 중심으로 분수 곱셈 알고리즘 구성 활동을 모델과 연계하여 분석한 것

으로, 본 연구의 자연수 곱셈 연산에서의 곱셈 내용 지식과는 다른 논의가 이루어졌다. 또 최지영, 방정숙(2011)의 연구는 초등학교에서의 대수적 추론 능력을 검증하는데 초점을 맞춘 것으로, 이 가운데 곱셈 개념 등을 일부 다루고 있지만 역시 본 연구 주제와는 차별화된다. 이에 비해 다른 2건의 연구는 본 연구를 위한 분석틀에 토대를 제공했는데, 강흥규(2009)의 연구는 자연수 곱셈 개념의 지도 방안으로 배 개념에 기초한 곱셈의 도입을 실험적으로 검증한 것으로, 곱셈 개념을 비롯하여 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델에 대한 논의를 찾아볼 수 있다. 또 정영옥(2013)의 연구는 2009 개정 교육과정을 중심으로 자연수 곱셈 지도를 분석한 것으로, 이를 위해 곱셈 개념에서부터 출발하여 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 그리고 곱셈 전략과 곱셈의 성질 등 곱셈 내용 지식과 관련하여 국내외 연구 결과를 종합하여 제시하고 있다.

한편 선행연구 검토 결과 2가지 특징을 찾아볼 수 있었다.

먼저 수의 범위라는 관점에서 선행연구를 볼 때, 초등수학에서의 곱셈 지도 연구는 자연수보다는 주로 분수와 소수를 그 대상으로 한다는 점이다. 이를테면, 학위논문의 경우 김상근(2008)을 제외하면 자연수에서의 연구는 찾아볼 수 없는 반면, 분수와 소수에서는 이대현(2010), 진성현(2015) 등을 비롯하여 다양한 연구가 진행되어왔음을 알 수 있다.

다음으로 자연수 범위로 곱셈 지도 연구를 국한할 경우, 곱셈구구에 대한 연구는 곱셈의 기초에 대한 연구에 비해 빈도수가 높지 않았는데, 곱셈구구 관련 연구로는 김상근(2008), 김현(2014)의 2건에 지나지 않았다. 그러나 여기서도 곱셈구구 지도에 있어서 곱셈 전략이나 곱셈 성질에 대한 논의는 제시되지 않고 있다. 반면 이들 연구에서 후속연구를 제안한 부분에서 본 연구의 연구 문제와 일치하는 대목을 찾아볼 수 있다. 김상근(2008)에서는 곱셈 기초와 곱셈구구 지도 요소의 세분화와 체계적인 개념화가 필요하다고 보았는데, 특히 곱셈구구의 구성 원리를 이해할 수 있도록 구체적인 모델이 필요하며 곱셈구구에서의 교환법칙 등을 통해 곱셈구구에서 각 단의 원리를 추론하는 과정에 대한 연구가 필요하다고 보았다. 이는 본 연구의 연구 문제 중 곱셈의 기초와 곱셈구구에서 곱셈 지도 모델 및 곱셈 전략을 초등수학 교과서를 중심으로 분석하려는 시도와 정확하게 일치한다. 또 김현(2014)의 연구에서는 학생들이 암송에만 의존하여 곱셈구구를 학습하기에 곱셈구구의 전략 및 성질을 지도하는데 어려움을 있다고 보았는데, 이 역시 본 연구에서 제시한 곱셈 내용 지식 중 곱셈 전략과 곱셈 성질을 분석하는 것과 관련지어 생각해볼 수 있다.

본 연구는 초등수학에서의 자연수 곱셈 지도를 위한 구체적인 논의를 곱셈 내용 지식을 중심으로 살펴보기 위한 것으로, 강흥규(2009), 정영옥(2013)의 연구에 제시된 논의를 토대로 2015 개정 수학 교과서에서 이를 구체화한다. 자연수 곱셈 연산을 도입하는 2학년 수학에서 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델을 중심으로 교과서 사례를 제시하고, 또 곱셈 전략과 곱셈 성질을 단계별로 제시한 분석틀에 따라 2015 개정 수학 교

과서에서 그 내용을 살펴봄으로써 초등수학수업에서 활용할 수 있는 곱셈 내용 지식을 분석한다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구는 2015 개정 수학 교과서를 중심으로 곱셈의 기초 및 곱셈구구의 지도 내용 즉 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략, 곱셈 성질 등 곱셈 내용 지식을 집중적으로 분석하기 위한 것이다. 이를 위해 본 연구에서는 선행연구를 검토하여 이론적 틀을 마련하였으며, 2015 개정 교육과정에서 개발된 초등수학 2학년 1학기 교과서(교육부, 2017b)와 현재 개발 중인 2학년 2학기 교과서(교육부, 2017c)[4]를 중심으로 곱셈 내용 지식을 차례로 분석한다.

먼저 '곱셈' 및 '곱셈구구' 단원에서 <표 1>의 곱셈 상황 및 <표 2>의 곱셈 지도 모델에 따라 그 내용을 검토하였다. 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델과 관련해서는 강흥규(2009)와 정영옥(2013)의 연구에서 분석을 위한 틀을 마련하였다. 먼저 곱셈 개념을 간략하게 살펴보았는데, 이는 곱셈 개념이 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델에 직접 연결되어 있기 때문이다. 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델을 위한 분석틀은 2015 개정 교사용 지도서 2학년 1학기(교육부, 2017a)를 참고하는 한편, 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델에 관한 연구 결과를 종합하여 <표 1>, <표 2>와 같이 유형화된 형태로 개발되었다.

<표 1> 곱셈 상황

곱셈 상황
똑같은 묶음
곱셈적 비교
직사각형의 넓이와 배열
테카르트 곱

<표 2> 곱셈 지도 모델

곱셈 지도 모델
묶음 모델
직선 모델
배열 모델
조합 모델

본 연구는 이 분석틀에 근거하여 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델을 동시에 분석하였다. 이를 위해 상황 또는 지도 모델 중 한 쪽을 기준으로 설정해야 했는데, 곱셈의 기초는 곱셈 지도 모델을 기준으로 곱셈 상황을 논의한 반면 곱셈구구에서는 곱셈 상황에 따른 곱셈 지도 모델의 구체적인 예를 찾아 제시하는 방식으로 분석이 이루어졌다.

다음으로 곱셈 전략 및 곱셈 성질을 <표 3>의 각 단계에 따라 곱셈 관련 2개 단원에서 어떻게 제시되고 있는지를 분석하였다. 이를 위해 Carpenter et al.(1999),

[4] 본 연구에서 2학년 2학기 교과서 및 익힘책은 현장검토본을 연구대상으로 하였다. 이는 본 연구의 제한점일 수 있으며, 추후 개발된 교과서를 통해 확인 및 재검토가 필요한 부분이다.

Greer(1992) 등의 연구 결과와 이러한 연구 결과를 종합한 정영옥(2013)에서 <표 3>의 분석틀을 추출하였는데, 이 분석틀에 따르면 곱셈 전략의 단계는 직접 모델링 수준, 수 세기 수준, 구조화 수준, 형식적 수준의 4개 수준으로 정리할 수 있다.

<표 3> 곱셈 전략

수준	곱셈 전략
1수준	직접 모델링 수준
2수준	수 세기 수준
3수준	구조화 수준
4수준	형식적 수준

<표 3>에 따른 분석은 ‘곱셈’ 및 ‘곱셈구구’ 단원을 자연수 곱셈 연산의 출발점으로 보고, 이들 단원에서 곱셈 전략의 각 수준에 해당하는 내용들을 제시하면서 진행되었다. 각 수준에서 사용된 곱셈 성질의 경우 이를테면 하나씩 세기, 뛰어 세기, 동수누가, 두 배 전략, 교환법칙, 결합법칙 등을 비롯하여 곱셈의 성질 및 관계 등은 교과서를 중심으로 구체적인 사례와 함께 분석하였다.

본 연구는 질적 연구 방법 가운데 사례 연구에 해당하며 그 가운데 문서자료 연구 방법에 따라 이루어졌다(Bogdan, Biklen, 2007). 여기서 문서자료는 공식 문서자료에 해당하는 2015 개정 교과서, 익힘책(현장검토본 포함)를 중심으로 하고 있으며, 이러한 문서자료를 중심으로 질적 내용분석(qualitative content analysis)을 이끌어내기 위한 분석틀을 <표 1>, <표 2>, <표 3>과 같이 마련하였다. 한편 분석틀 개발 과정은 선행연구를 검토하고 종합한 내용을 토대로 이루어졌으며, 따라서 본 연구는 초등수학에서의 곱셈 내용 지식 분석틀을 마련하기 위한 개발연구이기도 하다. 각각의 분석틀은 2장 선행연구 고찰에서 기술했듯이 한국교육학술정보원(www.riss.kr) 검색을 통해 자연수 곱셈에 국한된 내용을 중심으로 개발되었으며, 분석틀에 근거하여 2015 개정 수학과 교과서에서 구체적인 사례를 추출하여 곱셈 내용 지식을 상세화하면서 진행되었다.

Ⅳ. 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델 분석

1. 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델

초등학교 수학 교과서에 제시된 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델을 분석하기에 앞서 곱셈 개념을 이끌어내는 필요한 여러 가지 정의에 대해 생각해본다. 이는 곱셈의 의미를 어떻게 규정하는가에 따라 그 개념에 적합한 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델을 선택할 수 있고 그에 따라 곱셈을 지도할 수 있기 때문이다. 먼저 Freudenthal(1983)은

곱셈의 의미를 반복 덧셈과 순서쌍으로 구분하였다. 반복 덧셈은 페아노(Peano) 공리를 기초로 하는 귀납적 정의에 따른 것으로, 동일한 양을 반복해서 더해나가는 것을 의미한다. 이 경우 곱셈은 $a\times 0=0$, $a\times f(n)=a\times n+a$와 같이 정의되는데, 이 정의에 따라 계속 곱셈을 해보면 $2\times 1=2\times 0+2=2$이고, $2\times 2=2\times 1+2=2+2=4$, $2\times 3=2\times 2+2=4+2=6$과 같다. 순서쌍은 집합 개념에 기초한 것으로, 두 집합 A와 B로부터 만들어지는 곱집합 $A\times B$에서 곱셈의 의미를 찾는 것이다. 곧, 두 집합 A, B에서 $n(A)=a$, $n(B)=b$라면, 순서쌍의 집합 $A\times B$의 원소의 개수 $n(A\times B)$는 $a\times b$가 되는 셈이다. 일반적으로 반복 덧셈은 묶음 상황과 함께 곱셈 문제에서 다루어지고 순서쌍은 데카르트 곱의 상황에서 제시된 곱셈 문제와 함께 제시된다.

