

# Actuarial analysis of a reverse mortgage applying a modified Lee-Carter model based on the projection of the skewness of the mortality

Hangsuck Lee<sup>a</sup> · Sangdae Park<sup>b</sup> · Hyeyoun Baek<sup>c,1</sup>

<sup>a</sup>Department of Actuarial Science/Mathematics, Sungkyunkwan University;

<sup>b</sup>Department of Actuarial Science, Sungkyunkwan University;

<sup>c</sup>Social Insurance Research Department, Korea Institute for Health and Social Affairs

(Received October 23, 2017; Revised December 26, 2017; Accepted January 30, 2018)

---

## Abstract

A reverse mortgage provides a pension until the death for the insured or last survivor. Long-term risk management is important to estimate the contractual period of a reverse mortgage. It is also necessary to study prediction methods of mortality rates that appropriately reflect the improvement trend of the mortality rate since the extension of the life expectancy, which is the main cause of aging, can have a serious impact on the pension financial soundness. In this study, the Lee-Carter (LC) model reflects the improvement in mortality rates; in addition, multiple life model are also applied to a reverse mortgage. The mortality prediction method by the traditional LC model has shown a dramatic improvement in the mortality rate; therefore, this study suggests mortality projection based on the projection of the skewness for the mortality that has been applied to appropriately reflect the improvement trend of the mortality rate. This paper calculates monthly payments using future mortality rates based on the projection of the skewness of the mortality. As a result, the mortality rates based on this method less reflect the mortality improvement effect than the mortality rates based on a traditional LC model and a larger pension amount is calculated. In conclusion, this method is useful to forecast future mortality trend results in a significant reduction of longevity risk. It can also be used as a risk management method to pay appropriate monthly payments and prevent insufficient payment due to overpayment by the issuing institution and the guarantee institution of the reverse mortgage.

Keywords: Lee-Carter model, reverse mortgage, longevity risk, the projection of future mortality, skewness

---

## 1. 서론

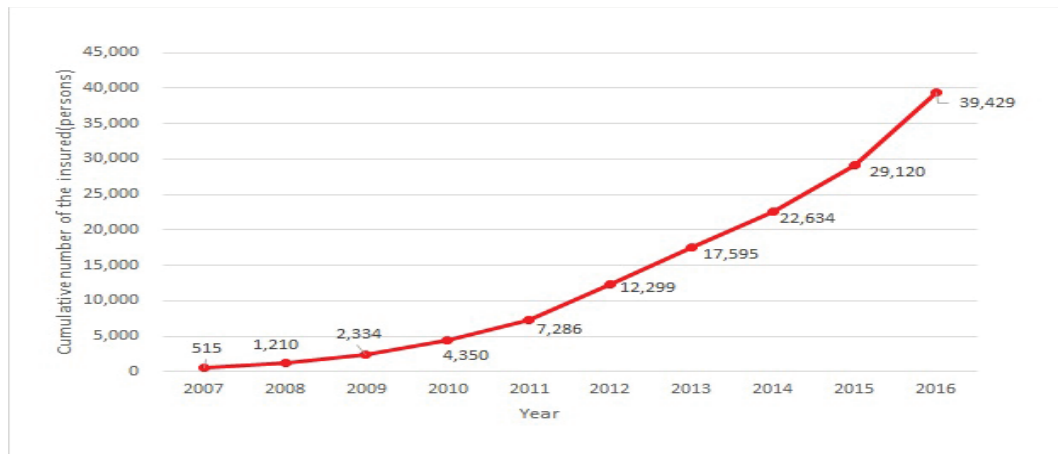
우리나라의 인구 고령화와 기대수명 연장은 지속적인 사망률 개선과 낮은 출산율이 주요인으로 지목되고 있으며, 이러한 지속적인 사망률 개선 추세는 공적연금과 사적연금 공급자 모두에게 리스크 요인으로 부각되고 있다. 사망률의 개선으로 인한 장수리스크는 연금의 예상 지급기간보다 실제 지급기간이 더 길어질 수 있는 불확실성으로 인해 연금 공급자의 재정 건전성에 심각한 영향을 미칠 수 있는 점을 들 수 있다. 따라서 향후 사망률의 개선 추세가 적절히 반영된 사망률의 예측은 주요 연구 주제라고 볼

<sup>1</sup>Corresponding author: Social Insurance Research Department, Korea Institute for Health and Social Affairs, 370, Sicheong-daero, Sejong 30147, Korea. E-mail: [actsci100@hanmail.net](mailto:actsci100@hanmail.net)

**Table 1.1.** Current status of the reverse mortgage (average values)

Housing price	283 million won	Dwelling size	less than 85m <sup>2</sup>
Monthly payments	984 thousand won	Age	71.9
Housing type	apartment (84.0%)	Region	metropolitan (72.1%), province (27.9%)

Referece: Korea housing finance corporation (2016). 2016 Annual Report.

**Figure 1.1.** Cumulative number of persons who insured a reverse mortgage.

수 있다. 이러한 추세에 따라 최근 사망률 예측 모형에 대한 연구가 지속적으로 이루어지고 있고, 이러한 사망률 예측 모형을 이용한 연금 공급자의 리스크 관리에 관한 연구도 활발히 이루어지고 있는 실정이다.

주택연금 은 역모기지라는 이름으로도 알려져 있는데 여기서 역모기지는 일반적인 주택담보대출인 모기지론과는 현금흐름이 반대로 전개됨을 강조한 표현이다. 역모기지론은 저당권을 설정함과 동시에 소유권을 금융기관으로 이전하고, 그 후에 금융기관으로부터 확정 및 종신 연금 등의 다양한 형태로 지급 받는다. 그리고 대출 종료 시 누적원리금을 일시상환하게 되는 구조이다. 현재 주택연금은 만 60세 이상의 고령자가 시가 9억 원 이하의 소유주택을 담보로 거주하면서 일정액을 대출받지만, 대출금을 다시 상환하지 않는 금융상품 형태로 되어 있다. 2016년 기준 주택연금 현황은 Table 1.1과 같다.

2007년 7월에 도입된 주택연금은 2016년 말 기준 신규가입자 수는 10,309명, 누적 가입자 수는 39,429명에 도달하였고, 총 2조 2,929억 원의 연금을 지급하였다. Figure 1.1과 같이 연간 누적 가입자 수는 지속적으로 증가 추세이며 그만큼 주택연금 상품의 판매 실적과 연동하여 주택연금의 리스크 관리에도 집중해야 할 시기라 볼 수 있다. 주택연금의 월 지급금을 산출하기 위한 계리모형에서 사용되는 주요변수에 내재된 리스크는 크게 3가지로 나눌 수 있다. 연금산정이자율과 주택가격상승률, 그리고 사망률은 모두 미래의 불확실성을 내재하고 있는 변수로서 이에 대한 리스크 관리가 매우 중요하다. 특히 사망률의 경우 우리나라는 기대수명이 급속하게 증가하고 있는 나라로서 장수리스크에 대한 헷징 방안 에 대해 집중적으로 고민해 볼 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 주택연금의 내재된 다양한 리스크 중 장수리스크를 관리하기 위한 방안으로 사망률 개선효과를 계리모형 내에서 적절하게 반영할 수 있는 방안 에 대해서 연구하였고, 그 결과를 반영하여 현 제도 상의 내용과 비교 분석하였다.

