

# FORM 및 SORM을 이용한 무어링 체인의 신뢰성 기반 결함평가

이충현·김유일<sup>†</sup>  
인하대학교 공과대학 조선해양공학과

## Reliability-based Flaw Assessment of a Mooring Chain Using FORM and SORM

Choong-Hyun Lee · Yooil-Kim<sup>†</sup>  
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, College of Engineering, INHA University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

This study presents the reliability-based flaw assessment for the crack in the mooring chain of a floating type offshore structure. BS(British Standard Institution) flaw assessment procedure BS7910 was combined with first- and second-order reliability method (FORM, SORM) so that the acceptance of a given flaw can be assessed considering the uncertainties of parameters that play important role in the flaw assessment. Considering the probabilistic nature of the crack size and long-term distribution of the stresses acting on the crack in mooring chain, the failure probability was calculated using FORM and SORM. To check the validity of the FORM and SORM, Monte Carlo simulation was also carried out to derive the true limit state function and compared with the results of FORM and SORM.

**Keywords** : Reliability(신뢰성), FORM(일차근사신뢰도법), SORM(이차근사신뢰도법), Monte Carlo simulation(몬테카를로 시뮬레이션), BS7910(영국표준), Limit State Function(LSF, 한계상태함수)

### 1. 서론

FPSO, 반잠수식 시추선 같은 부유식 해양구조물은 일반적으로 계류체인으로 위치를 유지하는데 계류체인이 파손되는 경우에는 라이저의 손상으로 인한 기름의 유출과 같은 막대한 경제적 손실을 야기할 수 있다. 이런 이유로 구조물의 전체 혹은 잔여 가동시간 동안 계류체인의 구조적 신뢰성을 보장하는 것은 매우 중요하다. 체인의 각 링크들은 용접으로 연결되는 것이 일반적인데 이러한 용접 연결부는 초기결함을 내포할 가능성이 매우 높고 만약 초기결함이 존재한다면 파랑하중에 의한 반복하중으로 균열이 진전해 파손에 이를 수 있다. 또한, 가동 중 수행되는 정기 검사를 통해 균열이 검출되는 경우 검출된 균열의 유지 보수에 대한 의사결정이 신속히 내려질 필요가 있으며 이는 검출된 균열의 신뢰성 평가의 결과로 판단이 가능하다. 그러므로 구조물의 전체 혹은 잔여 수명 동안 계류체인의 결함이 성장해 파손되는지에 대한 구조 신뢰성 평가는 대단히 중요한 문제이다. 결함평가

방법은 결함의 크기, 피로 하중의 분포, 파괴인성, 체인의 항복강도 같은 다양한 변수들을 하나의 정해진 값으로 간주하고 결함 평가를 실시하는 결정론적 평가방법과 각 변수의 확률적 특성을 고려한 확률론적 평가로 구분된다. 결정론적 평가방법은 BS7910 (BSI, 2013)이나 API (API, 2007)같은 표준에 잘 정립되어 있고 초기결함의 크기, 파괴인성, 피로하중분포 등 불확실성을 가지는 변수들에 대해서는 안전계수나 통계적으로 보수적인 값을 사용하도록 권장하고 있다. 반면에 신뢰성 개념은 구조신뢰성에 대한 확률기반 평가를 목표로 여러 공학 분야에서 사용되어 왔으며 이러한 연구들은 불확실한 인자들의 영향을 확률적으로 고려할 수 있다는 장점을 보여주었다 (Rackwitz et al., 1978). 그러나 몬테 카를로 시뮬레이션과 같은 직접해석법의 경우 고려하는 확률 변수의 수에 따라 불확실성이 증가하기 때문에 해석의 수가 기하급수적으로 증가하는 어려움이 있다 (Metropolis, N. & Ulam, S., 1949). First Order Reliability Method (FORM) 및 Second Order Reliability Method (SORM) 확률론적 결함평가가 가지는 이러한 어려움을 극복하기 위해 고안된 방법으로 Hohenbichler et al.

(1987)은 파손 확률 등을 계산함에 있어 수치적인 효율성을 도모하는 방법을 고안하였다.

Flessler (1979)의 연구와 같이 결함의 신뢰성 평가를 위해 FORM 및 SORM 기법을 적용한 연구 사례는 다수 존재한다. Lee and Kim (2007)은 가장자리 균열을 가지는 표준 시험편에 대한 파손 확률을 균열진전해석 기법과 FORM 및 SORM을 결합하여 계산하였다. 그들의 연구에 의하면 균열진전속도 선도의 기울기가 시험편의 파손확률에 가장 큰 영향을 주는 것으로 나타났다. Yu et al. (2012)은 확률론적 파괴역학 해석법을 적용하여 반타원형 표면균열을 갖는 고압 파이프의 파손 확률을 계산하였으며 또한 수정된 민감도 해석 기법을 제안하였다. Kang et al. (2016)은 영국표준에 제시된 결함평가 절차에 FORM 및 SORM 기법을 적용하여 계류계 앵커파일의 존재하는 반타원형 표면 균열의 파손확률을 계산하였다.

본 논문에서는 영국표준 (BSI, 2005)의 결함평가 절차에 따라 개발된 결함평가 프로그램 (Kang, et al. 2014)을 이용하여 무어링 체인에 내재된 결함에 대한 확률론적 결함평가를 수행하였다. BS7910의 파손평가도(Failure assessment diagram)를 이용하여 한계상태함수(Limit state function)를 정의하고 신뢰도를 기반으로 한 FORM과 SORM으로 한계상태함수를 근사하였다. Weibull 분포를 장기피로하중의 확률분포로 가정하고 Weibull분포의 계수와 결함크기를 Gaussian 분포를 가지는 확률변수로 가정하여 확률적 특성을 고려했다. 기본적인 결함평가 정보인 결함형상, 재료상수, 용접부의 응력집중계수, 정 하중, 파괴인성, 균열의 진전선도 등은 고정된 값을 이용하였다. FORM 및 SORM으로 구해진 한계상태함수의 파손영역에 해당하는 세 확률변수의 결함 확률 분포영역을 적분하여 파손확률을 계산하였으며 계산된 파손확률의 적절성을 검증하기 위하여 8000개의 확률변수 조합으로 실제 한계상태함수를 구해 얻은 확률과 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하여 계산된 파손확률을 근사식으로 구한 파손확률과 비교하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 결함평가 해석 절차