다음으로 곱셈 개념에 추가된 논의를 살펴보면, 강흥규(2009)는 곱셈에 대한 교수학적 분석에서 곱셈의 개념을 동수누가, 배, 곱집합의 세 가지로 구분하여 제시하고, 특히 초등수학에서 곱셈 개념을 도입할 때 동수누가와 배 개념이 어떻게 전개되어 왔는지를 교육과정별로 분석한 바 있다. 그리고 정영옥(2013)은 곱셈 개념을 분석하는 과정에서 곱셈과 덧셈 개념에서의 본질적인 차이에 주목하여 곱셈에서만 볼 수 있는 주요한 특징을 제시했는데, 배의 개념을 포함하여 합성 단위의 구성, 덧셈과 달리 곱셈의 경우 네 항의 관계에서 비롯되는 합성 단위의 변환에 주목했다.

본 연구는 교과서에서 곱셈 상황을 분석하는 기준으로 Greer(1992)가 제시한 틀에 근거한다. 그에 따르면 곱셈 상황은 똑같은 묶음, 곱셈적 비교, 직사각형 넓이와 배열, 데카르트 곱으로 구분된다(정영옥, 2013, 재인용). 그러나 이러한 기준이 절대적인 것은 아닌데, 곱셈 상황과 관련하여 많은 연구자들이 다양한 곱셈의 문제 상황을 제시해왔기 때문이다. 하지만 대부분의 곱셈 상황은 몇 가지 범주로 재분류하거나 통합해서 다룰 수 있다. 이를테면, 김성준 외(2013)에서는 곱셈이 나타나는 문제 상황을 묶음, 배열, 비율, 비교, 조합, 넓이 등으로 구분하고 있는데, 이에 대해 Greer(1992)가 제시한 곱셈 상황의 틀과 비교하면 다음 <표 4>와 같다.

<표 4> 곱셈이 나타나는 문제 상황

곱셈 상황 (정영옥, 2013)	곱셈 상황 (김성준 외, 2014)	예
똑같은 묶음[5]	묶음	5장씩 묶여 있는 색종이가 4묶음 있습니다. 색종이는 모두 몇 장입니까?
	비율	1병에 $2L$씩 물이 들어 있는 병이 3병 있습니다. 물은 모두 몇 L입니까?
곱셈적 비교	비교	지훈이는 연필을 5자루 가지고 있고, 윤주는 지훈이의 3배만큼 가지고 있습니다. 지훈이가 가지고 있는 연필은 몇 자루입니까?
직사각형의 넓이와 배열	배열	운동장에 학생들이 3명씩 4줄로 서 있습니다. 학생들은 모두 몇 명입니까?
	넓이	가로가 $3m$, 세로가 $2m$인 직사각형 모양의 땅이 있습니다. 이 땅의 넓이는 얼마입니까?

데카르트 곱	조합	윗옷 3가지와 바지 2가지가 있습니다. 윗옷과 바지를 한 벌로 입을 수 있는 방법은 모두 몇 가지입니까?

곱셈이 나타나는 문제 상황 각각에 대해 살펴보면 다음과 같다.

똑같은 묶음은 각 묶음에 똑같은 수의 대상이 주어진 상황을 의미한다. 곱셈적 비교는 무엇의 몇 배로 표현되는 상황으로 집합에서의 반복적인 상황이 아니라 연속량이나 이산량의 확대를 의미한다. 직사각형의 넓이는 주어진 직사각형이 한 변의 길이가 $1cm$인 단위 정사각형으로 분할하여 이 정사각형들의 개수를 세는 것이며, 배열은 $m \times n$개의 대상들이 m행과 n열로 이루어진 직사각형의 배열을 의미한다. 그리고 데카르트 곱은 두 개의 집합 사이에 만들 수 있는 가능한 순서쌍의 개수를 알아보는 것을 의미한다.

일반적으로 똑같은 묶음 상황은 곱셈 도입에서 가장 기본적으로 제시되나 한편 곱셈을 학습하면서 묶음 상황만을 제시하는 것은 곱셈 개념을 폭넓게 형성하지 못할 우려가 있기에 다양한 상황을 함께 제시해주는 것이 바람직하다(강흥규, 2009). 이를테면, 초등학교 2학년 학생들에게 똑같은 묶음 상황은 동수누가 개념에서 적극적으로 사용될 수 있는 반면, 곱셈적 비교 상황은 연속량에서의 배 개념과 함께 제시될 수 있다. 또 배열 상황은 동수누가 및 배 개념, 곱집합 개념 모두에서 제시될 수 있으나, 이에 비해 직사각형의 넓이 상황은 5학년에서 평면도형의 넓이 개념을 학습한 이후에 다루어질 수 있을 것이다. 그러나 이와 같은 3가지 곱셈 상황과 달리 데카르트 곱 상황의 경우 곱집합 개념을 전제하고 있는데 이와 관련해서 초등학교 학생들의 곱셈적 사고 수준을 고려하여 그 활용 가능성에 대한 논의가 필요하다(장미라, 2006). 이는 데카르트 곱 상황과 관련해서 연구자들의 논의가 다음과 같이 엇갈리고 있기 때문이다.

먼저 Carpenter et al.(1999)에 따르면, 데카르트 곱은 학생들이 이해하기에 훨씬 더 어렵고, 특히 저학년의 경우 순서쌍을 중복하지 않고 찾는 것이 어렵기에 이를 적극적으로 다루기보다는 도전 문제 수준에서 다룰 것을 권하고 있다. 실제로 2009 개정 교과서에서는 2학년 1학기 6단원 이야기마당에서 데카르트 곱의 곱셈 상황이 등장하고 있으나(<그림 1>),[6] 정영옥(2013)은 2학년 학생들이 중복하거나 빠뜨리지 않고 모든 경우를 찾는 것이 쉽지 않고 따라서 이 차시가 이야기마당으로 선택된다 하더라도 저학년에서 곱셈으로 형식화해서 다루는 것은 쉽지 않다고 보았다.

---

5) 정영옥(2013)은 똑같은 묶음의 예로 몫과 수직선, 비율을 함께 제시했다. 여기서 몫의 예는 ‘3명의 아이들에게 각각 4개의 과자를 주려고 한다. 과자는 모두 몇 개가 필요한가?’이고, 수직선의 예는 ‘한 번에 4칸씩 점프한다면, 3번 점프한 후의 위치는 어디인가?’이다. 그리고 비율의 예는 ‘1개에 4센트인 풍선껌의 3개의 가격은 얼마인가?’이다.

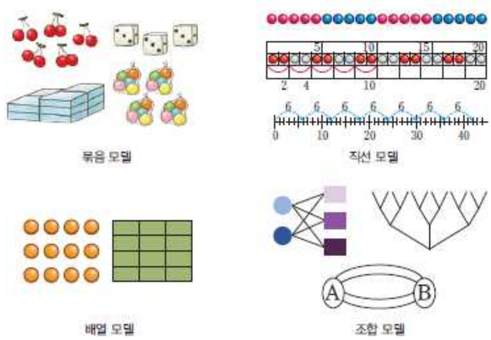
6) 3차 교육과정 이후 초등수학 교과서에서 데카르트 곱의 곱셈 상황은 배제되어 왔으나, 2007 개정 및 2009 개정 수학 교과서에서는 조합 모델과 함께 데카르트 곱의 상황이 제시되고 있다.

<그림 1> 2009 개정 수학 2-1(pp.220-221)

그러나 강흥규(2009)의 연구에서는 이와 상반된 견해가 제시되었다. 그는 수업 이후 곱셈 평가 문항을 통해 사후검사를 실시했는데, 여기서 데카르트 곱의 상황에서 제시된 곱셈 문항에 대한 정답률이 배 개념과 연관된 곱셈적 비교 상황보다 더 높게 나타났기 때문이다. 그는 이 결과에 근거하여 데카르트 곱의 상황이 곱셈의 다양한 상황 중 하나로 초등학교 2학년 수준에서도 충분히 다루어질 수 있음을 주장했다. 한편 2015 개정 수학 교과서에서는 2학년 곱셈과 곱셈구구 단원 모두에서 데카르트 곱의 상황은 제시되지 않고 있다. 그러나 독일의 경우 2학년, 3학년에, 네덜란드에서는 3학년에 다루어지는 것과 비교해볼 때(김성준, 2016), 또 Carpenter et al.(1999), 정영옥(2013), 강흥규(2009) 등의 논의를 비교 종합해볼 때, 초등수학에서 데카르트 곱의 도입 시기의 적절성에 대한 논의가 더욱 필요하다. 그리고 이러한 논의를 이끌어내기 위해 먼저 2학년 학생들을 대상으로 데카르트 곱의 상황에서 이루어지는 곱셈의 이해 정도를 면밀하게 조사하고 분석할 필요가 있다.

다음으로 본 연구에서 초등수학 교과서를 분석하기 위해 사용할 곱셈 지도 모델의 기준을 마련하기 위해 Freudenthal(1983), Greer(1992), Van de Walle(2004) 등의 연구를 종합하였다. 그 결과 곱셈 지도 모델은 묶음 모델, 직선 모델, 배열 모델, 조합 모델로 구분하였으며, 본 연구에서는 이러한 4가지 모델을 기준으로 2015 개정 수학 교과서를 분석하였다.

