

75톤급 액체로켓엔진 정상상태 과정의
수학적 모델링 및 시뮬레이션이계림¹ · 차지형¹ · 고상호^{1,†} · 박순영² · 정은환²¹한국항공대학교, 항공우주 및 기계공학부²한국항공우주연구원, 발사체 엔진팀

Mathematical Modeling and Simulation for Steady State of a 75-ton Liquid Propellant Rocket Engine

Kyelim Lee¹, Jihyoung Cha¹, Sangho Ko^{1,†}, Soon-Young Park² and Eunhwan Jung²¹Department of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University, Korea²Rocket Engine Development Office, Korea Aerospace Research Institute

Abstract

This paper deals with mathematical modeling of a 75-ton open-cycle Liquid Propellant Rocket Engine (LPRE) and the steady state simulation based on a nominal operating point. Each component of open-cycle LPRE may be classified into seven major categories using thermodynamics and dynamics characteristics. To simplify the simulation model of LPRE in this paper, we used four govern equations with assuming no heat transfer process. We confirmed the mathematical model of LPRE by using the error ratio and comparing the experiment data and simulation data in steady state, and checked the stability with the linearized model. Finally, we demonstrated the simulation model as compared to the transient response of experimental data.

초 록

본 논문은 75톤급 개방형(Open-cycle) 액체로켓엔진(Liquid Propellant Rocket Engine, LPRE)의 수학적 모델링 및 정상상태(Steady state)에서의 시뮬레이션을 수행한 내용을 다룬다. 액체로켓엔진의 각 구성품들은 열역학 및 동역학적 특성을 이용하여 크게 7개로 분류할 수 있으나, 본 논문의 액체로켓엔진 시뮬레이션 모델을 간단화하기 위해 열전달 모델링을 생략하여 4개의 지배방정식(Govern equation)을 이용하였다. 정상상태에서의 실험 데이터와 시뮬레이션 데이터의 오차율을 통해 모델링을 확인하였으며 공칭 작동점에서의 선형화 모델을 이용하여 안정성을 판단하였다. 또한, 시뮬레이션 모델링을 검증하기 위해 실험 데이터의 과도응답을 비교하였다.

Key Words : Open-cycle(개방형 사이클), Liquid Propellant Rocket Engine(액체추진로켓엔진), Steady state(정상상태), Numerical simulation(수치적 시뮬레이션)

1. 서 론

우주발사체용 액체로켓엔진은 추진제 공급시스템과 추력 시스템 등과 같이 높은 에너지 밀도에서 작동하는 다수의 구성품들로 이루어져 있기 때문에 높은 안전성과 신뢰성이 요구된다. 특히, 터보펌프에서 발생하

는 결함은 수십 분의 1초 사이에 액체로켓 시스템 전체로 확산되어 큰 사고로 이어지므로 사고 방지를 위하여 매우 우수한 성능의 결함진단 시스템이 필수적이다[1]. 이러한 고장 검출 및 진단 기능을 수행할 수 있는 알고리즘은 액체로켓엔진 개발을 위한 지상시험 중, 사고로 인한 시험설비의 피해를 방지함으로써 개발비용을 최소화 할 수 있다는 점에서도 중요하다.

실제 비행을 진행하기 전에 실험장비 구축으로 인한 개발비용 문제로 실험을 수행하는 횟수에 한계가 있다. 또한, 실험 횟수가 증가할수록 수행되어진 시스템

Received: Aug. 07, 2017 Revised: Sep. 14, 2017 Accepted: Sep. 19, 2017

† Corresponding Author

Tel: +82-2-300-0119, E-mail: sanghoko@kau.ac.kr

© The Society for Aerospace System Engineering

의 피로가 누적되어 실제로 로켓 운용 시에 발생할 수 있는 결함을 예측하는데 어려움이 있다[2]. 그러므로 액체로켓엔진의 시뮬레이션을 이용하여 시스템의 성능을 예측하고 실험에서 발생할 수 있는 결함을 수학·물리적으로 분석하여 사고를 미연에 방지하는 것이 필수적으로 요구된다.