본 연구에서는 피로하중에 의한 균열진전해석과 정하중에 의한 파괴/항복 평가를 통해 무어링 체인에 존재하는 결함의 신뢰성을 평가하고자 했다. 주어진 피로하중으로 균열진전해석을 수행한 후 최종 결함크기에 정하중 조건을 가해 파괴 및 항복에 대한 평가를 수행하였다. 균열진전해석에서는 결함의 형상, 피로하중, 균열성장 선도 등의 정보에 따른 응력확대계수를 BS7910의 Annex M 절차에 따라 계산하고 이를 적용하여 균열을 진전시켜 최종 균열크기를 계산하였으며 파괴/항복 평가에서는 재료 물성과 정하중 정보를 이용하여 항복비,  $L_r$ 과 파괴비,  $K_r$ 을 계산하였다.  $L_r$ 과  $K_r$ 은 식(1)에 보이는 것과 같이 정 하중 조건에서

재료의 항복응력( $\sigma_y$ )과 참조응력( $\sigma_{ref}$ )의 비 및 재료의 파괴인성( $K_{mat}$ )과 응력확대계수( $K_I$ )의 비이다.  $\sigma_{ref}$ 과  $K_I$ 은 BS7910의 절차에 따라 계산하였고 이는 식 (4)와 같다.

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \tag{1}$$

$$K_r = \frac{K_I}{K_{mat}}$$

Fig. 1은 위에서 설명한 균열진전해석 및 파괴/항복 평가 절차를 도표로 나타낸 것이다.

계산된  $L_r$  및  $K_r$ 을 이용하여 결함의 안전성 여부를 판별하게 되는데 이는  $L_r - K_r$  평면 상에 정의되는 파손평가도와의 비교를 통해 이루어진다. Fig. 2는 BS7910의 Option1 파손평가도의 예시이다.

파손평가도의 가로축은 참조응력에 대한 항복의 정도를 나타내고 세로축은 응력확대계수에 대한 판단의 정도를 나타낸다. 파손평가도는  $L_r$ 과  $K_r$ 의 함수로 표현되고 파손/항복 평가의 경계가 된다.

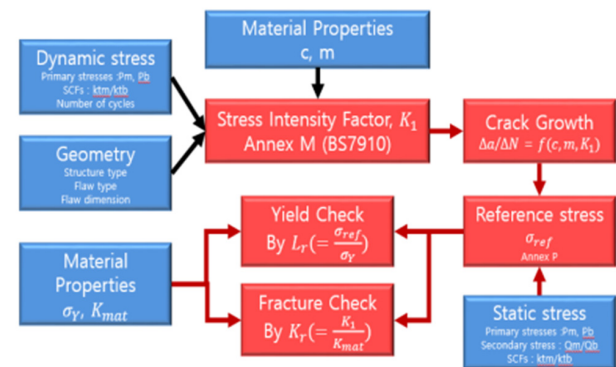


Fig. 1 Procedure diagram of flaw assessment

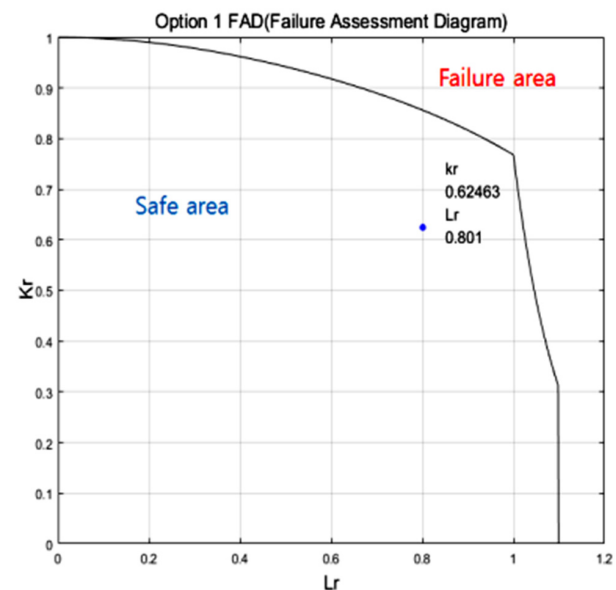


Fig. 2 Option1 Failure assessment diagram (BS7910)

식(2)는 Fig. 2에 도시된 실선인 BS7910 Option1 파손평가도를 식으로 표현한 것이다. Fig.2에 보인 예시의 경우 계산 결과로 도출된  $L_r$ 과  $K_r$ 이 파손평가도의 안쪽영역에 위치하여 해당 결함은 구조적으로 안전하다고 판단내릴 수 있다.

$$K_{r,FAD} = (1 + 0.5 \cdot L_r^2)^{-0.5} \cdot (0.3 + 0.7e^{(\mu \cdot L_r^6)}) \quad (2)$$

for ( $L_r \leq 1$ )

$$K_{r,FAD} = (1 + 0.5 \cdot 1^2)^{-0.5} \cdot (0.3 + 0.7e^{(\mu \cdot 1^6)}) L_r^{\frac{N-1}{2N}}$$

for ( $1 < L_r \leq L_{max}$ )

여기서 :  $\mu = \min(0.001 \frac{E}{\sigma_Y}, 0.6)$ ,  $N = 0.3(1 - \frac{\sigma_Y}{\sigma_u})$

### 2.2 한계상태함수

결함의 확률론적 평가를 위해서는 한계상태함수의 정의가 선행되어야 한다. 본 연구에서는 BS7910의 결함평가기준인 Option1 파손평가도를 이용하여 한계상태함수를 정의하였다. 한계상태함수는 주어진 하중조건인  $L_r$  위치에서 계산된  $K_r$ 과 임계  $K_{r,FAD}$  값의 차이로 정의된다. Fig. 3은 BS7910에서 정의하고 있는 파손평가도를 이용한 한계상태함수를 도식화한 것이다. Fig. 3의 파손평가도 안쪽에 위치한 점은 주어진 하중조건에 대한 결함의  $L_r$ 과  $K_r$ 을 나타내며 파손평가도 위에 위치한 점은 같은  $L_r$ 에 대한 임계  $K_r$ 값을 나타낸다. 한계상태함수  $G$ 는 식(3)과 같이 두 점의  $K_r$ 값의 차이로 정의된다.

$$G = K_{r,FAD} - K_r \quad (3)$$

식(3)의 정의에 따라 계산결과가 파손평가도의 파손영역인 바깥쪽 영역에 위치하게 되면  $G$ 값이 음수 값을 가지게 되고 파손평가도 안쪽에 위치하게 되면 양수 값을 가지며 그 경계에서는  $G$ 값이 0이 된다.