곱셈 지도 모델에 대한 논의가 필요한 이유는 Freudenthal에게서 찾아볼 수 있다. 그는 곱셈을 지도하면서 곱셈구구를 무조건적으로 외우는 것은 바람직하지 않으며, 학생들 스스로 다양한 전략을 개발할 수 있도록 다양한 곱셈 모델을 사용하는 것이 필요하다고 보았다. 또 Van de Walle(2004)는 곱셈 지도 모델은 곱셈 개념에 따른 곱셈의 문제 상황 못지않게 다양한 장면을 시각적으로 표현하기에 특히 곱셈을 처음 학습하는 학생들에게 있어서 중요한 역할을 한다고 보았다. 따라서 곱셈 지도에서 곱셈 지도 모델을 효과적으로 제시하는 것은 곱셈 학습에 있어서 곱셈 내용 지식을 구성하는 중요한 요인이 된다.



<그림 2> 곱셈 지도 모델(정영옥, 2013)

위의 <그림 2>에서 제시된 곱셈 지도 모델 각각에 대해 살펴보면 다음과 같다.

묶음 모델은 여러 사물을 몇 씩 몇 묶음으로 만들어서 나타내는 것이다. 이 모델은 산가지, 바둑돌, 수 모형 등으로 나타낼 수 있으며, 몇 묶음, 몇 상자, 몇 봉지 등과 같이 제시될 수 있다. 이 모델은 똑같은 양의 묶음 상황이나 곱셈적 비교 상황을 나타내는데 적절하다. 직선 모델은 반직선 형태를 일정한 간격으로 나누어서 곱셈을 나타내는 모델이다. 이 모델은 구슬 줄, 띠, 수직선 등과 같이 다양한 형태로 제시될 수 있는데, 이를테면 길이가 4인 막대 세 개의 전체 길이, 4만큼씩 뛰어세기할 때 간 거리 등의 상황 등에서 제시될 수 있다. 이 직선 모델은 이산량이나 연속량을 모두 표현할 수 있으며 묶음 모델과 같이 똑같은 양의 묶음을 도식화하거나 비교 상황을 나타내기에 적절하다. 배열 모델은 대상을 가로 방향과 세로 방향으로 일정하게 배열하여 전체적으로 직사각형 모양으로 나타낸 것이다. 이 모델은 물건이 $m \times n$의 형태로 배열된 상황이나 직사각형 형태의 격자 모양, 가로줄과 세로줄이 만나는 점들의 배열 등에서 다양하게 나타날 수 있다. 이 모델은 똑같은 양의 묶음 상황, 곱셈 비교 상황, 직사각형의 넓이와 배열 상황, 데카르트 곱의 상황을 나타내는데 모두 사용될 수 있다. 또 이 모델은 곱셈의 교환법칙이나 분배법칙을 지도하는데도 효과적이다. 조합 모델은 두 개 이상의 집합에서 만들 수 있는 가능한 순서쌍을 알아보기 위한 모델이다. 이 모델은 수형도나 경로 모델과 같은 형태로 제시될 수 있고 데카르트 곱을 나타내는 데 적절하다.

곱셈 지도 모델은 앞서 보았던 곱셈 상황과 연계해서 살펴보면 <표 5>와 같이 정리할 수 있다. 결국 4가지 형태의 곱셈 문제 상황은 4가지 곱셈 지도 모델과 함께 횡적, 종적으로 관련하여 살펴볼 수 있으며,[7] 본 연구에서는 이 분석틀에 따라 2015 개정 수학 교과서를 분석한다.

7) <표 5>에서 모델과 상황에 맞추어 표기한 것은 각각의 모델과 상황에 맞추어 대표적인 경우에 해당하는 것으로, 반드시 이와 같이 분류되어 곱셈 지도가 이루어진다고는 할 수 없다.

<표 5> 곱셈 지도 모델에 따른 곱셈 상황

모델	설명	곱셈 상황			
		똑같은 묶음	곱셈적 비교	직사각형 넓이와 배열	데카르트 곱
묶음 모델	여러 사물을 몇 씩 몇 묶음으로 만드는 모델	○	○		
직선 모델	직선 형태를 일정한 간격으로 나누어 일정한 호 등을 그려서 곱셈을 나타내는 모델	○	○		
배열 모델	여러 사물을 가로 방향과 세로 방향으로 일정하게 배열하여 전체적으로 직사각형 모양으로 만들고 낱개의 개수나 넓이를 알아보는 모델	○	○	○	○
조합 모델	두 개 이상의 집합 사이에 만들 수 있는 가능한 순서쌍을 알아보는 모델				○

2. 2015 개정 교과서 분석: 곱셈 상황과 지도 모델을 중심으로

곱셈 상황과 곱셈 지도 모델에 대한 교과서 분석은 2가지 관점에서 이루어졌다. 먼저 2학년 1학기 ‘곱셈’ 단원에서는 곱셈 지도 모델을 기준으로 하여 곱셈 상황에 대해 살펴보았으며, 그리고 2학년 2학기 ‘곱셈구구’ 단원에서는 곱셈 상황을 기준으로 하여 곱셈 지도 모델을 분석하였다. 이와 같이 분석을 시도한 이유는 <표 5>에서 보듯이 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델이 동시에 논의되어야 하는데, 분석을 위한 기준이 각각의 분석을 위해 필요하다고 판단했기 때문이다.

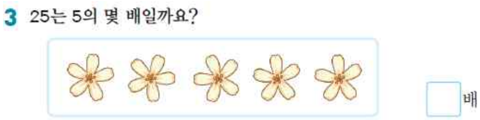
2학년 1학기 ‘곱셈’에서는 묶음 모델이 ‘똑같은 묶음’의 곱셈 상황을 나타내기 위해 가장 보편적으로 다루어진다. 그 이유는 2007 개정 교육과정 이후 곱셈의 도입이 배 개념을 중심으로 전개되기 때문인데, 몇 씩 몇 묶음에서부터 몇의 몇 배, 그리고 몇 곱하기 몇으로 이어지면서 곱셈 개념이 지도되기 때문이다.

<그림 3> 2015 개정 2-1 교과서 p.152

<그림 4> 2015 개정 2-1 교과서 p.156

한편 묶음 모델이 ‘곱셈적 비교’ 상황과 함께 제시되는 경우는 묶음에서부터 배

개념을 이끌어내는 과정에서 주로 제시된다. 하지만 <그림 6>은 곱셈적 비교 상황이라 하더라도 묶음 모델로도 배열 모델로도 동시에 생각해볼 수 있는 경우이다.



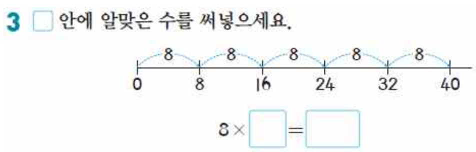
<그림 5> 2015 개정 2-1 익힘책 p.89

<그림 6> 2015 개정 2-1 익힘책 p.90

교과서에 제시된 묶음 모델과 관련해서 생각해볼 문제점은 ‘똑같은 묶음’의 상황이라 하더라도 이를 세분화하여 몫, 비율, 수직선과 같은 상황을 이러한 묶음 상황과 함께 보다 다양한 맥락에서 제시할 필요가 있다는 점이다.

다음으로 <u>직선 모델</u>은 (수)직선 형태에서 일정한 간격을 일정한 호 등으로 나타내는 것인데, <그림 7>과 같이 배 개념을 확인하는 ‘곱셈적 비교’ 상황에서 모형을 이용한 직선 형태로 제시되어 있다.[8] 또 배열 모델과 함께 제시된 <그림 9>에서 수 막대 및 뛰어 세기를 동시에 제시한 것은 직선 모델을 이용한 ‘똑같은 묶음’의 곱셈 상황으로 볼 수 있다. 이에 비해 직선 모델의 정의에 적합한 형태는 <그림 8>과 같이 2학년 2학기에 곱셈구구를 해결하는 과정에서 찾아볼 수 있다.

<그림 7> 2015 개정 2-1 교과서 p.157



<그림 8> 2015 개정 2-2 익힘책 p.26

<그림 9> 2015 개정 2-1 교과서 p.146

<그림 10> 2015 개정 2-1 교과서 p.155

8) 직선 모델의 경우 교과서에서는 주로 모형이나 그림의 형태로 제시되는 반면 익힘책에서는 직접 수직선 형태로 제시되고 있다. 한편 곱셈의 배 개념을 직선 모델에서 표현하기 위한 방안으로 이중수직선 등 다양한 수직선 형태가 적극적으로 학교수학에 도입될 필요가 있다는 연구(선춘화, 박만구, 2012; 김양권, 2017)도 찾아볼 수 있다.

배열 모델은 '똑같은 묶음', '직사각형 넓이와 배열' 상황을 동시에 보여주기 위해 <그림 9>와 같이 제시된다. 그러나 여기서 배열 모델은 몇 씩 몇 묶음을 알아보기 위해 사용되고 있으며, 이로부터 뛰어 세기의 상황을 이끌어내기 위한 것으로 직사각형 배열에서와 같이 m행, n열에서 $m \times n$을 직접적으로 이끌어내기 위한 것은 아니다. 이에 비해 곱셈식을 정의한 다음에 등장하는 <그림 10>의 경우에는 배열 모델을 이용하면서 동시에 '직사각형 배열' 상황을 곱셈 상황으로 직접 제시한 것으로 생각해볼 수 있다.

한편 배열 모델이 '곱셈적 비교' 상황에서 제시되는 경우는 <그림 11>과 같은 경우인데, 이는 앞서 <그림 3>에서와 같이 묶음 모델과 연관하여 볼 수 있다.

