

# 적응 칼만필터에 기반한 우주발사체 추적 성능 개선

(Tracking Performance Enhancement of Space Launch Vehicle  
Based on Adaptive Kalman Filter)

한 유 수<sup>1)</sup>, 송 하 룡<sup>2)</sup>, 이 인 수<sup>3)\*</sup>

(Han Yoo Soo, Song Ha Ryong, and Lee In Soo)

**요 약** 인공위성 발사를 위한 우주발사체는 효율적인 비행을 위하여 다단으로 구성이 되며 단분리, 연료점화 및 연소종료 등의 비행이벤트를 거쳐서 임무를 완수하게 된다. 이 과정에서 발사체는 추력이 발생하는 동력비행구간과 추력이 없는 탄도비행구간의 과정을 반복하여 겪게 된다. 이러한 우주발사체의 비행특성을 하나의 동력학 모델로 표현하기는 어렵기 때문에 다중모델을 사용하는 추적 알고리즘에 대한 연구가 많이 진행되어 왔다. 다중모델 추적 알고리즘을 사용하는 경우에는 추적 성능의 개선을 기대할 수 있지만, 사용할 각 동력학 모델들을 적절히 선정해야 하는 어려움이 있으며 또한 다중모델 사용으로 인해 계산량이 증가하는 단점이 있다. 본 논문에서는 등가속도 모델과 적응형 Singer 모델을 사용하는 두 개의 칼만필터만으로 다양한 비행특성을 가지는 우주발사체를 효과적으로 추적하는 방법을 제안한다.

**핵심주제어** : 칼만필터, 적응형 Singer 모델, 우주발사체

**Abstract** A Space Launch Vehicle (SLV) for Launching Satellites Consists of Multi-stage Rockets for the Purpose of Efficient Flight and Accomplishes the Launch Mission through Flight Events such as Stage Separation, Engine Start and Stop. In this Process, the SLV is Supposed to Undergo the Processes of the Powered Flight Section in which the Engine Generates Thrust and the Ballistic Flight Section in which there is no Thrust Repeatedly. Because it is Difficult to Express these Flight Characteristics of the SLV as a Single Dynamics Model, much Research on Tracking Algorithms using Multiple Models has been Undertaken. In case of using the Multiple Model Tracking Algorithm, it is Expected to Improve the Tracking Performance of the SLV. However, it is Difficult to Select Proper Dynamics Models to be used and the Calculation Amount Increases due to the use of Multiple Models. In this Paper, we Propose a Method to Track the SLV with Diverse Flight Characteristics Efficiently by only Two Kalman Filters using Constant Acceleration Model and Adaptive Singer Model.

**Key Words** : Kalman Filter, Adaptive Singer Model, Space Launch Vehicle

\* Corresponding Author : insoolee@knu.ac.kr

Manuscript received Aug 16, 2017 / revised Sep 20, 2017 /  
accepted Sep 27, 2017

1) 한국항공우주연구원 나로우주센터, 제1저자

2) 한국항공우주연구원 나로우주센터, 제2저자

3) 경북대학교 IT대학 전자공학부, 교신저자

## 1. 서 론

다단으로 구성되는 우주발사체는 비행과정 동안 각 단의 연료점화 및 연소종료 등의 비행이벤트를 거치게 되며, 이러한 이벤트의 발생 시에 우주발사체는 큰 가속도의 변화를 겪게 된다. 단 분리 이벤트를 통해 비행과정 동안 엔진 추력이 발생하는 동력비행구간과 추력이 없는 탄도비행구간의 과정을 반복적으로 겪게 되며, 이로 인해 하나의 동력학 모델을 사용하는 추적필터에서는 추적 성능이 떨어질 수 있다[1].

이러한 문제를 해결하기 위하여 상호작용 다중 모델(IMM) 추적 알고리즘을 사용하여 발사체 추적 성능을 개선하려는 연구가 많이 진행되어 왔다[1-3]. 이러한 연구들에서는 비행과정 동안 다양한 동력학 특성을 가지는 우주발사체의 추적에 IMM 추정기를 사용함으로써 추적 성능의 개선을 기대할 수 있으나 다중모델 사용을 위한 복잡한 수식을 계산하여야 하고 사용 모델의 개수에 비례하여 계산량이 증가하는 단점이 있다.

최근에는 우주발사체 추적을 위한 IMM 추정기의 다중모델로 기동시상수의 역수( $\alpha$ )값이 다른 Singer 모델들을 사용한 연구가 진행된 바 있다[1]. Singer 모델은 표적의 가속도를 영 평균, 1차 Markov 프로세스로 가정하고 가속도의 변화 정도를 나타내는  $\alpha$  값을 시스템 모델에 반영함으로써 기동 표적에 대한 추적 성능을 개선할 수 있다[4,5]. 우주발사체의 가속도 변화에 따른 다양한 기동 특성들을 다중의 Singer 모델로 모델링한 IMM 추정기를 사용하면 등가속도 모델을 사용하는 경우에 비해 추적 성능의 향상을 기대할 수 있지만 각 Singer 모델에 적용할  $\alpha$  값을 사전에 선정하여야 하는 문제는 여전히 해결되지 않는다.  $\alpha$  값이 정확히 모델링된 경우에는 Singer 모델을 이용한 추적 필터가 좋은 성능을 나타내지만 부정확한 모델링은 오히려 성능을 감소시킬 수 있다.

본 논문에서는 우주발사체에 대한 추적 성능을 개선하기 위하여 앞선 연구와는 달리 Singer 모델에서의  $\alpha$  값을 설정치가 아닌 추정치로 고려하여 사용하는 방안을 제안하였다. 등가속도 운동 모델을 사용하는 칼만필터로 표적의 가속도 성분

을 추정하고 이를 이용하여 추적센서의 측정주기마다  $\alpha$  값을 계산하고 Singer 모델에 적용되도록 하였으며, 이를 통하여  $\alpha$  값을 사전에 선정하여야 하는 문제를 해결하고 또한 표적의 기동특성이 급변하는 순간 및 전체 비행구간에서 추적 필터의 성능이 향상되도록 하였다. 본 논문에서 제안한 방법의 성능 검증을 위해 1000회의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 기술하였다.