해외 사례로 Paulo가 우주왕복선 주엔진(Space Shuttle Main Engine, SSME)의 수학적 모델링을 하였으며, 38개의 1차 상미분 방정식을 이용하였다[3]. 중국의 Wu Jianjun은 정상상태 과정에서 개방형 액체로켓엔진의 모델을 16개의 1차 상미분 방정식으로 모델링 하였으며, 증압 시스템과 가스 제어 회로를 간략화하기 위하여 11개의 1차 상미분 방정식으로 모델링 한 연구사례도 있다[4, 5]. 액체로켓엔진 시뮬레이션 모델링은 동일한 지배방정식(Govern equation)에서 유도되지만, 수학적 모델로 나타내는 과정에서 가정에 따라 핵심이 되는 비선형 모델을 선정하는 정도가 다르며 미분 방정식의 개수가 달라질 수 있다.

국내 사례로 항공우주연구원은 정상상태에서 선형화하여 5개의 1차 상미분 방정식을 사용하고 추력제어(Thrust control) 밸브로 인한 연소실 온도가 증가하는 것을 방지하기 위해 압력 안정기모형을 설계하였다. 한국항공대학교에서는 우주왕복선 주엔진(SSME) 모델을 시동과정을 제외한 32개의 1차 상미분 방정식을 이용하였다[6, 7].

본 논문은 비선형 운동방정식을 이용하여 11개의 1차 상미분 방정식으로 모델링 하였으며, 순항상태(Steady state)에 국한되는 것이 아니라 천이상태(Transient state)에서도 모델링을 진행할 수 있다는 장점을 이용하여 작동점을 기준으로 정상상태 및 천이상태 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 개방형 액체로켓엔진 모델링

2.1 개방형 액체로켓엔진 수학적 모델링

개방형 액체로켓엔진은 Fig. 1과 같이 연료 펌프와 산화제 펌프를 구동하기 위한 터빈, 터빈을 구동하기 위한 가스발생기와 연료 공급계로 구성된다. 추력이 발생하는 구성품들은 연소기와 노즐이 있으며 추력 제

어를 위한 산화제 공급 유량 조절 밸브와 추진제를 수송하기 위한 배관들이 있다.

Table 1은 Fig. 1에 표시된 번호들을 정리한 내용이며, 수학적 모델링을 구성할 때 편리성을 위해 번호를 임의로 지정하였다. 여기서 a, b는 각각 산화제와 연료가 나뉘지는 분기점이다.

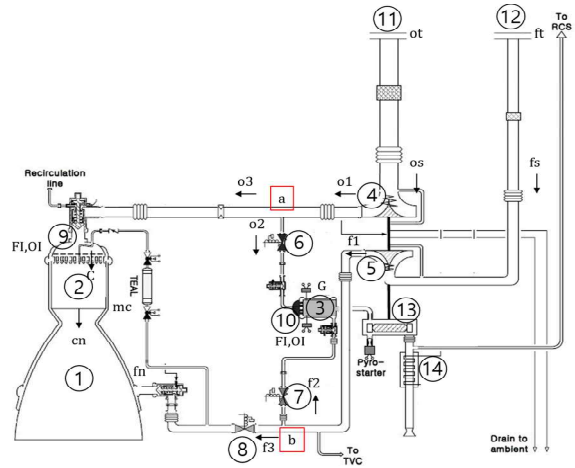


Fig. 1 Schematic of open-cycle rocket engine[6]

Table 1 Position of the number

Number	Position
①	Nozzle
②	Combustion Chamber
③	Gas Generator
④	Oxidizer pump
⑤	Fuel pump
⑥	Control valve(1)
⑦	Control valve(2)
⑧	Control valve(3)
⑨	Combustion Chamber Injector
⑩	Gas Generator Injector
⑪	Oxidizer Tank
⑫	Fuel Tank
⑬	Turbine
⑭	Turbine Nozzle Heat Exchanger

