대한수학교육학회지 <학교수학> 제 19 권 제 3 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 19, No. 3, 481 ~ 494. Sep 2017

수학적 창의성 관점에서 다중해법 간의 질적 차이 분석

백 동 현* · 이 경 화**

다중해법 문제는 수학적 창의성 함양에 적합하다고 알려져 왔다. 그런데 학생들이 제시한 다중해법들이 모두 유용하거나 의미 있는지, 학생들이 다중해법을 찾아 나가면서 어떤 사고를 하는지에 대한 연구는 매우 부족하다. 본 연구는 학생들이 제시한 다중해법 간에 질적 차이가 존재하는지, 존재한다면 수학적 창의성의 관점에서 어떤 차이인지를 확인하는 데 목표를 둔다. 이를 위해 영재교육원에 재원 중인 중학교 2학년 학생 8명에게 두 가지 버전의 과제를 제시한 후, 해법 간에 나타난 질적 차이를 분석하였다. 연구 결과, 처음에 제시한 해법과 나중에 제시한 해법 간에 차이가 있었으며, 유연성과 독창성 면에서 질적으로 상당한 차이가 나타났다. 이에 다중해법 문제를 설계하고 적용함에 있어 이와 같은 질적 차이를 고려할 필요가 있음을 결론으로 제시하였다.

I. 서론

학생들의 수학적 창의성을 계발하는 것은 수학교육의 중요한 목표 중 하나라는 주장이 제기되어 왔다(이경화, 2015; Haylock, 1987; Leikin, 2009; Silver, 1997). 2007 개정 교육과정 이래로 창의성은 학생들이 길러야 할 핵심역량 중 하나가 되었고, 수학 연구 분야 안에서도 창의성 연구는 활발하게 이루어지고 있다. 내용 면에서는 창의적인 개인, 창의적인 과정, 창의적 산출물, 창의성에 영향을 미치는 환경에 관한 연구 등이 있으며, 이들 각각을 분리해서 연구하지 않고, 인지적인 측면과 정의적인 측면, 환경적인 측면을 통합하여 연구하는 것이 최근의 흐름이다(이경화, 2015).

이 중, 창의적 산출물과 관련된 연구는 산출물의 창의적인 면을 평가하는 기준에 관한 것이 대부분이며, 이는 창의성의 정의, 구성요소, 평가도구에 관한 연구와 관련이 깊다. 예를 들어, 수학자의 위대한 업적에 준하는 것만을 창의성으로 보는 입장에서의 수학적 산출물과 학생이 고착된 사고에서 벗어나는 것까지 창의성으로 보는 입장에서의 그것은 확연히 다르다. 창의성의 구성요소는 직관과 통찰(Ervynck, 1991), 발산적 사고(Leikin, 2009; Leikin & Lev, 2013; Silver, 1997), 고착에서 벗어나는 것(Haylock, 1987) 등 다양하지만, Guilford(1967)가 발산적 사고를 창의적인 사고로 규정하고, Torrence(1974)가 유창성과 유연성, 독창성, 정교성 등 발산적 사고를 기반으로 한 창의성 평가 검사지를 개발한 이후로 발산적 사고를 창의성의 주된 구성 요소로 본다. 발산적 사고를 평가하기 위한 도구로는 문제 만들기(e.g., Silver, 1997; Haylock, 1987), 개방형 과제나 다중해법 과제를 이용하여 문제 해결하기(e.g., 도종훈, 2007; 박진형, 김동원, 2016; 이대

* 서울대학교 대학원, okbdh1@gmail.com (제1 저자)
** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr (교신저자)

현, 2014; Leikin, 2009; Leikin & Lev, 2013) 등이 있다.

하지만 이러한 창의성 측정 연구에서는 학생들이 제시한 전체 해법을 가지고 발산적 사고를 측정할 뿐 학생들이 제시한 각 해법 사이에 존재할 수 있는 질적 차이에 관해서는 주목하지 않았다. 다중해법 사이에 질적 차이가 존재한다면 그것이 어떤 것인지 파악할 필요가 있으며, 창의성 교육에 어떤 시사점을 주는지를 파악할 수 있다. 학생들이 제시한 다중해법에서 창의성이 언제 발현되는지도 파악할 수 있다. 또한, 이를 기반으로 다중해법 과제를 통해 창의성 함양을 위한 수업 설계 방향도 논의할 수 있다.

이에 본 연구에서는 우선 창의성과 수학적 창의성의 정의, 연구 대상 등의 연구 흐름을 살펴보고, 수학적 창의성을 평가하기 위한 요소와 평가 도구를 개관한 후, 다중해법 과제를 정의하고자 한다. 이를 근거로 창의성 평가 도구를 개발하여 학생들에게 테스트한 후 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 간에 수학적 창의성 관점에서 질적인 차이가 있는지를 알아보고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 창의성과 수학적 창의성

창의성을 바라보는 관점의 차이에 의해 창의성의 정의가 무수히 많은 것처럼, 수학적 창의성에 대한 정의 또한 매우 다양하다(Haylock, 1987, 1997; Leikin 2009; Leikin & Lev, 2013; Mann, 2006). 하지만 다양한 창의성의 정의 안에는 유용성과 독창성이라는 공통점이 포함되어 있고(Sriraman, Haavold & Lee, 2014), 수학적 창의성의 정의 안에도 '새롭고 유용한 수학적 지식이나 수학적 관점을 만들어내는 능력과 과정'이 공통으로 내재되어 있다(이경화, 2015).

한편, 창의성 연구의 대상은 뛰어난 업적을 산출한 사람이나 소수의 영재로 시작되었다가 최근에는 일반적인 학생으로까지 저변이 확대되고 있다. 이는 창의성 모델에서도 살펴볼 수 있는데, Kaufman & Beghetto(2009)는 기존에 '뛰어난 창의성(Big-C)'과 '일상적 창의성(little-c)'으로 구분되었던 창의성 모델에서 그 수준을 더 세분화하여 '전문적 창의성(pro-c)'과 '학습의 과정에서 나타나는 창의성(mini-c)'을 포함했다. 이러한 연구 대상의 변화와 더불어 창의성을 바라보는 관점 또한 영재성과 같이 개인이 가지고 태어나는 것, 불변하는 것에서 누구나 잠재성을 가지고 있으면서, 계발할 수 있는 것으로 변화하였다.