## 2. 측정 모델 및 시스템 모델

### 2.1 레이더 측정 모델

본 논문에서는 한 대의 레이더를 추적센서로 사용하는 경우를 가정하고 발사체 기준좌계에 백색가우시안 잡음을 추가하여 레이더 측정데이터를 생성하였다. 극좌표계를 사용하는 레이더의 측정치는 다음과 같이 나타낼 수 있다[6].

$$z(k) = [r_m \phi_m \theta_m]^T = h[X(k)] + \nu_s(k) \quad (1)$$

$$h[X(k)] = \begin{bmatrix} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \phi = \tan^{-1}(y/x) \\ \theta = \tan^{-1}(z/\sqrt{x^2 + y^2}) \end{bmatrix}$$

$$X(k) = [x \dot{x} \ddot{x} y \dot{y} \ddot{y} z \dot{z} \ddot{z}]^T$$

$$\nu_s(k) = [\nu_r \nu_\phi \nu_\theta]^T$$

여기서  $r$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ 는 극좌표계에서의 실제의 거리(range), 방위각(azimuth), 고각(elevation)을 나타내고  $\nu_r$ ,  $\nu_\phi$ ,  $\nu_\theta$ 는 각각의 값에 대한 측정 잡음을 나타낸다. 그리고  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 는 직각좌표계에서 실제의 좌표값을 나타낸다.

선형칼만필터의 적용을 위하여 식 (1)의 극좌표 값을 식 (2)와 같이 직교좌표의 값으로 변환하였다.

$$x_m = r_m \cos\phi_m \cos\theta_m \quad (2)$$

$$y_m = r_m \sin\phi_m \cos\theta_m$$

$$z_m = r_m \sin\theta_m$$

극좌표의 레이더 측정치를 직교좌표로 변환하

는 경우에는 측정 잡음으로 인하여 바이어스가 발생하게 되는데 이를 보상하기 위하여 Unbiased 변환을 적용하였으며, Unbiased 변환된 측정치는 식 (3)과 같다[7].

$$\begin{aligned} x_m^u &= \lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-1} r_m \cos \phi_m \cos \theta_m \\ y_m^u &= \lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-1} r_m \sin \phi_m \cos \theta_m \\ z_m^u &= \lambda_\theta^{-1} r_m \sin \theta_m \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\lambda_\phi$ 와  $\lambda_\theta$ 는 바이어스 보상값으로 그 값은 각각  $E(\cos \nu_\phi)$ ,  $E(\cos \nu_\theta)$ 와 같다.

식 (3)에 대응하는 직교좌표계에서의 측정 잡음 공분산 행렬은 식 (4)와 같이 구할 수 있다. 측정 잡음 공분산 행렬은 실제의 거리, 방위각, 고각을 이용하여 구하여야 하나 실제값을 알 수가 없기 때문에 측정치를 사용하여 구하게 된다. 이때 거리, 방위각, 고각에 대한 측정잡음은 각각  $\sigma_r^2$ ,  $\sigma_\phi^2$ ,  $\sigma_\theta^2$ 의 분산을 가진다고 가정하였다.

$$\begin{aligned} R^{xx} &= \text{var}(x_m^u | r_m, \phi_m, \theta_m) \\ &= ((\lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-1})^{-2} - 2) r_m^2 \cos^2 \phi_m \cos^2 \theta_m \\ &\quad + \frac{1}{4} (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 + \lambda_\phi' \cos 2\phi_m) \\ &\quad \times (1 + \lambda_\theta' \cos 2\theta_m) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R^{yy} &= \text{var}(y_m^u | r_m, \phi_m, \theta_m) \\ &= ((\lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-1})^{-2} - 2) r_m^2 \sin^2 \phi_m \cos^2 \theta_m \\ &\quad + \frac{1}{4} (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 - \lambda_\phi' \cos 2\phi_m) \\ &\quad \times (1 + \lambda_\theta' \cos 2\theta_m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^{zz} &= \text{var}(z_m^u | r_m, \phi_m, \theta_m) \\ &= (\lambda_\theta^{-2} - 2) r_m^2 \sin^2 \theta_m \\ &\quad + \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 - \lambda_\theta' \cos 2\theta_m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^{xy} &= \text{cov}(x_m^u, y_m^u | r_m, \phi_m, \theta_m) \\ &= ((\lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-1})^{-2} - 2) r_m^2 \sin \phi_m \cos \phi_m \cos^2 \theta_m \\ &\quad + \frac{1}{4} (r_m^2 + \sigma_r^2) \lambda_\phi' \sin 2\phi_m (1 + \lambda_\theta' \cos 2\theta_m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^{xz} &= \text{cov}(x_m^u, z_m^u | r_m, \phi_m, \theta_m) \\ &= (\lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-2} - \lambda_\phi^{-1} - \lambda_\phi) r_m^2 \cos \phi_m \sin \theta_m \cos \theta_m \\ &\quad + \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) \lambda_\phi \lambda_\theta' \cos \phi_m \sin 2\theta_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^{yz} &= \text{cov}(y_m^u, z_m^u | r_m, \phi_m, \theta_m) \\ &= (\lambda_\phi^{-1} \lambda_\theta^{-2} - \lambda_\phi^{-1} - \lambda_\phi) r_m^2 \sin \phi_m \sin \theta_m \cos \theta_m \\ &\quad + \frac{1}{2} (r_m^2 + \sigma_r^2) \lambda_\phi \lambda_\theta' \sin \phi_m \sin 2\theta_m \end{aligned}$$

여기서  $\lambda_\phi'$ 와  $\lambda_\theta'$ 는 각각  $E(\cos 2\nu_\phi)$ ,  $E(\cos 2\nu_\theta)$ 를 나타낸다. 방위각과 고각의 측정 오차를 영평균 가우시안 잡음으로 가정하면 바이어스 보상값은 다음과 같다.

$$\lambda_\phi = E(\cos \nu_\phi) = e^{-\sigma_\phi^2/2} \quad (5)$$

$$\lambda_\theta = E(\cos \nu_\theta) = e^{-\sigma_\theta^2/2}$$

$$\lambda_\phi' = E(\cos 2\nu_\phi) = e^{-2\sigma_\phi^2} = \lambda_\phi^4$$

$$\lambda_\theta' = E(\cos 2\nu_\theta) = e^{-2\sigma_\theta^2} = \lambda_\theta^4$$