액체로켓엔진의 수학적 모델은 뉴턴의 제 2법칙과 열역학 제 1법칙을 기반으로 크게 7가지의 지배방정식 형

태들을 이용하였으며, 대부분의 액체로켓엔진 상미분 방정식들은 지배방정식 형태에서 유도가 가능하다. 7가지 형태의 지배방정식은 터보펌프의 회전 동역학 (Rotational dynamics of turbopump), 압력변동에 따른 관성(Inertia under pressure fluctuations), 압력변동에 따른 유량(Fluid capacitance under pressure variation), 정압조건에서 밀도 변화에 따른 유동용적(Fluid capacitance under density variations at constant pressure), 열교환기 내부의 열평형(Energy balance in heat exchangers), 열전달 온도 방정식(Heat transfer temperature equations) 그리고 시간 지연 방정식(Time delay equations)으로 구분 가능하다[3].

본 논문의 액체로켓엔진 비선형 모델 시뮬레이션은 모델링을 단순하게 하고자 열전달로 인한 손실을 손실 계수로 가정하여 4가지 지배방정식 형태를 사용하였다. 지배방정식의 4가지 수학적 모델들은 터보펌프의 회전 동역학 방정식, 압력 변화에 따른 관성, 압력변동에 따른 유동용적, 시간지연 방정식이다.

Table 2 Dynamic model equations

Number	Mathematical model
1	$I_{tb} \frac{d\omega}{dt} = \tau_{tb} - \tau_{op} - \tau_{fp}$
2	$\left(\frac{L}{A}\right) \frac{d\dot{m}_{o3}}{dt} = P_a - P_{oi,C} - \left(\frac{\lambda}{2\rho_o A^2}\right) \dot{m}_{o3}^2$
3	$\left(\frac{L}{A}\right) \frac{d\dot{m}_{f3}}{dt} = P_b - P_{fi,C} - \left(\frac{\lambda}{2\rho_f A^2}\right) \dot{m}_{f3}^2$
4	$\left(\frac{L}{A}\right) \frac{d\dot{m}_{o2}}{dt} = P_a - P_{oi,G} - f_{o2}(\theta) \dot{m}_{o2}^2 - \left(\frac{\lambda}{2\rho_o A^2}\right) \dot{m}_{o2}^2$
5	$\left(\frac{L}{A}\right) \frac{d\dot{m}_{f2}}{dt} = P_b - P_{fi,G} - f_{f2}(\theta) \dot{m}_{f2}^2 - \left(\frac{\lambda}{2\rho_f A^2}\right) \dot{m}_{f2}^2$
6	$\frac{d\dot{m}_{ELC}}{dt} = \frac{1}{\epsilon_1} (\dot{m}_{fi,C} - \dot{m}_{ELC})$
7	$\frac{d\dot{m}_{OLC}}{dt} = \frac{1}{\epsilon_1} (\dot{m}_{oi,C} - \dot{m}_{OLC})$
8	$\frac{d\dot{m}_{ELG}}{dt} = \frac{1}{\epsilon_2} (\dot{m}_{fi,G} - \dot{m}_{ELG})$
9	$\frac{d\dot{m}_{OLG}}{dt} = \frac{1}{\epsilon_2} (\dot{m}_{oi,G} - \dot{m}_{OLG})$
10	$\left(\frac{V}{R_C T_C}\right) \frac{dP_C}{dt} = \dot{m}_{OLC} + \dot{m}_{ELC} - \dot{m}_{cn}$
11	$\left(\frac{V}{R_G T_G}\right) \frac{dP_G}{dt} = \dot{m}_{OLG} + \dot{m}_{ELG} - \dot{m}_{tbi}$

2.1.1 터보펌프 회전수[3]

$$I_{tp} \frac{d\omega}{dt} = \tau_t - \tau_p \quad (1)$$

I_{tp} 는 로터의 관성 모멘트, τ_t 는 터빈에서 발생하는 토크, τ_p 는 펌프에서의 토크, ω 는 각속도이다. 개방형 사이클은 1개의 터빈과 2개의 펌프로 구성되어 있다.