Treffinger(1989, 1991)는 비록 모든 사람이 영재가 되는 것은 아니지만, 그들 중 누군가는 그렇게 될 가능성이 있으며, 모든 학생의 창의적인 잠재성을 끌어내는 것을 교사의 역할 중 하나로 보았다. 수학에서도 전문 수학자의 창의성과 일반 학생의 창의성을 구분하였는데(e.g., 황우형, 최계현, 김경미, 이명희, 2006; Leikin, 2009; Sriraman, 2005), 한 예로, Leikin(2009)은 수학적 창의성을 수학 분야에서 뛰어난 업적을 내는 절대적인 창의성(absolute creativity)과 학교 수학에서 학생들에게 적용할 수 있는 상대적인 창의성(relative creativity)으로 구분함으로써 창의성의 연구 대상을 넓히고, 창의성을 계발할 수 있는 것으로 보았다. 이외에도 수학적 창의성은 계발 가능한 것으로 보는 학자들이 많다(e.g., Hashimoto, 1997; Sheffield, 2009; Silver, 1997).

2. 수학적 창의성의 평가

수학적 창의성의 평가를 위해서는 첫째, 어떠한 요소와 현상을 창의적인 것으로 볼 것인지 결정해야 한다(창의성의 정의). 둘째, 창의적인

현상이 발현되었을 때, 어떤 기준으로 평가해야 할지 정해야 하며(평가 기준), 셋째, 어떻게 창의성 발현의 질을 평가할 것인지(평가 도구)를 정해야 한다. Leikin(2009), Leikin & Lav(2013), Silver(1997) 등은 발산적 사고(유창성, 유연성, 독창성)를 창의성의 구성 요소로 보고, 개방형 과제를 이용해 창의성을 평가하고자 하였으며, Ervynck(1991)은 수학적 이해와 직관, 통찰을 수학적 창의성의 핵심 요소로 보고 이를 통해 문제를 해결하고, 구조를 발견하는 것을 창의적인 행동으로 보았으며, 문제 해결을 통해 창의성을 평가하고자 하였다. 또한 Haylock(1987, 1997)은 고착에서 벗어나는 것과 발산적 사고(유연성, 독창성, 적절성)를 통해 창의성을 판단할 수 있으며, 특히, 문제 해결과 문제 만들기, 재정의하기를 통해 창의성을 평가할 수 있다고 하였다. 일반 창의성 분야에서 Guilford(1967)가 발산적 사고를 창의적인 사고와 관련짓고, Torrence(1974)가 유창성, 유연성, 독창성, 정교성을 창의성의 구성 요소로 하여 창의성 평가 검사지를 개발한 것에 영향을 받아 수학적 창의성을 평가할 때도, 이 4가지 요소를 기반으로 발산적 사고를 평가하는 연구가 많다(e.g., 박진형, 김동원, 2016; 이정연, 이경화, 2010). 이외에도 신희영, 고은성, 이경화(2007)는 발산적 사고의 결과뿐만 아니라 과제를 해결하는 태도도 포함하는 관찰평가를 제안하였다.

본 연구에서는 창의성의 구성요소인 유창성, 유연성, 독창성, 정교성을 가지고 창의성 분석을 하고자 한다. 해법의 개수로 유창성을, 서로 다른 해법의 범주 개수로 유연성을 평가한다. 독창성은 전체 해법 공간[1]과 해당 영역의 해법 공간의 비율을 가지고 평가하며, 정교성은 풀이 과정의 정교화, 세련됨을 가지고 평가한다.

3. 개방형 과제와 다중해법 과제

문제를 출발 상황(starting situation)과 목표 상황(goal situation)으로 구분할 때, 넓은 의미에서 개방형 문제(open problem)는 출발 상황이나 목표 상황이 열린(opened) 과제를 의미하며, 수학 연구에서나 수업 수업에서 많이 거론되는 개방형 문제(open-ended problem)는 좁은 의미에서의 개방형 과제로, 출발 상황은 닫혀있고, 목표 상황은 열려 있는 과제를 의미한다(Pehkonen, 1997). 발산적 사고를 통한 창의성 측정을 위해 사용되는 개방형 문제는 대부분 후자를 의미한다(e.g., 도종훈, 2007; 박진형, 김동원, 2016; 이대현, 2014; Leikin, 2009). 목표 상황의 개방성을 두 가지 상황으로 세분화할 수 있는데, 답은 하나지만 해결 과정이 열려 있는 상황과 답이 여러 개인 상황이 그것이다.

Leikin(2009)은 문제 안에 다양한 방법으로 해결하라는 조건이 명시되어 있는 과제를 다중해법 과제(multiple solution task, MST)로 정의하였다. 다중해법 과제는 개방형 문제의 한 종류로서, 조건만 추가된 것이다. 하지만 다중해법 과제를 이용한 Leikin의 연구들(e.g., Leikin, 2009; Leikin & Lev, 2013; Levav-Waynberg & Leikin, 2012 등)에 나타난 과제들은 모두 답은 하나지만 해결 과정이 열려 있는 과제이다. Leikin은 이러한 연구에서 다중해법 과제를 통해 학생들의 창의성을 측정하기 위한 구체적이면서도 실용적인 평가 모델을 마련하였고, 이는 발산적 사고를 근간으로 한 창의성 측정과 평가 연구에 많은 영향을 주었다. 국내에서는 하수현, 이광호(2014)가 Leikin의 창의성 평가 모델을 적용했을 때 발생한 한계점을 바탕으로 모델의 보완을 제안하였고, 이대현(2014)은 Leikin의 창의성 평가 모델을

1) Leikin & Levav-Waynberg(2008)는 해법 공간(solution spaces)을 해법들의 집합으로 정의하였다. 예를 들어, 8명의 학생이 14개의 해법을 제시한 경우 전체 해법 공간은 14개의 해법 집합을 의미한다.

