

## 수학 교육과정의 ‘핵심 개념’ 의미 고찰 및 국제 비교<sup>1)</sup>

이 화 영\*

본 연구는 수학 교육과정에서의 핵심 개념에 대한 향후의 연구 방향을 제시하고자, 핵심 개념의 의미를 고찰하고 국가별 수학과 교육과정에서의 핵심 개념을 비교하였다. 그 결과, 학교 수학에서의 핵심 개념은 학교 수학에서 배워야 하는 수학의 주요 내용 영역, 수학 개념의 기저 및 내용 간의 핵심 원리, 교수·학습의 초점 등의 관점에서 제시되어 왔으며, 우리나라, 미국, 캐나다, 호주, 뉴질랜드 등의 교육과정에서 다양한 방식으로 제시된 것을 알 수 있었다. 본 연구는 향후 미래를 살아갈 학생들을 위한 수학과 교육과정을 위하여 수학과 핵심 개념이 무엇인지에 대한 중장기 연구와 수학과 교육과정에서 핵심 개념의 제시 방식에 대한 연구의 방향을 논의하였다.

### I. 연구의 필요성 및 목적

인공지능, 빅 데이터, 사물 인터넷, 클라우드 서비스 등으로 특징되는 지능정보 사회에서 날 날의 수학 지식을 배우고 계산과 알고리즘을 숙달하는 것이 과연 언제까지 필요하며 유효한가? 학생들이 핵심 역량<sup>2)</sup>을 갖추려면 어떤 내용의 수학을 가르쳐야 하는가? 이러한 질문은 수학과 교육과정에서 다루어야 할 핵심 개념의 목록과 학생들이 학습해야 할 지식과 학습 경험을 명료화해야 할 필요를 제기한다.

교육과정의 개정에서 학습 내용과 범위를 선정하는 것은 핵심이라 할 수 있다. 미국, 캐나다, 호주, 뉴질랜드 등은 학생들의 핵심 역량(core

competencies)을 길러주기 위하여 수학 학습에서 중심이 되는 개념들을 big ideas, key ideas, core ideas, key concepts 등과 같은 용어로 드러내어 교육과정을 구조화하는 추세에 있다.

우리나라도 2015 개정 교육과정의 초·중등 교육과정 총론(교육부, 2015d)에서 교육과정 구성의 중점으로 ‘교과의 핵심 내용을 중심으로 학습 내용을 구조화하고 학습량을 적정화하여 학습의 질을 개선한다’(p. 3)라고 밝히고, 교과별로 빅 아이디어를 ‘핵심개념’, ‘일반화된 지식’의 형태로 제시하도록 하였다. 교육부(2015a, p. 12)는 특히, 기존의 교과 교육과정이 ‘대영역·중영역·소영역’으로 구분되어 주제·소재·요소 등을 제시함으로써 해당 교과의 내용 근거가 불명료했기 때문에, 해당 교과 지식인 내용(요소)를

\* 한국과학창의재단, hylee@kofac.re.kr

1) 이 논문은 2017년도 교육부의 재원으로 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 성과물임.

2) 2015 수학과 교육과정에서는 총론에서 6가지 핵심 역량인 ‘자기관리 역량, 지식정보 처리 역량, 창의적 사고 역량, 심미적 감성 역량, 의사소통 역량, 공동체 역량’을 제시하였다. 수학과에서는 총론의 핵심 역량을 반영하면서도 수학과에 특화된 ‘문제해결, 추론, 의사소통, 창의·융합, 정보처리, 태도 및 실천’의 6가지 ‘교과 역량’을 제시하였다. 본 논문에서는 수학과 교과 역량을 ‘핵심 역량’으로 간주하여 진술하도록 한다.

배워야 하는 근거를 명료화하고자 노력하였다. 이에 따라, 과학과 교육과정(교육부, 2015c)에서는 대주제(big idea) 중심의 <통합과학> 과목이 신설되어 기존의 물리, 화학, 생물, 지구과학을 융합하여 ‘물질과 규칙성, 시스템과 상호 작용, 변화와 다양성, 환경과 에너지’로 영역을 재편하고 영역 내에서 ‘역학적 시스템, 지구 시스템, 생명 시스템’ 등의 핵심 개념을 제시하였다. 수학과 교육과정에서도 빅 아이디어를 제시하였는데, 기존의 내용 체계의 틀을 유지하면서 내용 요소들의 공통적인 속성이나 학습의 도달점에서의 일반적인 지식을 명제로 기술한 것이다. 이러한 진행 과정을 통하여, 이에 앞서 학교수학에서의 핵심 개념이 무엇인지에 대한 논의가 매우 필요하였음을 절감하였다.

학교수학에서 핵심 개념을 드러내는 것은 수학 교육과정 수립에 있어 내용의 근본이 됨은 물론, 교사가 수업 목표, 수업 자료, 평가의 방향 및 방법 등 일관성 있는 의사결정을 하는 데에 있어서도 가장 중요한 근거로 작용한다. NCTM (2000)은 핵심 개념의 필요성에 대해 ‘수학 교육 과정은 일관성이 있어야 하며, 중요한 수학에 초점을 맞추어야 한다(pp. 14-16)’, ‘교사들은 수학의 빅 아이디어를 이해할 필요가 있으며 수학을 일관성있고 연결된 전체로 표현할 수 있어야 한다.(p. 17)’고 하였다. 따라서 수학과 교육과정에서 미래를 살아갈 학생들에게 꼭 필요한 근본적인 수학의 개념 즉, 핵심 개념이 무엇인지를 탐색하고, 이를 중심으로 중요한 학습 내용들을 유기적으로 조직하려는 노력이 무엇보다 선행되어야 한다.

본 연구는 수학 교육과정에서 핵심 개념 제시 방안을 연구하기 위한 기초적인 자료 분석을 그 목적으로 한다. 학교 수학 교육에서의 핵심 개념에 대한 국제적 동향을 살펴보고 국가별로 핵심 개념을 교육과정에 어떤 방식으로 구현하였는지

비교하여 차후에 우리나라 수학 교육과정에서 핵심 개념의 연구 방향 설정에 도움이 될 시사점을 찾아보고자 한다. 이를 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- 연구문제 1: 학교수학의 핵심 개념의 의미는 무엇인가?
- 연구문제 2: 각국의 교육과정 문서에서 핵심 개념은 어떻게 구현되어 있는가?

## II. 연구 방법

### 1. 분석 대상

본 연구의 분석 대상은 수학 교육의 대상, 학교 수학, 수학 교육과정 등을 다루는 문헌이다. ‘핵심 개념’의 범주에 해당하는 big ideas, key ideas, core ideas, key concepts 등의 용어가 포함된 문헌을 수집하였다.

정부 및 기관 주도의 교육과정 관련 프로젝트(AAAS, 1993; 北原和夫 외, 2008; 한국과학창의재단, 2014, 2015, 2016; 이광우 외, 2014 등), 수학 교육 전문가 단체의 문헌(AAMT, 2008; NCTM, 2000, 2010; NRC, 1990 등), 세계 각국의 교육과정 문서(OME, 2005, 2006; BSNSWG, 2015, BCG, 2016, DEWA, 2013; 교육부, 2015a, 2015b), 기타 수학 교육과정 및 핵심 개념 관련 연구 문헌(Charles, 2005; Greenes와 Findell, 1999) 등이 이에 해당한다.

교육과정에서의 핵심 개념을 비교하기 위하여 세계 여러 나라의 교육과정 문서 중 big ideas, key ideas, core ideas, key concepts 등의 용어를 명시적으로 드러내고 문서상 일정한 위계에 반영한 국가들을 분석 대상으로 선정하였다. 비교 분석 대상은 캐나다 브리티시컬럼비아(BCG,

2016) 주, 호주 국가교육과정(ACARA, 2015), 뉴질랜드 국가교육과정(NZG, 2016), 미국 뉴저지주 교육과정(SNJDE, 2016), 싱가포르 교육과정(SME, 2012) 및 우리나라 교육과정(교육부, 2015b)이다.