주택연금 상품은 만 60세 이상의 부부(부부 중 적어도 한 명이 60세 이상) 가입의 경우 부부 중 마지막

생존자가 사망할 때까지 월 지급금을 지급받게 된다. 따라서 대출 종료 시점을 예측하기 위해서는 연생모형을 적용해야만 한다. 주택연금 은 부부 중 마지막 생존자가 사망할 때까지 지급되는 최종 생존자 상태(last-survivor status)에 대한 연생보험의 한 종류라 할 수 있다. 2015년부터는 현행 주택연금 상품에도 대출한도 및 월 지급금 산출 시 연생모형이 적용되고 있기 때문에 본 연구에서는 남자, 여자의 장래 사망률을 예측한 후 연생모형을 주택연금의 계리모형에 최종적으로 적용하였다.

주택연금 관련 선행연구 중 장수리스크 및 사망률 개선 효과 등에 대한 연구는 다음과 같다. Kim (2006)의 연구에서는 주택연금모형에 내재된 다양한 변수들을 소개하고 이것들에 대한 개선안들을 제시하였다. 변수들 중 주택연금의 대출 종료확률 가정에 대해서는 기존 방식과는 달리 시간의 경과에 따른 사망확률의 감소에 관한 문제점을 해결하기 위해 국민생명표(통계청)가 아닌 보험회사의 연금생명표를 이용하여 월 지급금을 산출하는 것을 제안하였다. Ju와 Lee (2014)는 사망률의 개선이 보험사의 부채 평가의 변화에 끼치는 영향을 실증 분석하고자 사망률의 개선 반영 여부에 따른 책임준비금 크기를 비교하였으며, 그 결과 연금의 경우 사망률의 개선이 보험사의 재정건전성을 위협하는 심각한 위험이 될 수 있음을 언급하였다. 그리고 연생모형이 실제로 주택연금 계리모형에 적용되기 전에 Ma (2007)는 미국의 Home Equity Conversion Mortgage (HECM)의 경우엔 생명표 상 여자의 사망률을 이용하여 대출 종료 확률을 산출하고 있음을 보였고, 이후 Jang 등 (2011)의 연구에서는 주택연금의 가치평가에 장수위험을 고려할 필요성을 주장하였다.

본 연구에서 중점을 두고 있는 사망률 예측 자체에 대한 주요 선행 연구는 다음과 같다. Li와 Lee (2005), Kim (2011), Kim (2012) 등의 연구와 같은 기존 선행연구들은 사망률 모형인 Lee-Carter 모형(이하 LC 모형) 자체의 한계점 수정에 대해 초점을 맞추고 있었다. 이 연구들에서는 장래 사망률의 예측방식 자체보다는 이 모형 내 모수들의 추정방식과 자료의 특성과 관련한 LC 모형의 문제점들에 초점을 두고 있다. LC 모형을 다룬 또 다른 연구로 Sung (2010)의 연구에서는 사망률의 변화 추세에 따른 장수리스크를 고려하고자, LC 모형을 이용하여 일반사망률과 연금사망률에 대해 사망률 감소 추세를 반영하였다. 그리고 하나의 보험 상품 또는 동일한 피보험자군 안에서 내부 헷징 전략을 세우기 위해 사망리스크와 생존리스크를 상호 상쇄시킬 수 있는 계리적 손익을 설정하여 사망보장 보험금과 생존보장 보험금의 비율을 조절할 수 있는 상품 설계 전략에 대해서 제시하였다.

본 연구는 Baek 등 (2013a, 2013b), Lee 등 (2016)의 연구들을 발전시킨 후속 연구 과제이다. Baek 등 (2013a)에서는 2015년 주택금융공사가 상품 설계 시 연생 생명표를 반영하기 전에 이미 부부 가입의 경우 연생모형 적용의 필요성을 제안하였다. 그리고 월 지급금의 과대 지급으로 인한 지급불능을 방지하기 위해 연생모형을 적용하는 방법에 대해서 논의하였었다. 그러나 이 연구에서는 장래 사망률을 새로 예측하거나 코호트 생명표를 적용하지는 않았기 때문에 본 연구에서는 후속 연구로서 향후 인구 고령화에 따른 장수리스크를 관리하기 위해 사망률 개선 효과를 반영한 장래 사망확률을 적용하고자 한다. Baek 등 (2013b)에서는 본 연구진이 사망률 개선 효과를 반영하기 위해 처음으로 LC 모형을 사용한 연구였다. 이 연구에서는 장래 사망률을 추정된 후 보험상품의 보험수리적 현가와 기대여명 등을 산출하여 장래 사망률 예측이 향후 보험사의 준비금 시가평가와 손익분석을 위한 리스크 관리에 도움이 될 수 있음을 언급하였다. 마지막으로 Lee 등 (2016)에서는 기존 LC 모형의 사망률 예측 방식의 한계를 지적하고 있다. 특히 기존 모형에서는 사망률 지수를 추정하고 미래값을 직접 예측하기 때문에 미래 사망률이 지나치게 개선되는 현상을 보이게 된다. 따라서 이 연구에서는 왜도를 기반으로 미래 사망률 지수를 간접적으로 예측하는 왜도를 활용한 새로운 예측 방식을 제안하였다. 본 연구에서도 Lee 등 (2016)의 연구 방법론을 활용하여 기존 LC 모형보다 사망률 개선효과를 더 적게 반영하고, 이렇게 추정된 장래 사망률을 이용한 연생 생명표와 코호트 생명표를 주택연금모형에 적용해보고자 한다. 왜도를 활용한 LC 모형에 대해서는 본문에서 자세히 언급할 예정이다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존 LC 모형과 왜도를 활용한 LC 모형에 대해서 비교해 보고자 한다. 그리고 3장에서는 간단히 주택연금 및 연생모형을 소개한 후 장래 사망률을 이용하여 주택연금을 실증분석하고자 한다. 마지막 장에서는 시사점을 밝히고 향후 연구 주제 등에 대해 논의하고자 한다.

## 2. 왜도를 활용한 Lee-Carter 모형

### 2.1. Lee-Carter 모형을 이용한 사망률 추정

LC 모형은 장래 사망률을 예측하는 대표적인 모형으로 Lee와 Carter에 의해 개발된 확률적 사망률 모형이다 (Lee와 Carter, 1992; Lee와 Miller, 2001; Alho, 2000). LC 모형은 다음의 식 (2.1)과 같이 로그 사망률이 연령효과(age effect)와 기간효과(period effect)의 선형관계로 설명된다고 설정한다.

$$\ln \hat{m}_{x,t} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \epsilon_{x,t}. \quad (2.1)$$

$$\text{일반 유일해 제약식: } \sum_t \kappa_t = 0, \sum_x \beta_x = 1.$$

여기서  $\hat{m}_{x,t}$ 는  $t$ 연도,  $x$ 세의 사망률 관측치이며, 오차항  $\epsilon_{x,t}$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_\epsilon^2$ 인 정규분포를 따른다고 가정한다.  $\alpha_x$ 는 연령별 모수이고, 연령  $x$ 세에 대하여 모든  $t$ 에 대한  $\ln \hat{m}_{x,t}$ 의 평균을 나타낸다. 그리고  $\beta_x$  역시 연령별 모수이고 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 변화에 대한 연령별 민감도를 나타내는 지표이다. 사망률 지수  $\kappa_t$ 는 시간의 흐름에 따른 사망률의 변동 추세를 나타내는 것으로 사망률이 개선되는 것은 사망률 지수  $\kappa_t$ 가 시간의 경과에 따라 감소하는 것으로 확인할 수 있다.