선형칼만필터를 사용하기 위하여 극좌표의 측정치를 직교좌표로 Unbiased 변환하여 적용한 레이더의 측정모델은 다음과 같다.

$$Z(k) = HX(k) + \nu_c(k) = [x_m^u \ y_m^u \ z_m^u]^T \quad (6)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E[\nu_c(k) \nu_c^T(l)] = R \delta(k-l)$$

$$R = \begin{bmatrix} R^{xx} & R^{xy} & R^{xz} \\ R^{xy} & R^{yy} & R^{yz} \\ R^{xz} & R^{yz} & R^{zz} \end{bmatrix}$$

## 2.2 등가속도 시스템 모델

표적의 운동모델을 등가속도 운동모델로 가정하고 가속도의 변화를 연속시간에서의 영 평균 백색 잡음으로 모델링하면 연속시간에서 1차원에 해당하는 시스템 모델은 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + D\tilde{w}(t) \quad (7)$$

$$x = [\xi \ \dot{\xi} \ \ddot{\xi}]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

위 식을 샘플주기  $T$ 를 가지는 이산시간모델로 변경하고 3차원으로 확장을 하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} X(k+1) &= FX(k) + w(k) \\ X(k) &= [x \dot{x} \ddot{x} \ y \dot{y} \ddot{y} \ z \dot{z} \ddot{z}]^T \\ f &= \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} f & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & f & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)에서 시스템 잡음  $w(k)$ 는 백색 가우시안 잡음으로 가정하였으며 식 (9)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E[w(k)w^T(l)] &= Q\delta(k-l) \\ q &= \begin{bmatrix} \frac{T^5}{20} & \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{6} \\ \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^3}{6} & \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix}, \quad Q = \tilde{q} \begin{bmatrix} q & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & q & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

### 2.3 Singer 시스템 모델

Singer는 표적의 가속도 성분을 지수함수적으로 자기상관된 잡음으로 모델링하여 표적의 동역학 모델을 다음의 식과 같이 제시하였다[4].

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_s x(t) + Gw(t) \\ x &= [\xi \ \dot{\xi} \ \ddot{\xi}]^T \\ A_s &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $\alpha$ 는 표적 기동시상수의 역수로서 표적의 기동특성을 예측하여 선택하여야 하는 값이며  $\alpha$ 가 클수록 기동변화가 빠른 표적을 나타낸다. 식 (10)을 샘플주기  $T$ 를 가지는 이산 시간 영역에서 표현하면 식 (11)과 같다.

$$x(k+1) = f_S x(k) + u(k) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f_S &= e^{A_s T} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \\ u(k) &= \int_{kT}^{(k+1)T} e^{A_s((k+1)T-\tau)} Gw(\tau) d\tau \end{aligned}$$

여기서 시스템 잡음  $u(k)$ 의 공분산은 식 (12)와 같다.  $\sigma_{m,n}^2$ 은 표적 가속도의 분산을 의미하며,  $n$ 은 직교좌표의 축  $x, y, z$ 를 나타낸다.

$$\begin{aligned} q_{S,n} &= E(u(k)u^T(k)) = 2\alpha\sigma_{m,n}^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} \\ q_{11} &= \frac{1}{2\alpha^5} (1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T}) \\ q_{12} &= \frac{1}{2\alpha^4} (e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2) \\ q_{13} &= \frac{1}{2\alpha^3} (1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T}) \\ q_{22} &= \frac{1}{2\alpha^3} (4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T) \\ q_{23} &= \frac{1}{2\alpha^2} (e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T}) \\ q_{33} &= \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha T}) \end{aligned} \quad (12)$$

이를 3차원 직교좌표에서 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X(k+1) &= F_S X(k) + u(k) \\ X(k) &= [x \dot{x} \ddot{x} \ y \dot{y} \ddot{y} \ z \dot{z} \ddot{z}]^T \\ F_S &= \begin{bmatrix} f_S & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & f_S & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & f_S \end{bmatrix} \\ Q_S &= \begin{bmatrix} q_{S,x} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & q_{S,y} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & q_{S,z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

### 3. 발사체의 비행특성

인공위성 발사를 위한 우주발사체는 효율적인 비행을 위하여 다단으로 구성이 되며 점화 및 이륙, 단분리, 연료점화 및 연소종료, 위성분리 등의 비행이벤트를 거쳐서 임무를 완수하게 된다. 국내 최초 우주발사체인 나로호(KSLV-1)의 비행이벤트를 예를 들어 살펴보면 Table 1과 같다. 액체연료를 사용하는 1단 로켓과 고체연료를 사용하는 2단 로켓으로 이루어진 나로호는 발사시점(Lift-off)부터 탑재위성의 분리까지 다양한 비행이벤트를 거치게 되며 무게 변화와 동력비행(Powered Flight) 구간 및 탄도비행(Ballistic Flight) 구간을 반복적으로 겪게 된다.

Table 1에서 이륙 시점부터 1단 엔진 정지 이벤트까지는 추력이 발생하는 구간으로 가속도가 상승하는 특성을 갖는다. 1단 엔진 정지 명령 이후부터 2단 점화 전까지는 추력이 발생하지 않는 비추력 구간으로 탄도비행을 하게 되며 이 구간에는 중력가속도 이외의 가속성분은 포함되지 않는다. 2단 점화 이후부터 2단 연소종료까지는 다시 추력에 의한 동력비행을 하게 되며 그 이후에는 탄도비행을 하게 된다.