## 2. 분석 방법

현재 세계 여러 나라에서 핵심 개념을 중심으로 교육과정을 개정하는 추세에도 불구하고, 학교수학의 핵심 개념에 대한 이론 연구는 매우 드물었으며, 수집된 문헌들에서 수학과와 핵심 개념을 서로 다른 층위의 대상으로 보고 있음을 확인할 수 있었다. 이에, 핵심 개념의 의미에 대한 분석을 우선 연구 문제로 설정하고, 분류된 수학과 핵심 개념의 의미에 따라 각국의 교육과정에서의 구현 양상을 분석하는 작업이 필요하다고 판단되었다. 이를 위하여 big ideas, key ideas, core ideas, key concepts 등의 용어가 문서에서 명시적으로 드러나면서 문서 체제 구성 요소가 되는 교육과정 문서를 보다 중점적으로 분석하였다. 본 연구에서는 가급적 각 문헌에서 핵심 개념의 의미로 사용하고 있는 용어들을 그대로 사용하였다.

분석 방법은 관련 문헌을 종합적으로 분석하기 위해 질적 메타분석(qualitative meta-analysis)을 방법을 사용하였다. 질적 메타분석은 질적 연구 결과물을 통합 분석하는 방법으로, 기존의 실증적 연구 결과를 정량적 방법을 통해 통합하는 메타분석과는 구분된다(이희영, 김정기, 2016). 분석 대상 문헌이 메타분석을 하기에 충분하지는 않았지만 가급적 핵심 개념의 의미와 범주, 역할을 중심으로 핵심 개념을 개념화하고자 하였다.

## III. ‘핵심 개념’의 의미

문헌에 대한 기초 분석 결과, 학교 수학에서의 핵심 개념은 관점에 따라 서로 다른 층위의 대상을 의미한다고 사료되었다. 핵심 개념을 보는 관점이 명확히 구분하기 어려운 경우도 있었고 때로는 복합적으로 구현되기도 하였다. 이 장에서는 이러한 수학과에서의 핵심 개념에 대하여 세 가지 차원으로 정리하였다. 핵심 개념은 관점과 쓰임에 따라 첫째, 가르쳐야 할 중요한 수학 내용을 분류한 영역, 둘째, 수학 개념들이 가지는 속성이나 원리 혹은 다른 개념과의 관계 등의 원리, 셋째, 교수-학습에서 중요하게 다루어야 할 이해의 내용으로 볼 수 있다. 각각을 구분하여 살펴보도록 한다.

### 1. 핵심 개념 : 수학의 주요 내용 영역

미국과학진흥협회(American Association for the Advancement of Science, 이하 AAAS, 1993, p. 25)는 수학의 주요 내용을 ‘수, 기호로 나타낸 관계, 도형, 불확실성, 추론’으로 제시하였다. AAAS는 전통적으로 교육적 또는 수학적 이유에서 수학이 정수론, 기하, 대수, 삼각법, 통계, 미적분 등과 같은 분류되어왔으나 수학자들은 계속적으로 해당 분야 내에서 혹은 분야 간에 연결되는 규칙성과 관계를 찾고 있으며 가능하다면 모든 학생들은 하나의 개념이 유사한 방식으로 표현될 수 있다는 것을 스스로 발견하는 경험을 가져야 한다고 언급하였다.

미국 NRC(National Research Council)의 수리과학 교육 위원회(Mathematical Sciences Education Board)는 컴퓨터 시대에 적합한 수학 교육과정의 새로운 교육 영역(strand)을 찾고자하였다. NRC는 「On the Shoulders of Giants」(1990)에서 전통적인 산술, 기하, 대수와 같은 적은 개수의 영

<표 III-1> 수학의 핵심 개념(주요 내용 영역) 비교

AAAS(1993)	NRC(1990)	北原和夫 외(2008)	NCTM(2000)	한국과학창의재단(2015)
수	양	수량	수와 연산	
기호로 나타낸 관계	변화	변화와 관계	대수	대수
도형	도형	도형	기하, 측정	기하
불확실성	불확실성	자료와 가능성	자료 분석과 확률	확률과 통계
추론	차원			조합수학

역으로는 수학의 다양한 근원을 따르는 직관의 비형식적인 발달을 막는다고 비판하였다. 또한, 학생들의 교육 경험 안에서 수학의 여러 분야들의 근원들을 연결하기 위해서는 보다 수직적 연속성을 가진 교육과정을 구성해야 하며, 다양한 영역에서의 어릴 때 경험이 바탕이 되어 상상력을 자극하고 탐구를 증진시키는 도전적인 아이디어를 육성하고 한다고 하였다. 이 책에서는 그러한 다양한 영역의 근간이 되는 ‘deep mathematical ideas’로 차원(dimension), 양(quantity), 불확실성(uncertainty), 도형(shape), 변화(change)를 제시하였다.

일본 「과학기술의 지혜 프로젝트 수리과학 전문부회 보고서」(北原和夫 외, 2008)에서는 수학의 세계를 크게 수학의 대상과 주요 개념과 수학의 방법으로 보았다. 수학의 대상과 주요 개념에 대해 ‘수량, 도형, 변화와 관계, 자료와 가능성’으로 제시하면서, 자료와 가능성은 지금까지 충분히 다루어지지 않았고 근래 컴퓨터의 발달 등을 통해 학문 및 사회생활에 있어 확률통계의 중요도가 높아지고 있기 때문에 더 상세히 기술한다(p. 9)고 밝혔다. 또한 수학의 방법에 대해 ‘언어로서의 수학(말, 글, 문장, 계산과 알고리즘, 그림 표현)’, ‘문제해결·지식체계 구축 방법으로서의 수학(문제해결 방법, 수학적·공식화

등)’을 제시하였다.

NCTM(2000)에서는 학교 수학에서 다루어야 할 수학 내용으로 ‘수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률’로 분류하였고, 이러한 수학적 이해와 연결된 조직체로서 기능에 해당하는 수학적 과정으로 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현을 함께 강조하였다.

한국과학창의재단(2015)에서는 수학교육의 내용 요소들을 새롭게 범주화하여 ‘계산, 시각화, 도구, 언어’의 측면으로 제시한 바 있으며, 미래 인재상에 적합한 수학 학습 내용(한국과학창의재단, 2016)으로 ‘대수, 기하, 확률, 통계’와 더불어 ‘조합수학(이산수학)’을 제시하기도 하였다.

그밖에 Greenes와 Findell(1999)는 대수에서의 빅 아이디어는 ‘연역적·귀납적 추론, 표현(representation), 동치(equality), 변수, 함수, 비례(proportion)’라고 하였고, 한국과학창의재단(2014)은 통계 교육에서의 빅 아이디어로 ‘자료, 변이, 분포, 표현, 확률모델, 표집’을 제시하였다.

이상에서 살펴본 내용을 <표 III-1>과 같이 정리하여 보면, 수학의 주요 내용 영역으로 수(또는 양), 대수(관계, 변화), 도형(기하), 불확실성(확률, 통계)을 공통적으로 보고 있는 것을 알 수 있다.