수정하여 만든 채점 방법을 통해 학생들의 창의성을 측정하는 연구를 수행하였다.

본 연구에서 다중해법 과제는 문제 안에 다양한 방법으로 해결하라는 조건이 명시되어 있고, 답은 하나지만 해결 과정이 열려 있는 과제를 의미한다.

III. 연구방법

본 연구의 목적은 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 간에 질적 차이가 있는지를 수학적 창의성 관점에서 확인하는 데에 있다. 따라서 특정한 사례를 상세하고 심층적으로 분석하여 탐구하는 사례 연구 방법을 사용하였다(우정호 외, 2006).

1. 연구대상

연구자가 다중해법 간의 질적 차이를 확인하기 위해서는 학생들이 수학에 흥미와 관심이 있고, 문제에 제시된 조건에 맞는 다양한 답을 제시하여야 한다. 따라서 본 연구에서는 서울 소재의 지역교육지원청 영재교육원에 재원 중인 2학년 학생들을 연구대상으로 삼았다. 이 중 남학생은 5명, 여학생은 3명이다. 대상자로 선정된 8명은 교육지원청 영재선발 고사에 합격한 학생으로서 수학에 관심과 흥미가 높고, 수학적 성취능력이 뛰어난 학생들이다. 이후부터는 이 8명의 학생을 S1, S2,,, S8으로 지칭한다.

2. 자료의 수집과 분석

학생들의 활동은 토요일 1차시에 걸쳐 이루어졌다. 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 간에 유연성, 독창성, 정교성 면에서 질적인 차이가 있는지를 명확히 하기 위해 학생들에게 2가지 버전의 활동지를 배부하여 45분 동안 해결하게 하였다.

첫 번째 버전의 활동지에는 다양한 방법으로 문제를 해결하라는 조건이 없었다. 두 번째 버전의 활동지에는 과제는 똑같지만 각 문항 마다 다양한 방법으로 풀어보라는 조건을 추가하였다. 학생들에게 먼저 첫 번째 버전의 활동지를 배부하고, 문제를 해결하게 하였다. 다 해결한 학생들에게는 두 번째 버전의 활동지를 배부하였다. 이때, 지시문과 관련된 두 활동지의 차이에 대해 간단하게 설명을 한 후, 첫 번째 활동지에서 사용한 방법 이외의 다양한 방법으로 두 번째 활동지의 과제를 해결하라고 설명하였다. 두 가지 버전의 활동지를 배부한 이유는 첫째, 학생들이 제시한 답의 순서를 명확히 하기 위함이다. 그렇지 않을 경우 풀이 순서를 확인하기 어려울 수 있고, 풀이 과정이 생략되거나 해답 간에 중첩되어 학생들의 풀이를 연구자가 해석하기 힘들 수 있다. 둘째, 많은 학생이 다중해법을 제시할 수 있게 하기 위해서이다. 일반적으로 문제를 해결할 때, 답을 얻기 위한 다양한 과정보다는 답을 산출하는 데에 더 큰 관심을 두기 때문에 두 가지 버전의 활동지를 배부하였다. 학생들은 정해진 루틴을 이용하거나 정형화된 방법을 통해 문제를 해결하는 경향을 보이기 때문에(Haylock, 1987, 1997), 학생들의 첫 번째 해법에서는 정형화된 풀이를, 두 번째 이상의 해법에서는 유연성, 독창성 또는 정교성이 드러나는 풀이를 볼 수 있다고 추측하였다.

자료 분석은 학생들이 작성한 활동지를 중심으로 하였다. 활동지에 적혀 있는 답안을 분류하였고, 그다음으로 첫 번째 버전의 활동지와 두 번째 버전의 활동지에 적힌 답안의 차이에 주목하였다. 학생들의 풀이에 대한 해석이 불가능한 경우나 추가 확인이 필요한 부분에 대해서는 개

별적으로 학생들에게 연락을 취하여 확인하였다.

3. 과제의 설계

본 연구의 목표는 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 과제의 답안 간에 수학적 창의성의 관점에서 질적 차이가 있는지를 알아보는 것이다. 따라서 중학교 1학년 교과서에서 볼 수 있는 유형의 과제 3개를 다중해법 과제로 변형하여 설계하였다. 수학교육 연구원들의 온라인 커뮤니티를 통해 과제를 검토받았고, 과제 3은 별도로 3명의 수학교육 전문가에게 조언을 받음으로써 과제 타당성을 확보하였다. 과제 1과 과제 2는 전형적인 대수 과제이고, 과제 3은 기하와 대수 영역이 혼합된 과제이다. 첫 번째 과제는 <표 III-1>과 같이 4개 범주의 해법을 가진 다중해법 과제이다. 서로 다른 범주의 해법은 창의성의 요소 중 유연성과 관련이 있고, 같은 범주 안에서 다양한 답은 창의성의 구성 요소 중 유창성과 관련이 있다.

<표 III-1> 과제 1과 해법

과제 1.
매일 일정량의 사탕을 먹던 어떤 학생이 사탕이 몸에 해롭다는 것을 알고, 일주일 동안 전날보다 두 개씩 줄였다. 그 한 주 동안 총 91개를 먹었다면 사탕 수를 줄이기 바로 전날에는 몇 개의 사탕을 먹었을까? 다양한 방법으로 풀어보아라.

해법
범주1. 전날이나 중간 날 등 특정한 하루에 먹은 사탕의 수를 미지수로 정한 후, 방정식으로 풀이
범주2. 사탕 수를 줄이지 않았다고 가정한 후 방정식을 이용한 풀이
범주3. 일주일 동안 먹은 사탕의 평균을 이용한 풀이
범주4. 일차함수 그래프를 이용한 풀이

두 번째 과제는 <표 III-2>와 같이 5개 범주의 해법을 가진 다중해법 과제이고, 세 번째 과제는 <표 III-3>과 같이 쌓기나무 관련 과제이다. 다중

<표 III-2> 과제 2와 해법

과제 2.
원 모양의 트랙을 한 바퀴 도는 데 철수는 45초, 영희는 60초가 걸린다. 이와 같은 일정한 속력으로 두 사람이 같은 곳에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 트랙을 돌 때, 두 사람이 다시 만나게 되는 시각은 몇 초 후인가? 다양한 방법으로 풀어보아라.