LC 모형에서 사망률 지수  $\kappa_t$  역시 모수이기 때문에 특이값 분해(singular value decomposition) 방법을 이용하여 추정한다 (Lee 등, 2016). 특이값 분해는 다차원의 변수를 낮은 차원으로 표현하는 주성분 분석(principal component analysis)의 주성분을 구하는 방법이다. 특이값 분해 방법 및 기존 전통적인 LC 모형에 대한 설명은 Lee 등 (2016)과 Baek 등 (2013b)을 참고하면 된다. 특이값 분해를 이용하여 로그사망률을 연령별 모수들과 관측되지 않은 연도별 강도지수의 선형함수로 모형화한 후 마지막으로 추정한 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 ARIMA 모형으로 적합하여 최종적인 모형을 도출한다 (Baek 등, 2013b).

본 연구에서는 통계 프로그램 R을 사용하여 전통적인 LC 모형에 1970–2015년의 사망확률 자료를 적용하여 장래 사망확률을 추정하였다. 다만 분석기간의 선정은 공급자의 선택에 따라 달라질 수 있으며, 그 선택을 돕기 위해 분석기간에 따른 사망률과 추정 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 함께 추가해보았다. 다음의 Figure 2.1은 1970–2015년 생명표 자료를 이용하여 추정한 LC 모형의 모수들이다.

시간의 흐름에 따른 사망률 변화를 보여주는 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 ARIMA 모형으로 적합한 후 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 예측치를 구하게 되는데, 여기서는 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 ARIMA( $p, d, q$ ) 모형 차수를 결정하는 방법에 대해 간단히 소개하도록 한다. 서로 다른 ARIMA 모형들을 비교한 후 ARIMA 모형의 차수 ( $p, d, q$ )를 결정하게 되는데 이때 사용되는 대표적인 비교 기준은 Akaike 정보기준(Akaike information criterion; AIC)과 베이지 정보기준(Bayesian information criterion; BIC)이 있다. AIC와 BIC는 식 (2.2)를 이용하여 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{AIC} &= -2 \ln(l) + 2k, \\ \text{BIC} &= -2 \ln(l) + k(\ln(n)). \end{aligned} \quad (2.2)$$

식 (2.2)에서  $\ln(l)$ 은 최대로그우도 함수값이고,  $k$ 는 추정계수의 수이며, 마지막으로  $n$ 은 추정에 사용된 자료들의 수이다. AIC와 BIC 기준의 값이 모두 작을수록 추정모형의 적합도가 높다는 것을 의미한다.

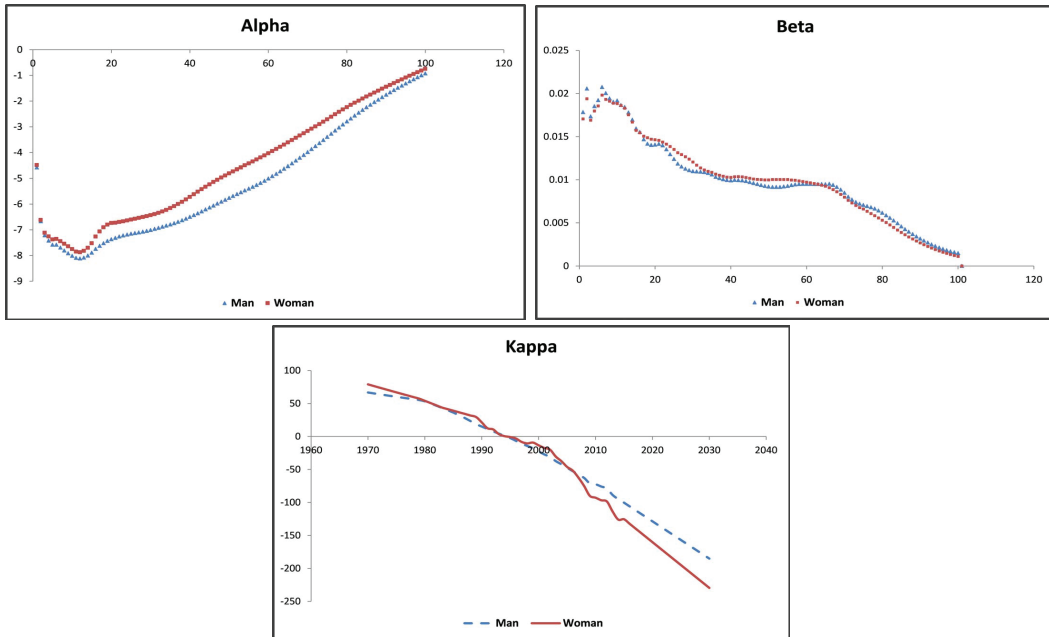


Figure 2.1. Parameters of LC model ( $\alpha, \beta, \kappa$ ) (analysis period: 1970–2015).

다. 본 연구에서는 통계 프로그램 R의 ‘Forecast’ 패키지(Hyndman, 2017; Hyndman과 Khandakar, 2008)를 사용하였으며, 분석기간은 비교를 위해 ‘1970–2015년’과 ‘2001–2015년’ 두 가지로 나누어 적용해보았다. 그 결과 ‘1970–2015년’ 분석기간과 성별에 대해서 ARIMA(0, 2, 1) 모형의 AIC와 BIC 값이 가장 낮게 나와 적합도가 높다고 판단되어 ARIMA(0, 2, 1) 모형을 선택하였고 ‘2001–2015년’ 분석기간의 경우에는 남, 여 모두 ARIMA(0, 1, 0) 모형의 AIC와 BIC 값이 가장 낮게 나와 해당 모형을 선택하였다. 식 (2.3), 식 (2.4)는 각각 ARIMA(0, 2, 1) 모형과 ARIMA(0, 1, 0) 모형을 표현한 식이다.

$$\kappa_t = 2\kappa_{t-1} - \kappa_{t-2} + \theta\epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \tag{2.3}$$

$$\kappa_t = \kappa_{t-1} + \theta + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2). \tag{2.4}$$

Figure 2.2는 각 성별마다 분석기간을 ‘1970–2015년’로 설정했을 때 ARIMA(0, 2, 1), 분석기간을 ‘2001–2015년’로 설정했을 때 ARIMA(0, 1, 0)를 적용하여 사망률 지수 값을 2060년까지 추정한 결과이다.

사망률 지수  $\kappa_t$ 의 예측치는 Figure 2.2에서 확인할 수 있듯이 남녀 모두 시간이 지날수록 지속적으로 선형적 감소가 이루어지고 있다. 분석기간을 ‘2001–2015년’과 ‘1970–2015년’로 구분하여 각각 예측한 사망률 지수  $\kappa_t$  값을 비교해 보면 다음과 같다. ‘2001–2015년’을 분석기간으로 설정했을 경우에는 사망률 지수  $\kappa_t$  값이 2060년 기준으로 남성이  $-208.63$ , 여성이  $-185.49$ 로 나타났다. 그러나 ‘1970–2015년’을 분석기간으로 설정했을 경우에는 사망률 지수  $\kappa_t$  값이 2060년 기준으로 남성이  $-354.76$ , 여성이  $-437.73$ 으로 나타나 그 값의 차이가 컸다. 따라서 오래된 과거 추세와 최근의 개선 추세와는 상당한 차이가 있기 때문에 장래 사망률을 예측할 때에 연구자는 자료 선택에 있어 좀 더 신중함을 기할 필요가 있다.