Table 1 Flight event of Naro launch vehicle (KSLV-1)

이벤트	비행시간 (sec)	고도 (km)	거리 (km)
1단 엔진 점화 명령	-3.8	0.1	0
이륙	0.0	0.1	0
최대 추력 도달	0.2	7.2	0
음속돌파(Mach 1)	54	7.2	0.8
페어링 분리	215	177	245
1단 엔진 정지	229	193	303
1단 분리	232	196	316
2단 점화	395	303	1052
2단 연소종료	453	304	1390
위성분리	540	302	2054

발사체에서 연료점화 및 연소종료와 같은 비행이벤트가 발생하는 시점에서는 순간적으로 가속도의 변화가 커지게 되어 동역학 특성이 급변하

지만 연료점화나 연소종료의 이벤트 이후에는 변화된 동역학 특성이 상당기간 동안 유지된다. 발사임무수행 시에 발사체의 위치를 추적하기 위하여 추적레이다와 같은 발사체 추적시스템의 측정데이터와 발사체의 시스템 모델을 이용하여 위치 추적을 위한 추적 알고리즘을 사용하게 되는데 동력비행구간과 탄도비행구간을 거치는 우주발사체의 동역학 특성을 고정된 하나의 시스템 모델로 표현하는 경우에는 연료점화 및 연소종료 비행이벤트가 발생하는 지점에서는 추적오차가 커지게 된다.

### 4. 추적필터 제안

#### 4.1 Singer 모델에서의 $\alpha$ 추정

발사체는 비행과정에서 Table 1과 같은 비행이벤트를 겪게 된다. 가속도가 작은 발사 초기 구간이나 중력가속도만 겪게 되는 탄도비행구간에서는 등가속도 모델을 이용한 추적필터도 좋은 성능을 보이지만 1단 연소종료나 2단 연료점화 및 연소종료와 같이 급격하게 가속도가 변화하는 구간에서는 표적 상태에 대한 추정 오차가 커지게 된다.

기동특성이 있는 표적을 추적하는 경우에는 Singer 모델을 사용하여 더 좋은 성능을 기대할 수 있지만 식 (11)의 시스템 모델에서 파라미터로 사용되는  $\alpha$ 값을 정확히 선택해야 하는 조건이 따른다. Singer 모델에서  $\alpha$ 값은 설정값으로 표적의 기동특성에 적합한 값이 선택되었을 경우에는 좋은 성능을 보이지만 그렇지 않은 경우에는 오히려 등가속도 모델보다 더 나쁜 성능을 보일 수 있다. 따라서 적합한  $\alpha$ 값의 선정이 중요하지만 실제 상황에서의 표적의 기동특성을 정확히 판단하기는 불가능하고 또한 표적의 기동특성이 항상 일정하지 않기 때문에 고정적인  $\alpha$ 값으로는 추적 전 구간에서 좋은 성능을 기대하기 어렵다.

본 논문에서는 이에 대한 해결책으로 등가속도 모델을 사용하는 칼만필터(DKF, Discrete KF)의 추정치를 이용하여 Singer 모델에서의  $\alpha$ 값을 추정하고 이를 Singer 모델을 사용하는 칼만필터

(SKF, discrete Singer's model KF)에 적용하여 표적의 상태를 재추정하는 기법을 제안한다.

DKF의 추정치를 이용하여 Singer 모델에서의  $\alpha$  값을 추정하는 방법은 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned}\hat{a}_D(k+1) &= e^{-\alpha(k)T} \hat{a}_D(k) \\ &= e^{-\alpha(k)T} \alpha_D^-(k+1) \\ \hat{\alpha}(k) &= -\frac{1}{T} \ln\left(\frac{\hat{a}_D(k+1)}{\hat{a}_D(k)}\right) \\ &= -\frac{1}{T} \ln\left(\frac{\hat{a}_D^-(k+1)}{\alpha_D^-(k+1)}\right) \\ \hat{a}_D(k) &= \sqrt{(\hat{\ddot{x}}_D(k))^2 + (\hat{\ddot{y}}_D(k))^2 + (\hat{\ddot{z}}_D(k))^2} \\ \alpha_D^-(k) &= \sqrt{(\ddot{x}_D^-(k))^2 + (\ddot{y}_D^-(k))^2 + (\ddot{z}_D^-(k))^2}\end{aligned}\quad (14)$$

식 (14)는 이산시간영역 Singer 모델에서의 이전 가속도와 현재 가속도 간의 관계식을 응용한 것으로서 여기서  $\hat{a}_D(k)$ 와  $\alpha_D^-(k)$ 는 각각 DKF로 구한 표적의 전체 가속도 크기 추정치와 예측치를 나타내며  $\hat{\ddot{x}}_D(k)$ ,  $\hat{\ddot{y}}_D(k)$ ,  $\hat{\ddot{z}}_D(k)$ 와  $\ddot{x}_D^-(k)$ ,  $\ddot{y}_D^-(k)$ ,  $\ddot{z}_D^-(k)$ 는 각각 xyz 좌표축별로 구한 DKF의 가속도 추정치 및 예측치를 의미한다. DKF의 가속도 추정치를 사용하여 Singer 모델에서의  $\alpha$  값을 매 필터 주기마다 추정하기 때문에  $\alpha$  값은 필터 주기마다 변하게 되며  $k$ 번째 필터주기에서는  $\hat{\alpha}(k)$ 로 표현된다.

추정된  $\hat{\alpha}(k)$ 는 추정 정확도 향상을 위하여 이동평균을 취한 값으로 대치되어 사용될 수 있으며 본 논문에서는 이동평균값을 사용하였다. 이때 이동평균을 취한  $\alpha$  추정치는 다음과 같이 계산한다.

$$\hat{\alpha}^w(k) = \frac{1}{w} \sum_{j=k-w+1}^k \hat{\alpha}(j) \quad (15)$$

여기서  $w$ 는 이동평균을 구하기 위한 구간의 크기를 나타낸다.

Singer 모델에서는 표적의 가속도 성분이 순간적으로 발생하는 잡음으로 가정되었기 때문에 현재 가속도의 성분이 항상 이전 가속도에 비해서

줄어드는 것으로 모델링된다. 하지만 실제 발사체의 경우, 추력이 발생하는 구간에서는 가속도가 증가하는 방향으로 발사체 비행이 진행될 수 있으며 이러한 경우에는 식 (14)에서 분모가 되는 이전 가속도가 현재 가속도보다 크게 되어  $\hat{\alpha}^w(k)$ 가 음수가 되게 된다. 이 경우의 공분산은 식 (12)에서  $\alpha$  값으로  $|\hat{\alpha}^w(k)|$ 를 사용하여 계산하였다.