해법
범주1. 속력 차를 이용해 해결한 풀이
범주2. (시간), (속력), (거리) 그래프를 활용한 풀이
범주3. 최소공배수를 이용한 풀이
범주4. 속력의 비율을 이용한 풀이
범주5. 한 사람이 한 바퀴씩 도는 것을 기준으로 하여, 나머지 사람의 위치를 표시하여 해결한 풀이

<표 III-3> 과제 3의 활동 2-3), 3-3)과 해법

과제 3
활동2-3)
n층에 색이 칠해진 면의 개수를 n을 사용한 식으로 나타내되, 다양한 방법으로 풀어보아라(단, 1층보다는 높다).

해법
범주1. 2면이 칠해진 것과 3면이 칠해진 것으로 나누어 해결한 풀이
범주2. 윗면의 개수와 옆면의 개수를 각각 구해 해결한 풀이
범주3. 윗면과 옆면의 한쪽 측면의 개수를 동일하게 계산한 후, 겹치거나 모자란 부분을 더하거나 뺀 풀이
범주4. 층이 변할 때의 규칙을 이용한 풀이

활동3-3)
n층까지 쌓았을 때, 1층부터 n층까지 색이 칠해진 전체 면의 개수를 구하는 법을 다양한 방법으로 설명해보아라.

해법
범주1. 활동2-3)에서 구한 식을 이용해 층별로 계산한 풀이
범주2. 윗면과 옆면의 정사영(projection)을 이용한 풀이
범주3. 윗면은 정사영(projection), 옆면은 활동2-3)에서 구한 식을 이용한 풀이

해법 과제는 과제 3중에서 활동2-3)과 활동3-3)인데, 난도가 높기 때문에 이를 활동 3개로 세분화

하였다. 특히, 활동3-3)에서 전체 면의 개수를 구하기 위해서는 수열, 급수와 같은 선행지식이 필요하다. 중학교 2학년을 대상으로 하므로 직접 개수를 구하지는 않고, 구하는 방법만 설명하라고 하였다. 학생들은 활동2-3)에서 사용한 방법을 활용하거나 정사영 방법[2]을 이용하여 활동 3-3) 과제를 해결할 수 있다.

Ⅳ. 연구결과

1. 과제 1의 풀이 제시 순서에 따른 풀이 전략의 차이

과제 1에 대한 학생들의 답안을 유형별, 그리고 제시 순서별로 나타낸 것이 <표 IV-1>이고[3], 전체 해법 공간에 대한 범주별, 풀이 순서별 해법 공간의 비율을 나타낸 것이 <표 IV-2>이다. <표 IV-2>에서 학생들이 제시한 전체 해법의 개수는 14개이며, 이 중 범주1 유형은 8개로 전체 해법 공간 중 57.1%를 차지한다. 특히, 첫 번째 풀이 전략에서 범주1 유형이 많이 나타나며, 첫 번째 풀이 전략이면서 범주1 유형에 해당하는 해법의 비율은 전체 해법 공간의 50%이다. 이 사실과 <표 IV-2>에서의 수치 비교를 통해 첫 번째 풀이 전략의 독창성이 두 번째, 세 번째 풀이 전략들의 독창성보다 낮다는 것을 알 수 있다. 두 번째 풀이 전략에서는 범주3 유형을 많이 이용했으며, 이 유형은 세 번째 풀이 전략인 범주2 유형보다 전체 해법에서 차지하는 비율이 높다. 결과적으로 풀이 순서에 따라서 첫 번째보다는 두 번째, 두 번째보다는 세 번째 풀이 전략의 독창성이 높았다.

범주1 유형은 과제 1과 같은 유형의 문제를 해결할 때 가장 널리 사용되는 문제해결 전략으로써, 학생들은 주어진 문제를 해결할 때 가장 익숙하고, 알고리즘에 의해 해결할 수 있는 전략 또는 기존에 성공 경험이 있는 알고리즘 (Haylock, 1987, 1997)을 사용한다는 것을 확인할 수 있다. 범주1 유형은 식을 세우기는 쉽지만,

<표 IV-1> 과제 1에서 학생들이 제시한 풀이 순서와 과제 1의 해법 공간

유형		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	계 (유형별)	계 (범주별)
범주1. 미지수(특정한 날)를 이용한 방정식 풀이	줄이기 전 날의 개수를 미지수로				1		1	1		3	8
	첫 날의 개수를 미지수로	2				1			1	3	
	마지막 날의 개수를 미지수로	1	1							2	
범주2. 문제 상황 변경	사탕수를 줄이지 않았다고 가정						2	3		2	2
범주3. 대푯값 이용	평균 이용			1		2		2	2	4	4
범주4. 일차함수 이용	함수의 그래프를 이용한 풀이									0	0
계(응답 수)		2	1	1	1	2	2	3	2	14	14

2) 본 고에서 정사영(projection) 방법이란 입체를 평면화하여 해결한 방법을 의미한다. 예를 들어 쌓기나무에서 색이 칠해진 윗면들을 평면화하면 정사각형이 되고 이를 이용해 전체 면의 개수를 구할 수 있다.
3) 표의 학생별, 유형별 숫자 1은 해당 학생의 첫 번째 풀이, 2는 두 번째 풀이, 3은 세 번째 풀이를 의미한다.