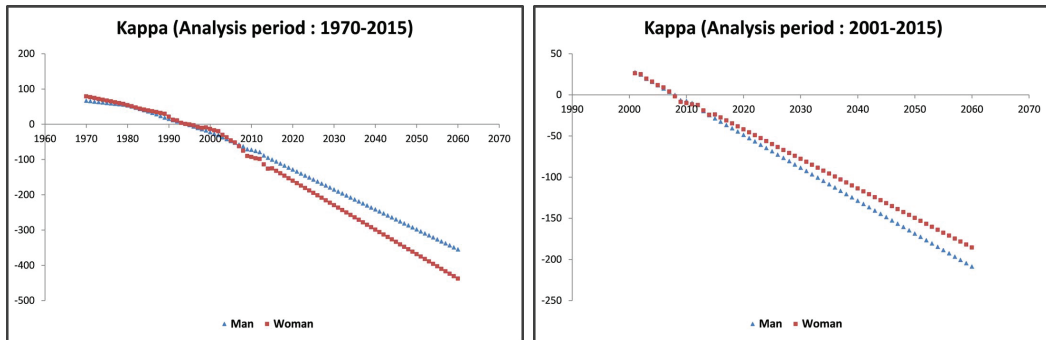


Figure 2.2. Prediction of  $\kappa_t$  using ARIMA(0, 2, 1) and ARIMA(0, 1, 0) model (projection period: 2016–2060).

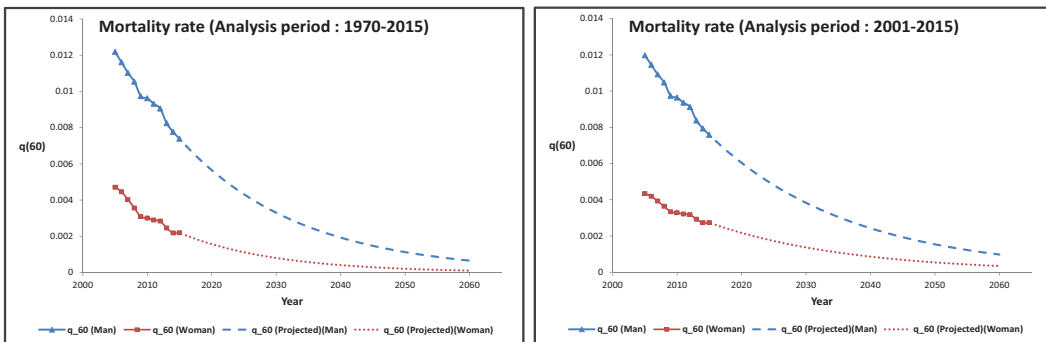


Figure 2.3. The comparison of predicted  $q_{60}$  (projection period: 2016–2060).

Figure 2.1의 모수  $\alpha_x, \beta_x$ 와 Figure 2.2의 사망률 지수  $\kappa_t$  예측 값을 식 (2.1)에 대입하면 사망률  $m_x$ 의 미래 예측 값을 얻을 수 있다. 주택연금 실증 분석을 위해서는 사망률이 아닌 사망확률  $q_x$ 이 필요하기 때문에 소수연령 구간에서의 사망자 수가 균등하게 분포한다(uniform distribution of deaths)는 가정 하에 식 (2.5)를 이용하여 필요한 장래 사망확률들을 구한다.

$$q_x = \frac{m_x}{1 + 0.5m_x}. \quad (2.5)$$

다음의 Figure 2.3은 최종적으로 산출된 60세의 사망확률을 2016년부터 2060년까지 추정된 결과이며, 2005년부터 2015년까지는 실제 사망확률을 나타낸 그래프이다.

## 2.2. 왜도를 활용한 LC 모형 소개

이번 절에서는 선행연구인 Lee 등 (2016)에서 제안한 왜도를 활용한 LC 모형(이하 왜도 활용 LC 모형)에 대해서 간단하게 소개하겠다. 전통적 LC 모형에서 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 예측할 때 시계열모형을 이용하였으나 Lee 등 (2016)은 왜도와 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 관계를 이용하여 새로운 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 간접적으로 산출하는 방안을 제안하였다. 그리고 1970–2015년 자료를 이용해 왜도 예측과 표준편차 예측 그리고 첨도 예측을 비교 분석하였는데 그 결과 장래 사망률 추계에 대한 왜도 활용 LC 모형에 의한 예측 결과가 가장 높은 타당성을 갖는 것으로 분석되었다. 따라서 본 논문에서는 이러한 연구결과를 토대로 왜도 활용 LC 모형을 기본 모형으로 설정하여 장래 사망확률을 추계한 뒤 실증분석에 사용하였다.

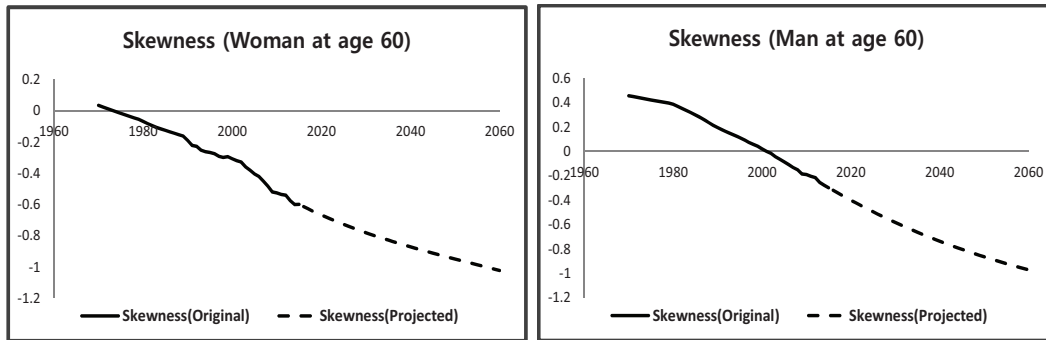


Figure 2.4. Predicted skewness of  $T_{60}$ .

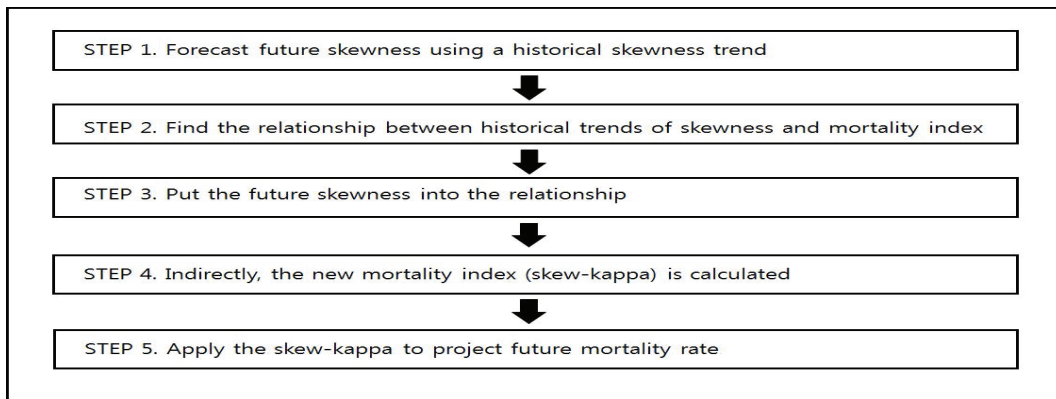


Figure 2.5. Diagram of proposed prediction method based on skew- $\kappa_t$  (Lee *et al.*, 2016, p.49).