2. 핵심 개념: 수학 개념 간의 기저 또는 원리

수학의 핵심 개념이 수학 개념들을 연결해주는 기저 또는 원리를 의미하는 경우도 있었다. NCTM(2000)의 「Principles and Standards for School Mathematics」에서는 수학적 개념의 이해를 돕거나 서로 다른 영역에 걸친 개념들을 연결해 주는 근본적인 아이디어(fundamental idea)로 자릿값, 동치(equivalence), 비례, 함수, 변화율(rate of change)을 꼽았으며, 이러한 아이디어들이 교육과정에 포함되어야 한다(p. 15)고 하였다. 유사한 견지에서 캐나다 온타리오(Ontario)주 교육과정(OME, 2005)에서는 빅 아이디어는 ‘통일성 있는 방식의 수학 학습의 틀을 형성하는 상호 밀접한 개념들(p. 4)’이라고 설명하고 수감각과 수 세기에 대한 빅 아이디어로 ‘양, 연산 감각, 관계, 표현, 비례적 추론(OME, 2006)’을 제시하였다. 호주 수학교사협회(The Australian Association of Mathematics Teachers; 이하 AAMT, 2008)는 미국 NRC(1990)의 연구를 기초로 하여, <표 III-2>와 같이 차원(dimension), 대칭성(symmetry), 변환(transformation), 알고리즘(algorithm), 규칙성(pattern), 동치(equivalence), 표현(representation)을 빅 아이디어로 제시하였다. 이에 따르면, 수학에서의 빅 아이디어는 수, 함수, 알고리즘 등의 수학적 개념과 표현하기, 발견하기, 증명하기 등의 수학적 행위를 연결하는 핵심으로써 수학적 개념과 수학적 행위 양쪽 각각에, 그리고 사이에 있는 것으로, 수학적 소양과도 일맥상통하는 것이라고 설명한다. 즉, 이러한 빅 아이디어는 수학의 내용을 통하여 수학적 역량(혹은 수학적 행위)에 도달하기 위해 이해해야 하는 기저의 개념 혹은 수학 내용들 간의 관계, 핵심 원리로 볼 수 있다.

<표 III-2> 수학에서의 빅 아이디어(AAMT, 2008)

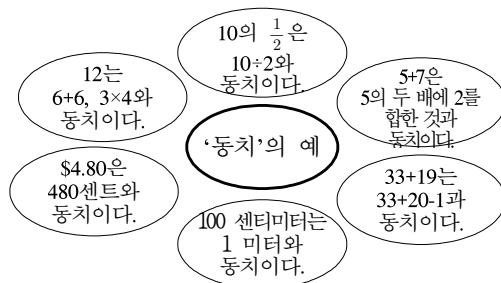
수학적 개념		빅 아이디어		수학적 행위
양	↔	차원	↔	추론하기
도형과 공간		대칭성		과정 사용하기
불확실성	연	변환	결	의사소통하기
변수, 관계와		알고리즘		문제해결하기
변화	결	규칙성		
		동치		
		표현		

빅 아이디어는 다른 많은 개념들과 관련성을 가지기 때문에, 빅 아이디어를 이해하는 것은 수학을 깊이 이해할 수 있게 한다. Charles(2005)에 의하면, 수, 수 체계 등의 수학적 개념과 역연산, 등식의 성질을 이용한 일차방정식 풀이와 같은 수학적 과정들 가운데 학생들이 이해해야 하는 것은 수, 수식, 방정식과 같은 수학적 대상은 등식과 같이 그 값이나 해를 유지하는 다른 방법들로 표현될 수 있다는 것을 아는 것(p. 10)이라고 하였다. 유능한 교사는 어떻게 빅 아이디어가 학년을 관통하여 주제에 연결되는지 안다(p. 11). 예를 들어, ‘동치’는 어떤 수, 측정값, 수식, 대수식, 방정식이라도 동일한 값을 가지는 무한한 방법으로 표현되어질 수 있다는 것을 의미한다. ‘동치’와 이에 관한 수학적 이해의 예 중 일부는 <표 III-3>과 같다.

호주 뉴사우스웨일즈 교육청(BSNSWG, 2015)에서도 빅 아이디어는 수학적 개념, 원리 또는 전략으로서, 학생들로 하여금 다른 수학 영역의 아이디어에 관련지을 수 있도록 해 주는 것이며, 후속 수학 학습의 기초를 형성하는 것이라고 밝히고 있다. 예를 들면, [그림 III-1]과 같이, 동치(equivalence)에 관하여 학생들은 수, 측정, 대수식에서 표현할 수 있는 다양한 방법에서 그 이해를 발달시키므로 교사들은 서로 다른 수학 영역을 연결할 수 있어야 한다.

<표 III-3> 빅 아이디어와 수학적 이해의 예 중에서(Charles, 2005, p. 14)

빅 아이디어
동치(equivalence) : 어떤 수, 측정값, 수식, 대수식, 방정식이라도 동일한 값을 가지는 무한한 방법으로 표현되어질 수 있다.
수학적 이해
<p>1. 수와 명수법</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수는 부분으로 무한한 방법으로 분해될 수 있다.</li> <li>• 수는 자릿값을 이용한 동일한 방법으로 나타내어질 수 있다.(예를 들어 2백4십은 240)</li> <li>• 수식은 같은 값을 가지지만 다른 방법으로 무수히 나타내어질 수 있다.(예를 들어,  <math>\frac{4}{6} \div \frac{2}{8} = \frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1}</math>, <math>26 \times 4 = (20+6) \times 4</math>).</li> <li>• 소수는 같은 값을 가지지만 다른 형태로 무수히 나타내어질 수 있다.(예를 들어, <math>0.3=0.30=0.10+0.20</math>)</li> </ul> <p>2. 정수론과 분수</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 모든 합성수는 인수들의 순서를 무시할 때에는 정확히 한 가지의 소수의 곱으로 나타내어질 수 있다 (산술의 근본적인 공리).</li> <li>• 모든 분수/비율은 같지만 다른 방법의 분수/비율로 무수히 나타내어질 수 있다.</li> </ul>



[그림 III-1] 빅 아이디어-‘동치’의 예(BSNSW, 2015)

### 3. 핵심 개념: 교수·학습의 초점

수학의 핵심 개념을 교육과정-교과서-수업의 일관성 측면에서 이해(understanding)에 초점을 맞춘 논의들도 있었다.

NCTM(2000)은 교육과정-교과서에 대한 일관성 있는 교사의 내용 지식과 수업의 필요성을 언급하였다. 교사들은 수학의 빅 아이디어를 이해할 필요가 있으며 수학을 일관되고 연결된 체계로 인식할 수 있어야 한다(NCTM, 2000, p. 17). 예를 들어, 양을 조직하고 기록하기 위한 스킴으로서의 자릿값은 각 자리에 부여된 이름의

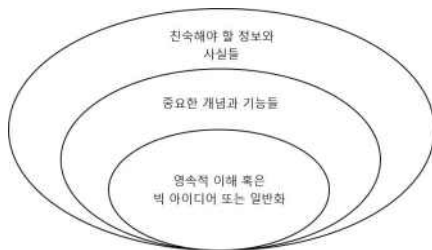
집합으로서의 자릿값과 근본적으로 다른 내용이다. 즉, 동일한 교수요목이라 할지라도 교사에 따라 강조점, 문맥, 교사가 각 주제를 응용하는 것에 따라 완전히 다르게 가르칠 수 있다(Ritchhart, 1999)는 것이다. 따라서 아무리 잘 조직된 교육과정과 교과서가 제공된다 하더라도 그것을 가르치는 교사가 무엇에 초점을 두고 가르쳐야 할지에 대한 관점을 가지지 못한다면 의미 있는 수업이 이루어지기 어렵다. 이러한 측면에서 빅 아이디어는 교사에게 수업에서 초점을 중요한 내용에 맞출 수 있게 하는 기능을 할 수 있다.

캐나다 브리티시컬럼비아 교육부(BCG, 2016)에서는 빅 아이디어(big idea)에 대하여 ‘교육과정 이수 후 학생들이 이해할 것’으로서 ‘일반화, 원리, 핵심 개념(key concepts)’로 구성된다고 하였다. 호주 웨스턴오스트레일리아 교육부(DEWA, 2013)은 핵심 이해(key understanding)에 대하여 ‘학생들이 학습 성취를 위하여 알아야 하는 수학적 아이디어, 개념의 기술’, ‘수학적 아이디어들이 어떻게 수학적 결과의 성취 수준과 관련되는지에 대한 설명’이라고 하였다.