<그림 11> 2015 개정 2-1 익힘책 p.89

특이한 점은 2학년 1학기 교과서에서는 주로 묶음 모델이 제시되고 있는 반면, 익힘책에서는 대부분 배열 모델이 등장한다는 점이다. 이에 비해 직선 모델은 곱셈적 비교의 상황에서 주로 다루어지는데, 놀이수학에서 주사위를 이용하여 배 개념을 다루는 과정에서 그리고 탐구수학에서 색 막대를 이용한 길이를 구하는 과정에서 배 개념과 함께 직선 모델 형태를 찾아볼 수 있다. 다만 조합 모델은 2015 개정 수학 교과서에서 다루지 않는데, 이는 데카르트 곱의 상황을 곱셈 문제 상황에서 다루지 않는 것과 관련되어 있기 때문이다.

이제 2학년 2학기 '곱셈구구' 단원의 경우 '곱셈' 단원과 달리 곱셈 상황을 기준으로 하여 곱셈 지도 모델을 분석하였다.

'곱셈구구' 단원은 2의 단부터 9의 단까지 유사한 방식으로 제시된다. 먼저 이 과정을 곱셈 상황을 중심으로 요약하면 '똑같은 묶음'(묶음 모델) 상황으로 첫 번째 활동이 제시되고, 이것을 수학적 그림 형태의 묶음(배열 모델)으로 표현하여 확인한 다음,[9] 또 다른 형태의 묶음 상황(묶음 모델)에서 각 단의 곱셈구구를 완성하고 있다. 이 과정을 곱셈 지도 모델의 관점에서 보면 '묶음 모델→배열 모델→묶음 모델'의 순서로 제시되고 있음을 알 수 있다. 예를 들어, 2의 단 곱셈구구에서 살펴보면 다음 <그림 12>와 같다.

---

[9] 이 때 묶음으로 제시된 상황은 곱셈 지도 모델 가운데 배열 모델로 제시되어 있기에 '직사각형 넓이와 배열'의 상황으로도 볼 수 있다.


2의 단 곱셈구구를 알아볼까요

「수학 익힘」 20~21쪽

놀이 기구 1대에 어린이가 2명씩 타고 있습니다. 어린이의 수를 알아봅시다.

• 놀이 기구 3대에 타고 있는 어린이는 몇 명인가요? 2×□=□

• 놀이 기구 4대에 타고 있는 어린이는 몇 명인가요? 2×□=□

• 놀이 기구가 1대씩 늘어날수록 어린이는 몇 명씩 많아지나요?

2×4는 2×3보다 얼마나 더 큰지 알아봅시다.

• 2×4를 ○를 그려서 나타내어 보세요.

2×3 2×4

• 2×4는 2×3보다 얼마나 더 큰가요?

• 왜 그렇게 생각했는지 말해 보세요.

2의 단 곱셈구구를 알아봅시다.

• 그림을 보고 곱셈식을 만들어 보세요.

2×□=10

2×6=□

2×□=14

• 2의 단 곱셈구구를 완성해 보세요.

2	×	1	=	2
2	×	2	=	4
2	×	□	=	6
2	×	4	=	□
2	×	5	=	□
2	×	□	=	12
2	×	7	=	□
2	×	□	=	16
2	×	9	=	□

2의 단 곱셈구구에서 곱하는 수가 1씩 커지면 그 곱은 얼마씩 커지나요?

그림을 보고 물음에 답해 봅시다.

• 자전거 8대에 타고 있는 어린이는 몇 명인가요? 2×□=□

• 자전거 9대에 타고 있는 어린이는 몇 명인가요? 2×□=□

<그림 12> 2015 개정 2-2 교과서 pp.30-31

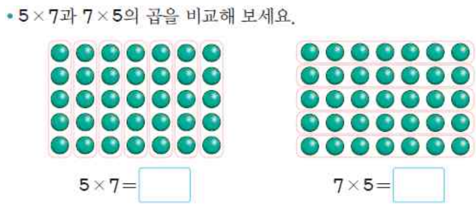
'똑같은 묶음' 상황에서 묶음이 아닌 다른 상황에서 곱셈 문제가 주어지는 경우는 1의 단과 0의 곱에서 찾아볼 수 있는데, <그림 13>의 활동에서처럼 원판의 수와 나온 횟수 사이의 곱에서 그 점수를 계산하는 과정은 '비율'에 해당한다.


연수가 화살 12개를 쏘았습니다. 연수가 얻은 점수를 알아봅시다.

• 빈칸에 알맞은 수를 써 보세요.

점수판의 수	0	1	2	3	4
맞힌 횟수(번)	4	4	3	1	0
점수(점)					

<그림 13> 2015 개정 2-2 교과서 p.49

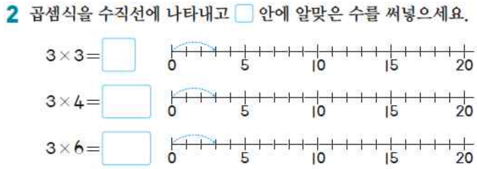


<그림 14> 2015 개정 2-2 교과서 p.51

곱셈구구에서 '배열' 상황으로 곱셈 문제가 제시되는 경우는 곱셈표와 함께 교환법칙을 확인하는 활동(<그림 14>)에서, 곱셈구구를 이용하여 문제를 해결하는 차시에서 사물함이나 책꽂이, 그림 등의 상황에서 배열 모델과 함께 제시되어 있다. 이 상황은 특히 배열 모델과 함께 곱셈구구를 지도하는 과정에서 적극적으로 활용될 수 있어야 한다.

한편 교과서가 '똑같은 묶음' 상황 그 중에서도 단순한 묶음에 치중한데 비해 익

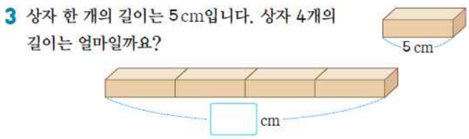
힘책에서는 똑같은 묶음, 곱셈적 비교, 직사각형 넓이와 배열과 같이 다양한 곱셈 상황을 여러 가지 곱셈 지도 모델과 함께 제시하고 있다. 특히 <그림 15>와 같이 똑같은 묶음에서 수직선 상황(직선 모델)을 제시하고 있으며 비율 상황(묶음 모델)도 <그림 16>을 비롯하여 여러 차례 등장하고 있다.



<그림 15> 2015 개정 2-2 익힘책 p.24

<그림 16> 2015 개정 2-2 익힘책 p.37

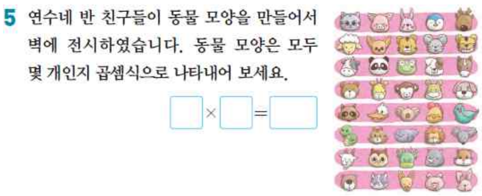
'곱셈적 비교' 상황은 주로 연속량과 관련해서 길이를 구하는 문제에서 <그림 17>, <그림 18>과 같이 제시되고 있는데 이 때 직선 모델 형태와 함께 제시된다. 이는 길이와 같은 연속량을 비교의 맥락에서 효과적으로 표현하기 위한 것으로, 이 경우 직선 모델이 가장 적합하기 때문으로 보인다.



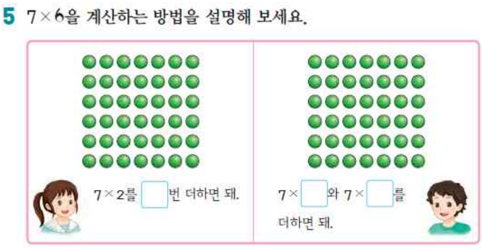
<그림 17> 2015 개정 2-2 익힘책 p.22

<그림 18> 2015 개정 2-2 익힘책 p.30

'직사각형 넓이와 배열' 상황은 주어진 상황을 곱셈식으로 나타내는 과정에서 그리고 두 배 전략이나 분배법칙 등을 확인하는 과정에서 <그림 19>, <그림 20>과 같이 찾아볼 수 있다. 이는 앞서 교환법칙과 마찬가지로 배열 상황에서 다양한 곱셈 법칙 또는 성질 등이 명확하게 시각적으로 제시될 수 있기 때문으로 보인다.



<그림 19> 2015 개정 2-2 익힘책 p.23



<그림 20> 2015 개정 2-2 익힘책 p.29

그렇다면 지금까지 살펴본 것과 같이 교사의 입장에서 교과서 또는 익힘책에서 제시된 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델을 곱셈 내용 지식 측면에서 어느 정도 파악하는 것이 가능할까, 또 곱셈을 지도하면서 학생들에게 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델을 구분하도록 지도하는 것이 가능할까? 그러나 실제로는 곱셈 상황을 몇 가지 유형으로 구분하고, 하나의 상황을 어느 유형으로 해석할 수 있는가는 연구자들마나 그리고 보는 관점에 따라 달라질 수 있기 때문에 다소 유보적이다. 이를테면 남학생 4명과 여학생 3명의 가능한 쌍을 구하는 문제에서 데카르트 곱보다는 직사각형의 넓이와 배열 상황으로 해석하는 경우도 있으며, 이것을 묶음 상황으로만 해석하여 나타내는 경우도 있을 수 있다. 그럼에도 불구하고 이러한 다양한 곱셈 상황에 따른 구분은 학생들이 이러한 곱셈 개념을 이해하고 무엇보다 시각적인 모델과 함께 다양한 곱셈 상황을 접할 수 있도록 함으로써 곱셈에 친숙해질 수 있도록 한다는 점에서 그 의의를 생각해볼 수 있다.[10] 이와 관련해서 Reys et al.(2009) 등은 학생들은 곱셈 상황을 다양한 모델로 표현하고 그 표현 사이의 관계를 설명하는 기회를 가짐으로써 곱셈 개념을 보다 잘 이해할 수 있게 된다고 주장하였다. 따라서 초등학교 현장교사는 곱셈 상황에 적합한 모델을 제시하거나 학생 스스로 곱셈 상황을 모델로 표현할 수 있도록 이끌면서 곱셈 개념을 지도할 수 있어야 한다. 또한 곱셈 지도에 있어서 교사는 본 연구에서와 같이 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델과 관련된 곱셈 내용 지식을 갖추는 동시에 이를 실제 수업에서 활용하기 위해서 교과서와 익힘책 등에서 구체적인 사례를 찾아 분석해보는 기회를 가질 수 있어야 한다.