$T_{60}$ 은 60세인 사람의 장래 생존기간 확률변수이며,  $q_{60}$ 은 60세가 1년 안에 사망할 확률을 의미한다. Figure 2.4는 확률변수  $T_{60}$ 에 대한 왜도를 나타낸 것이다.  $T_{60}$ 의 왜도는 확률변수  $T_{60}$ 에 대한 확률분포의 대칭성을 측정한다. 왜도가 0에 가깝다는 것은 확률변수의 분포가 정규분포와 비슷하다는 것을 의미하며, Figure 2.4와 같이 왜도 값이 음수로 나타난다는 것은 확률분포가 왼쪽으로 더 길게 뻗어있는 형태로 중앙값을 포함한 값들이 오른쪽으로 편중되어 분포해 있다는 것을 의미한다. 그리고 Figure 2.4를 보면  $T_{60}$ 의 왜도에 대한 절대값이 점차 증가하는 추세이기 때문에  $T_{60}$ 의 분포 편중이 시간이 지날수록 점점 심해질 것으로 예상된다. 따라서 미래로 갈수록 고연령에서의 사망이 더 집중적으로 발생할 것으로 판단된다. 이러한 현상은 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 미래 예측값이 지속적으로 선형 감소한 형태였기 때문에 이러한 지나친 사망률 개선효과가 그대로 반영되어 미래 사망확률을 과소평가하는 결과를 가져온 것이다.

Jeong과 Kim (2011), Lee 등 (2016) 등의 선행연구에서도 이러한 기존 모형의 한계점을 들어 새로운 사망률 예측방식의 필요성을 강조하고 있다. 따라서 선행연구와 같이 사망률 개선 효과를 적절하게 반영한 미래 사망확률을 전망하여 활용하고자 제안된 방법론을 좀 더 살펴보겠다. Figure 2.2와 Figure 2.4를 보면  $T_{60}$ 의 왜도와 사망률 지수  $\kappa_t$  모두 예측기간 동안 지속적으로 감소하는 것으로 나타났다. 그리고 두 값 모두 사망확률의 분포와 강한 연관성이 있기 때문에 이 두 값 사이의 관계식으로 부터 새로운 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 간접적으로 산출하는 방안이 합리적인 방안이라 볼 수 있다. 왜도 활용 LC 모

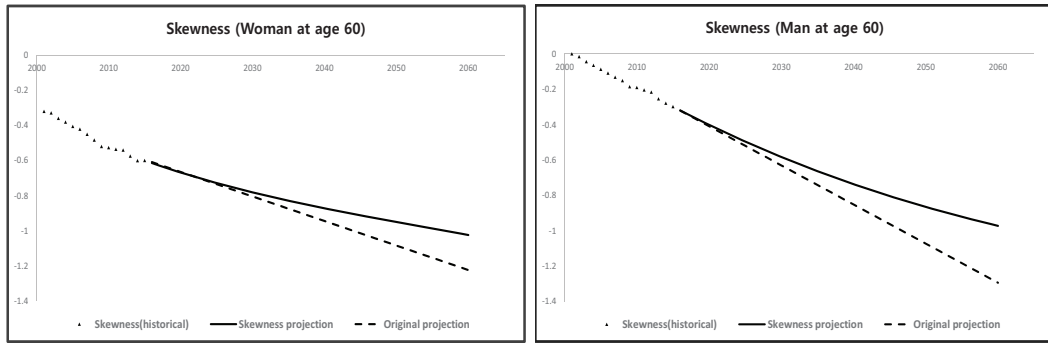


Figure 2.6. The comparison of predicted skewness of  $T_{60}$ .

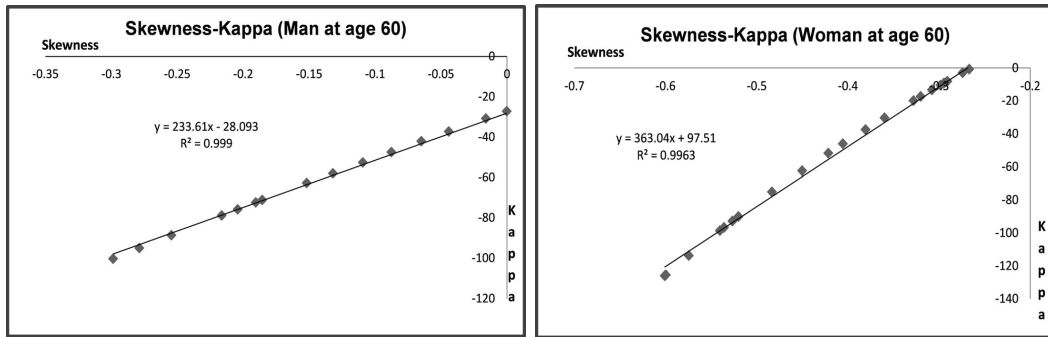


Figure 2.7. Relationship between skewness of  $T_{60}$  and  $\kappa_t$  (analysis period: 1970–2015).

형에서는 새로운 미래 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 예측 시 과거 자료들의 왜도 추세를 반영하여 예측한 미래 왜도(이하 왜도예측)와 과거 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 추정치를 이용하여 예측한 미래 사망률 지수  $\kappa_t$  간의 관계식을 구한 후 간접적으로 산출한다. 본 연구에서는 Lee 등 (2016)이 제안한 방식으로 예측한 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 Skew- $\kappa_t$ 라 하겠다. 그리고 Figure 2.5는 Lee 등 (2016)에서 언급하고 있는 왜도 활용 LC 모형에 대하여 산출 과정을 단계별로 나타낸 것이다. 그리고 Figure 2.6은 왜도 활용 LC 모형과 전통적 LC 모형을 이용하여 최종적으로 예측해 본 2016–2060년 사이의 미래  $T_{60}$ 의 왜도예측값이다.

Figure 2.6에서 skewness projection은 왜도 활용 LC 모형에 의해 예측된 왜도 값을 의미하고, original projection은 전통적 LC 모형에 의해 예측된 왜도 값을 의미한다. 남녀 그래프를 함께 살펴보면, 남녀 모두 왜도 활용 LC 모형에 의해 예측된 미래  $T_{60}$ 의 왜도가 남녀 모두 전통적 LC 모형에 의해 예측된 미래 왜도에 비해 적게 감소하는 것으로 나타났다. 그러므로 왜도 활용 LC 모형을 이용하여 장래 사망확률을 추계할 경우가 전통적 LC 모형을 이용할 때 보다 덜 편향된(less left-skewed) 사망확률분포를 예측할 것으로 예상된다.

Figure 2.7은 Figure 2.5의 step 2에서 찾은 확률변수  $T_{60}$ 의 왜도 수준과 사망률 지수  $\kappa_t$  간의 관계식을 성별로 각각 나타낸 것이다. Figure 2.7에서 확인할 수 있듯이 왜도와 사망률 지수  $\kappa_t$ 의 예측치 간에는 정비례 관계가 성립하는 것을 알 수 있다.