<표 III-4> 초등학교와 중학교 수학의 빅 아이디어 중(Charles, 2005)

- 수 - 실수 집합은 유한하고, 각 실수들은 수직선의 어느 한 점에 대응될 수 있다.
- 십진법 - 십진법은 0~9의 단위, 10씩 묶음, 자릿값을 이용하여 수를 기록하는 하나의 스킵이다.
- 동치 - 어떤 수, 측정값, 수식, 대수식, 방정식이라도 동일한 값을 가지는 무한한 방법으로 표현되어질 수 있다.
- 비교 - 수, 식, 측정값은 상대적인 값에 의해 비교되어질 수 있다.
- 연산 의미와 관계 - 등식은 서로 다른 구체물이나 실생활 상황과 관계지어질 수 있다. 그리고 서로 다른 수식들은 동일한 구체물이나 실생활 상황과 관계지어질 수 있다.
- 성질 - 주어진 수의 집합 안에는 언제나 참인 관계가 있고, 이는 산술이나 대수가 지배하는 규칙이다.
- 기초 구구와 알고리즘 - 유리수의 연산을 위한 기초 구구와 알고리즘은 계산을 간단히 변환하기 위하여 동치성의 개념을 사용한다.

이광우 외(2014)에서는 [그림 III-2]와 같이, 교과서의 내용 설계에서의 우선 순위에 대하여 ‘영속적 이해 혹은 빅 아이디어’를 가장 중요하게 보았으며, 우리나라 교육부에서도 빅 아이디어를 ‘관련된 여러 개념들을 묶어주는 상위개념이면서, 학생들이 내용의 세부 지식을 잊어버린 후에도 지속되어야 하는 일반적인 지식(교육부, 2015a, p. 5)’으로 보았다.



[그림 III-2] 교육내용의 우선순위(Wiggins & McTighe, 1998, 이광우 외, 2014에서 재인용)

Charles(2005)는 빅 아이디어 제시의 형태를 수학 학습에서의 중심이 되는 개념의 명제(p. 10)로 보았다. 그는 교육과정의 규준과 평가, 교사 전문성 개발에 있어 빅 아이디어가 중요하다고 언급하면서 다음 <표 III-4>와 같이 초등학교와 중학교 수학에서 핵심이 되는 빅 아이디어를 제시하였다. 그에 따르면, 수학과와 빅 아이디어는

명제이며, 개념 그 자체는 아니고 개념의 근본적인 수학적 의미가 바로 빅 아이디어이다. <표 III-4>에서 ‘동치(equivalence)’ 자체는 빅 아이디어가 아니며, ‘어떤 수, 측정값, 수식, 대수식, 방정식이라도 동일한 값을 가지는 무한한 방법으로 표현되어질 수 있다.’가 빅 아이디어에 해당한다.

앞서 언급하였듯이 AAAS(1993)에서는 수, 기호로 나타낸 관계, 도형, 불확실성, 추론을 수학의 주요 내용으로 제시하였는데 각각의 주요 내용과 관련된 core idea를 구체적으로 제시하였다. core idea는 교수·학습에서 초점을 맞추어야 하는 이해의 측면과도 관련이 깊다. 그 중 ‘수’와 관련된 core idea를 정리하면 <표 III-5>과 같다.

NCTM의 「Essential Understanding」 시리즈는 교사들이 교수의 초점을 어디에 두어야 할지의 차원에서 빅 아이디어를 깊이 다루었다. 수학 교육과정 문서에 나열된 항목들은 주제의 역동적인 이해의 본질을 담아내기 어렵기 때문에 (NCTM, 2010, p. 3). 영역별로 빅 아이디어와 수학 학습에서 교사가 꼭 알아야 할 본질적인 이해의 측면을 세밀히 제시하였다. 예를 들어, 덧셈과 뺄셈을 깊이 있게 이해한다는 것은 중요한 수학적 개념을 아는 것뿐만 아니라 이 개념들이 다른 개념과 어떻게 관련되는지 파악한다는 것

<표 III-5> ‘수’와 관련된 core idea 중(AAAS, 1993)

학년	핵심 아이디어(Core idea)
K~2	<p>숫자는 물건을 세거나, 순서대로 놓거나, 이름 붙이는데 사용될 수 있다.                      나누거나 측정하는데 때로 정수 사이의 수를 사용할 필요가 있다.                      양을 정확히 알지 않고 추정하는 것이 가능(그리고 종종 유용) 하다.                      단순한 그래프는 관찰에 관해 말하는 것을 도울 수 있다.</p>
3-5	<p>많은 자릿수의 수에서 숫자의 의미는 그것의 위치에 의존한다.                      어떤 상황에서, “0”은 어떤 것이 없다는 것이지만, 다른 상황에서는 그것은 단순히 척도의 어떤 점의 표시일 수도 있다.                      무엇이 세어지거나 측정되고 있는지에 관심이 있으면, 단위를 말하는 것은 중요하다.                      측정은 항상 측정되는 것이 있더라도 약간 다른 숫자가 나올 가능성이 크다.</p>

<표 III-6> 수와 수 세기에 관한 빅 아이디어 및 필수 이해(NCTM, 2010, p. 7)

<p>빅 아이디어 1: 수는 양들 사이의 관계에 대한 기본적인 개념을 보다 확장한 것이다.</p> <p>필수 이해 1a: 양은 수치화하지 않고도 비교가 가능하다.                      필수 이해 1b: 물체들은 그 자체가 양은 아니다. 모든 양적 비교는 비교할 특정 물체나 대상의 선택과 관련이 있다.                      필수 이해 1c: 한 양과 다른 양 사이의 관계는 같거나(equality) 같지 않은(inequality) 관계일 수 있다.                      필수 이해 1d: 동치나 순서 관계의 두 가지 중요한 성질은 양의 보존성(conservation)과 추이성(transitivity)이다.                      필수 이해 1e: 두 양의 동치 관계는 한쪽 또는 양쪽의 양들이 부분들로 분해되거나 다른 양과 결합하여도 변하지 않는다.</p> <p>빅 아이디어 2: 단위의 선택은 양의 비교에서 수의 사용을 가능하게 한다.                      필수 이해 1a:                      :</p> <p>빅 아이디어 3: 의미있는 수세기는 수와 수체계, 순서, 일대일 대응, 순서성, 집합에서의 원소의 개수(cardinality)와 같은 집합의 여러 다른 측면이 통합되어 있다.</p> <p>빅 아이디어 4: 수는 추상적인 개념이다.</p> <p>빅 아이디어 5: 십진 위치적 수체계는 효율적인 표현의 기수법이다.</p>
---

까지를 포함한다. 수와 수세기에 관한 빅 아이디어와 그에 따른 필수 이해의 예는 <표 III-6>과 같다.

교수-학습의 이해에 초점을 맞춘 핵심 개념은 수학 개념의 세부적인 원리를 담고 있으며, 주로 명제의 형식을 취하는 것을 알 수 있다. 이러한 핵심 개념의 제시는 실제의 교수-학습의 행위에서 직접적인 장점을 발휘할 수 있다. 캐나다 온

타리오 교육과정(OME, 2005)에서는 수업에서 빅 아이디어를 적용하는 것은 수업의 강조점을 어디에 두어야 할지 결정할 때, 선수 학습과 후속 학습을 결정할 때, 교육과정에 언급된 수학적 개념과 학생들의 이해를 고찰하고 피드백 할 때의 ‘렌즈’로 작용(pp. 12-13)한다고 하였다.