## 4.2 적응 Singer 모델 칼만필터 적용

식 (14)에서 가속도의 크기가 작은 경우에는 가속도의 조그만 변화에도  $\alpha$  값의 변화가 크게 되어 잘못된 알파를 추정할 확률이 크게 된다. 또한 가속도의 크기가 작은 경우에는 등가속도 모델을 이용하여도 좋은 추적 성능을 얻을 수 있기 때문에, 본 논문에서는 DKF의 추정값을 기본으로 사용하고 DKF로 추정한 가속도가 일정 가속도 이상일 때에만  $\hat{\alpha}^w(k)$ 를 계산하고 이를 적용한 SKF의 추정값을 사용하도록 하였다. 단, DKF로 구한 가속도가 임계치보다 작은 경우에도 실제 측정치와 측정치 예측값의 차이를 정규화한 NIS(Normalized Innovation Squared) 값이 클 경우에는 표적에 가속도 변화가 크게 생겼다고 볼 수 있으므로  $\hat{\alpha}^w(k)$ 를 적용한 SKF를 사용하도록 하였다. 본 논문에서는 NIS의 이동평균을 사용하였으며 이동평균 구간의 크기는  $\hat{\alpha}^w(k)$ 의 이동평균 구간 크기와 동일한 값을 사용하였다.

본 논문에서 제안하는 적응형 Singer 모델 칼만필터(ASKF, Adaptive SKF)를 사용하는 전체 절차는 다음과 같다. 절차에서의  $\hat{X}_A$ 와  $P_A$ 는 ASKF의 상태 추정값과 오차 공분산을 의미한다.

### 1) DKF 계산

- 상태 추정치 및 오차 공분산 예측

$$\hat{X}_D^-(k) = F\hat{X}_D(k-1)$$

$$P_D^-(k) = FP_D(k-1)F^T + Q$$

- 측정잔차 및 측정잔차 공분산 계산

$$\nu_D(k) = z(k) - H\hat{X}_D^-(k)$$

$$S_D(k) = H P_D^-(k) H^T + R$$

- 칼만이득 계산

$$K_D(k) = P_D^-(k) H^T S_D(k)^{-1}$$

- 상태 추정값 및 오차 공분산 갱신

$$\hat{X}_D(k) = \hat{X}_D^-(k) + K_D(k) \nu_D(k)$$

$$P_D(k) = [I - K_D(k)H] P_D^-(k)$$

2) 가속도 및 NIS 계산

- 가속도 계산

$$\hat{a}_D(k) = \sqrt{(\hat{\ddot{x}}_D(k))^2 + (\hat{\ddot{y}}_D(k))^2 + (\hat{\ddot{z}}_D(k))^2}$$

- NIS 이동평균 계산

$$\epsilon_\nu(k) = \nu_D(k)' S(k)^{-1} \nu_D(k)$$

$$\epsilon_\nu^w(k) = \frac{1}{w} \sum_{j=k-s+1}^k \epsilon_\nu(j)$$

3) SKF 적용 여부 판단

- 판단 조건(가속도 및 NIS 비교)

$$\hat{a}_D \geq a_{Th} \text{ 또는 } \epsilon_\nu^w(k) \geq \epsilon_{Th}$$

- 판단 조건에 해당하는 경우

절차 4)~5) 수행

- 판단 조건에 해당하지 않는 경우

$$\hat{X}_A(k) = \hat{X}_D(k), P_A(k) = P_D(k)$$

절차 1)로 이동

4)  $\alpha$  추정

- DKF 가속도 추정값을 이용하여  $\alpha$  계산

$$\hat{\alpha}(k) = -\frac{1}{T} \ln\left(\frac{\hat{a}_D(k+1)}{\hat{a}_D(k)}\right),$$

$$\hat{\alpha}^w(k) = \sum_{j=k-w+1}^k \hat{\alpha}(j)$$

5) SKF 계산

- 상태 추정값 및 오차 공분산 예측

$$\hat{X}_S^-(k) = F_S(k) \hat{X}_A(k-1)$$

$$P_S^-(k) = F_S(k) P_A(k-1) F_S(k)^T + Q_S(k)$$

- 칼만이득 계산

$$K_S(k) = P_S^-(k) H^T [H P_S^-(k) H^T + R]^{-1}$$

- 상태 추정값 및 오차 공분산 갱신

$$\hat{X}_S(k) = \hat{X}_S^-(k) + K_S(k) [z(k) - H \hat{X}_S^-(k)]$$

$$P_S(k) = [I - K_S(k)H] P_S^-(k)$$

$$\hat{X}_A(k) = \hat{X}_S(k), P_A(k) = P_S(k)$$

ASKF의 구조를 간략한 블록 다이어그램으로 표현하면 Fig. 1과 같다.

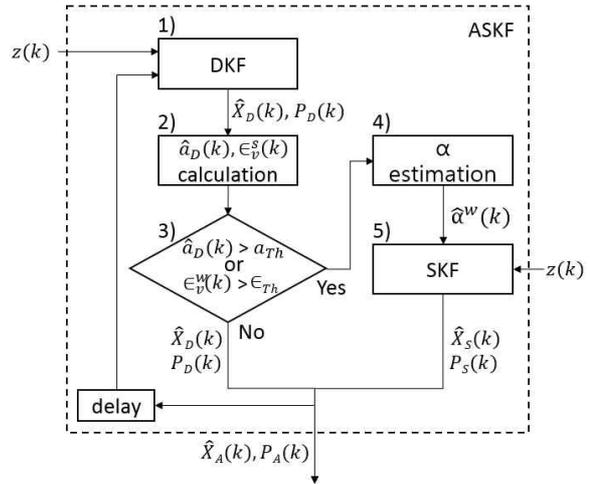


Fig. 1 Block diagram of Hybrid KF

5. 시뮬레이션 결과

추적센서로 레이더 한대를 가정하고 동일한 레이더 측정치를 사용하여 각 필터별 성능비교 시험을 하였다. 측정치는 나로호(KSLV-1) 발사임무 시에 사용한 기준궤적에 가우시안 잡음을 더하여 생성하였으며 선형칼만필터의 적용을 위하여 극좌표 레이더 측정치를 직교좌표로 unbiased 변환을 하여 사용하였다. 측정주기는 100ms로 하였으며 사용한 측정 잡음은 식 (16)과 같다.

$$\sigma_r = 5m, \sigma_\phi = \sigma_\theta = 500\mu rad \quad (16)$$

모든 시뮬레이션 시에는 각 필터들의 정확한 성능 비교를 위하여 1000회의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다.