앞서 언급한 것과 같이 Figure 2.7의 관계식을 찾아  $T_{60}$ 의 왜도 예측 값을 대입하면 그에 대응되는 새로운 사망률 지수 Skew- $\kappa_t$ 를 간접적으로 구할 수 있다. 이렇게 해서 산출한 새로운 사망률 지수 Skew- $\kappa_t$ 와 기존- $\kappa_t$ (전통적 LC 모형에서 예측한 값)의 예측 수치를 비교해 보면 Figure 2.8과 같이 Skew- $\kappa_t$ 가



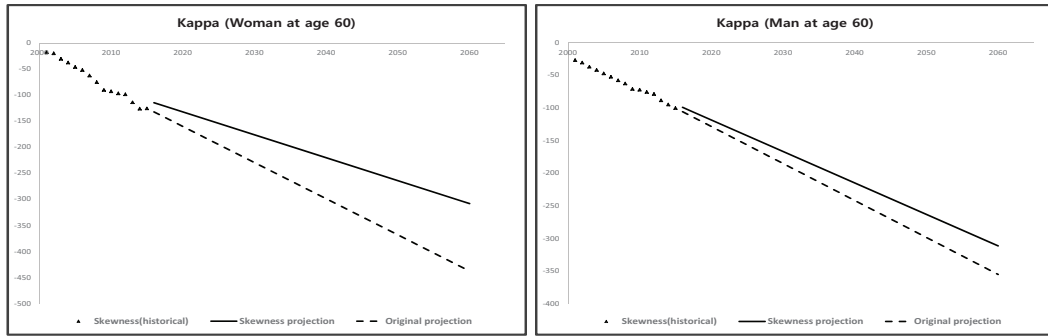


Figure 2.8. The comparison of predicted  $\kappa_t$ .

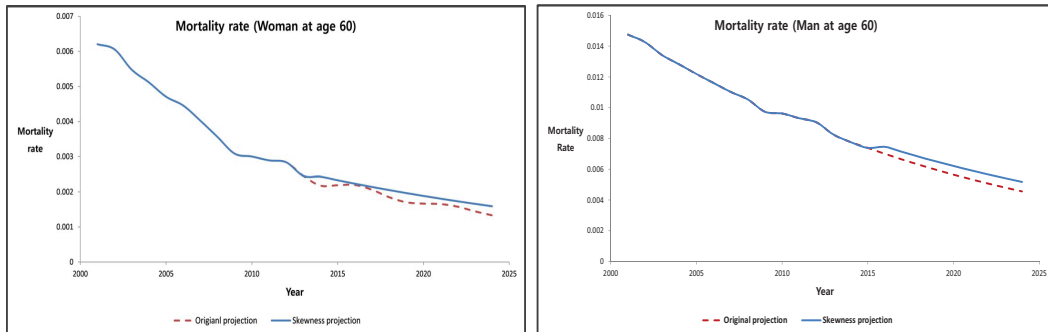


Figure 2.9. The comparison of predicted  $q_{60}$ .

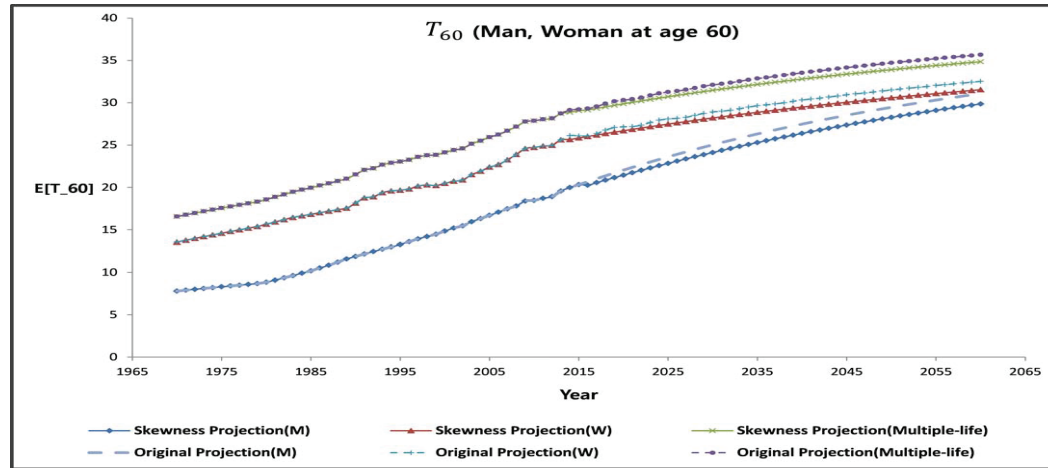


Figure 2.10. The comparison of predicted life expectancy  $E[T_{60}]$ .

기존- $\kappa_t$ 에 비해 덜 왜곡되고 있는 것을 볼 수 있다. 따라서 최종적으로 LC 모형 식에 이렇게 예측된 새로운 사망률 지수를 대입하면 Figure 2.9와 같이 사망확률 값을 구할 수 있으며, 전통적 LC 모형의 장래 사망확률에 비해 왜도 활용 LC 모형의 장래 사망확률이 높게 나타남을 확인할 수 있다.

**Table 2.1.** The comparison of predicted life expectancy  $E[T_{60}]$ 

		2020			2030			2040		
		$E[T_{60}]$	$ \textcircled{a} - \textcircled{b} $	Error rate	$E[T_{60}]$	$ \textcircled{a} - \textcircled{b} $	Error rate	$E[T_{60}]$	$ \textcircled{a} - \textcircled{b} $	Error rate
M	Ⓐ	22.04	0.591	2.76%	25.03	0.909	3.77%	27.47	1.091	4.16%
	Ⓑ	21.45			24.12			26.38		
F	Ⓐ	27.16	0.466	1.75%	28.90	0.705	2.50%	30.32	0.837	2.84%
	Ⓑ	26.69			28.20			29.48		
(M, F)	Ⓐ	30.30	0.429	1.44%	32.10	0.632	2.01%	33.53	0.739	2.25%
	Ⓑ	29.87			31.47			32.79		

Ⓐ = original LC; Ⓑ = skewness LC; LC = Lee-Carter.

Figure 2.10은  $T_{60}$ 의 기댓값으로, 60세의 기대여명을 나타낸 그래프이다. 이 그래프를 보면 남녀 그리고 연생의 경우 모두 왜도 활용 LC 모형에 의한 기대여명이 전통적 LC 모형에 의한 기대여명에 비해 더 낮다. 다시 한 번 왜도 활용 LC 모형을 사용했을 경우가 사망률 개선 효과를 덜 반영하게 된다는 것을 확인시켜주는 결과라 볼 수 있다.

Table 2.1은 Figure 2.10을 표로 구성한 것으로 왜도 활용 LC 모형에 의한 사망확률 추정이 사망률 개선을 덜 왜곡하여 반영하기 때문에 기대여명 역시 전통적 LC 모형에 의한 방법에 비해 상대적으로 낮은 값을 갖게 될 것으로 예상되며, 미래로 갈수록 두 방법론에 의한 기대여명의 격차가 커질 것으로 예상된다. 기대여명은 주택연금 가입자의 대출 종료 시점과 연관 있는 수치이기 때문에 선행연구에서 제안했던 왜도 활용 LC 모형을 이용한 장래 사망확률 값이 주택연금 계리모형에 어떠한 변화를 이끌지 이어서 살펴보고자 한다.