2.1.2 유량변동에 따른 관성[3]

$$\left(\frac{L}{A}\right) \frac{d\dot{m}}{dt} = P_{in} - P_{out} - \frac{\lambda}{2\rho A^2} \dot{m}^2 \quad (2)$$

뉴턴의 제 2법칙을 이용하여 방정식을 유도한다. 파이프를 지나가는 유동은 마찰력으로 전체 압력 저하를 발생시킨다. L 과 A 는 파이프의 길이와 면적, λ 는 압력 손실 계수로 유량계수를 이용하여 계산할 수 있다.

2.1.3 유량변동에 따른 관성[3]

$$\kappa\rho V \frac{dP}{dt} = \sum \dot{m} \quad (3)$$

구성품에 들어가는 유동을 \dot{m}_{in} , 나가는 유동을 \dot{m}_{out} 이라고 하면 전체 유동은 $\sum \dot{m} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$ 으로 나타낼 수 있다. 여기서 압력에 따른 압축률(κ)을 이용하여 압력의 변화량을 표현할 수 있다. 이 식은 연소실과 가스발생기 부분에서만 사용되어 액체상태의 산화제-연료가 기체로 변화하는 부분을 이상기체로 가정하여, 아래와 같은 식으로 압축률을 나타낼 수 있다.

$$\kappa\rho = \frac{1}{RT} \quad (4)$$

이를 통해, 개방형 액체로켓엔진의 압력변동에 따른 유량식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{V}{RT} \frac{dP}{dt} = \sum \dot{m} \quad (5)$$

2.1.4 시간지연 방정식[3]

$$\frac{d}{dt} \dot{m}(t) = \frac{1}{\epsilon} (\dot{m}_o(t) - \dot{m}(t)) \quad (6)$$

일부 서로 연관된 동적 모델의 변수는 다른 변수 상태의 물리적 반응에 즉시 따르지 않는 경우가 있다. 시간지연의 경과 시간을 ϵ , 시간지연되기 전의 유량을 \dot{m}_o , 시간 지연 후의 유량을 \dot{m} 이라고 하면 시간지연 따른 유량을 계산할 수 있다.

Table 3 Meaning of the symbol

Symbol	Meaning	Symbol	Meaning	Symbol	Meaning
ω	각속도	$\dot{m}_{FI,G}$	가스발생기 연료 분사기에서의 시간지연 후의 유량	T_C	연소실 온도
τ_{tb}	터빈의 토크	$\dot{m}_{oi,G}$	가스발생기 산화제 분사기에서의 시간지연 전의 유량	T_G	가스발생기 온도
τ_{op}	산화제 펌프의 토크	$\dot{m}_{oi,C}$	가스발생기 산화제 분사기에서의 시간지연 후의 유량	T_{tbi}	터빈 입구 온도
τ_{fp}	연료 펌프 토크	\dot{m}_{tbi}	가스발생기 출구유량, 터빈 입구 유량	T_{tbe}	터빈 출구 온도
\dot{m}_{o1}	산화제 펌프 출구 유량	P_a	산화제 파이프 분기점(a)압력	R_C	연소실 기체상수
\dot{m}_{o2}	가스발생기 산화제 분사기 입구로 가는 유량	P_b	연료 파이프 분기점(b) 압력	γ_C	연소실 연소가스 비열비
\dot{m}_{o3}	연소실 산화제 분사기로 들어가는 유량	P_C	연소실 압력	R_G	가스발생기 기체상수
\dot{m}_{f1}	연료 펌프 출구 유량	$P_{oi,C}$	연소실 산화제 분사기 입구 압력	R_{tbi}	터빈 노즐 기체상수
\dot{m}_{f2}	가스발생기 연료 분사기 입구로 가는 유량	$P_{fi,C}$	연소실 연료 분사기 입구 압력	γ_G	가스발생기 연소가스 비열비
\dot{m}_{f3}	연소실 연료 분사기로 들어가는 유량	$P_{oi,G}$	가스발생기 산화제 분사기 입구 압력	γ_{tbi}	터빈 연소가스 비열비
$\dot{m}_{fi,C}$	연소실 연료 분사기에서의 시간지연 전의 유량	$P_{fi,G}$	가스발생기 연료 분사기 입구 압력	η_o	산화제 펌프 효율
$\dot{m}_{FI,C}$	연소실 연료 분사기에서의 시간지연 후의 유량	P_G	가스발생기 압력	η_f	연료 펌프 효율
$\dot{m}_{oi,C}$	연소실 산화제 분사기에서의 시간지연 전의 유량	P_{tbi}	터빈 입구 압력	η_{tb}	터빈 효율
$\dot{m}_{oi,G}$	연소실 산화제 분사기에서의 시간지연 후의 유량	P_{tbe}	터빈 출구 압력	$f_{o2}(\theta)$	GOCV 밸브의 압력 저하 함수
\dot{m}_{cn}	노즐 입구 유량	P_{o1}	산화제 펌프 출구 압력	$f_{f2}(\theta)$	GFCV 밸브의 압력 저하 함수
$\dot{m}_{fi,G}$	가스발생기 연료 분사기에서의 시간지연 전의 유량	P_{f1}	연료 펌프 출구 압력	$f_{f3}(\theta)$	CFCV 밸브의 압력 저하 함수