V. 곱셈 전략과 곱셈 성질 분석

우리나라 초등수학 2학년에서의 곱셈구구 학습은 곱셈 전략이나 곱셈 성질과 상관없이 일방적으로 암기하는 것으로 받아들여지고 있다. 그러나 Freudenthal은 곱셈구구를 의미 없이 외우는 데 그칠 것이 아니라 각각의 문제 상황에 맞추어 점진적으로 곱셈 전략을 구성하는 것이 곱셈구구뿐만 아니라 이후 곱셈 학습에 있어서도 중요하다고 보았다. 또 NCTM(National Council of Teachers of Mathematics, 2000)에서는 초등학교에서 표준 알고리즘을 배우는 것보다 스스로 전략을 개발하고 의사소통을 통해 전략의 효율성과 일반화의 가능성을 논의할 수 있도록 하는 것이 중요하며, 이 과정에서 적절한 상황과 모델의 사용이 학생의 개념 이해나 전략 개발을 촉진할 수 있음을 주장한 바 있다. 이를 곱셈 학습에 적용

10) 한편 Greer(1992)는 지금까지 제시한 곱셈 지도 모델의 제한점으로 이러한 곱셈 모델이 내포량이나 조합을 만들어 가는 과정 자체를 표현할 수 없다고 주장하였다.

해보면 결국 학생들이 곱셈 전략을 스스로 개발하면서 곱셈 성질을 이해하는 것이 필요하며, 그리고 이러한 과정은 앞서 보았던 곱셈 상황이나 곱셈 모델과 함께 연계될 필요가 있음을 알 수 있다.

이러한 맥락에서 본 연구는 2015 개정 수학 교과서에서 곱셈 전략과 곱셈 성질을 중심으로 분석하고자 한다. 이를 위한 분석틀을 이끌어내기 위해 다양한 선행연구에서 곱셈 전략 개발의 필요성을 강조하면서 이와 함께 학생들이 개발한 곱셈 전략을 살펴보았다. 그 가운데 정영옥(2013)은 Carpenter et al.(1999)와 Van den Heuvel-Panhuizen(2001)의 연구를 중심으로 곱셈 전략의 단계를 직접 모델링 수준, 수 세기 수준, 구조화 수준, 형식적 수준의 4개 수준으로 구분하여 각 수준에 해당하는 곱셈 전략 유형을 종합했는데, 본 연구에서는 이 분석틀에 따라 2015 개정 수학 교과서에서 '곱셈' 및 '곱셈구구' 단원을 분석하고자 한다(아래 <표 6>~<표 9>는 정영옥(2013)에서 원용한 것이다).

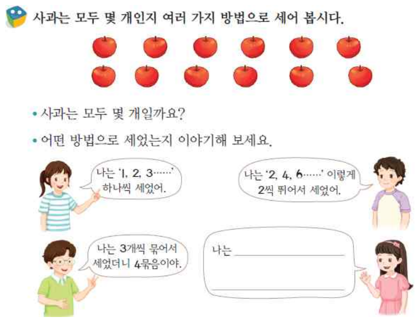
먼저 직접 모델링 수준은 문제 상황에서 주어진 사물을 손가락, 산가지와 같은 구체물이나 그림, 바둑돌 표시와 같은 반구체물로 모델링하고 사물의 총 개수를 하나씩 세어 가는 수준을 말한다. 이 수준에 놓여 있는 학생은 동수누가와 같은 덧셈이나 곱셈 연산을 직접적으로 수행하지는 못한다.

<표 6> 직접 모델링에 의한 곱셈 전략

<table>
<tr><td rowspan="6">직접 모델링 수준</td><td rowspan="6">하나씩 세기</td><td colspan="2">4×3의 경우: 테이블에 4명씩 3개의 테이블에 앉은 사람의 수 구하기</td></tr>
<tr><td>구체물로 묶어서 하나씩 세기</td><td>4개의 블록을 한 묶음으로 세 묶음을 만들고 하나씩 모두 세는 경우</td></tr>
<tr><td>준상황적 그림과 하나씩 세기</td><td>테이블과 사람을 간략하게 그리고 각 테이블별로 1,2,3,4를 센 후에 다시 1부터 12까지 하나씩 모두 세는 경우</td></tr>
<tr><td>수학적 그림과 하나씩 세기</td><td>테이블은 동그라미로 사람은 점으로 나타내고 1부터 12까지 사람을 하나씩 모두 세는 경우</td></tr>
<tr><td>손가락으로 하나씩 세기</td><td>크게 소리를 내며 손가락을 사용하여 한 손의 손가락으로는 사람 수를, 같은 손 또는 다른 손의 손가락으로는 테이블 수를 나타내며, 1,2,3,4-1(묶음), 5,6,7,8-2(묶음), 9,10,11,12-3(묶음)과 같이 세는 경우</td></tr>
<tr><td>손가락으로 운율적 세기</td><td>크게 소리를 내며 하나씩 수를 세는데 묶음 크기의 배수가 되는 부분은 더 크게 강조하며, 손가락은 묶음 수를 나타내며 1,2,3,4(검지), 5,6,7,8(중지), 9,10,11,12(약지)와 같이 세는 경우</td></tr>
</table>

이 수준과 관련하여 교과서 내용을 살펴보면, 2학년 1학기 '곱셈' 단원에서 곱셈 개념에 대한 정의는 6차시 '곱셈식을 알아볼까요'에서 지도된다. 곱셈 개념을 이끌어내기 위한 전단계로 2차시는 '여러 가지 방법으로 세어 볼까요', 3차시는 '묶어

세어 볼까요’, 그리고 4차시는 ‘2의 몇 배를 알아볼까요’로 전개되고 있는데, 직접 모델링에 의한 곱셈 전략은 이 단계에서 찾아볼 수 있다. 특히 2차시를 살펴보면 <그림 21>과 같이 여러 가지 방법으로 세어 보는 활동 중 곱셈 전략의 하나로 직접 모델링에 의한 하나씩 세기를 찾아 볼 수 있다.



<그림 21> 2015 개정 2-1 교과서 p.144

<표 6>에서 제시된 하나씩 세기 전략과는 차이를 보이지만, 사과가 모두 몇 개인지 여러 가지 방법으로 세어보는 활동에서, 구체물 즉 사과를 하나씩 세거나, 뛰어서 세거나, 또는 묶어서 세는 방법이 등장한다. 첫 번째 학생은 묶음 없이 하나씩 세고 있는 반면, 두 번째 학생은 묶음 크기의 배수가 되는 부분을 뛰어 세기 형태로 세고 있으며, 세 번째 학생은 묶음의 개수를 세고 있다.[11] 물론 이 과정에서 <표 6>과 같이 준상황적 그림이나 수학적 그림은 제시되지 않고 또 손가락을 사용하여 세는 방법은 교과서에서 구체적으로 다루지 않고 있다. 하지만 네 번째 학생 부분에서 다양한 세기 방법을 생각해볼 수 있는데, 위의 <표 6>과 같이 그림을 그려서 하나씩 세어 보기 또는 손가락을 이용하여 하나씩 세어 보기 등은 학생이 직접 기술할 수 있는 예로 볼 수 있을 것이다.

두 번째 수준인 수 세기 수준은 덧셈에 기초하는 수준으로 구체물과 반구체물로 모델링할 수도 있는데, 동수누가와 같은 덧셈을 이용하거나 이와 유사한 뛰어 세기를 이용해서 해결하는 수준이다. 그러나 이 수준의 학생 역시 엄밀한 의미의 단위 개념이 아직 형성되지 않아서 덧셈과 구분되는 곱셈 개념을 정확하게 갖고 있지는 못한 상태이다.

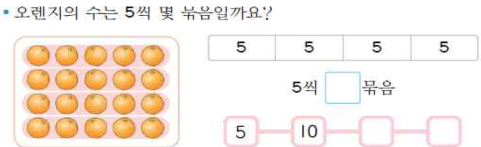
<표 7> 수 세기 수준에서의 곱셈 전략

수 세기 수준	동수누가	6×4의 경우: 한 봉지에 6개씩 4봉지에 들어 있는 사탕의 수 구하기	
		동수누가	6을 계속 더하는 것으로 6을 두 개 더해서 12, 그리고 6을 더해서 18, 6을 더 더해서 24를 구하는 경우
		두 배 전략	6을 두 개씩 묶어서 6+6=12, 6+6=12를 구한 다음 12+12를 계산하는 경우

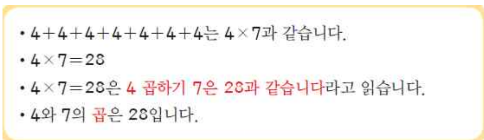
11) 곱셈에서 배 개념이나 동수누가 개념을 학습하지 않은 상태에서, 3개씩 묶어서 세었을 때 4묶음인 것을 아는 것이 사과의 전체 개수를 아는 것과 어떻게 연관되는지에 대해서는 생각해볼 문제이다. 즉, 이 경우 학습위계를 고려하면 실제 수업에서는 4묶음을 확인했다 하더라도 하나씩 세기를 통해서 그 결과를 확인할 수밖에 없기 때문이다.