### 3. 왜도를 활용한 LC 모형에 의한 주택연금 분석

#### 3.1. 주택연금 계리모형과 월 지급금 산출방법 소개

주택금융공사에서는 주택연금 상품 설계 시 부부 가입의 경우 부부의 생사를 모두 고려하여 최종생존자가 사망할 때를 대출 종료 시점으로 보는 연생모형을 적용하고 있다. 참고로 연생모형이 적용되기 전에는 일반적으로 남자보다 여자의 기대여명이 더 긴 점을 고려하여 대출 종료 확률에 여자 사망확률만을 적용하였으나, 연생모형의 경우 대출 종료 확률에 남자와 여자 모두의 사망확률을 적용한 연생 확률(최종생존자 사망확률)을 산출하여 사용한다. 본 절에서는 가입자의 연령 및 주택 가치를 기초로 한 최대대출가능금액(가입자가 소유한 주택을 담보로 주택연금을 받을 수 있는 최대대출가능금액)과 월 지급금을 산출하는 방법을 설명하고, 부부 가입의 경우 연생모형을 적용하는 방법에 대해서도 함께 소개하도록 한다. 계리모형에 적용되는 주요 변수들을 이용하여 주택연금의 대출금을 산정하는 모형 기본 구조는 다음과 같다.

$$E[L] \leq E[MIP]. \quad (3.1)$$

좌변의 기대손해액이 우변의 기대보증료 수입보다 작거나 같게 하는 최대대출가능금액(principal limit)을 시행착오 방법을 이용하여 찾아낸다. 여기서 기대손해액이란 금융기관의 입장에서 매 시점마다 발생할 수 있는 손해액들의 평균을 의미하며, 식 (3.4)에 식으로 설명되어 있는 것과 같이 특정 시점까지 가입자에게 지급된 연금들의 총 합인 대출 채무액과 그 시점의 주택가치를 비교하여 손해액을 산출한다. 그리고 기대보증료란 보증기관이 매 시점마다 주기적으로 가입자로부터 받게 되는 보증료(보험료와 유사한 개념)들의 총액을 의미한다. 단, 실제로 보증료는 가입자가 납입하는 구조가 아니라 보증

료의 크기만큼 가입자가 대출을 받은 것으로 가정한다. 결과적으로 보증기관은 이러한 보증료들을 이용하여 최종적으로 가입자가 사망 후 주택을 처분할 때 가입자의 생전 총 대출 채무액이 사망 시점의 주택 가치를 넘어 설 경우 그 차액을 금융기관에 보전해 준다고 볼 수 있다. 다시 정리해보면 식 (3.1)에서는 주택연금 가입자가 평생 동안 받을 수 있는 총 연금액을 대출 초기에 일시금으로 받고 이후 시점부터는 수령하는 연금이 없다는 극단적인 가정을 이용하게 된다. 식 (3.1)의 좌변, 우변에 들어가는 기대보증료와 기대손해액은 다음과 같이 단독 가입자일 경우 식 (3.2)와 식 (3.4)를 사용하게 되고, 부부 가입의 경우 연생모형을 적용한 식 (3.3)과 식 (3.5)를 사용하게 된다. 주택연금 계리모형에서 총 채무액과  $h$ 시점의 보증료 그리고  $h$ 시점의 주택가격은 식 (3.6)–(3.8)과 같이 다시 정리할 수 있다.

$$E[\text{MIP}] = \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} \text{MIP}(h) \times v^h \times \frac{h}{12} p_x, \quad (3.2)$$

$$E[\text{MIP}] = \sum_{h=0}^{12[\max(w-x, w-y)]-1} \text{MIP}(h) \times v^h \times \frac{h}{12} p_{\overline{xy}}, \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} E[L] &= \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} L(h+1) \times v^{h+1} \times \frac{h}{12} | \frac{1}{12} q_x \\ &= \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} L(h+1) \times v^{h+1} \times \frac{h}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_{x+\frac{h}{12}}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} E[L] &= \sum_{h=0}^{12[\max(w-x, w-y)]-1} L(h+1) \times v^{h+1} \times \frac{h}{12} | \frac{1}{12} q_{\overline{xy}} \\ &= \sum_{h=0}^{12[\max(w-x, w-y)]-1} L(h+1) \times v^{h+1} \times \left( \frac{h+1}{12} q_{\overline{xy}} - \frac{h}{12} q_{\overline{xy}} \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \text{BAL}(0) &= M \times H(0) + \text{MIP}(0) = M \times H(0) + \text{초회보증율} \times H(0) \\ &= (M + \text{초회보증율}) \times H(0), \\ \text{BAL}(h) &= [\text{BAL}(h-1) + \text{MIP}(h)] \times (1+i) \\ &= (M + \text{초회보증율}) \times H(0) \times (1 + \text{보증율})^h \times (1+i)^h, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{MIP}(0) &= \text{초회보증율} \times H(0), \\ \text{MIP}(h) &= \text{보증율} \times \text{BAL}(h-1) \\ &= \text{보증율} \times (M + \text{초회보증율}) \times H(0) \times (1 + \text{보증율})^{h-1} \times (1+i)^{h-1}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$H(h) = H(0) \times (1+g)^h. \quad (3.8)$$

여기서

$$E[\text{MIP}] = \text{기대보증료},$$

$$E[L] = \text{기대손해액},$$

$$L[h] = h\text{시점에서의 손해액} = \max[0, (\text{BAL}(h) - H(h))],$$

$$\text{BAL}(h) = h\text{시점에서의 주택연금 가입자 총 채무액},$$

$i$  = 기대이율(MIP와  $L$  모두 매달 산출되며, 현재로 할인 시 연간 기대이율을 월 단위 이율로 환산하여 사용.),

$$\begin{aligned}
MIP(h) &= h\text{시점에서의 보증료} = BAL(h-1) \times \text{보증율}, \\
M &= \text{주택가격 대비 최대대출가능금액(principal limit)의 비율} \\
&= \text{principal limit factor}(M \times H(0) = \text{최대출가능금액}), \\
H(h) &= h\text{시점에서의 주택가격}, \\
g &= \text{평균주택 가격상승률}, \\
w &= \text{한계연령(생명표 상에서 생존자 수가 0인 연령)}, \\
x &= \text{주택연금 가입 연령}, \\
h &= \text{개월}.
\end{aligned}$$

보통은 주택가격 대비 최고 한도로 대출받을 수 있는 일시금인 최대대출가능금액을 가장 먼저 산정하고, 그런 후에 가입자의 연금 지급 방식의 선택 사항에 따라 중신지급방식, 기간확정방식 등에 대한 기간별 지급금을 산출하게 된다. 이러한 방식을 principal limit factor method라 하는데 이런 순서로 계산을 하게 되면 가입자가 어떤 연금 지급 방식을 선택하더라도 항상 최대대출가능금액의 현재 가치가 동일하게 된다.