2.2 액체로켓엔진의 운동방정식

각 구성품들의 수학적 모델링은 Eq. 1,2,5,6을 이용하여 개방형 액체로켓엔진 모델에 사용된 11개의 1차 상미분 방정식을 분류하였다.

Table 2는 지배방정식으로부터 나온 11개의 비선형 운동 방정식이다. 이와 함께 펌프 승압방정식, 유량 보존의 법칙 등 37개의 대수방정식을 이용하여 총 48개의 방정식으로 모델링을 하였으며 방정식에 사용되는 변수들에 대한 설명은 Table 3에 정리하였다.

3. 개방형 액체로켓엔진 시뮬레이션 모델링

Figure 2는 11차 시스템 시뮬레이션 모델의 개략도이다. 시뮬레이션 구성단계에서 산화제-연료의 밀도 및 탱크의 압력은 한국항공우주연구원에서 제공해준 데이터를 이용하였으며, 정상상태를 기준으로 시뮬레이션 모델을 진행하였다.

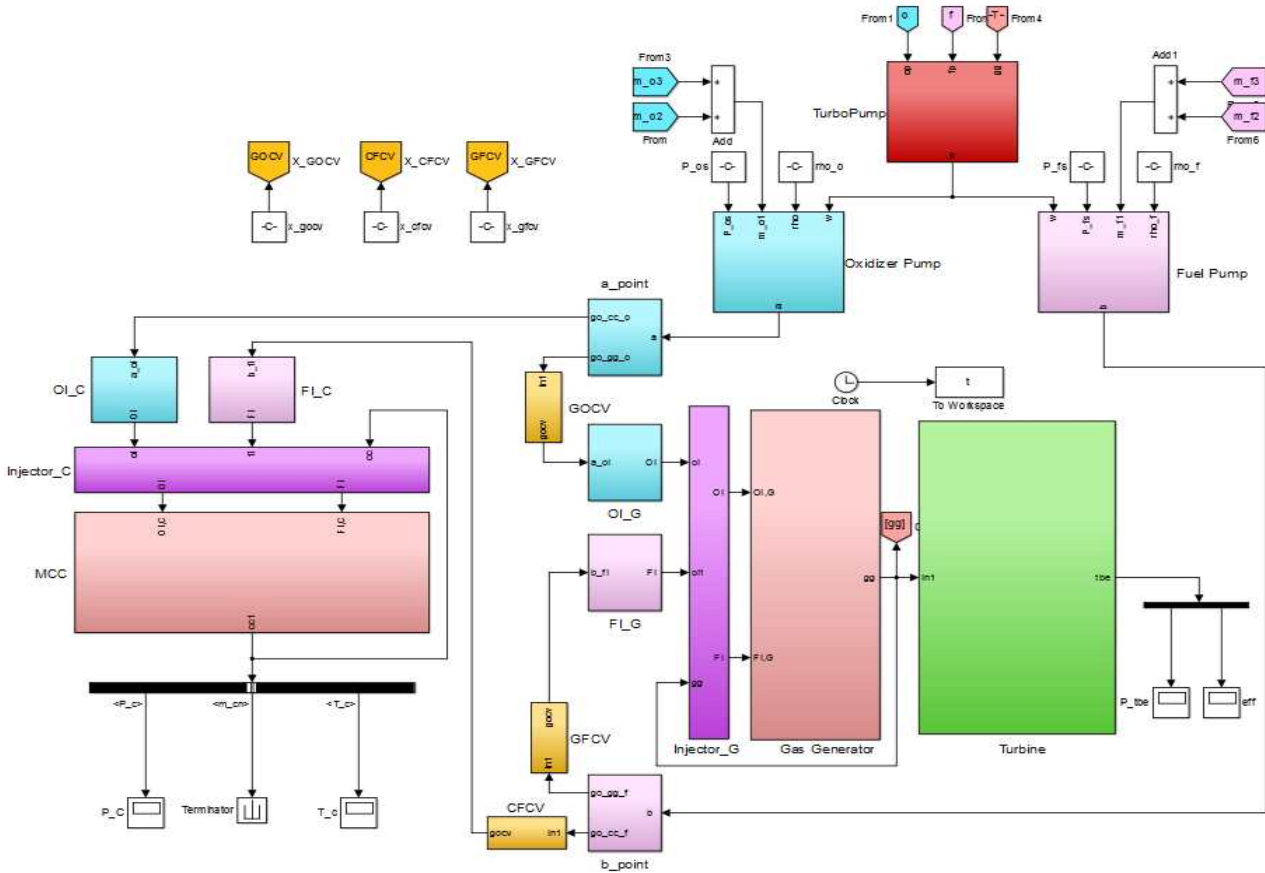


Fig. 2 Non-linear simulation model of liquid propellant rocket engine

3.1 정상상태 시뮬레이션 결과 및 분석

본 논문에서는 3가지 제어 변수, 4가지 매개변수를 고정하여 정상상태 시뮬레이션을 수행하고 48개 상태량 변수들을 계산하였다.