<표 IV-2> 과제 1에서 범주 및 풀이 순서별 해법 공간 비율

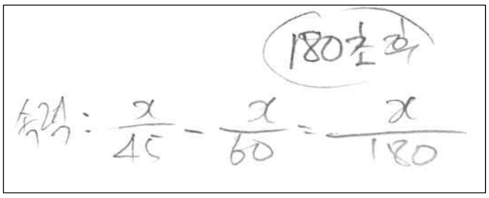
유형	첫 번째 전략	두 번째 전략	세 번째 전략	계
범주1	$\frac{7}{14}$(50%)	$\frac{1}{14}$(7.1%)		$\frac{8}{14}$(57.1%)
범주2		$\frac{1}{14}$(7.1%)	$\frac{1}{14}$(7.1%)	$\frac{2}{14}$(14.3%)
범주3	$\frac{1}{14}$(7.1%)	$\frac{3}{14}$(21.4%)		$\frac{4}{14}$(28.6%)
범주4				0(0%)
계	$\frac{8}{14}$(57.1%)	$\frac{5}{14}$(35.7%)	$\frac{1}{14}$(7.1%)	$\frac{14}{14}$(100%)

방정식의 해를 구하는 과정은 복잡하다. 이와 달리 두 번째 전략으로 많이 사용한 범주3 유형을 이용하면 방정식을 풀 필요 없이 평균을 이용해 간단히 문제를 해결할 수 있다. 이 유형을 생각해내기는 범주1 유형보다 어렵지만, 해결 과정 면에서는 더 효율적이다. 또한, 범주2 유형은 범주1 유형과 비슷하게 방정식을 이용하여 풀이하는 것이지만, 문제 상황을 바꿔야 한다. 즉, 주어진 조건을 바꿔서 생각해야 하므로 앞서 제시한 유형들보다 유연성과 독창성이 필요한 해법이다. 실제로 범주별 응답 인원수도 2명으로 적다. 즉, 학생들에게 익숙하고 쉽게 생각할 수 있는 풀이 전략일수록 이를 이용한 학생들이 많았고, 풀이 순서에서도 앞서 제시되었으며, S5, S6, S7, S8의 풀이에서 볼 수 있듯이 학생 개인들의 풀이에서도 첫 번째 답안보다는 두 번째, 세 번째 답안이 더 독창적이라는 것을 알 수 있다. 결과적으로 첫 번째 풀이와 다른 풀이를 도출하기 위해서는 더욱 유연하고, 독창적인 사고를 필요로 한다.

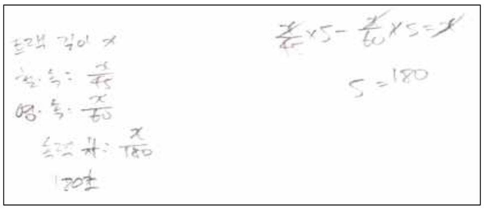
2. 과제 2의 풀이 제시 순서에 따른 풀이 전략의 차이

<표 IV-3>은 과제 2에 대한 학생들의 유형별, 제시 순서별 답안을, <표 IV-4>는 전체 해법 공간에 대한 범주별, 풀이 순서별 해법 공간의 비율을 나타낸 것이다. <표 IV-4>를 보면, 학생들이 제시한 전체 해법의 개수는 12개이고, 이 중 범주1 유형은 7개로 전체 해법 공간 중 58.3%에 해당한다. 학생들은 첫 번째 풀이 전략으로 범주 1 유형의 해법을 주로 사용하였으며, 첫 번째 풀이 전략이면서 범주1에 해당하는 해법의 비율은 전체 해법 공간의 50%이다. 이 과제에서도 첫 번째 해결 전략의 독창성이 두 번째 해결 전략보다 낮다.

과제 2 유형의 과제에서 범주1 방법을 이용한 풀이는 가장 일반적인 풀이이다. 임의의 문자(임의의 구체적인 숫자를 이용한 학생들도 있었다.)를 사용하여, $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 공식에 대입하여 값을 구하면 된다. 과제 1과 마찬가지로, 과제 2에서도 학생들은 가장 익숙한 방법, 알고리즘에 의한 방법을 첫 번째 전략으로 사용하였다. 두 번째 풀이 전략으로 많이 사용한 전략인 범주5는 문제 해결을 위해 두 사람의 위치를 그림을 그리거나 위치를 고려해서 해결한 것으로 특히, 그림을 통해 해결한 것은 자신만의 방법을 사용



[그림 IV-1] 과제 2 첫 번째 풀이(S6)



[그림 IV-2] 과제 2 두 번째 풀이(S6)

<표 IV-3> 과제 2에서 학생들이 제시한 풀이 순서와 과제 2의 해법 공간

유형		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	계 (유형별)	계 (범주별)
범주1. 속력 차를 이용한 대수 풀이	트랙의 길이를 1로	1		1						2	7
	트랙의 길이를 360으로							1		1	
	트랙의 길이를 문자로				1		1, 2		1	4	
범주2. 그래프 이용	(시간), (거리), (속력) 그래프 이용									0	0
범주3. 최소공배수 이용	45와 60의 최소공배수 이용		1			1		2		3	3
범주4. 속력의 비율 이용	속력의 비율 이용									0	0
범주5. 기준 이용	한 사람이 돌 때 나머지 사람의 위치를 그림으로 표시					2				1	2
	한 사람이 돌 때 나머지 사람의 위치를 고려								2	1	
계(응답 수)		1	1	1	1	2	2	2	2	12	12

<표 IV-4> 과제 2에서 범주 및 풀이 순서별 해법 공간 비율

유형	첫 번째 전략	두 번째 전략	계
범주1	$\frac{6}{12}$(50%)	$\frac{1}{12}$(8.3%)	$\frac{7}{12}$(58.3%)
범주2			0(0%)
범주3	$\frac{2}{12}$(16.7%)	$\frac{1}{12}$(8.3%)	$\frac{3}{12}$(25%)
범주4			0(0%)
범주5		$\frac{2}{12}$(16.7%)	$\frac{2}{12}$(16.7%)
계	$\frac{8}{12}$(66.7%)	$\frac{4}{12}$(33.3%)	$\frac{12}{12}$(100%)

하여 해결했다는 점에서 Ervynck(1991)의 2수준에 해당하는 창의적인 문제해결 방법이다. S6은 첫 번째와 두 번째 풀이 전략 모두 범주1 유형을 사용하였지만, [그림 IV-1]과 [그림 IV-2]에서 볼 수 있는 것과 같이 두 번째 풀이에서는 변수를 정의하고, 계산 과정을 구체화함으로써 창의성 평가의 한 요소인 정교성을 보였다.