먼저 기존의 고정  $\alpha$ 를 사용하는 Singer 모델 칼만필터(SKF)에서  $\alpha$ 값에 따른 성능을 비교해 보았다. 성능 비교에 사용한  $\alpha$ 값으로 0.001, 0.01, 0.1, 1을 사용하였으며 그 결과로서 거리오차에 대한 RMS값을 Fig. 2와 Table 2에 나타내었다. Fig. 2에서 시간이 흐름에 따라서 추정오차가 증가하는 경향을 보이는 것은 표적의 거리가 측정

센서로부터 멀어지기 때문에 나타나는 현상이다.

본 시험에서 사용한 식 (12)에서의  $\sigma_m^2$ 의 값은 시뮬레이션에 사용한 나로호의 기준궤적으로부터 xyz축별 가속도의 분산을 구하여 사용하였으며 그 값은 식 (17)과 같다.

$$\sigma_{m,x}^2 = 450, \sigma_{m,y}^2 = 30, \sigma_{m,z}^2 = 100 [m^2/s^4] \quad (17)$$

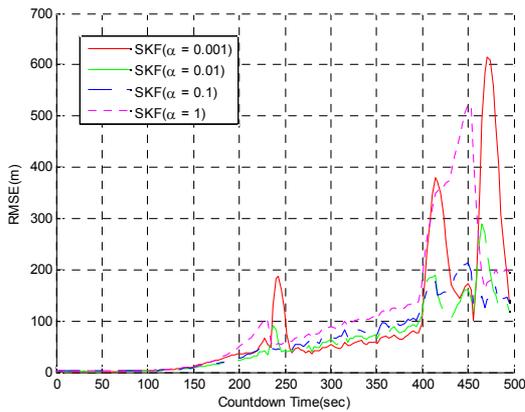


Fig. 2 Position RMS error comparison of SKF using fixed  $\alpha$

Table 2 Position RMS error comparison of SKF using fixed  $\alpha$

비행구간 (경과시간(sec))	SKF RMSE(m)			
	$\alpha=0.001$	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.1$	$\alpha=1$
1단추진구간 (0~229)	13.8	9.6	10.3	16.7
탄도비행구간1 (229~395)	52.9	45.9	52.8	78.9
2단추진구간 (395~453)	146.6	104.5	132.6	267.8
탄도비행구간2 (453~500)	359.1	134.5	89.8	211.7
전구간 (0~500)	80.4	48.3	51.7	97.9

Fig. 2와 Table 2의 결과에서  $\alpha$  값에 따라서 각 비행구간 별로 SKF의 성능에 많은 차이가 발생함을 볼 수 있다. 가속도가 크게 변하는 1단 연소종료(229초)와 2단 점화(395초) 및 연소종료

(453초) 시점 부근에서는  $\alpha$ 가 0.01과 0.1일 때 성능이 상대적으로 좋게 나타났고 탄도비행구간 1(229~395초) 및 탄도비행구간2(453~500초)에서도  $\alpha$ 가 0.01과 0.1일 때 성능이 좋게 나타났다. 전체적인 성능은  $\alpha$ 가 0.01일 때에 가장 좋은 것으로 나타났지만 발사체의 비행이벤트 발생시점과 추력 및 탄도비행 구간별로 각  $\alpha$ 별 SKF의 성능은 차이가 있음을 볼 수 있다. 따라서 발사체와 같이 다양한 비행특성을 가지는 표적을 추적하는 경우에는 고정된  $\alpha$ 를 사용하는 SKF를 사용하여서는 좋은 추적 성능을 기대하기 어려울 수 있다.

다음으로 본 논문에서 제안한 가변  $\alpha$ 를 사용하는 Singer 모델 칼만필터(ASKF)의 성능을 살펴해보았다.  $\alpha$  추정을 위해 사용한 DKF의  $Q$ 값을 식 (18)과 같이 다르게 적용해 가며 ASKF의 전체 성능을 확인해 보았으며, 또한 식 (18)의 각  $Q$ 값을 이용하여 DKF만으로 상태추정하였을 때와 성능도 비교해 보았다.

$$Q1: \tilde{q}_x = 45000, \tilde{q}_y = 3000, \tilde{q}_z = 10000 [m^2/s^5] \quad (18)$$

$$Q2 = Q1/100, Q3 = Q2/100, Q4 = Q3/100$$

본 시뮬레이션에서 ASKF에서의  $\sigma_m^2$  값은 식 (17)의 값을 이용하였으며 가변  $\alpha$ 를 사용하는 SKF 모델의 적용 여부에 대한 판단 기준인 가속도 임계치( $a_{Th}$ )와 NIS 임계치( $\epsilon_{Th}$ )는 식 (19)와 같이 각각 중력가속도 크기의 두 배 및 자유도 3인 카이제곱분포( $\chi_3^2$ ) 기댓값의 두 배로 설정하여 사용하였다[8].

$$a_{Th} = 19.6 [m/s^2], \epsilon_{Th} = 6 \quad (19)$$

식 (18)의  $Q$ 값을 이용하여 DKF만으로 상태 추정을 했을 때와 ASKF를 사용하여 추정을 했을 때의 거리오차에 대한 RMS값을 Fig. 3 및 Table 3에 나타내었다. 그리고 추가적으로 각  $Q$ 를 사용했을 때의 ASKF에서 추정된  $\alpha$ 를 Fig. 3에 같이 표시하였다.