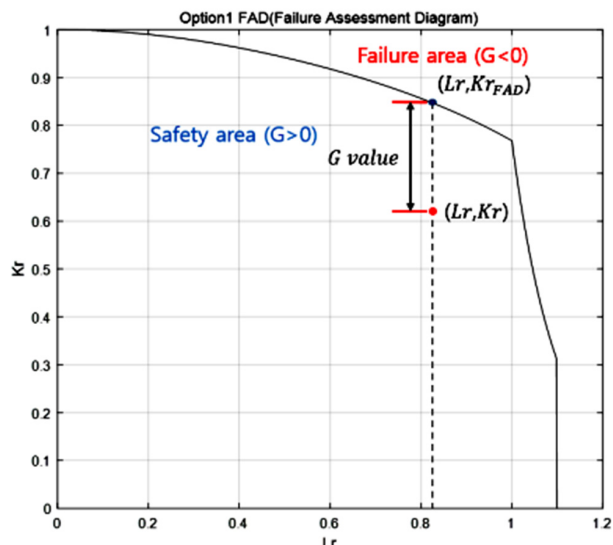


Fig. 3 Limit state function in FAD

식(1)의  $K_{mat}$ 과  $\sigma_Y$ 는 재료의 파괴인성과 항복응력으로서 구조물에 사용된 재료가 결정된 경우 고정된 값으로 주어지므로  $K_r$ 과  $L_r$ 은  $K_I$ 과  $\sigma_{ref}$ 의 함수로 정의된다. 환봉에 존재하는 부분원형(Semi-circular) 표면균열을 고려하면  $K_I$ 과  $\sigma_{ref}$ 는 식(4)와 같이 계산 가능하다. 여기서  $(Y\sigma)_p$ 는 1차 응력의 기여도,  $(Y\sigma)_s$ 은 2차 응력의 기여도,  $P_m$ 은 1차 막응력(Primary membrane stress),  $P_b$ 는 1차 굽힘응력(Primary bending stress)을 나타내며  $\kappa$ 는 반지름  $r$ 과 결함크기  $a$ 에 대한 보정 계수이다.

$$K_I = (Y\sigma) \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

$$Y\sigma = (Y\sigma)_p + (Y\sigma)_s$$

$$\sigma_{ref} = \sigma_{n,m} + |\sigma_{n,b}|$$

여기서 :  $\sigma_{n,m} = \frac{\pi P_m}{\frac{\pi}{2} + \beta + \frac{1}{2} \sin 2\beta}$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{r-a}{r}\right)$$

$$\sigma_{n,b} = \frac{3\pi}{16\kappa} P_b$$

결함평가의 확률론적 접근법을 설명하기 위한 예시로 식(4)의 변수 중 환봉의 반지름( $r$ ) 및 결함 깊이( $a$ )를 확률변수  $X_1$ 과  $X_2$ 로 가정한다면 이들의 함수로 표현된  $L_r$ 과  $K_r$ 도 확률변수가 된다. Fig. 4는 결함 깊이와 환봉의 반지름을 Gaussian 분포를 가지는 확률변수로 가정하여 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를  $L_r$ - $K_r$ 공간과,  $X_1$ - $X_2$ 공간에 표시한 예시이다.  $L_r$ - $K_r$ 공간에서 한계상태함수는 파손평가도로 정식화 되어있고 확률변수  $X_1$ ,  $X_2$ 를 가정함에 따라  $X_1$ - $X_2$  공간에서도 한계상태함수가 결정된다. 하지만  $L_r$ ,  $K_r$ 과 확률변수  $X_1$ ,  $X_2$ 는 복잡한 관계를 갖기 때문에  $X_1$ - $X_2$  공간에서 한계상태함수를 정의하는 것은 쉽지 않다. 또한  $L_r$ - $K_r$ 공간에서는 한계상태함수와 확률변수  $X_1$ ,  $X_2$ 의 확률분포 사이의 관계를 확인하기 어렵다. 본 연구에서는  $X_1$ - $X_2$  공간에서 정의되는 한계상태함수를 FORM 및 SORM을 이용하여 근사화하고자 한다. 이 때 가정한 확률변수에 따라 결정된 한계상태함수를 실제 한계상태함수라고 하며 FORM과 SORM의 근사 대상이 된다.

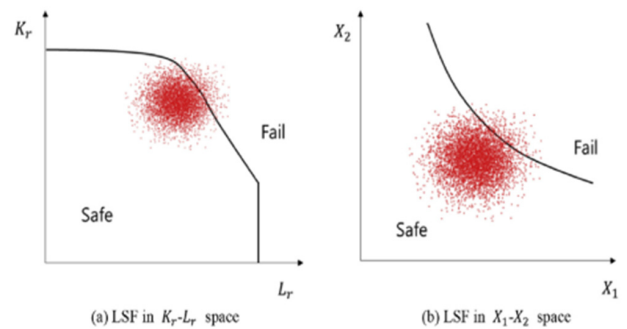


Fig. 4 Monte Carlo simulation results in  $K_r$ - $L_r$  and  $X_1$ - $X_2$  space

### 2.3 FORM 및 SORM

앞서 언급한 바와 같이 실제한계상태함수는 결합 조건에 따라 복잡한 계산과정을 내재하고 있어 확률변수에 대해서 한계상태 함수를 정식화 하기는 쉽지 않다. 실제 한계상태함수를 알기 위해서는 확률변수 공간의 무한한 조합의 점에 대한 계산을 필요로 하며 이는 지나치게 많은 계산량을 요구한다. FORM 및 SORM은 이러한 단점을 극복하기 위해 한계상태함수의 경사도(gradient)를 이용하여 한계상태함수를 근사하는 방법이다. 한계상태함수를 테일러 전개를 이용하여 근사점 위치에서 근사하면 식(5)와 같이 표현이 가능하며, 일차항까지의 전개를 이용하는 것을 FORM (First order reliability method), 이차항까지의 전개를 이용하는 것을 SORM (Second order reliability method)이라고 일컫는다.

$$G(X) \approx G(X^*) + \nabla G(X^*)^T(X - X^*) + \frac{1}{2}(X - X^*)H(X^*)(X - X^*)^T \quad (5)$$

여기서,  $X$ 는 확률변수 벡터를,  $X^*$ 는 근사점을 나타내며,  $\nabla$ 는 경사도 연산자를  $H$ 는 헤시안(Hessian) 행렬을 나타낸다. 실제 한계상태함수를 근사하기 위해 사용되는 최적의 근사점은 미지의 값이므로 다음과 같은 반복계산을 통해 결정되어진다.