<표 IV-3>에서 S5, S7, S8의 풀이 순서와 해당 범주, 그리고 <표 IV-4>의 범주별 해법 공간의 비율 근거로 하면 학생 개인별 답안 내에서도 첫 번째보다는 두 번째 풀이 전략이 더 독창적이었다.

3. 과제 3의 풀이 제시 순서에 따른 풀이 전략의 차이

가. 활동 2-3)

과제 3의 활동 2-3)에 대한 학생들의 답안을 유형별, 그리고 제시 순서별로 표시한 것이 <표 IV-5>이고, 전체 해법 공간에 대한 범주별, 풀이

<표 IV-5> 과제 3의 활동 2-3)에서 학생들이 제시한 풀이 순서와 활동 2-3)의 해법 공간

유형		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	계 (유형별)	계 (범주별)
범주1. 칠해진 면의 개수를 기준으로	2면이 칠해진 것과 3면이 칠해진 것으로 나눔						1	3		2	2
범주2. 윗면과 옆면을 분리	윗면과 옆면을 각각 4개 단위로 구분 $4(2n-2)+4(2n-1)$	1			2					2	5
	윗면을 현재 층과 전 층의 정사각형 넓이의 차로 $(2n-1)^2-(2n-3)^2$			1	1				1	3	
범주3. 윗면과 옆면을 같게	겹친 부분 빼기									0	0
	모자란 부분 더하기									0	
범주4. 규칙	층이 증가할 때 2면이 8개씩 추가							1		1	2
	16개씩 증가, 등차수열							2		1	
계(응답 수)		1	0	1	2	0	1	3	1	9	9

<표 IV-6> 활동 2-3)에서 범주 및 풀이 순서별 해법 공간 비율

유형	첫 번째 전략	두 번째 전략	세 번째 전략	계
범주1	$\frac{1}{9}$(11.1%)		$\frac{1}{9}$(11.1%)	$\frac{2}{9}$(22.2%)
범주2	$\frac{4}{9}$(44.4%)	$\frac{1}{9}$(11.1%)		$\frac{5}{9}$(55.6%)
범주3				0(0%)
범주4	$\frac{1}{9}$(11.1%)	$\frac{1}{9}$(11.1%)		$\frac{2}{9}$(22.2%)
계	$\frac{6}{9}$(66.7%)	$\frac{2}{9}$(22.2%)	$\frac{1}{9}$(11.1%)	$\frac{9}{9}$(100%)

순서별 해법 공간의 비율을 나타낸 것이 <표 IV-6>이다. <표 IV-6>에서 학생들이 제시한 전체 해법의 개수는 9개이며, 이 중 범주2 유형은 5개로 전체 해법 공간 중 55.6%를 차지한다. 첫 번째 풀이 전략이면서 범주2에 해당하는 해법의 비율은 전체 해법 공간의 44.4%를 차지하며, <표 IV-6>의 값을 통해 첫 번째 풀이 전략의 독창성이 두 번째, 세 번째 풀이 전략들의 독창성보다 낮다는 것을 알 수 있다.

<표 IV-5>를 보면, 다중해법을 제시한 S4의 경우 두 풀이가 같은 범주에 속하기는 하지만 유형별로 봤을 때는 두 번째 풀이가 더 독창적이다. 세 가지 전략을 사용한 S7은 다른 학생들이 사용하지 않은 규칙성을 이용하였다는 면에서 첫 번째 풀이가 독창적이었고, 두 번째 풀이는 첫 번째 풀이를 활용한 것이었다. 관점을 전환하여 제시한 세 번째 풀이에서 S7의 사고의 유연성이 드러났다.

나. 활동 3-3)

활동 3-3)에서는 <표 IV-7>에서 볼 수 있는 것처럼 모든 학생이 한 가지 방법으로 해결했다. 첫 번째 풀이 전략으로 6명이 범주1 유형을 이

<표 IV-7> 과제 3의 활동 3-3)에서 학생들이 제시한 풀이 순서와 활동 3-3)의 해법 공간

유형		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	계 (유형별)	계 (범주별)
범주1. 층별로 계산	활동 2-3) 공식 이용	1		1	1		1	1	1	6	6
범주2. 정사영	윗면과 옆면을 정사영으로					1				1	1
범주3. 범주1과 범주2 혼합	윗면은 정사영으로 옆면은 층별로		1							1	1
계(응답 수)		1	1	1	1	1	1	1	1	8	8

용했는데, 이는 앞서 해결한 활동2-3)을 활용한 해결 전략이다. 이 과제를 통해서도 학생들은 과제를 해결할 때 먼저 익숙하거나 알고리즘에 의한 또는 바로 생각해낼 수 있는 풀이 전략을 쓴다는 것을 확인할 수 있다. 범주2를 이용해 해결한 S5는 앞선 활동 2-3)의 풀이에 고착되지 않고, 구조에 대한 통찰을 통해 정사영 방법으로 과제를 해결하였다.

V. 논의 및 결론

본 연구는 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 간에 수학적 창의성 관점에서 질적인 차이가 있는지를 알아보기 위한 연구이다. 이를 위해 학생들에게 두 가지 버전의 활동지를 배부하였으며, 두 번째 활동지는 첫 번째 활동지와 달리 제시문의 마지막 부분에 가능한 다양한 방법으로 해결하라는 조건을 추가하였다. 학생들이 제출한 답안지의 분석은 답안 유형과 답안 제시 순서, 전체 해법 공간에서의 비율 등에 주목하여 이루어졌다. 연구 결과로부터 학생들의 해법 제시 순서에 따른 과제의 질에 차이가 있다는 것을 알게 되었고, 특히 독창성과, 유연성, 정교성 면에서 차이가 있다는 사실을 확인하였다. 이를 통해 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 간에 창의성 관점에서 차이가 있다는 결론을 얻을 수 있었으며, 이와 관련하여 다음과 같은 논의를 할 수 있다.