## IV. 수학 교육과정의 핵심 개념 국제 비교

핵심 개념을 반영한 국가별 수학 교육과정에서는 문서의 체제에 따라 핵심 개념의 위계가 달리 드러난다. 이 장에서는 우리나라, 캐나다 브리티시컬럼비아 주, 호주, 뉴질랜드, 싱가포르, 미국 뉴저지 주의 수학과 교육과정에서 제시한 핵심 개념을 비교하고, 교육과정 문서에서 드러내는 다양한 제시 방식을 비교하였다.

### 1. 국가별 핵심 개념 내용

우리나라 교육부(2015a)에서 제시하는 ‘핵심 개념’의 의미는 다음과 같다.

- 교과가 기반하는 학문의 가장 기초적인 개념이나 원리로써, 여러 개념들을 아우르는 상위 개념으로서 영역 및 학년(군)별 내용(요소)를 구성하고 대표하는 개념

- 학생들이 학습한 <학년(군)별> 내용의 세부 지식을 잊어버린 후에도 지속되어야 하는 큰 개념

이를 통해 우리나라는 앞서 캐나다 브리티시컬럼비아 교육부(BCG, 2016)에서 빅 아이디어(big idea)를 ‘교육과정 이수 후 학생들이 이해할 것으로서 일반화, 원리, 핵심 개념(key concepts)로 구성된다’고 보는 시각에 비해 보다 높은 차원의 상위 개념을 핵심 개념으로 간주하고 있다는 것을 알 수 있다.

캐나다, 호주, 뉴질랜드 등의 초등학교 수학과 교육과정에서는 핵심 개념을 선정하고 이를 기준으로 규준을 구체화한다. 각국의 핵심 개념에 대한 명칭은 다르나 중요한 수학의 내용을 선정하고 이를 기반으로 교육 내용을 전개하는 것은 공통적임을 알 수 있다. <표 IV-1>을 살펴보면 싱가포르는 ‘concepts(개념)’에 우리나라와 호주 등에서 ‘영역’에 해당하는 내용을 제시하고 기능(skills)을 별도로 제시한 데 반하여, 우리나라, 호주, 뉴질랜드는 ‘영역’에 포함된 핵심 개념에

<표 IV-1> 여러 나라의 초등학교 수학의 핵심 개념

우리나라	브리티시컬럼비아 주(캐나다)	호주	뉴질랜드	싱가포르
핵심 개념	key concepts	Thread	key ideas	concepts
수의 체계 수의 연산	수 유창성	수와 자릿값 돈과 금융 수학	수 전략 수 지식	수 대수 기하 통계 확률 분석
평면도형 입체도형	측정	모양 위치와 변환 기하적 추론	모양 위치와 방향 변환	
양의 측정 이림하기	둘레와 넓이	측정 단위 사용	측정	
규칙성과 대응	선형 관계 패턴	규칙성과 대수	방정식과 표현 규칙성과 관계	skills
자료 처리 가능성	자료/그래프 친숙한 사건/결과	자료 표현과 해석 확률	통계적 탐구 통계적 소양 확률	수 계산 대수 조작 공간 시각화 자료 분석 측정 수학적 도구 사용 어림

- 3) 초등학교 수학과 교육과정의 경우, 우리나라 2015 개정 교육과정에서는 영역을 ‘수와 연산, 도형, 측정, 규칙성, 자료와 가능성’으로 구분하였으며, 뉴질랜드 교육과정(NZG, 2016)에서는 ‘수와 대수, 기하와 측정, 통계’, 호주 교육과정(ACARA, 2015)에서는 ‘수와 대수, 측정과 기하, 통계와 확률’로 구분하였다.

개념과 기능이 혼재되어 제시됨을 알 수 있다. 호주와 뉴질랜드는 핵심 개념을 기본 틀로 삼아 학년별로 개념과 규준을 제시하였다. 우리나라는 명사형의 핵심 개념을 명제 형태로 진술한 ‘일반화된 지식’을 제시하고, 학년군별 ‘학습 요소’를 나열하고 이에 따라 성취기준을 제시한다.

국가별로 선정한 핵심 개념에 있어서도 차이가 있다. 우리나라 초등학교 수학과 교육과정의 영역을 기준으로 <표 IV-1>을 구분하여 보았을 때, 수와 연산과 관련된 국가별 핵심 개념의 내용을 살펴보면, 우리나라가 ‘수의 체계, 수의 연산’을 핵심 개념으로 보고 있는데 반하여, 다른 나라들은 ‘유창성, 돈과 금융 수학, 수 전략’ 등 우리나라와 차이가 있음을 알 수 있다. 도형 영역에서도 우리나라가 ‘평면도형, 입체도형’으로 그 모양 위주로 초점을 맞춘 반면, 호주와 뉴질랜드는 ‘모양’ 이외에도 ‘위치, 방향, 변환’ 등을 도형 영역의 핵심 개념으로 보고 있다. 측정 영역에서는 다른 나라들에 비하여 우리나라와 싱가포르가 양의 측정과 더불어 어렵하기에 비중을 둔 점이 눈에 띈다. 규칙성 영역과 자료와 확률 영역은 국가별 핵심 개념에 큰 차이가 드러나지 않으나 뉴질랜드의 경우 ‘통계적 탐구, 통

계적 소양’으로 다른 나라에 비해 탐구와 소양을 강조하는 점이 주목할 만하다.

전반적으로 이렇게 국가별로 교육과정에 제시한 핵심 개념들은 대부분 수학 개념간의 원리 또는 교수-학습 초점으로서 접근되고 있음을 알 수 있다.

## 2. 교육과정의 핵심 개념의 범주와 제시 방식

국가별 교육과정에서 핵심 개념을 제시하는 범주와 그 제시 방식에서도 많은 차이가 드러난다. 캐나다 브리티시컬럼비아(BCG, 2016) 주 교육과정에서는 빅 아이디어로 핵심 개념을 포함한 명제를 제시(<표 IV-2>)하고, 이를 해당 학년별로 초점을 달리하여 진술한다. ‘수’관련 학년별 핵심 개념을 나타낸 예는 <표 IV-3>과 같다.

뉴질랜드 교육과정(NZG, 2016)은 영역별로 몇 가지 주제<sup>4)</sup>로 구성되어 있는 것이 특징이며, 주제들을 통해 학습해야 하는 핵심 개념을 유형화하여 단계(level)별로 제시한다. <표 IV-4>와 같이 핵심 개념을 단계별, 학년별 교육과정 기준(성취 기준)으로 세부적으로 제시하는 것을 볼

<표 IV-2> 캐나다 브리티시컬럼비아 주의 빅 아이디어 중(BCG, 2016)

- 
- **수**는 더 작은 부분으로 분해될 수 있는 양을 나타낸다.
  - 분수와 소수는 양을 나타낼 수 있는 **수**의 유형이다.
  - 일대일 대응과 5와 10에 대한 수감각은 수의 **유창성**에서 필수적이다.
  - 계산의 **유창성**과 승법적 사고의 발달에는 곱셈과 나눗셈의 규칙성과 관계 분석이 요구된다.
  - **규칙성**에서 반복되는 요소들은 정의될 수 있다.
  - **규칙성**에서의 규칙적 변화는 도구(tools)와 표를 사용하여 정의되고 표현될 수 있다.
  - 물체들은 기술되거나 측정되거나 비교될 수 있는 **속성**을 지닌다.
  - 다각형은 기술되고 측정되고 비교될 수 있는 유사한 **속성**을 가진 닫힌 도형이다.
  - **친숙한 사건**들은 그럴 것 같거나 그럴 것 같지 않다와 같이 묘사될 수 있고 비교될 수 있다.
  - **자료** 확률에서의 분석과 해석은 확률의 이해를 발달시킨다.
- 

4) 예를 들어, 초등학교 1학년의 수와 대수(Number and Algebra) 영역은 Teddy Bear Picnic, Tiled Photo Frames 로 구성되어 있다.