- 확률변수를 평균 및 분산을 이용해 표준화한다.

$$u = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- 임의의 초기 근사점  $u_0$ 를 결정한다.
- 테일러 전개식을 기반으로  $u_0$ 에서의  $H(u)$ 를 전개한다.

$$H(u) = H(u_0) + \nabla H(u_0)^T(u - u_0) + \frac{1}{2}(u - u_0)H(u_0)(u - u_0)^T$$

여기서 :  $H$  is Hessian matrix  $H_{i,j} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$

- 한계상태함수  $H_0(u) = 0$ 을 정의한다.
- $H_0(u) = 0$ 위에 있는 점 중 표준화된 확률변수 공간의 원점과 가장 가까운 거리에 있는 점을 다음 근사점  $u_1$ 으로 설정한다.
- $|\beta_{i+1} - \beta_i| < \varepsilon$  을 만족할 때까지 반복계산을 수행한다.  
 $\beta = \min \|u\| \text{ on } H_0(u) = 0$

신뢰도 지수  $\beta$ 는 정규화 된 확률변수공간에서 결합 확률밀도 함수의 중심과 근사식의 최단거리를 의미한다. 근사식 위의 최단 거리가 되는 점을 새 근사 점으로 정하고  $\Delta\beta$ 가 허용오차  $\varepsilon$  이하로 수렴할 때까지 근사과정을 반복한다. Fig. 5는 확률변수가 2 개인 정규분포공간에 FORM과 SORM, 한계상태함수, 신뢰도 지수  $\beta$ 의 관계를 나타낸 예시이다. 등고선은 표준화된 결합 확률분포이고 점선은 실제 한계상태함수이다. FORM 및 SORM은 각각 1점 쇄선으로 표현된 직선과 실선으로 표현된 이차곡선임을 확인할 수 있으며 두 근사식과  $\beta$ 와의 관계를 확인할 수 있다. 파손

확률은 각 한계상태함수에 의해 파손으로 평가되는 영역의 결합 확률분포를 적분하여 계산할 수 있다.

Fig. 5와 같이 2개의 확률변수로 정의된 공간에서는 한계상태 함수가 선으로 표현되지만 N개의 확률변수로 정의된 공간에서는 초평면(Hyperplane)으로 표현된다. 다음 절에서 설명하겠지만 본 연구에서는 균열의 크기 및 응력의 장기응답분포 등과 연관된 3 개의 확률변수를 가정하여 한계상태함수를 정의하였는데, 이 때 한계상태함수는 3차원 공간의 면으로 표현되며 Fig. 6과 Fig. 7의 “Real LSF(Real Limit State Function)”가 그 예시이다. Fig. 6은 3개의 확률변수로 정의한 확률변수공간에서 FORM으로 한계상태함수를 근사한 예시이다. FORM으로 근사한 한계상태함수는 특정 확률변수 범위 내에서 실제 한계상태함수와 유사한 형상을 보이지만 평면으로 근사되는 한계로 인해 실제 한계상태함수가