첫째, 학생들이 첫 번째로 제시한 답안과 나중에 제시한 답안 간에 수학적 창의성 측면에서 질적인 차이가 있었다. 첫 번째 풀이 방법은 학생들이 쉽게 생각해낼 수 있고, 알고리즘에 의해 답을 구할 수 있는 경우가 대다수였고, 이는 Lithner(2008)의 알고리즘에 의한 풀이, 모방적인 해결 방법이었다. 문제를 해결하긴 했지만, 학생들에게 의미 있는 수학 활동이기보다는 기존의 해결 방법을 회상하거나 기존 절차에 의해서 쉽게 해결할 수 있는 모방적인 활동이다. 분석 방법에서 예측한 바와 같이 학생들이 첫 번째로 제시한 답안보다는 이후에 제시한 답안에서 창의성의 구성 요소인 정교성, 유연성, 독창성이 드러났다.

둘째, 영재 학생들은 현재 방법보다 더 효율적이지 않거나, 세련되지 않은 풀이, 또는 독창적이지 않은 풀이라면 해결 전략으로 제시하지 않는 경향이 있었다. 이는 과제 1에서 S3이 첫 번째 방법으로 평균을 이용해 간단히 해결한 후, 나머지 모든 학생이 사용한 범주1의 일반적인 풀이 방법을 제시하지 않았다는 점과 과제 3의 활동 3-3)에서 정사영을 이용해 해결한 S5가 층별로 구하는 범주1에 해당하는 풀이를 제시하지

않았다는 점 그리고 다양한 해결 전략을 제시하지 않은 이유로 다른 풀이의 필요성을 느끼지 못해서라고 답변한 것을 근거로 들 수 있다. 만일 이 과제가 어떠한 선발을 위한 과제이거나 또는 다중해법을 많이 제시할수록 더 큰 보상을 한다고 할 때도 같은 결과가 도출될지에 대해서는 추가 연구가 필요하다.

셋째, 학생들의 다중해법에 발현된 창의성의 평가 요소(유창성, 유연성, 독창성, 정교성)의 개수에 따라 학생들의 다중해법을 세 가지 그룹으로 구별할 수 있었다. 첫 번째 그룹은 창의성 평가 요소 중 한 가지만 발현된 경우로, 유창성만 발현된 경우와 독창성만 발현된 사례가 있었다. 두 번째 그룹은 창의성 평가 요소 중 두 가지가 발현된 경우이며 유창성과 정교성이 발현된 사례와 유창성과 유연성이 발현된 사례가 있었다. 마지막으로 창의성의 평가 요소 중 세 가지가 발현된 경우에는 유창성과 유연성, 독창성이 함께 드러난 사례가 있었다. 학생들이 두 개 이상의 해법을 제시하기 위해서는 먼저 제시한 해법과 관련된 내용 기반 고착과 알고리즘 고착(Haylock, 1987, 1997)에서 벗어나야 하는데, 그 정도에 따라 유창성만 발현될 수도 있고, 유창성과 유연성 그리고 독창성이 함께 발현될 수 있다.

넷째, 과제별로 첫 번째 풀이 전략이 속한 범주에 편중된 정도가 달랐다. 본 연구에서는 과제 1과 과제 2의 경우 첫 번째 풀이 전략이 한 범주에 편중된 정도가 심하지만, 과제 3의 활동 2-3)과 3-3)에서는 편중된 정도가 약했다. 과제 특성을 살펴보면 과제 1, 2는 대수 문제이고, 학생들이 이와 유사한 유형의 과제를 많이 풀어보아서 그들에게 익숙하고, 이전의 성공 경험이 있는 알고리즘에 의해 상대적으로 쉽게 해결할 수 있는 과제였다. 반면, 과제 3은 기하와 대수가 혼합된 문제로서, 해결을 위한 정형화된 알고리즘이 있지 않다. 따라서 과제 3을 해결할 때는 첫 번째 풀이 전략에 다소 덜 편중되었다. 이를 통해 창의성 평가에 대한 시사점을 얻을 수 있다. 즉, 고착을 벗어나는 정도를 통해 창의성을 측정(Haylock, 1987, 1997)하기 위해서는 과제 1, 2와 같이 학생들에게 익숙하고, 정형화된 알고리즘이 있는 과제를 이용하는 것이 적합하다. 반면 고착에 의한 장벽을 다소 낮춘 후 창의성의 평가 요소를 측정하기 위해서는 학생들에게 새롭고, 정형화된 해법이 없는 과제 3과 같은 유형이 적합하다.

다섯째, 과제별로 답안을 제시한 정도가 달랐다. 과제의 난도에 따라 해법을 한 가지도 제시하지 못한 학생부터 세 가지의 해법을 제시한 학생까지 있었다. 또한, 과제 3의 활동 3-3)의 경우 2가지 이상의 다중해법을 제시한 학생이 한 명도 없었다. 해법 개수의 차이가 있기는 하지만 이대현(2014)의 연구에서도 비슷한 결과를 볼 수 있다. 이는 창의성 측정을 위한 과제를 설계할 때 평가 대상이 되는 학생들의 수준을 고려해서 설계해야 한다는 점을 시사한다.

여섯째, 수업에서 다중해법 과제를 이용하여 학생들의 창의성을 함양시킬 수 있다는 점을 시사한다. 이는 학생들의 첫 번째 해법보다는 그 이후의 해법이 더 창의적이라는 사실에서 그리고 학생들이 수학 영역 간에 연결을 지어 과제를 해결하는 것에 어려움을 보였다는 점을 근거로 한다. 본 연구에서 과제 1의 범주4, 과제 2의 범주2는 함수의 그래프를 이용한 풀이 전략인데, 이를 이용해 과제를 해결한 학생은 한 명도 없었다. 두 가지 이상의 해법을 제시한 학생들이 대부분 같은 영역(e.g., 대수 영역) 안에서만 해법을 제시했다. 다중해법 과제를 해결해 본 경험이 적은 학생은 수학의 다른 영역과 연결 지어 과제를 해결한다는 것 자체를 이해하지 못할 수도 있는데, 이는 Levav-Waynberg & Leikin(2012)의 연구에서도 나타났다. 연구에서 Nir이 연구자

들의 권고와 도움을 통해 수학적 연결성을 보이고, 다중해법을 제시할 수 있었던 것처럼, 수학 수업에서 다중해법 과제를 이용한 교사의 지도를 통해 학생들의 사고의 지평을 확장할 수 있고, 이는 학생들의 창의성 함양으로 이어질 수 있다.