<표 IV-3> 캐나다 브리티시컬럼비아 주의 학년별 핵심 개념(BCG, 2016)

학년	‘수’ 관련 big ideas
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 수는 더 작은 부분으로 분해될 수 있는 양을 나타낸다.</li> <li>- 수와 소수는 양을 나타낼 수 있는 수의 유형이다.</li> </ul>
K	수는 보다 작은 부분으로 분해될 수 있는 양을 나타낸다.
1	20까지의 수는 10과 낱개로 분해될 수 있는 양을 나타낸다.
2	100까지의 수는 10과 낱개로 분해될 수 있는 양을 나타낸다.
3	분수는 양을 표현할 수 있는 하나의 수의 유형이다.
4	분수와 소수는 양을 나타낼 수 있는 수의 유형이다.
5	수는 동치 분수에 의해 표현될 수 있는 양을 나타낸다.
6	대분수나 소수는 부분과 전체로 분해될 수 있는 양을 나타낸다.
7	소수, 분수, 백분율은 수의 부분과 전체를 나타내거나 묘사하는데 쓰인다.
8	수는 비, 비율, 백분율의 양을 나타내고, 묘사하고, 비교한다.
9	수의 연산의 근원적인 원리와 절차들을 대수적인 상황에도 똑같이 적용하고 기술되고 분석될 수 있다.

<표 IV-4> 뉴질랜드의 핵심 개념에 대한 단계별 기준 제시(NZG, 2016)

핵심 개념	Level 1 (1~2학년)	Level 2(3~4학년)	Level 3 (5~6학년)	Level 4 (7~8학년)
수 전략	· 범자연수와 분수로 세기, 무리짓기, 똑같이 나누기 전략을 사용하기	· 범자연수와 분수로 간단한 가법 전략 사용하기	· 범자연수, 분수, 소수, 백분율에서 가법적 승법적 전략 사용하기	· 범자연수의 연산에서 승법적 전략 사용하기 · 분수, 소수, 정수의 덧셈, 뺄셈 이해하기 · 범자연수, 간단한 분수, 소수로 표현된 양의 분수, 소수, 백분율 찾기
수 지식	· 100까지의 범자연수 계열을 세기와 거꾸로 세기를 알기 · 10이내에서 5씩 무리짓기, 10씩 무리짓기를 알기	· 1000까지의 수 범위에서 세기와 거꾸로 세기 알기 · 기본적인 덧셈과 뺄셈 구구 알기 · 1000 이하의 수에서 100, 10, 낱개가 얼마나 있는지 알기 · 일상생활에서 간단한 분수 알기	· 기본적인 곱셈 나눗셈 구구 알기 · 범자연수의 세기 계열 알기 · 범자연수에서 10분의 1, 100분의 1, 1000분의 1이 얼마나 있는지 알기 · 일상생활에서 분수와 백분율 알기	· 간단한 분수의 크기 비교하기를 포함하여 1차 비율 적용하기 · 일상생활의 분수에서 동치 소수와 백분율 형태 알기 · 양의 정수와 음의 정수, 세 자리 수의 소수 구조에서 상대적 크기와 자릿값 알기

수 있다. ‘수와 대수’ 영역의 경우, 핵심 개념인 ‘수 전략, 수 지식, 방정식과 표현, 규칙성과 관계’ 각각의 기준을 단계별로 제시하고, 이를 다시 학년별 기준으로 세분화하여 제시하였다.

미국 뉴저지 주 교육과정(SNJDE, 2016)에서는 기준을 학년별, 영역별로 제시하였을 뿐만 아니라, 수학 내용을 학년별, 단원별로 구성하여 자세히 제시하고 있다. 학년별로 중요성의 정도에 따라 주요 내용, 보조 내용, 부가 내용으로 구분

하여 내용을 제시한다. 여기서의 중요성의 기준은 개념의 깊이, 숙달되는데 걸리는 시간, 후속 학년에서의 중요성이다. <표 IV-5>에서 ‘1. MD.B.3’ 기준은 Unit 3에서는 부가 내용일 뿐, 주요 내용은 아니다. 이렇게 핵심 내용을 학년에 따라 자세히 드러내면서도 중요성의 정도까지를 제시하고자 한 것을 알 수 있다.

우리나라 2015 개정 교육과정 수학과에서는 빅 아이디어를 ‘핵심 개념’과 ‘일반화된 지식’으

<표 IV-5> 미국 뉴저지 주 교육과정에서의 단원 내용 제시(초등 1학년의 예)(SNJDE, 2016)

Unit 3	수학 내용 관련 기준	단원의 초점
자릿값, 측정, 도형	■ 1. NBT.B.2c	• 자릿값의 이해
	■ 1. NBT.C.4* ■ 1. NBT.C.5 ■ 1. NBT.C.6	• 자릿값 이해 및 덧셈과 뺄셈 연산의 성질 이해
	■ 1. MD.A.1 ■ 1. MD.A.2	• 길이의 단위를 반복함으로써 길이를 직접 측정하기
	◎ 1. MD.B.3	• 시간을 말하고 쓰기
	■ 1. OA.C.6*	• 20이내의 수를 더하고 빼기

(■: 주요 내용, □: 보조 내용, ◎: 부가 내용)

<표 IV-6> 우리나라 교육과정에서의 빅 아이디어 제시 (교육부, 2015b, pp. 147-152)

영역	핵심 개념	일반화된 지식	학년(군)별 내용 요소		
			1~2학년	3~4학년	5~6학년
수와 연산	수의 체계	수는 사물의 개수와 양을 나타내기 위해 발생했으며, 자연수, 분수, 소수가 사용된다.	• 네 자리 이하의 수	• 다섯 자리 이상의 수 • 분수 • 소수	• 약수와 배수 • 약분과 통분 • 분수와 소수의 관계
	수의 연산	자연수에 대한 사칙계산이 정의되고 이는 분수와 소수의 사칙계산으로 확장된다.	• 두 자리 수 범위의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈	• 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 자연수의 곱셈과 나눗셈 • 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 • 소수의 덧셈과 뺄셈	• 자연수의 혼합 계산 • 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 • 분수의 곱셈과 나눗셈 • 소수의 곱셈과 나눗셈

로 구분하여 제시하였다(<표 IV-6>).

핵심 개념은 영역 내에서의 개념 분류이며, 일반화된 지식은 이러한 핵심 개념에 대해 기술된 명제이다. 일반화된 지식은 학년(군)·학교급을 관통하는 중심축입과 동시에 핵심 개념들을 구체적으로 표현한 것으로, 사실·정보 지식, 개념 지식, 원리·법칙 지식 등이 명제로 진술(교육부, 2015a, p. 12) 되었다. 초등학교의 핵심 개념(과 일반화된 지식)은 초등학교 전체를 아우르도록 제시되다보니, 학년군별로 무엇을 핵심적으로 가르치고 배워야 할지를 생각하기에는 다소 일반

적이다. 핵심 개념의 제시하려는 이유를 좀 더 분명히 하고, 그 취지에 맞게 핵심 개념 제시 방식을 개선할 필요가 있어 보인다.

위와 같이, 수학 교수·학습의 초점으로서의 핵심 개념은 학년간에 연계성을 가지고 확장·발전하여 제시하는 경우가 많음을 알 수 있었다. 또한, 명제로써 일반화된 지식을 진술되는 경우가 많고, 이를 기준(성취 기준)과 함께 상세히 제시하려는 노력이 많이 이루어짐을 알 수 있다.