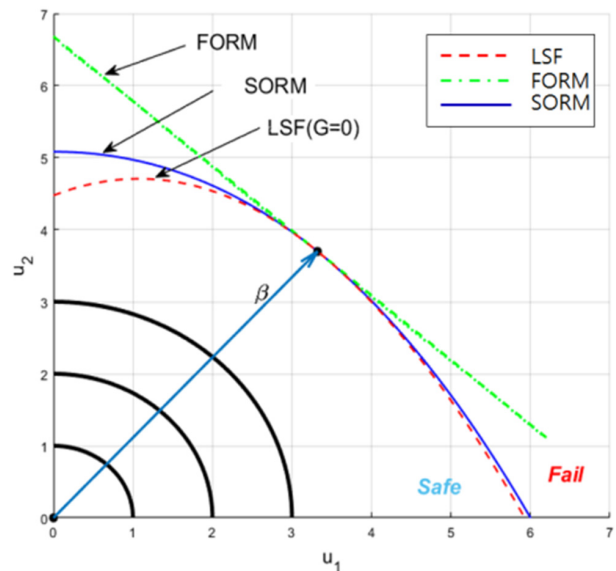


Fig. 5 Definition of reliability index with FORM and SORM

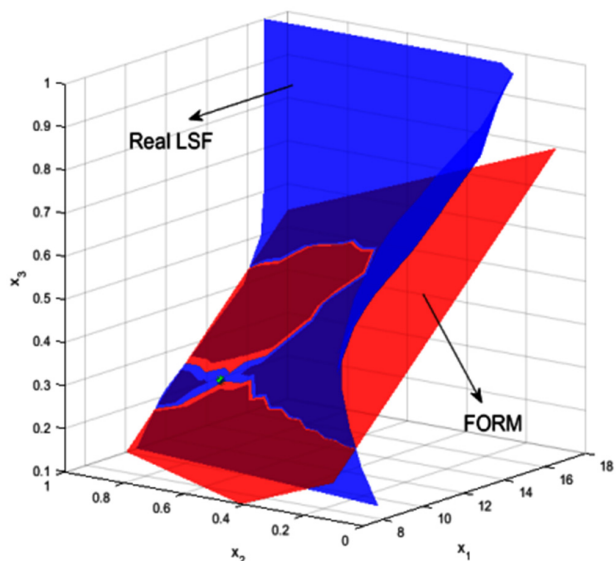


Fig. 6 Approximated limit state function by FORM

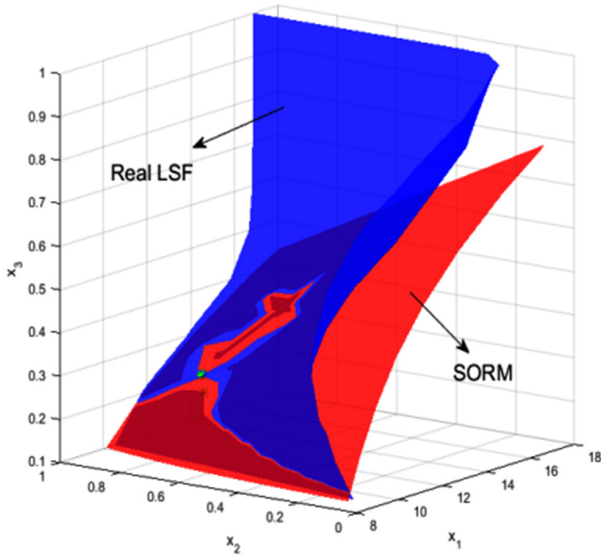


Fig. 7 Approximated limit state function by SORM

복잡한 형상을 띠는 경우 좋지 않은 결과를 보이게 된다. Fig. 7의 SORM으로 표시된 곡면은 테일러 전개의 이차항이 고려된 SORM으로 실제 한계상태함수를 근사한 결과이다. SORM 또한 특정 확률변수 범위 내에서 실제 한계상태함수의 형상을 잘 표현하고 있으며 이차항의 포함으로 인해 FORM에서 표현하지 못하는 곡면이 잘 표현된 것을 볼 수 있다.

### 3. 결함평가 해석

#### 3.1 결함평가 해석 조건

결함평가는 Mohammad (2015)의 연구에 제시된 FPSO의 계류체인을 대상으로 수행하였다. 계류체인의 결함부분은 용접으로 제작되어 있어 초기결함을 가질 가능성이 크기 때문에 초기결함을 가정하여 결함의 신뢰성을 평가하였다. 계류체인의 제원은 Stud R4 chain으로 직경은 137mm이다. 최대임계하중, 탄성계수는 Table 1에서 확인 할 수 있다.

평가대상인 무어링 체인의 단면은 원형이므로 결함의 형상은 환봉에 내재된 부분원형 표면균열로 선정하였으며 BS7910절차를 따라 응력확대계수 등을 산정하였다. Fig.8은 환봉에 존재하는 부분원형 표면균열의 형상을 나타내는 그림이며 결함 정보는 Table 2에 정리되어있고 초기결함 크기는 반복계산을 수행하기 위해 가정한 임의의 크기이다. 환봉에 내재된 균열의 형상은 반타원형 혹은 부분원형으로 정의될 수 있으나 본 논문에서는 세 개의 확률변수에 대한 평가를 위해 부분원형에 대한 해석을 수행하였다.

Table 1 Particulars of mooring chain

Chain diameter	137 mm
Modulus of elasticity	51050 MPa
Breaking strength	16992 kN

Table 2 Flaw type and geometry

Geometry	Round bar
Flaw	Semi-circular surface
Radius	68.5 mm
Initial crack size	2 mm

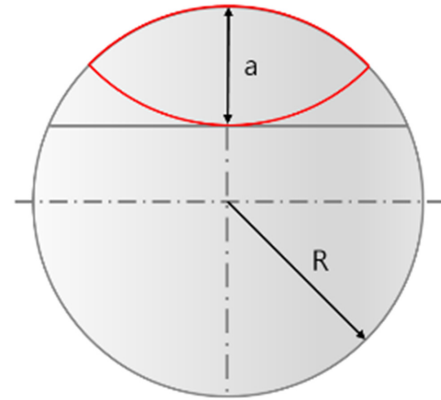


Fig. 8 Geometry of semi-circular surface flaw on the round bar

파괴/항복 평가에 적용되는 정하중조건은 장력의 장기응답분포를 통해 도출하여야 하나 해석의 단순화를 위해 Stud R4 chain의 임계하중의 85%를 사용하였다. 이때 하중이 단면에 수직하게 작용한다고 가정하였고 굽힘 모멘트는 작용하지 않는다고 가정하였다. 이에 따라 1차 막 응력(Pm)은 460MPa, 1차 굽힘 응력(Pb)은 0MPa으로 계산하였다. 계산에 사용되는 항복강도, 인장강도, 탄성계수, Poisson비, 파괴인성 등의 고정된 재료 물성은 Table 3과 같다.

결함평가는 BS7910을 기반으로 만들어진 결함평가 프로그램인 RESCEW (Kang, et al. 2014)를 사용하여 계산을 수행하였다. Fig. 9은 구조부재형상, 결함형상, 재료물성, 하중조건 등의 입력을 위한 RESCEW의 입력창을 보여준다.

Almar (1985)는 단순 피로평가에 사용되는 피로하중의 확률분포를 Weibull 분포로 가정하였으며 본 연구에서는 균열진전해석에 사용되는 피로하중의 확률밀도함수가 식 (6)의 2-변수 Weibull 분포를 따른다 가정하였다.

$$f(x;\alpha,h) = \frac{h}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{h-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^h}, \quad (x > 0) \tag{6}$$

여기서  $h$  는 Weibull 분포의 형상 파라미터를,  $\alpha$  는 척도 파라미터를 의미한다.

Table 3 Deterministic material properties

Yield strength	576 MPa
Tensile strength	690 MPa
Young's modulus	51050 MPa
Poisson ratio	0.3
Toughness K	102 MPa
Pm (85% of breaking strength)	460 MPa



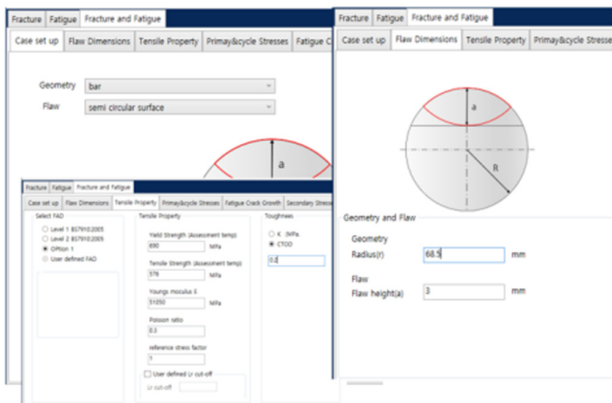


Fig. 9 Flaw assessment program RESCEW 2.0

Mohammad (2015)는 100년 주기 파랑하중, 100년 주기 풍력, 10년 주기 조류에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션의 해상상태에 대해 계류체인의 1년 치 피로하중을 계산하고 피로하중의 확률분포를 2변수 Weibull 분포로 가정하여 계수의 대표 값을 결정하였다. 본 연구에서는 Mohammad (2015)가 추정된 피로하중의 확률분포를 참조하여 Weibull 분포의 계수와 총 피로하중 횟수를 선정하였으며 구조물의 수명을 고려해 참조한 Weibull 계수가 20년 치의 확률분포를 대표한다고 가정하였다. Weibull 분포의 변수와 총 피로하중 횟수( $n_0$ ),  $1/n_0$  확률의 하중 진폭( $\Delta T_{1/n_0}$ )은 Table 4에 정리되어있다.