본 연구에서는 학생들이 순서대로 제시한 다중해법 간에 수학적 창의성 관점에서 질적 차이가 있는지를 확인하고자 하였고, 영재 학생들을 대상으로 연구한 결과 다중해법 간에 질적 차이가 있는 것으로 확인이 되었다. 따라서 창의성 함양 또는 평가를 위해 다중해법 과제를 설계하고 적용을 할 때 이와 같은 질적인 차이를 고려할 필요가 있다. 본 연구와 관련하여 일반 학생을 대상으로 했을 때도 같은 결과가 나오는지, 영재 학생을 대상으로 한 연구와 어떤 차이가 있는지에 대한 후속 연구가 이루어지길 기대한다. 또한 다중해법 과제를 통한 창의성 측정과 평가에 관한 연구는 많지만, 창의성 함양을 위해 다중해법 과제를 이용한 연구는 미흡한 실정을 고려하여, 다중해법 과제를 이용해서 수업했을 때 학생들의 창의성이 함양되는지에 대한 후속 연구가 이루어지길 기대한다.

참고문헌

도종훈(2007). 개방형 문제를 어떻게 만들 것인가?: 두 개의 개방형 문제 제작 사례를 중심으로. **한국학교수학회논문집. 10**(2). 221-235

박진형, 김동원(2016). 예 만들기 활동에 의한 창의적 사고 촉진 방안 연구. **수학교육학연구, 26**(1). 1-22

신희영, 고은성, 이경화. (2007). 수학영재교육에서의 관찰평가와 창의력평가. **학교수학, 9**(2), 241-257.

우정호, 정영옥, 박경미, 이경화, 김남희, 나귀수, 임재훈(2006). **수학교육학 연구방법론**. 서울: 경문사.

이경화(2015). **수학적 창의성: 수학적 창의성의 눈으로 본 수학교육**, 서울: 경문사.

이대현(2014). 다양한 해결법이 있는 문제를 활용한 수학적 창의성 측정 방안 탐색. **학교수학, 16**(1), 1-17.

이정연, 이경화(2010). Simpson의 패러독스를 활용한 영재교육에서 창의성 발현 사례 분석, **수학교육학연구, 20**(3), 203-219.

하수현, 이광호(2014). Leikin의 수학적 창의성 측정 방법에 대한 고찰. **한국초등수학교육학회지, 18**(1), 83-103.

황우형, 최계현, 김경미, 이명희(2006). 수학교육과 수학적 창의성. **수학교육 논문집, 20**(4), 561-574.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 42-53). Dordrecht: Springer Netherlands.

Guilford, J. P. (1967). The nature of human intelligence. New York: McGraw-Hill.

Hashimoto, Y. (1997). The methods of fostering creativity through mathematical problem solving. *ZDM, 29*(3), 86-87.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics, 18*, 59-74.

Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM, 29*(3), 68-74.

Kaufman, J. C., & Beghetto, R. A. (2009). Beyond big and little: The four c model of creativity. *Review of general psychology, 13*(1), 1.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. *Creativity in mathematics and the education of gifted* *students, 9*, 129-145.

Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference?. *Zdm, 45*(2), 183-197.

Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution spaces of multiple-solution connecting tasks as a mirror of the development of mathematics teachers' knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 8*(3), 233-251.

Levav-Waynberg, A., & Leikin, R. (2012). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *Journal of Mathematical Behavior, 31*, 73-90.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276.

Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30*, 236-262.

Pehkonen, E. (1997). Introduction to the concept "open-ended problem". In Pehkonen, E.(Ed.), *Use of Open-Ended Problems in Mathematics Classroom* (pp.7-11). Helsinki University

Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity－questions may be the answer. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 87-100). Rotterdam: Sense Publishers.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 29*(3), 75-80.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. *The Journal of Secondary Gifted Education, 17*, 20-36.

Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2014). Creativity in mathematics education. *In Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 109-115). Springer Netherlands.

Torrance, E. P. (1974). *Torrance tests of creative thinking*. Bensenville, IL: Scholastic Testing Service.

Treffinger, D. J. (1989). From potentials to productivity: Designing the journey to 2000. *Gifted Child Today*, 17-21.

Treffinger, D. J. (1991). School reform and gifted education-Opportunities and issues. *Gifted Child Quart. 35*(1), 6-11.

A Study on the Qualitative Differences Analysis between Multiple Solutions in Terms of Mathematical Creativity

Baek, Dong-Hyeon (Graduate School, Seoul National University)
Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

Tasks of multiple solutions have been said to be suitable for the cultivation of mathematical creativity. However, studies on the fact that multiple solutions presented by students are useful or meaningful, and students' thoughts while finding multiple solutions are very short. In this study, we set goals to confirm the qualitative differences among the multiple solutions presented by the students and, if present, from the viewpoint of mathematical creativity. For this reason, after presenting the set of tasks of the two versions to eight mathematically gifted students of the second-grade middle school, we analyzed qualitative differences that appeared among the solutions. In the study, there was a difference among the solution presented first and the solutions presented later, and qualitatively substantial differences in terms of flexibility and creativity. In this regard, it was concluded that the need to account for such qualitative differences in designing and applying multiple solutions should be considered.

* Key Words : multiple solution tasks(다중해법 과제), mathematical creativity(수학적 창의성), mathematically gifted student(수학영재), qualitative differences analysis(질적 차이 분석), solution spaces(해법 공간)

논문접수 : 2017. 8. 10
논문수정 : 2017. 9. 18
심사완료 : 2017. 9. 19