## V. 결론 및 논의

III 장과 IV 장을 통하여, 수학과와 핵심 개념에 대한 연구 동향을 정리하고 여러 나라의 수학과 교육과정에서의 핵심 개념과 그것의 제시 방식을 비교하였다. 이에 따른 연구 결과는 첫째, 관점에 따라 수학과와 핵심 개념은 수학과와 주요 내용 영역, 수학 개념들 간의 기저 또는 원리, 교수-학습의 초점 등 다양하게 제시되고 있다. 둘째, 수학과와 주요 내용 영역으로서의 핵심 개념이 무엇인지에 대하여 국가별로 차이가 있으나 수(또는 양), 대수(관계, 변화), 도형(기하), 불확실성(확률, 통계)을 공통적으로 들고 있다. 셋째, 수학과와 핵심 개념을 교육과정에 제시하는 방식도 매우 다양하나, 수학과와 주요 내용 영역으로서의 핵심 개념을 프레임으로 삼아 학년(군)별로 세부적인 교수-학습의 초점을 명제의 형태로 제시하는 국가가 많다.

이와 같은 연구 결과 및 시사점을 바탕으로 수학과와 핵심 개념에 대해 다음과 같은 논의가 필요하다.

첫째, 우리나라 학교 수학에서의 주요 영역, 개념들 간의 기저 또는 핵심 원리, 교수-학습에서 중요한 초점에 대한 연구가 중장기적으로 이루어져야 한다. 최근 우리나라를 포함한 세계 여러 나라들이 교육과정에서 핵심 개념을 제시하고 그것을 중심으로 학년(군)별 규준과 성취기준을 기술하는 것은 바람직한 방향으로 볼 수 있다. 기존 우리나라 교육과정에서 ‘내용 요소’는 학습 소재를 드러내어 주었으나, 이것만으로는 학생들이 궁극적으로 획득해야 할 중요한 지식이 무엇인지 유추는 가능하지만 명시적으로 드러내지 못하였다.

2015 개정 수학과 교육과정에서 ‘핵심 개념’과 ‘일반화된 지식’을 제시함으로써 학생들이 내용을 학습하고 시간이 많이 지나도 가져야 할 핵심 개념을 드러내어 줄 수 있었다는 점에서 그것이 어떤 의의를 갖는가를 기술한 것은 매우 의미 있는 시도였다고 볼 수 있다. 그럼에도 불구하고, 2015 교육과정 개정 시 총론 차원에서 모든 교과가 동일하게 핵심 개념을 기존 교육과정의 영역 구분을 유지하면서 학년별·영역별 핵심내용을 부가하는 방식(이광우 외, 2014, p. 25)으로 ‘우리나라 교육과정의 현실에 맞추어 제시하고자(교육부, 2015a, p. 6)’<sup>5)</sup>한 한계가 있었다는 점이 수학과 핵심 개념에 대한 중장기 연구의 필요성을 뒷받침한다. Charles (2005)가 언급하였듯이, 수학과와 빅 아이디어에 대해 모든 수학교육자들이 동의하는 것은 불가능한 일이며, 어쩌면 한 나라 안에서조차 여러 수학교육자들의 의견이 모아지기 힘든 일일 수도 있다는 점에서, 수학과와 중요한 내용이 과연 무엇인가에 대하여 진지하게 논의할 필요가 있으며, 이를 추출하고 체계적으로 조직하기 위한 방안을 중장기적으로 강구해야 할 것이다.

핵심 개념을 추출하기 위해서는 여러 가지 방식의 접근이 가능하다. 수학 개념과 기능에 대한 학년과 주제를 관통하는 관계와 공유성에 대한 분석을 한 후, 다양한 수학 개념들을 하나의 전체로 밀착하여 연결시킴으로써 핵심 내용을 추출(Charles, 2005)하거나, 성취기준을 개발하고 난 다음 각 성취기준을 그것이 담고 있는 일반화 혹은 이해(understanding), 핵심지식(essential knowledge), 핵심기능(essential skills)으로 구조화하는 역순 설계(backward design)방식(이광우 외, 2014, pp. 14-15)

5) 2015 개정 교육과정에서의 핵심 개념과 일반화된 지식의 제시는 빅 아이디어를 중심으로 교과 간의 연결성 및 관련성을 통해 이른바 융합·연계 교육을 도모하고자 한 것인데, 빅 아이디어 중심으로 교과와 내용을 제시하게 되면, 우리나라 각 교과가 유지해 왔던 구조 및 체계를 완전히 재편해야 하는 점 및 모든 교과와 영역에서 빅 아이디어를 도출하기가 용이하지 않을 것이라는 등의 우려(교육부, 2015a, p. 6)에 따라, ‘핵심 개념’을 제시하는 것으로 대안이 모색되었다.

이 제안되기도 한다. 빅 아이디어와 수학적 개념의 이해가 무엇인지를 선정한 후, 이에 따라 내용 조직을 차후에 고려하는 방식도 제안되는데, 이 경우, 교과 내 영역간 연결성을 보다 강조(이광우 외, 2014, pp. 25-26)하여 나타낼 수 있고 교육 내용과 방법의 조직에 변화를 가져올 수 있다.

둘째, 우리나라 수학과 교육과정에서 핵심 개념을 제시하는 방식에 대한 연구가 이루어져야 한다. 우리나라는 학교급에 따른 내용체계표에서 영역별 핵심 개념과 일반화된 지식을 제시함으로써 학교급 내의 학습내용이 어떻게 연결, 심화되는가를 드러내어 주었다. 다른 나라의 핵심 개념 제시 방식을 비교해 보았을 때, 학년(군)별로 수학의 핵심 개념이 확장되며 발전되어 나가는 양상을 드러내어 줄 수 있음을 알 수 있다. 따라서 핵심 개념, 일반화된 지식을 학년(군)별로 보다 세분하여 제시한다든지, 학년(군)별로 확장 또는 발전되는 성취 기준을 구분하여 제시하는 방식 등을 통하여 교육과정에서 보다 상세한 핵심 개념을 제시해 줄 수 있다. 상위 학년과 하위 학년간의 수학 핵심 개념간의 연결성과 발전·확장성을 더욱 긴밀히 드러냄으로써 교수-학습 및 교재 구성 시 도움을 받을 수 있다.

셋째, 수학의 핵심 개념에 대한 논의 시, ‘4차 산업혁명’으로 대표되는 앞으로의 변화에 대비하여 공학도구, 지능정보 기술 등을 고려해야 한다. 공학 및 지능정보기술의 발달에 따른 변화에 맞추어 앞으로 학교 수학에서 학생들에게 무엇을 중요하게 가르쳐야 할지에 대한 새로운 체계화가 불가피하다. Fey(2010)가 지적하였듯이, 학생들에게 공학 도구를 사용하지 않고 실제 데이터 분석, 확률 시뮬레이션, 순환적 관계를 통한 활동, 불규칙한 도형의 넓이의 정밀 측정, 다차 방정식 풀이, 알고리즘 암호화의 검사와 적용하기 등을 하게 하는 것은 비실용적일 수 있다. 그는 공학도구의 유용성과 가치에 대한 논의가 진

행됨에 따라 이미 다수의 교육과정들은 학생들에게 공학도구 없이는 불가능한 주제나 문제를 탐구할 기회를 제공하고 있다고 언급하면서(p. 42), 그렇다면 아직도 우리가 초등학교와 중학교에서 모든 학생들에게 계산 알고리즘의 숙달을 강조할 필요가 있는지, 중학교와 고등학교에서 식 표현, 방정식, 부등식에서 연산의 숙달을 강조할 필요가 있는지(p. 43) 의문을 제기하였다. 각종 공학도구가 발달한 최첨단 시대에 살아가며 앞으로 10~20년 후의 미래에 사회에서 활동하게 될 학생들에게 연결되지 않은 낱알의 수학 지식보다 연결된 하나의 큰 개념을 알게 하려는 시도는 앞으로 수학 교육이 지향해야 할 방향으로 여겨진다.