	뛰어세기	4×8의 경우: 한 상자에 4개씩 8상자에 들어 있는 연필의 수 구하기	
		그림과 뛰어 세기	상황에 맞는 그림을 수학적으로 그리고 뛰어 세는 것으로 막대 모양을 4개씩 8줄로 그리고 각 묶음을 가리키면서 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32와 같이 세는 경우
		묶음 수를 쓰고 뛰어 세기	각 묶음에서 묶음의 원소에 해당하는 수를 쓰고, 각 숫자를 가리키면서 세는 것으로 44444444라고 쓰고 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32와 같이 세는 경우
		손가락을 사용하여 뛰어 세기	손가락으로 묶음의 수를 기억하면서 뛰어 세는 것으로 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32라고 뛰어 세면서 동시에 접었던 손가락을 하나씩 올리거나 손가락을 접어 가며 세는 경우

수 세기 수준에서의 곱셈 전략은 묶어 세기에서부터 배 개념을 학습하는 단계에 이르는 과정에서 찾아볼 수 있다. 먼저 뛰어 세기는 <그림 22>와 같이 묶어 세기와 함께 등장하는데, 여기서 그림과 함께 뛰어 세기, 묶음 수를 쓰고 뛰어 세기에 해당하는 전략을 생각해볼 수 있다. 그러나 교과서에서는 손가락을 사용하여 뛰어 세기는 다루지 않고 있다. 동수누가와 관련해서는 배 개념을 설명하고 그 결과를 확인하기 위한 단계에서 반복 덧셈의 형태로 처음 제시되며, 그 이후 <그림 23>과 같이 곱셈식을 정의하면서 동수누가는 곱셈 전략에서 중요한 역할을 하게 된다.



<그림 22> 2015 개정 2-1 교과서 p.146



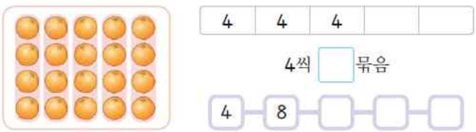
<그림 23> 2015 개정 2-1 교과서 p.153

2학년 1학기 '곱셈' 단원에서는 곱셈 전략의 수준 측면에서 보면 주로 직접 모델링에 의한 곱셈 전략과 수 세기 수준에서의 곱셈 전략에 해당하는데, 이는 곱셈구구가 배제된 상태에서 곱셈 개념의 기초를 지도하는데 초점이 맞추어져 있기 때문으로 보인다.

세 번째 수준인 구조화 수준에서는 곱셈 문제 상황들이 직선 모델이나 배열 모델 등 여러 가지 구조화된 시각적 모델을 사용할 수 있게 된다. 또한 동수누가와 같은 덧셈을 이용하는데 그치는 것이 아니라 곱셈 계산을 위해 곱셈구구를 이용해서 문제를 해결할 수 있는 수준이다. 구조화 수준에서는 곱셈의 성질에 해당하는 교환법칙, 분배법칙, 결합법칙이 곱셈 전략에 중요한 역할을 하게 되며, 이런 법칙들을 곱셈 학습에서 암묵적으로 다룰 수 있게 된다. 이 수준에서 교사는 묶음 모델, 직선 모델, 배열 모델, 조합 모델 등을 보다 적극적으로 활용하여 학생들이 다양한 곱셈 문제 상황과 계산 전략을 이용할 수 있도록 지도해야 한다.

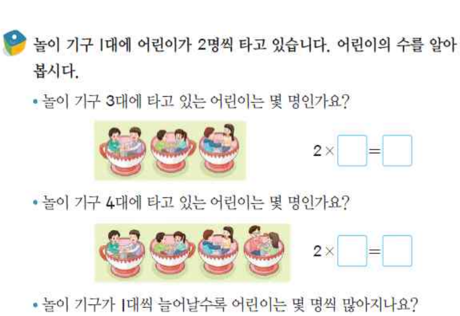
<표 8> 구조화 수준에서의 곱셈 전략

구조화 수준	곱셈성질	교환법칙	직사각형 배열과 같은 배열 모델 등을 이용하여 8×6을 6×8로 생각해서 48로 구하는 경우
		분배법칙	직사각형 배열 모델 등을 이용하여 8×8을 8×5와 8×3을 더해서 64로 구하는 경우
	곱셈구구	곱셈구구와 하나씩 세기	적절한 모델을 사용하여 부분적으로 곱셈구구를 사용하고 나머지는 하나씩 세는 것으로 6×7을 6 곱하기 6은 36이니까 37, 38, 39, 40, 41, 42와 같이 답하는 경우
		한 번 더 더하기 전략	적절한 모델을 사용하여 8×6을 8×5를 이용하여 40에 8을 한 번 더 더해서 48로 계산하는 경우
		한 번 빼기 전략	적절한 모델을 사용하여 8×9를 8×10을 이용하여 80에서 8을 한 번 빼서 72로 계산하는 경우
		두 배 전략	적절한 모델을 사용하여 8×6을 8×3의 두 배로 계산하는 경우
		이등분 전략	적절한 모델을 사용하여 8×5를 8×10의 반으로 계산하는 경우

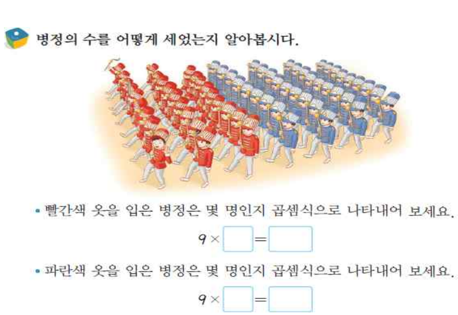


<그림 24> 2015 개정 2-1 교과서 p.146

구조화 수준에서의 곱셈 전략은 주로 2학년 2학기 ‘곱셈구구’ 단원에서 찾아볼 수 있다. 다만 앞서 보았던 <그림 22>의 경우는 다음 <그림 24>와 함께 제시되어 있어서 교환법칙을 암묵적으로 제시하고 있다고 할 수 있다. 그리고 한 번 더 더하기 전략은 2의 단부터 9의 단까지 <그림 25>와 같은 방식으로 제시되고 있다. 특히 9의 단 곱셈구구에서는 9×3과 9×4를 알고 전체 병정의 수를 생각해볼 수 있도록 함으로써 분배법칙을 암묵적으로 살펴볼 수 있다.

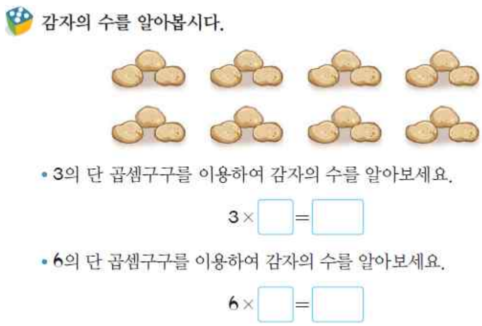


<그림 25> 2015 개정 2-2 교과서 p.30



<그림 26> 2015 개정 2-2 교과서 p.44

두 배 전략과 이등분 전략은 2015 개정 수학 교과서에서 곱셈구구의 차시를 구분하는데 결정적인 역할을 하고 있는데, 2의 단과 5의 단에 이어서 3,6의 단 곱셈구구를 한 차시로 제시하고, 그런 다음 4,8의 단 곱셈구구를 한 차시로 제시하고 있는 부분에서 이와 같은 의도를 읽을 수 있다. 이는 실제 수업에서 3의 단과 6의 단 사이에서 그리고 4의 단과 8의 단 사이에서 자연스럽게 두 배 전략 및 이등분 전략을 지도할 수 있도록 한 것으로, 특히 다음 <그림 27>은 이러한 곱셈 전략을 동시에 보여주는 대목이다.



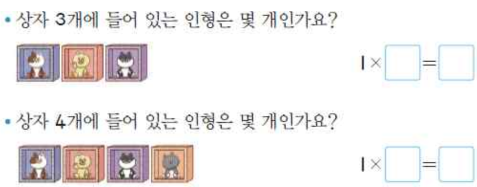
<그림 27> 2015 개정 2-2 교과서 p.37

마지막 수준인 형식적 수준은 특정한 모델의 사용 없이 수와 수 사이의 관계, 교환법칙, 결합법칙, 0과 1의 곱 등의 곱셈 성질을 알고 다양한 곱셈구구를 이용하여 추론함으로써 여러 가지 곱셈 전략으로 문제를 해결하는 수준이다. 결국 곱셈구구를 학습한다는 것은 이와 같은 곱셈 전략을 이해하고 활용할 수 있도록 하는 것이 목표가 되어야 한다.

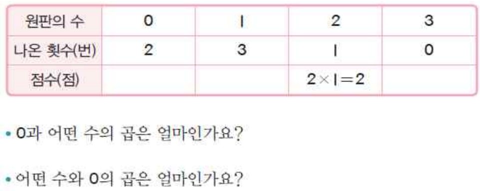
<표 9> 형식적 수준에서의 곱셈 전략

형식적 수준	규칙성	0,1,10의 곱하기 규칙	어떤 계산도 필요 없이 $N\times1=N$이라는 규칙 등을 즉각적으로 이용하는 것으로 6 곱하기 1은 6이라고 답하는 경우
		5,9의 단 규칙	5의 단은 0,5의 반복 규칙, 9의 단은 각 곱에서 10의 자리의 수는 승수보다 항상 1이 작다는 규칙과 각 자리의 수의 합이 9라는 규칙 등을 이용하여 $9\times7=63$이라고 답하는 경우
	곱셈구구	두 배 전략	7×6을 7이 3이면 21이고 이것을 두 배하면 42와 같이 구하는 경우
		이등분 전략	6×5를 6×10의 반으로 생각해서 30을 구하는 경우
		한 번 더 더하기 전략	직선 모델, 묶음 모델, 배열 모델 등을 이용하여 8×6을 8이 5개이면 40이고 8을 한 번 더 더하면 48과 같이 구하는 경우
		한 번 빼기 전략	8×9를 $80-8$로 생각해서 72를 구하는 경우
	곱셈성질관계	교환법칙	$8\times5=5\times8$과 같이 계산하는 경우
		분배법칙	$8\times6=8\times3+8\times3$과 같이 계산하는 경우
		수 관계와 성질	수 관계와 곱셈의 성질을 이용하여 $8\times6=4\times12=2\times24$, $6\times8=12\times4=10\times4+2\times4$와 같이 계산하는 경우