제어 변수로는 연소실 연료 제어밸브(Combustion chamber Fuel Control Valve, CFCV), 가스발생기 산화제 제어밸브(Gas generator Oxidizer Control Valve, GOCV) 그리고 가스발생기 연료 제어밸브(Gas generator Fuel Control Valve, GFCV)이 있다. 매개 변수로는 산화제 밀도(ρ_o), 연료 밀도(ρ_f), 산화제 탱크 압력(P_{os}) 그리고 연료 탱크 압력(P_{fs})이 있다.

시뮬레이션 결과의 정확도 확인을 위해 7개의 상태량 변수 ($\omega, P_C, P_G, \dot{m}_{o3}, \dot{m}_{o2}, \dot{m}_{f3}, \dot{m}_{f2}$)에 대한 결과 값과 실험 데이터의 오차율을 계산하여 Table 4에 정리하였다. 오차율이 증가되는 원인으로서는 3개의 밸브 개도에 따른 유량계수 실험식의 오차로 인해 연소실 유량비의 오차가 커지고 그에 따라 7개의 상태량 변수들의 오차가 발생한다.

Table 4 Normalized results of numerical simulation

Notation	Error ratio[%]	Notation	Error ratio[%]
ω	1.26	\dot{m}_{f3}	3.79
P_C	0.60	\dot{m}_{o2}	1.51
P_G	5.21	\dot{m}_{f2}	2.53
\dot{m}_{o3}	0.87	-	-

3.2 선형화 및 안정성 판단

앞서서 구한 작동점을 기준으로 비선형 모델을 선형화한 모델을 이용하여 극점들을 구하였으며 시스템의 안정성을 판별하였다.