Fig. 3과 Table 3을 보면 어떤  $Q$ 값을 사용하더라도 발사체의 모든 비행구간에서 ASKF의 성

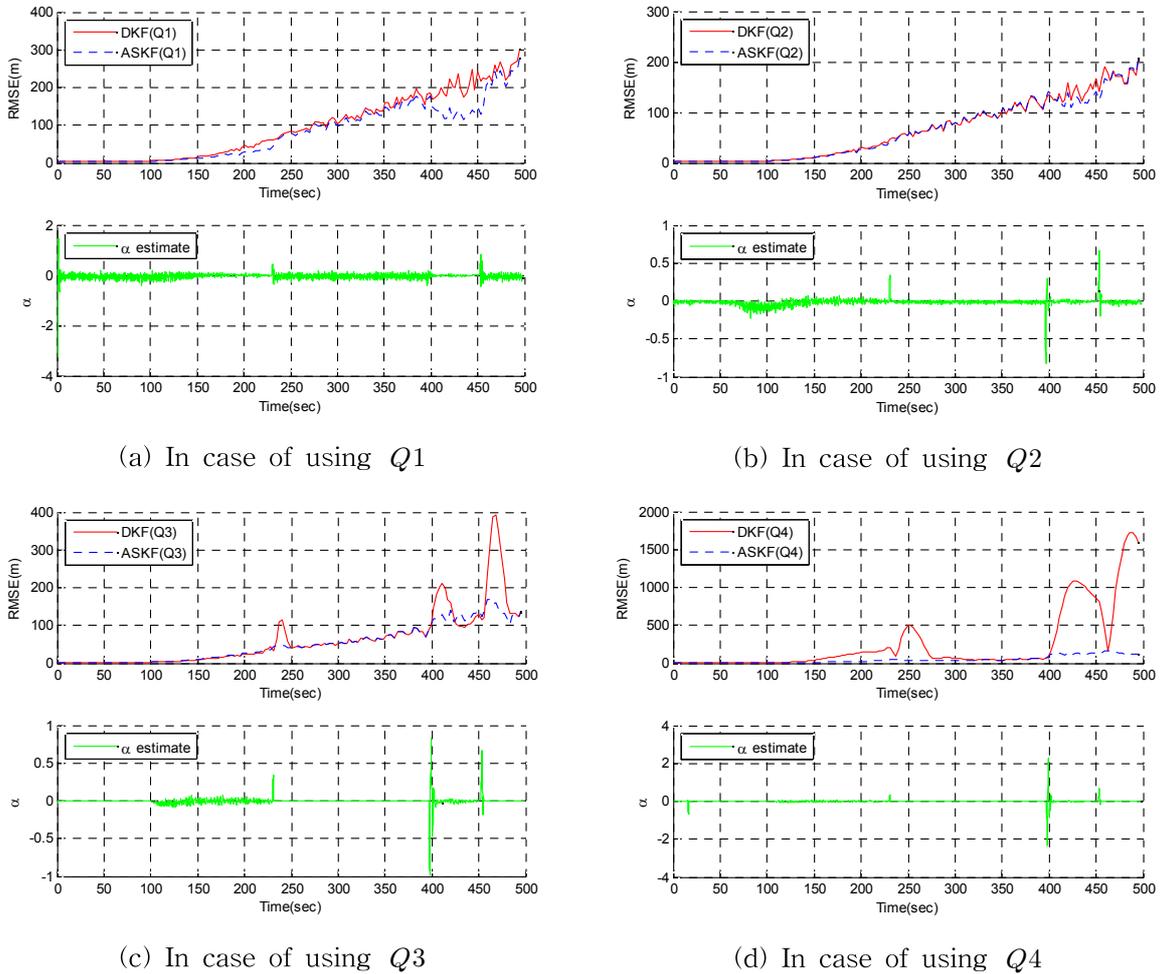


Fig. 3 Position RMS error comparison of DKF/ASKF and  $\alpha$  estimate of ASKF at each  $Q$

능이 DKF의 성능보다 우수함을 알 수 있다. 특히  $Q3$ ,  $Q4$ 와 같이 작은  $Q$  값을 사용한 경우에는 가속도의 변화가 큰 1단 연소종료(229초)와 2단 점화(395초) 및 연소종료(453초) 시점 부근에서 DKF 성능은 급격히 나빠지지만 ASKF의 성능에는 상대적으로 큰 변화가 없는 것을 알 수 있다. 이는 가속도 변화가 크게 나타나는 시점에서 식 (14)에 따라  $\alpha$  값이 크게 추정되고 이에 따라 시스템 잡음 공분산( $Q_s$ )이 커지고 상태 천이 행렬( $F_s$ )에 가속도의 변화분이 크게 반영되었기 때문으로 판단된다. Fig. 3에서  $\alpha$  추정치를 보면 1단 연소종료(229초)와 2단 점화(395초) 및 연소종료(453초) 시점 부근에서  $\alpha$  추정치의 크기가 큰 것을 확인할 수 있다.

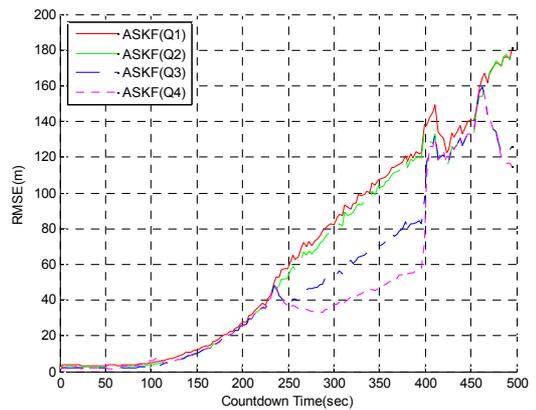


Fig. 4 Position RMS error comparison of ASKF using each  $Q$

Table 3 Position RMS error comparison of DKF/ASKF at each  $Q$ 

비행구간	$Q_1$		$Q_2$		$Q_3$		$Q_4$	
	DKF	ASKF	DKF	ASKF	DKF	ASKF	DKF	ASKF
1단추진구간	13.4	9.8	9.4	8.8	8.5	8.4	45.0	8.9
탄도비행구간1	89.2	65.9	61.6	60.9	48.8	43.0	135.6	32.5
2단추진구간	151.5	104.9	105.1	104.9	100.4	85.0	483.0	75.8
탄도비행구간2	197.9	134.8	138.2	134.8	199.9	108.9	1128.5	107.2
전구간	75.9	53.7	52.8	50.4	53.7	41.0	249.4	36.5