형식적 수준은 '곱셈구구' 단원에서 9의 단까지 곱셈구구를 학습한 이후에 즉, 1의 단 곱셈구구와 0의 곱 및 곱셈표를 다루면서 제시되고 있다. 먼저 형식적 수준의 규칙성과 관련하여 1의 단 곱셈구구와 0의 곱에서 곱하기 규칙을 통한 곱셈 전략이 <그림 28>, <그림 29>와 같이 등장한다. 그러나 우리나라 초등수학 교과서에서는 10의 단 곱셈구구를 다루지 않는 대신 1학년 1학기 5단원 '50까지의 수'와 1학년 2학기 1단원 '100까지의 수'에서 10개씩 묶어 세어 보는 활동을 통해서 10의 단 곱셈구구를 암묵적으로 지도하고 있다.[12)]

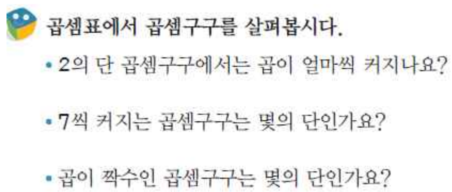


<그림 28> 2015 개정 2-2 교과서 p.48

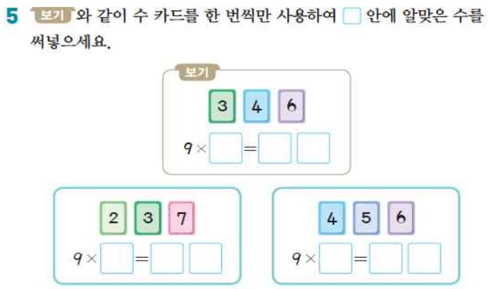


<그림 29> 2015 개정 2-2 교과서 p.49

형식적 수준에서의 규칙성과 관련하여 또 다른 곱셈 전략은 곱셈표에서 곱셈구구에서 나타나는 성질들 이를테면 <그림 30>과 같이 2의 단 곱셈구구에서 곱이 커지는 규칙, 7씩 커지는 곱셈구구, 곱이 짝수인 곱셈구구 등을 찾는 과정에서 찾아볼 수 있다. 또 <그림 31>에서는 9의 단 곱셈구구에서 찾아볼 수 있는 특징을 찾아볼 수 있도록 한 것이다.



<그림 30> 2015 개정 2-2 교과서 p.50

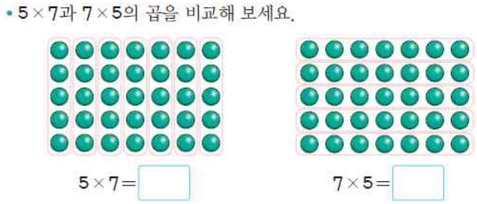


<그림 31> 2015 개정 2-2 익힘책 p.31

형식적 수준에서의 교환법칙은 <그림 32>와 같이 곱셈 상황을 직사각형 모양의 배열 상황을 제시한 배열 모델에서 명시적으로 형식화하고 있다. 그런 다음 곱셈 성질 관계와 관련하여 곱셈 전략으로 수 관계와 성질을 통해 해결할 수 있는 다양

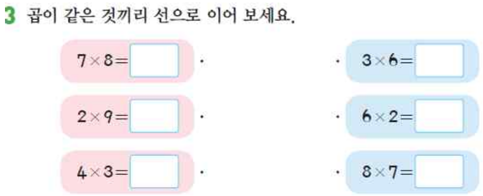
12) 우리나라 교육과정에서는 곱셈구구에서 10의 단을 다루지 않고 있으나, 미국, 독일, 네덜란드 등의 서양 교과서와 그리고 홍콩 수학 교과서에서는 모두 10의 단을 곱셈구구와 함께 다루고 있다.

한 문제를 <그림 33>, <그림 34>, <그림 35>와 같이 제시하고 있다.

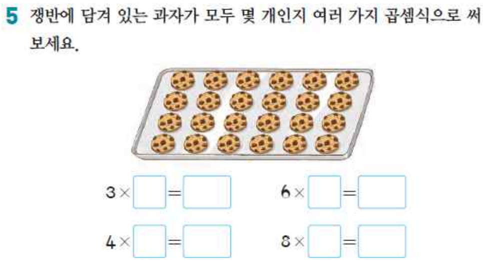


<그림 32> 2015 개정 2-2 교과서 p.51

<그림 33> 2015 개정 2-2 교과서 p.55



<그림 34> 2015 개정 2-2 교과서 p.54



<그림 35> 2015 개정 2-2 익힘책 p.27

특히 2학년 2학기 탐구수학의 <그림 36>에서는 형식적 수준에서의 분배법칙 $2\times6=2\times(3+3)=2\times3+2\times3$을 비롯하여 결합법칙 $2\times6=(2\times2)\times3$과 같은 곱셈 전략을 생각해볼 수 있으며, 이와 함께 두 배 전략(또는 이등분 전략)도 동시에 찾아볼 수 있다. 탐구수학에서는 이외에도 다양한 형식적 수준에서의 곱셈 전략이 제시되고 있는데, 한 번 더 더하기 전략, 한 번 빼기 전략 등 여러 가지 곱셈 전략을 찾아볼 수 있다.

<그림 36> 2015 개정 2-2 교과서 pp.56-57

지금까지 살펴본 각 수준별 곱셈 전략의 유형에서 수준의 전이(transfer)를 이끌어내기 위해서는 앞서 살펴보았던 묶음 모델이나 배열 모델 등과 같은 다양한 곱셈 지도 모델을 사용함과 동시에 곱셈 문제 상황 역시 다양하게 제시할 수 있어야 하며 이와 함께 형식적인 문제 상황을 제시하면서 곱셈구구를 학습할 수 있도록 지도해야 한다. 무엇보다 각기 다른 곱셈 문제 상황에서 사용한 곱셈 모델은 형식적인 곱셈 전략을 이끌어내고 다양한 곱셈의 성질을 활용하는데 도움을 줄 수 있도록 제시되어야 한다.

특히 구조화 수준에서 형식화 수준으로의 전이를 위해서는 수와 수 사이의 관계, 곱셈 성질, 곱셈구구 등을 이용하여 추론할 수 있는 능력을 갖출 수 있도록 해야 하는데, 이러한 추론의 과정은 곱셈 모델과 같은 시각적 표현을 비롯하여 곱셈 상황을 언어나 기호 등으로 나타낼 수 있을 때 가능하다. 결국 초등수학에서 곱셈구구는 단순한 암기의 대상이 아니라 이러한 각 수준의 향상을 이끌어내기 위해 곱셈 전략 및 곱셈 성질과 함께 지도될 수 있어야 하며, 무엇보다 곱셈구구를 통해 수와 수 사이의 관계, 곱셈의 규칙성, 곱셈 성질 사이의 관계 등을 이해할 수 있도록 지도해야 한다. 따라서 초등학교 교사는 이러한 곱셈 내용 지식을 갖춘 상태에서 교과서와 익힘책에서 이러한 구체적인 사례들을 비교하고 분석하는 것에서부터 곱셈구구 지도를 시작할 수 있어야 한다.

Ⅵ. 결론

본 연구는 2015 개정 수학 교과서가 현장에 적용되는 시점에 자연수 곱셈을 중심으로 곱셈 내용 지식과 함께 교과서에서 구체적인 사례를 분석한 것이다. 본 연구는 교과 내용 지식(SMK) 관점에서 초등수학에서의 자연수 곱셈에 대해 살펴본 것으로, 곱셈 상황, 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략, 곱셈 성질 등을 ‘곱셈 내용 지식’(Multiplication Matter Knowledge)으로 하여 2015 개정 수학 교과서에 제시된 사례를 살펴보았다.

본 연구를 진행하기에 앞서 지금까지 초등수학에서 곱셈과 관련된 선행연구를 검토함으로써 본 연구를 분석하기 위한 기준을 마련하였다. 초등수학에서 곱셈은 2학년 1학기 ‘곱셈’ 단원에서 곱셈에 대한 정의와 함께 도입된다. 이 과정은 여러 가지 세기에서부터 출발하여 묶어 세기, 배 개념, 동수누가 등으로 이어지면서 곱셈의 기초를 형성하게 된다. 그런 다음 2학년 2학기 ‘곱셈구구’에서는 각 단의 구성 원리와 구성 방법을 비롯하여 곱셈구구표, 곱셈구구의 활용 등에 대해 학습하게 된다. 이와 관련된 선행연구에서 중점적으로 살펴본 주제는 자연수 곱셈 연산을 중심으로 한 곱셈 내용 지식과 관련된 것으로, 이러한 논의는 김상근(2009), 강흥규(2009), 정영옥(2013)의 연구를 통해 집중적으로 살펴보았다. 그리고 이러한 선행연구 검토 결과 본 연구에서 분

석에 필요한 이론적인 틀을 추출하였으며, 이를 통해 2015 개정 수학 교과서에서 실제 사례를 분석할 수 있었다.

본 연구의 진행은 질적 내용분석을 통해 전개되었으며, 이 과정은 질적 연구 방법론에 따라 이루어졌다. 앞서 선행연구로부터 추출한 분석틀을 기준으로 '곱셈' 및 '곱셈구구' 단원에서 이와 관련된 곱셈 상황을 비롯하여 곱셈 지도 모델을 분석하는 한편 곱셈 전략 사용에서 요구되는 4단계를 중심으로 곱셈 전략 및 곱셈 성질 등을 구체적인 사례와 함께 제시하였다. 이러한 논의의 필요성에 대해서는 초등학교 현장교사들에게 곱셈 내용 지식에 대한 교수 자료를 제공하는 한편 교사들이 이러한 곱셈 내용 지식을 충분히 인식할 필요가 있음을 강조하기 위한 것이다.