Figure 3은 극점들의 위치만 도시화 하였다. 극점들의 분포는 허수부 축과 가장 가까운 실수 값 -6.414, 가장 먼 실수 값 -713.2이므로, 모든 극점이 s-평면의 좌평면에 위치하고 있으므로 본 시스템은 안정한 시스템을 확인하였다.

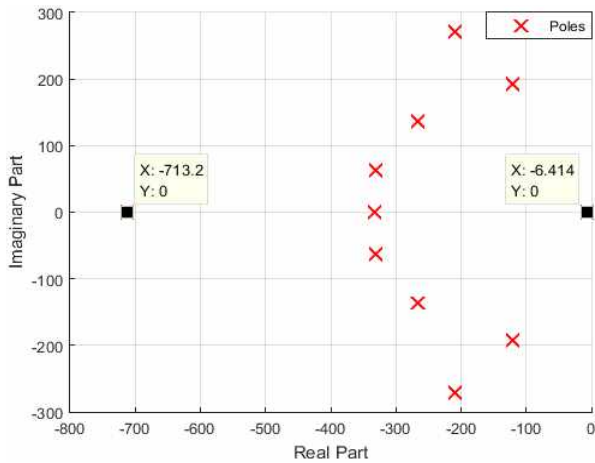


Fig. 3 Pole location of the transfer function at operating point

4. 시뮬레이션 모델링 분석

시뮬레이션 모델링의 신뢰성 확인을 위하여 시뮬레이션 데이터와 실험 데이터의 과도응답(Transient response)을 비교하였으며, 상태량 변수 4개($\omega, P_c, \dot{m}_{o3}, \dot{m}_{f3}$)을 이용하였다. 실험 데이터와 시뮬레이션 모델의 과도응답 특성을 비교하기 위해 각각의 데이터를 정규화(Normalization)하여 Fig. 4에 나타내었다.

과도응답 특성을 위해 계단입력(Step input)으로 밸브 명령을 모사하였으며 밸브 및 각종 신호에 따른 계측센서의 시간지연으로 4개의 상태량 변수들의 응답시간의 차이가 발생한다.

$$G(s) = \frac{\tau_j}{s + \tau_j} \quad (7)$$

Equation 7은 계측센서를 모사한 1차 전달함수이며, τ_j 는 각 센서의 시상수 값이다. 본 논문에서는 각 센서의 대한 시상수 값을 실제 데이터를 이용하여 구하였다. 대략적으로, 압력센서는 수백분의 1초 그리고 유량센서는 수십분의 1초 정도이다.

과도응답에서의 실험 데이터와 시뮬레이션을 비교한 결과, 감소되는 기울기 양상이 비슷하게 나타나는 것을 확인하였으며 이를 이용하여 개방형 액체로켓엔진 시뮬레이션 모델링의 정확도를 검증하였다.