균열 성장률 선도는 2개의 기울기를 갖는 선도를 사용하였다. 응력확대계수의 하한 임계값은  $63MPa\sqrt{m}$  이며 기울기가 바뀌는 위치에서의 응력확대계수는  $144MPa\sqrt{m}$  이다. 균열 성장률 선도의 각 계수들은 Table 5에 제시된 바와 같다.

Table 4 Fatigue loading parameters

Initial scale parameter ( $\alpha$ )	4.08
Initial shape parameter ( $h$ )	0.559
Total cycle $n_0$ (20 years)	3,262,420
$\Delta T_{1/n_0}$	15.27 MPa

Table 5 Crack growth constants

Stage A		Stage B	
A	m	A	m
$2.1 \times 10^{-17}$	5.10	$1.29 \times 10^{-12}$	2.88

### 3.2 확률밀도함수

본 해석에 사용된 확률변수는 Weibull 분포의 두 계수와 한봉의 결합 깊이로서, 모든 확률변수는 서로 독립이며 특정한 평균과 분산을 가지는 Gaussian 분포를 따르는 것으로 가정하였다. Weibull 분포의 두 변수의 평균값은 Mohammad (2015)의 연구를 참조하였고 각 변수의 표준편차는 효율적인 몬테카를로 시뮬레이션이 가능하도록 적절히 선정하였다. 해석에 적용된 확률변수의

Table 6 Means and standard deviations of random variables

Variable	Mean	Standard deviation	C.O.V [%]
Scale parameter( $\alpha$ )	4.08	0.35	8.5
Shape parameter( $h$ )	0.559	0.01	1.7
Crack size( $a$ )	2.5 mm	0.3	10

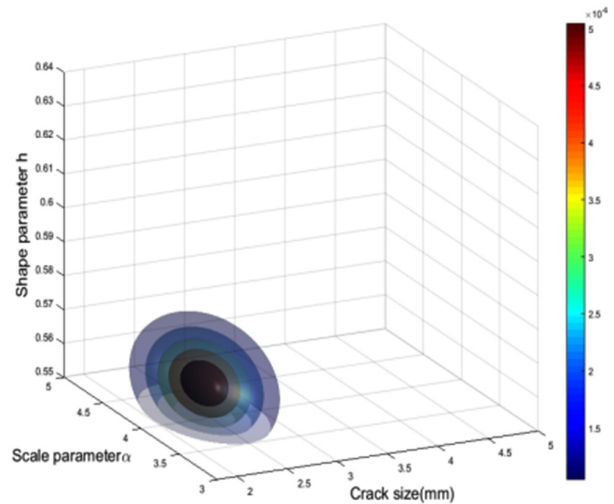


Fig. 10 Joint probability density function

평균과 표준편차는 변동계수와 함께 Table 6에 정리되어있다. Fig.10는 확률변수 공간에 도시한 결합 확률분포를 중심점에서의 x, y, z평면으로 잘라 가시화한 그림이다. 결합 확률분포는 구형 분포를 보임을 확인할 수 있고 결합 확률분포의 중심이 정의된 공간에서 아래쪽으로 치우쳐있는 것을 알 수 있다. 이는 z축으로 정의한 Shape 변수는 일반적으로 0.7에서 1.5사이에서 의미 있는 값을 가지지만 (Lie, 1992) Mohammad (2015)의 연구에서는 극한의 환경을 고려하였기 때문에 보다 작은 값이 대표값으로 정의되었기 때문이다.

### 3.3 몬테카를로 시뮬레이션

파손 확률을 근사적으로 계산해 내는 FORM과 SORM의 유효성검증을 위해 확률변수로 가정한 변수들에 대해 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. 결합크기, Weibull의 척도변수, 형상변수에 대해 3.2절의 Table 6의 조건으로 Gaussian 분포를 따르는 난수 조합을 sampling하여 파손확률을 계산하였다. 난수 조합의 sampling수(N)에 따른 파손확률( $P_f$ )은 Table 7에 정리되어있다.

파손확률 계산결과 5000이상의 sampling 수에서 파손확률이 수렴하는 것을 볼 수 있으며 1500개의 sampling수의 파손확률 값을 몬테카를로 시뮬레이션의 파손확률 값으로 결정하였다. Fig.11은 Lr-Kr 공간에서 2000개의 sampling에 대한 몬테카를로 시뮬레이션 결과이다.

Table 7 Failure probability according to the number of sampling

No. of sampling	$P_f$
100	0.16
200	0.145
300	0.157
500	0.186
800	0.18
1000	0.19
1500	0.192
2000	0.1855