곱셈 내용 지식 중 곱셈 상황 및 곱셈 지도 모델과 관련하여 분석 결과를 정리하면, 초등수학 교과서에는 다양한 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델이 등장한다. 하나의 곱셈 상황에 하나의 곱셈 지도 모델을 제시하기도 하지만, 경우에 따라서는 하나의 곱셈 상황에서 2가지 이상의 곱셈 지도 모델이 동시에 제시되거나 또는 하나의 곱셈 지도 모델을 이용해서 2가지 이상의 곱셈 상황을 나타내기도 한다. 따라서 앞서 논의했듯이 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델을 획일적으로 규정한다는 것 자체가 교수학적으로 어려운 문제일 수 있다. 곱셈 전략 및 곱셈 성질과 관련하여 분석 결과를 정리하면, 2015 개정 수학 교과서에는 직접 모델링 수준, 수 세기 수준, 구조화 수준, 형식적 수준의 4개 수준에서 다양한 곱셈 전략과 곱셈 성질 등을 다루고 있다. 그러나 한편 직접 모델링 수준과 수 세기 수준이 곱셈의 기초에 제한되어 있으며, 구조화 수준과 형식적 수준에서 교환법칙, 분배법칙 등은 곱셈구구를 학습하는 과정에서 구체화되지 않고 있기에 곱셈 내용 지식을 지도하는 과정이 제한적일 수 있다.

이러한 연구결과에 논의를 덧붙이면 초등학교 수학 수업을 진행하는 교사의 입장에서 각각의 곱셈 상황이나 곱셈 지도 모델의 전형적인 예를 먼저 이해하고, 수업의 전개 과정 또는 학생들의 이해 수준에 맞추어 이러한 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델을 알맞게 제안하는 것은 '좋은' 수업을 이끌어내기 위한 교사의 기본적인 소양이 될 수 있다. 또 곱셈구구를 지도하면서 교사는 곱셈 전략 및 곱셈 성질 등 곱셈 내용 지식에 대한 이해를 갖추어야 하는데, 이를 통해 초등수학 교과서를 비롯하여 익힘책 등에서 구체적인 사례를 인식할 수 있어야 한다. 이는 '좋은' 수업은 내용 지식에 대한 교사의 이해 수준과 밀접하게 관련되기 때문인데, 현장교사들 역시 이러한 부분을 명확하게 인식하고 있다(강현영 외, 2011). 곧, 현장교사들은 '학습 내용에 대한 정확한 이해와 그에 필요한 지식'을 비롯하여 '학생들의 눈높이에 맞추어서 학습 내용을 제시하고 그 상황을 이해할 수 있는 지식' 등을 중요하게 인식하고 있다. 이러한 맥락에서 볼 때 곱셈의 기초와 곱셈구구를 지도하는데 있어서 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델, 곱셈 전략, 곱셈 성질 등 곱셈 내용 지식에 대한 전반적인 이해는 초등교사에게 필수적이라는 것을 알 수 있다.

마지막으로 지금까지 초등수학 교과서에 제시된 곱셈 내용 지식을 분석하면서 이후 초등수학에서 곱셈을 다루면서 생각해볼 문제를 제언하면 다음과 같다.

먼저 우리나라 초등수학 교과서는 곱셈의 개념을 학습하는 '곱셈' 단원과 실질적으로 곱셈을 실행하는 수단으로서의 '곱셈구구' 단원이 2학년 1학기와 2학기로 분리되어 있다. 그러다보니 2학년 1학기에서는 곱셈구구를 사용하지 않고 곱셈 개념에만 집중에야 하고, 곱셈과 곱셈구구를 연결하여 다양한 곱셈 내용 지식을 활용하는 과정에도 문제가 될 수 있다. 이를테면 학생들이 곱을 구하기 위해 동수누가에 집중하는 이유도 이와 관련해서 생각해볼 수 있다. 따라서 곱셈을 배 개념에서 도입하고 곱셈 상황과 곱셈 지도 모델을 제한 없이 사용하기 위해 즉, 곱셈 내용 지식을 다양한 맥락에서 활용하기 위해 그리고 곱셈 전략이나 곱셈 성질 등에서 연속적인 수준의 이행을 이끌기 위해 곱셈 단원의 통합적인 구성에 대한 논의해볼 볼 필요가 있다.

다음으로 외국 교과서를 비교한 연구(김현, 2014; 김성준, 2016)를 살펴보면, 곱셈구구를 지도하는 과정에서 각각의 곱셈구구에서 교환법칙, 분배법칙을 자유롭게 이용하면서 동시에 이미 학습한 곱셈구구를 새롭게 학습하는 곱셈구구와 연결하여 보다 다양한 전략 및 성질을 활용하고 있음을 알 수 있다. 곧, 이러한 수학적 연결성을 통해 곱셈구구에서 각 단의 연결과 함께 학생들이 단순히 곱셈구구를 암송하는데 그치지 않고 사고의 유연성을 기를 수 있게 하며 동시에 곱셈구구를 구조화하고 형식화하는 수준까지 자연스럽게 연결하면서 곱셈구구의 원리를 이해할 수 있도록 이끌고 있는 것이다. 따라서 곱셈구구 지도에서 보다 열린 접근법이 필요하며, 이 과정은 교과서에서 다양한 곱셈 전략과 곱셈 성질을 각 단의 곱셈구구를 통해 제시함으로써 가능하기에 이에 대한 논의 역시 필요해보인다.

참고문헌

[1] 강현영, 고은성, 김태순, 조완영, 이경화, 이동환 (2011). 좋은 수학 수업을 위해 수학교사에게 필요한 역량과 교사교육에 대한 현직교사의 인식조사. **학교수학**, 13(4), 633-649.

[2] 강흥규 (2009). 배 개념에 기초한 자연수 곱셈 개념의 지도 방안. **학교수학**, 11(1), 17-37.

[3] 교육부 (2014). **수학 2-1.** 서울: ㈜천재교육.

[4] 교육부 (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책8].

[5] 교육부 (2017a). **교사용 지도서 수학 2-1.** 서울: ㈜천재교육.

[6] 교육부 (2017b). **수학 2-1.** 서울: ㈜천재교육.

[7] 교육부 (2017c). **수학 2-2 현장검토본.** 서울: ㈜천재교육.

[8] 교육부 (2017d). **수학 익힘 2-1.** 서울: ㈜천재교육.

[9] 교육부 (2017e). **수학 익힘 2-2 현장검토본.** 서울: ㈜천재교육.

[10] 김상근 (2008). **초등학교 수학 교과서에 나타난 곱셈 지도 방법에 대한 분석 :곱셈 기초부터 곱셈구구 지도까지**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.

[11] 김성준 (2016). 초등수학에서의 곱셈구구 지도 순서에 대한 고찰. **East Asian Mathematical Journal**, 32(1), 443-464.

[12] 김성준, 김수환, 신준식, 이대현, 이종영, 임문규, 정은실, 최창우 (2013). **초등학교 수학과 교재연구와 지도법**. 서울: 동명사.

[13] 김양권(2017). **초등학생의 수 개념 학습에서 수직선의 활용**. 건국대학교 대학원 박사학위논문.

[14] 김현 (2014). **한국·중국·일본·싱가포르 초등수학교과서의 곱셈구구 지도방법에 대한 비교 연구**. 공주교육대학교 대학원 석사학위논문.

[15] 선춘화, 박만구 (2012). 초등수학교과서에 나타난 수직선 활용법 분석-우리나라와 외국교과서 비교를 중심으로-. **한국초등수학교육학회 연구발표대회 논문집** pp.32-55.

[16] 이대현 (2010). **초등학교 수학 교과서에 나타난 분수의 곱셈과 나눗셈 지도 방법에 대한 분석**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.

[17] 임재훈 (2012). 초등수학 교과서의 분수 곱셈 알고리즘 구성 활동 분석: 모델과 알고리즘의 연결성을 중심으로. **학교수학**, 14(1), 135-150.

[18] 장미라 (2006). **초등학교 2학년 학생의 곱셈적 사고에 관한 연구**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.

[19] 정영옥 (2013). 초등수학에서 자연수 곱셈 지도-곱셈의 도입과 곱셈 구구를 중심으로-. **학교수학**, 15(4), 889-920.

[20] 진성현 (2015). **초등 수학 교과서에서 소수의 곱셈과 나눗셈 지도 순서 및 방법 분석**. 서울교육대학교 대학원 석사학위논문.

[21] 최지영, 방정숙 (2011). 초등학교에서의 대수적 추론 능력 신장 방안 탐색. **학교수학**, 13(4), 581-598.
[22] Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, 59(5), 389-407.
[23] Bogdan, R., Biklen, S. K. (2007). **Qualitative Research for Education**. 조정수 역(2010). **교육의 질적 연구 방법론**. 서울: 경문사.
[24] Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). **Children's Mathematics Cognitively Guided Instruction.** Postmouth, NH: Heinemann & Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
[25] Freudenthal, H. (1983). **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
[26] Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning A Project of the National Council of Teachers of Mathematics**(pp. 276-295). New York: Macmillan Publishing Company.
[27] National Council of Teachers of Mathematics (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**. 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 역(2007). **학교수학을 위한 원리와 규준**. 서울: 경문사.
[28] Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2009). **Helping Children Learn Mathematics.** 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 역(2012). **초등교사를 위한 수학과 교수법.** 서울: 경문사.
[29] Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.) (2001). **Children Learn Mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school.** Utrecht: Freudenthal Institute Utrecht University & National Institute for Curriculum Development.
[30] Van de Walle, J. A. (2004). **Elementary and Middle School Mathematics**. 남승인, 서찬숙, 최진화, 강영란, 홍우주, 배혜진, 김수민 역(2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가**. 서울: 경문사.

Kim Sung Joon
Busan National University of Education
24 Kyodae-ro Yeonje-gu Busan
E-mail: joonysk@bnue.ac.kr