$Q$  값에 따른 ASKF 간의 성능비교를 위해 ASKF만의 결과를 다시 그려보면 Fig. 4와 같다. Fig. 4를 보면 사용하는  $Q$  값에 따라서 성능차이는 있지만 Fig. 2에서의 고정  $\alpha$ 를 사용하는 SKF의 경우 또는 Fig. 3에서의 DKF의 경우처럼 추적 성능이 급격히 나빠지는 경우는 없을 것을 알 수 있다. 이는 잘못된  $Q$ 를 사용하더라도  $\alpha$ 의 추정을 통하여 적절한 시스템 모델( $F_S$ )과 공분산( $Q_S$ )이 계산되기 때문인 것으로 판단된다. 그리고 탄도비행구간(229~395초, 453~500초)에서는  $Q$  값이 작은 경우에 성능이 좋게 나타남을 볼 수 있는데, 이는 기동이 없는 탄도비행구간에서는 발사체의 가속도가 가변  $\alpha$  SKF 모델의 적용 여부 판단 기준( $a_{Th}$ ) 보다 작기 때문에 DKF만으로 필터처리가 되고 기동이 없기 때문에 작은  $Q$  값을 사용하는 DKF의 추적 성능이 우수하기 때문에 나타나는 현상이다. 따라서 발사 전 구간에서의 추적 성능은 작은  $Q$ 를 사용하는 ASKF에서 좋게 나타난다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 발사체 추적 성능을 향상시키기 위하여 등가속도 모델을 사용하는 칼만필터로부터 Singer 모델의  $\alpha$ 를 추정하여 사용하는 적응형 칼만필터를 제안하였다. Singer 모델에서의 기동시상수의 역수인  $\alpha$ 를 필터주기마다 추정하는 방법을 제시함으로써 고정된  $\alpha$ 를 사전에 추정해야 하는 문제점에 대한 해결 방안을 제시하였다. 사전에 계획된 발사체도 기동특성이 비행구간에 따라서 달라지기 때문에 고정된  $\alpha$ 를 사

용하여 모든 구간에서 최적의 추적을 하는 것은 어려우며, 구간에 따라서 오히려 등가속도 모델보다도 더 나쁜 특성을 가지게 된다. Singer 모델에서 기동의 변화 정도를 나타내는  $\alpha$ 가 정확히 모델링이 될 경우에는 Singer 모델을 이용한 추적 필터는 좋은 성능을 나타내지만 부정확한 모델링은 오히려 성능을 감소시킬 수 있다. 발사체와 같이 사전에 계획된 비행 상태 정보가 있으면 미리  $\alpha$ 를 계산하여 사용할 수 있지만 이 또한 실제 비행 시의 특성과는 다를 수 있기 때문에 실제 비행 시의 정확한  $\alpha$ 를 추정하기는 어려우며 더욱이 계획된 발사가 아닌 국방분야의 침입감지레이다 등에서 감지되는 표적의 기동은 예견할 수가 없기 때문에  $\alpha$ 를 사전에 추정하기는 불가능하다.

본 논문에서 제안한 방법은 기존의 Singer 모델에서 고정된  $\alpha$ 의 사용으로 인한 추정 성능의 저하 문제와 사전에 표적의 동역학 특성을 예측하여  $\alpha$ 를 선정해야 하는 어려움을 해결함으로써 발사체와 같이 급격한 기동이 예상되는 표적을 추적하는 경우에 추적 성능을 높이는데 효과가 있을 것으로 판단된다.

## References

- [1] Song, H. R. and Han, Y. S., "Comparison of Space Launch Vehicle Tracking Using Different Types of Multiple Models," International Conference on Information Fusion, pp. 1-8, 2016.
- [2] Mazor, E., Averbuch, A., Bar-shalom, Y. and Dayan, J., "Interacting Multiple Model

Methods in Target Tracking: a Survey,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 34, No. 1, pp. 103-123, 1998.

[3] Farrell, W., “Interacting Multiple Model Filter for Tactical Ballistic Missile Tracking,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 44, No. 2, pp. 418-426, 2008.

[4] Singer, R., “Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-6, No. 4, pp. 473~483, 1970.

[5] Zhang, H., Chang, Y., Liu, D. and Ma, K., “An Improved Target Tracking Singer Filter Algorithm,” International Conference on Computer Science and Network Technology, pp. 1070-1073, 2013.

[6] Song, H. R., “Performance Enhancement of Launch Vehicle Using GPS-Based Multiple Radar Bias Estimation and Sensor Fusion,” Journal of the Korea Industrial Systems Research, Vol. 20, No. 6, pp. 47-56, 2015.

[7] Mo, L., Song, X., Zhou, Y., Sun, Z. K. and Bar-Shalom, Y., “Unbiased Converted Measurement for Tracking,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 34, No. 3, pp.1023-1027, 1998.

[8] Bar-Shalom, Y. and Birmiwal, K., “Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-18, No. 5, pp. 621-629, 1982.



**한 유 수** (Han Yoo Soo)

- 정회원
- 경북대학교 전자공학과 학사
- 경북대학교 전자공학과 석사
- 한국항공우주연구원 선임연구원
- 관심분야 : 다중센서융합, 다중표적추적, 비행 안전, 음성신호처리



**송 하 룡** (Song Ha Ryong)

- 정회원
- 조선대학교 제어계측공학과 학사
- 광주과학기술원 정보기전공학과 석사
- 광주과학기술원 정보기전공학과 박사
- 한국항공우주연구원 선임연구원
- 관심분야 : 센서 및 영상신호처리, 다중센서융합, 다중표적추적, 추정이론



**이 인 수** (Lee In Soo)

- 정회원
- 경북대학교 전자공학과 학사
- 경북대학교 전자공학과 석사
- 경북대학교 전자공학과 박사
- 샌디에고 주립대학교 Research scholar
- 경북대학교 IT대학 전자공학부 교수
- 관심분야 : 시스템 고장진단 및 고장허용제어, 지능제어 및 응용, 지능형센서시스템, Electrical tomography