학교 수학교육에서 어떤 것에 초점을 두어야 하는지를 찾고 이를 드러내고자 하는 노력들은 매우 의미있는 일이다. 수학자 Steen은 「*On the Shoulders of Giants*」(NRC, 1990)에서 수학 교육과정의 요건에 대하여 다음과 같이 지적하였다.

효율적인 새 수학 교육과정을 개발하기 위하여 우리는 미래의 학생들이 필요로 하는 수학적 요구를 내다보려는 시도를 해야 한다. (중략) 미래를 위한 효율적인 수학 교육과정을 준비하기 위하여, 오늘날의 수학에 있어서 어떤 것이 진정으로 근본적인 것이고 그렇지 않은 것인지 최선을 다하여 패턴을 살펴보아야 한다.

새로운 시대의 교육과정을 위해서는 기존의 학습 내용과 요소에 대한 고민 뿐 아니라, 미래를 살아갈 학생들이 갖추어야 할 수학적 역량에 맞는 중요한 수학 내용의 선정 및 조직이 필요하다. 이를 위해 거시적·미시적인 수학과 개념에 대한 논의와 체계적인 정리를 진지하게 해 나갈 필요가 있다. 어떤 수학 개념들이 왜 중요한가, 이 수학 개념이 수학의 다른 개념들 또는

수학 외의 분야들과 어떻게 관계되는가, 이 수학 개념을 무엇에 초점을 두어 학생들에게 가르쳐야 하고 다른 개념들과 어떻게 연관지어 제시할 것인가 등 여러 차원을 고려해야 할 것이다.

## 참고문헌

- 교육부 (2015a). 2015 개정 교육과정을 위한 교과 교육과정 개발 정책연구진 3차 합동 워크숍 자료집(II)
- 교육부 (2015b). **수학과 교육과정**. 교육부고시 제 2015-74호 별책8. 교육부.
- 교육부 (2015c). **과학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 별책9. 교육부.
- 교육부 (2015d). **초·중등학교 교육과정 총론**. 교육부 고시 제2015-74호 별책1. 교육부.
- 이광우 외 (2014). **교과 교육과정 개발 방향 설정 연구**. CRC 2014-7. 한국교육과정평가원
- 이희영, 김정기 (2016). 질적 메타분석을 통한 뉴스프레임의 유형. **韓國 言論學報**. vol.60 No.4. 한국언론학회.
- 한국과학창의재단 (2014). **통계 교육 활성화를 위한 수학 교육과정 개선 방안 연구**. 한국과학창의재단 정책연구 보고서.
- 한국과학창의재단 (2015). **수학학습 내용요소 추출 연구**. 한국과학창의재단 정책연구 보고서.
- 한국과학창의재단 (2016). **미래 인재상에 적합한 수학학습 내용 연구**. 한국과학창의재단 정책연구 보고서.
- 北原和夫 외 (2008), 한국과학창의재단(2011) 역. 일본 **‘과학기술의 지혜’프로젝트 수리과학 전문부회보고서**.
- American Association for the Advancement of Science (1993). *Benchmaks for Science Literacy*, Oxford University Press. 김종복 역 (2013). **과학소양을 위한 단계별 기준**. 한국과학창의재단.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority. (2015). *Tracked changed to F-10, Australian Curriculum*.  
[https://acaraweb.blob.core.windows.net/resources/Changes\\_to\\_the\\_F-10\\_Australian\\_Curriculum.pdf](https://acaraweb.blob.core.windows.net/resources/Changes_to_the_F-10_Australian_Curriculum.pdf) (검색일: 2017.8.5.)
- Board of Studies New South Wales Government (2015). *Big Ideas*.  
<https://k6.boardofstudies.nsw.edu.au/wps/portal/go/mathematics/support-students-special-needs/implementation/strategies/specific-mathematical-learning/big-ideas>
- British Columbia Government (2016). *Big Ideas*.  
<https://curriculum.gov.bc.ca/curriculum/mathematics> (검색일: 2017.8.5.)
- Charles, R. I. (2005). *Big Ideas and Understandings as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics*. *Journal of Mathematics Education Leadership*, Vol. 7(3). NCSM
- Department of Education of Western Australia (2013). *First Steps in Mathematics: Number-Book 1. Understand whole and decimal numbers; Understand fractional numbers*. ISBN: 978-0-7307-4483-2.
- Fey, J. T. (2010) “Technology and the Mathematics Curriculum” In *Mathematics Curriculum Issues, Trends, and Future Directions, Seventy-second Yearbook*, Barbara J. Reys, Robert E.Reys, Rheta Rubenstein (Eds). NCTM. 2010
- Greenes, C. E., Findell. C. (1999) “Developing Students’ Algebraic Reasoning Abilities.” In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, 1999 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, edited by

- Lee V. Stiff, pp. 127-37. Reston, VA: NCTM, Ontario Ministry of Education. (2005). *The Ontario Curriculum Grades 1-8 Mathematics*, Queen's Printer for Ontario.
- \_\_\_\_\_ (2006). *Number Sense and Numeration Grade 4 to 6, Vol. 1, The Big Ideas, A Guide to Effective Instruction in Mathematics, Kindergarten to Grade 6*, Queen's Printer for Ontario.
- Ritchhart, R. (1999) Generative Topics: Building a Curriculum Around Big Ideas. *Teaching Children Mathematics*. pp. 462-68.
- Singapore Ministry of Education (2012). *Mathematics Syllabus Primary One to Five*.  
<https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses> (검색일: 2017.8.5.)
- State of New Jersey Department of Education (2016). *Curricular Framework for Mathematics*.  
<http://www.state.nj.us/education/cccs/frameworks/math/> (2017.8.5. 접속)
- The Australian Association of Mathematics Teachers (2008). *School mathematics for the 21st century*. Discussion Paper. Retrieved from [http://www.aamt.edu.au/Library/Other/Maths-for-the-21st-century/Discussion-paper-School-mathematics-for-the-21st-century/\(language\)/eng-AU](http://www.aamt.edu.au/Library/Other/Maths-for-the-21st-century/Discussion-paper-School-mathematics-for-the-21st-century/(language)/eng-AU)
- New Zealand Government (2016). *Key mathematical ideas*.  
<https://nzmaths.co.nz/key-mathematical-ideas> (검색일: 2017.8.5.)
- National Research Council. Mathematical Sciences Education Board (1990). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Lynn Arther Steen(Ed.) National Academy Press: Washington DC.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. **학교수학을 위한 원리와 기준**, 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 옮김, 경문사(2007).
- National Council of Teachers of Mathematics (2010). *Developing Essential Understanding of Number and Numeration for Teaching Mathematics in Prekindergarten-Grade 2*. (Eds) B. J. Dougherty, R. M. Zbiek, National Council of Teachers of Mathematics.



# Study and International Comparison on the Meaning of 'Core Ideas' in Mathematics Curriculum

Lee, Hwa Young (Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity)

The purpose of this study is to research the meaning of core ideas and to compare the core ideas in mathematics curriculum of each country. I derived that the core ideas were approached and presented in curriculums of South Korea, The United States, Canada, Australia, New Zealand, Singapore as several perspectives; the main domains of mathematics contents which should be taught; the basis of the core principles between of mathematical contents; the focuses for teaching and learning in school mathematics. Finally, I discussed the further research direction on the contents of core ideas and the methods of presenting it to teach meaningfully the core mathematical contents to students who will live in the future.

\* Key Words : core concepts, core ideas, key ideas, key concepts(핵심 개념), big idea(빅 아이디어), generalized knowledge(일반화된 지식), mathematics curriculum(수학 교육과정)

논문접수 : 2017. 8. 10

논문수정 : 2017. 9. 10

심사완료 : 2017. 9. 22