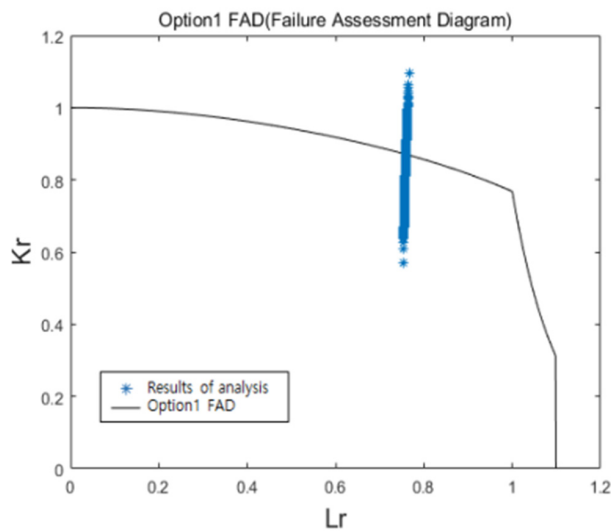


Fig. 11 Monte Carlo simulation result in Lr-Kr space for N=2000

### 3.4 실제 한계 상태 함수

신뢰도 지수  $\beta$ 을 FORM과 SORM의 수렴의 척도로서 사용하였다. 몬테카를로 시뮬레이션의 난수조합으로는 실제 한계상태함수가 3개의 확률변수로 정의되는 공간에서 어떤 형상을 보이는지 알 수 없기 때문에 FORM과 SORM으로 구한 근사식의 gradient와 curvature의 유효성 검증을 위해 먼저 확률변수가 정의된 영역을 일정간격으로 나누어 반복계산을 수행하였다. 반복계산은 결함평가 해석 프로그램인 RESCEW의 민감도해석 모듈을 활용하였다. 결함 깊이  $a$ 는 1부터 5까지 0.1간격으로, 척도 변수  $\alpha$ 는 3부터 5까지 0.1간격으로, 형상 변수  $h$ 는 0.55부터 0.62까지 0.01간격으로, 전체 8000개의 조합에 대한 해석을 수행하였다. Fig.12의 곡면은 반복계산 결과로 도출된 한계상태함수의 값이 0의 값을 가지는 등위면을 확률변수 공간에 나타낸 것이다. 이 등위면은 세 확률변수에 대한 실제한계상태함수이다. 파손평가의 경계가 되며 곡면의 위쪽영역은 한계상태함수 값이 양수 값을 가지고 아래쪽은 음수 값을 가진다. 즉, 등위면의 아래쪽영역이 파손영역이 된다. Fig.10에서 보인 것과 같이 각 위치에서의 확률을

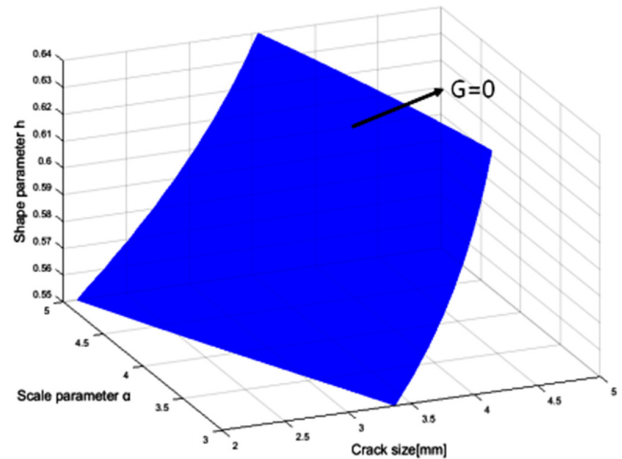


Fig. 12 Real limit state function( $G=0$ ) in physical space

알기 때문에 Fig. 12의 파손영역에 해당하는 확률값을 더하여 파손확률을 계산할 수 있다. 이 때의 파손확률은 0.1841을 얻었으며 몬테카를로 시뮬레이션과 0.7%의 근소한 상대오차를 가지는 것을 확인하였다. 계산량과 파손확률, 몬테카를로 시뮬레이션과의 상대오차는 Table 8에 명시하였다. Fig. 10의 결함 확률분포의 중심은 안전영역인 Fig. 12의 등위곡면 위쪽에 위치하지만 파손평가의 경계인 곡면에 매우 근접해 있음을 알 수 있는데, 이는 구조물에 작용하는 하중의 장기응답분포가 극한 조건에 있기 때문이다.

### 3.5 FORM과 SORM 근사

Fig.12에 보인 바와 같이 본 해석에서 고려하는 결함에 대한 실제 한계상태함수는 3개의 확률 변수로 정의된 공간에서 곡면으로 나타난다. FORM과 SORM은 상기 한계상태함수를 근사적으로 얻기 위한 방법으로 테일러 전개를 통해 근사된 한계상태함수를 반복적으로 추정하여 근사해를 구하는 방법이다. 근사를 위한 초기 값은 고려된 확률변수의 평균값을 사용하였고 근사식 위의 점 중 정규화 공간에서 결함 확률밀도함수의 중심과 최단거리를 이루는 점을 찾기 위해 최적화 알고리즘을 적용하였다. 수렴 여부를 판정하기 위해 연속된 반복계산에서의 신뢰도 지수의 차이가 0.001 이하가 될 때까지 반복계산을 수행하였으며 Fig. 12에 보인 실제 한계상태함수와 비교하였다. Fig.13는 해석의 결과로 도출된 FORM 근사 한계상태함수의 결과이다. FORM 근사 한계상태함수는 평면이기 때문에 실제 한계상태함수를 완전히 근사하지는 못했지만 그 경향을 비교적 잘 따라가는 것을 볼 수 있다. Fig.14는 SORM 근사 한계상태함수의 결과를 보여준다. FORM과 마찬가지로 실제 한계상태함수의 경향을 잘 따라가는 것을 확인할 수 있고 FORM 대비 SORM이 상대적으로 곡면을 잘 표현하고 있음을 확인할 수 있다.

FORM 및 SORM으로 근사한 한계상태함수로 분할된 공간 중  $G<0$ 인 영역의 결함 확률분포 값을 적분하여 결함의 파손확률을 구하였다. FORM 및 SORM의 적절성을 확인하기 위해 몬테카를로 시뮬레이션으로부터 도출된 파손확률과 각각의 확률을 비교