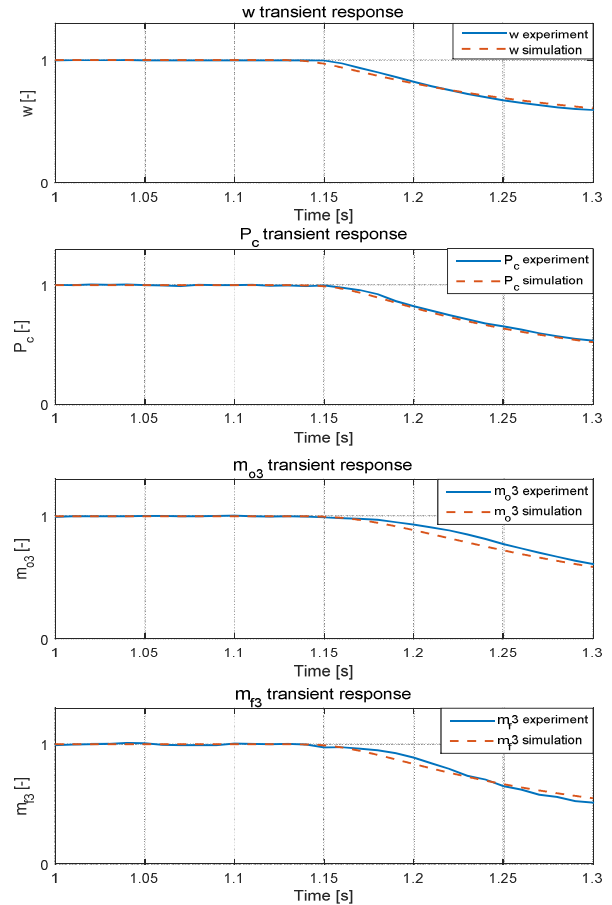


Fig. 4 Dynamic response of simulation and experimental data

5. 결 론

본 논문에서는 개방형 액체로켓엔진의 수학적 모델링을 하였으며, 시뮬레이션 상에서의 공칭 작동점 값을 실험 데이터와 비교하였다. 시뮬레이션 수행 결과, 실험적으로 얻은 데이터와 유사하게 나타나는 것을 알 수 있었고, 선형화 모델을 이용하여 시스템이 안정하다는 것을 확인하였다. 또한, 과도응답의 실험 데이터와 비교한 결과 그래프의 기울기 양상이 비슷하다는 것을 확인하여 시뮬레이션 모델링의 신뢰성을 검증하였다.

향후에는 오차율을 감소시키기 위한 모델링 튜닝(Modeling tuning) 및 액체로켓엔진의 상태를 나타내는 파라미터 측정 데이터를 활용하여 엔진 내의 다양한 부품에서 발생할 수 있는 결함·고장 검출 및 진단의 기능을 수행할 수 있는 알고리즘을 시뮬레이션 환

경에서 개발할 예정이다.

후 기

본 연구는 한국추진공학회 2016년도 추계학술대회 발표논문(한국형 발사체 엔진 정상상태 과정의 수학적 모델링 및 시뮬레이션)을 기반으로 작성되었으며, 2013년도 정부(교육과학기술부) 재원의 한국연구재단 지원 및 2016년도 한국형발사체 개발사업의 “개방형 액체로켓엔진 고장진단 기법 연구”과제로 한국항공우주연구원의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2013M1A3A3A02042434)와 (No.2016M1A3A1A02021180).

References

- [1] K. L. Lee, J. H. Cha and S. H. Ko, “A Survey on Fault Detection and Diagnosis Method for Open-Cycle Liquid Rocket Engines through China R&D Case,” *Journal of The Society for Aerospace System Engineering*, vol. 11, no. 3, pp. 22-30, June 2017.
- [2] J. H. Cha, S. H. Ko, “A Review of Space Shuttle Main Engine Dynamic Modeling for Start-Up Transient Simulation,” *Proc. of 46th KSPE Spring Conf.*, pp. 454-457, May 2016.
- [3] P. C. Lozano-Tovar, Dynamic models for Liquid Rocket Engines with Health Monitoring Application, Master’s Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Boston, June 1998.
- [4] J. Wu, Y. Zhang and Q. Chen, “A real-time verification system on fault Diagnosis methods for liquid propellant rocket engine,” *Proc. of the 32nd AIAA/ASMESAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Lake Buena Vista, FL, AIAA-96-2831*, Jul. 1996.
- [5] J. Wu, Y. Zhang and Q. Chen, “Transient Performance Simulation of a Large Liquid Rocket Engine under Fault Conditions,” *Journal of Aerospace Power of China*, vol. 9, no. 4, pp. 361-365, 1994.
- [6] S. Y. Park, W. K. Cho and W. S. Seol, “A Mathematical Model of Liquid Rocket Engine Using Simulink,” *Korea Aerospace Engineering and Technology*, vol. 8, no. 1, pp. 82-97, July 2009.
- [7] C. S. Ha, S. H. Oh, J. H. Cha and S. H. Ko, “Basic modeling and analysis for the operation of Space Shuttle Main Engine,” *Proc. of KSAS Fall Conf.*, pp. 1573-1576, Nov. 2014.