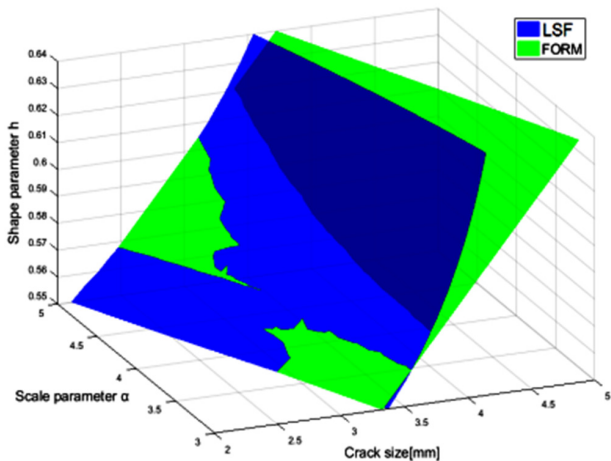


Fig. 13 Monte carlo simulation results and FORM approximation

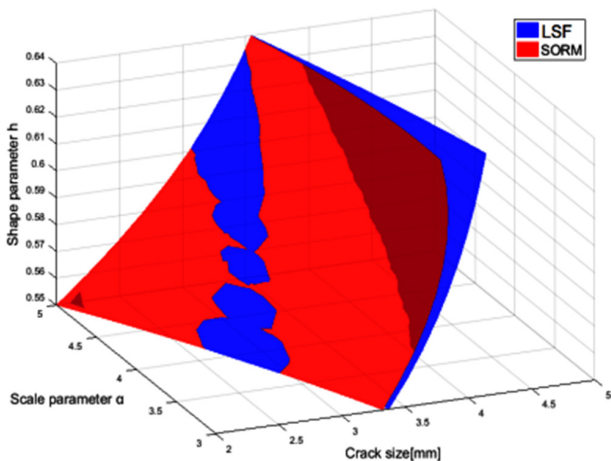


Fig. 14 Monte carlo simulation results and SORM approximation

Table 8 Comparison of failure probability

	Failure probability	No. of Iteration	No. of Analysis	Error [%]
Monte Carlo	0.1855	-	2000	-
Real LSF	0.1841	-	8000	0.7%
FORM	0.1685	5	20	9.16%
SORM	0.1874	4	40	1.02%

분석하고 이를 Table 8에 제시하였다. 예상 되었던 바와 같이 SORM으로 예측된 파손확률의 오차가 FORM의 결과 대비 상대적으로 낮은 값을 보임을 알 수 있다. FORM으로 예측된 파손확률도 9% 정도의 값을 보였으며 SORM이 반복 당 계산량이 많기 때문에 계산의 효율성 등을 고려컨대 공학적 활용가치가 매우 높음을 확인할 수 있다.

### 4. 결론

본 연구에서는 초기결함이 있는 FPSO의 계류체인에 대해

FORM 및 SORM을 사용하여 파손확률을 추정하고 이를 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 비교 분석하였다. 환봉에 내재된 부분원형의 균열깊이와 장기피로하중의 확률분포에 적용된 2변수 Weibull 분포의 계수를 Gaussian 분포를 가지는 확률변수로 가정하여 해석을 수행하였다. 상기의 해석을 토대로 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

- 신뢰성기반 결함평가 절차를 BS7910에 정의된 결정론적 결함평가 절차와 FORM과 SORM을 결합하여 개발하였으며 이를 계류체인의 결함에 대해 적용한 후 파손 확률을 비교하여 두 방법에 대한 유효성을 검증하였다.
- FPSO 계류체인에 내재된 부분원형 형상의 결함을 평가대상으로 결정하였고 결함깊이와 장기피로하중분포의 2 변수 Weibull 분포의 계수를 확률변수로 가정하였다.
- 결함깊이와 Weibull의 형상 파라미터, 척도 파라미터에 대한 1500개의 난수조합에 대해 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하고 Lr-Kr 공간에서 파손확률을 계산하였다.
- 결함깊이와 Weibull의 형상 파라미터, 척도 파라미터에 대한 8000개의 조합에 대해 반복계산을 수행하고 이를 기반으로 확률변수 공간에서 정의된 실제 한계상태함수를 도출하였다.
- 개발된 절차를 기반으로 FORM과 SORM으로 실제 한계상태함수를 근사하였으며 이차항을 포함한 SORM이 FORM보다 상대적으로 한계상태함수를 좀 더 정확하게 모사함을 확인하였다.
- 수렴까지 FORM은 총 5번, SORM은 4번의 반복 계산이 수행되어졌으며 몬테카를로 시뮬레이션 대비 상대적으로 우수한 계산의 효율성을 확인하였다.
- FORM과 SORM으로부터 계산된 파손확률은 실제 파손확률과 매우 가까운 값을 보였고 두 방법 모두 오차율이 10% 미만인 것으로 나타났다. SORM을 통해 도출된 오차율은 약 1.02%로 FORM의 결과인 9.16% 대비 절반 수준을 보임을 확인하였다.

### 후 기

본 연구는 산업통상자원부 해양플랜트 특성화 대학의 지원을 받아 수행되었습니다. 연구비 지원에 감사 드립니다.

### References

Almarnaess, A., 1985. *Fatigue handbook: Offshore steel structures, Chapter 10: Fatigue life calculation*. TAPIR: United States.

American Petroleum Institute (API), 2007. *Fitness-for-service, API 579e1/ASME FFS-1*.

British Standard Institution (BSI), 2013. *Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic*



- structure, BS 7910.
- Fiessler, B. Rackwitz, R. & Neumann, H. J., 1979. Quadratic limit states in structural reliability. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105(4), pp.661–676.
- Hohenbichler, M. Gollwitzer, S. Kruse, W. & Rackwitz, R., 1987. New light on first–and second–order reliability methods. *Structural Safety*, 4(4), pp.267–284.
- Lee, O.S. Kim, D.H., 2007. Reliability of fatigue damaged structure using FORM, SORM and fatigue model. *Proceedings of the World Congress on Engineering*, pp.1322–1328.
- Lie, H. 1992. Simplified fatigue analysis of mooring lines. *Posisjoneringsmøtet '92; 7–9.october*, Fagernes.
- Kang, B.J. Kim, J.H. Kim, Y., 2016. Engineering criticality analysis on an offshore structure using the first– and second–order reliability method. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 8(6), pp.577–588.
- Kang, B.J. Kim, Y.I. Ryu, C.H. Park, S.G. Oh, Y.T., 2014. Development of a flaw assessment software using the fracture mechanics approach. *The Annual Autumn Conference, SNAK*, Changwon, 6–7 November, 2014. pp. 675–680.
- Metropolis, N. & Ulam, S., (1949). The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247), pp.335–341.
- Mohammad, H. S., 2015. *Fatigue analysis and design of mooring systems. assessment and comparison of different methods*. Master's thesis, Norwegian University of Science and Technology.
- Rackwitz, R. & Flessler, B., 1978. Structural reliability under combined random load sequences. *Computers & Structures*, 9(5), pp.489–494.
- Yu, Z. Zheng, Z. Qunpeng, Z., 2012. Improved reliability analysis method based on the failure assessment diagram. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 25(4), pp.832–837.



이충현

김유일