### 3.2. 실증 분석을 위한 생명표간 사망확률 비교

본 실증 분석에서는 3가지 생명표를 사용하여 비교 분석하고자 한다. 첫 번째는 통계청의 국민생명표, 두 번째는 전통적 LC 모형을 이용하여 추정한 장래 생명표, 세 번째는 왜도 예측 방식을 적용한 LC 모형을 활용한 생명표이다. 이러한 3개의 생명표를 이용하여 산출한 주택연금 월 지급금을 비교하는 방식으로 분석하고자 한다. 앞서 LC 모형에 대해서 언급한 것과 같이 전통적 LC 모형에 의한 방법은 사망률 개선효과를 지나치게 반영하게 된다는 한계점이 있다. 이를 보완하기 위해 왜도 활용 LC 모형에 의한 방법을 본 논문에서는 새로운 사망률 예측 방법론으로 사용하였다. 전통적 LC 모형에 의한 방법을 이용하여 추정한 장래 사망률 값 보다 왜도 활용 LC 모형에 의한 방법에 의한 장래 사망률 값이 상대적으로 높게 나타날 것이라 예상되기 때문에 이를 이용하여 산출한 주택연금 월 지급금 역시 기존 방법을 통한 값에 비해 조금 더 높은 값이 산출될 것으로 예상된다. 이러한 직관적인 예상이 실제 결과에서도 동일하게 나타나고 있는지 확인해 보기 위해 실증 분석을 진행하였다.

다음의 Table 3.1과 Table 3.2는 3개의 생명표 상의 남자와 여자의 연령별 사망확률을 요약한 결과이다. 두 표 상의 국민생명표란 통계청에서 5년 단위로 제시하고 있는 장래 추계 생명표로부터 연 평균 개선율을 구하여 장래의 매 연도별 생명표를 추정한 결과이다. 연 평균 개선율은 식 (3.9)를 이용해서 구하고,

$$\text{연평균개선율}(r_x) : r_x^{('10-'15)} = 1 - \left( \frac{q_x^{2015}}{q_x^{2010}} \right)^{\frac{1}{5}}, r_x^{('15-'20)} = 1 - \left( \frac{q_x^{2020}}{q_x^{2015}} \right)^{\frac{1}{5}}, \dots \quad (3.9)$$

이 값을 식 (3.10)에 대입하여 연도별 장래 사망확률 및 생명표를 추정하였다.

$$q_x^{2016} = q_x^{2015} \left( 1 - r_x^{('15-'20)} \right)^1, q_x^{2017} = q_x^{2015} \left( 1 - r_x^{('15-'20)} \right)^2, \dots, q_x^{2020} = q_x^{2015} \left( 1 - r_x^{('15-'20)} \right)^5. \quad (3.10)$$

Tables 3.1, 3.2를 확인해보면, 국민생명표의 사망확률이 제일 크고, 왜도 LC 추정 방법에 의한 사망확률이 전통적 LC 모형에 의한 사망확률 보다 높은 값을 보이고 있다. 즉, 왜도 활용 LC 모형에 의한 장래 사망확률에 사망률 개선효과가 덜 반영되었음을 의미하는 것이다. 다음 절에서는 이렇게 추정된 다양한 생명표를 이용하여 주택연금 모형에 적용해 보고자 한다.

**Table 3.1.** The comparison of various life tables (male)

$q_x$	2016			2026			2036		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
60	0.00761	0.00745	0.00700	0.00561	0.00472	0.00409	0.00411	0.00299	0.00239
70	0.01838	0.02048	0.01942	0.01491	0.01395	0.01237	0.01182	0.00949	0.00787
80	0.06263	0.06280	0.06047	0.05634	0.04769	0.04374	0.04927	0.03615	0.03157

(a) = national life table; (b) = skewness LC; (c) = original LC; LC = Lee-Carter.

**Table 3.2.** The comparison of various life tables (female)

$q_x$	2016			2026			2036		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
60	0.00261	0.00243	0.00220	0.00191	0.00159	0.00125	0.00140	0.00104	0.00073
70	0.00774	0.00871	0.00804	0.00628	0.00624	0.00516	0.00502	0.00447	0.00338
80	0.03881	0.03785	0.03594	0.03049	0.03043	0.02689	0.02686	0.02444	0.02035

(a) = national life table; (b) = skewness LC; (c) = original LC; LC = Lee-Carter.

**Table 3.3.** Definition of fundamental variables

Age	(Male, Female)	House price (won)	100 milion
Interest rate	5.56%	Bid price rate	70%
Asset yields	5.56%	Auction clearance rate	30%
Housing price change rate	2.70%	Assessment ratio	91%
Guarantee fee	initial	Conditional prepayment rate	20%
	annual		

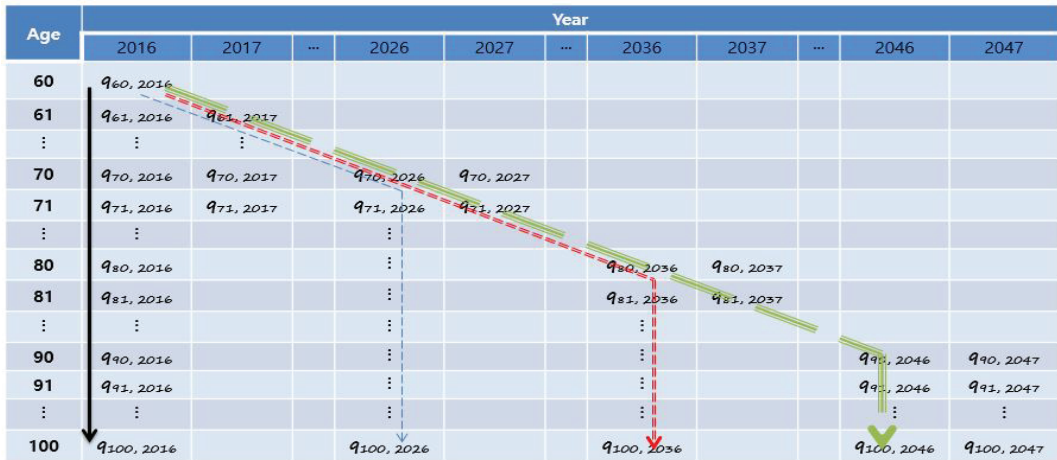
### 3.3. 생명표(국민생명표, 전통적 LC, 왜도 활용 LC)간 월 지급금 실증 비교분석

**3.3.1. 개선을 및 기초변수 설명** 주택연금 월 지급금 산출시 사용되는 기초변수는 Table 3.3과 같다. 이는 주택금융공사에서 사용하고 있는 변수들이며, 본 논문에서는 부부 가입의 경우 (남자, 여자) 연령차가 4세라고 가정하였다. 그러나 본 연구의 월 지급금과 주택금융공사 홈페이지 상에서 제시하고 있는 월 지급금은 계산을 위해 사용한 기초변수 값 이외 가정(예: 본 연구에서는 조기상환을 0%로 가정)들이 일부 다르게 적용되었기 때문에 차이가 발생할 수 있음을 미리 밝힌다.

앞서 언급한 것과 같이 현재는 주택연금 산출 시에 연생모형을 적용하고 있지만, 코호트 생명표는 적용하지 않고 있다. 그러나 의료 기술 및 삶의 환경이 발전해가는 변화를 생각해본다면 계약자들에게 매년 개선되는 사망률을 적용하는 것이 더 합리적이라고 볼 수 있다. 따라서 본 논문의 실증분석에서는 기존 국민생명표 및 전통적 LC 모형에 의한 생명표 그리고 왜도 활용 LC 모형에 의한 생명표를 생성 후 코호트 생명표를 사용하여 월 지급금을 산출 및 비교 분석하였다.

주택연금의 현 제도 하에선 가입시점의 생명표 상 사망확률을 계속해서 적용한다. 예를 들어, 60세인 예비 가입자가 2016년도에 가입을 한 경우, 61세가 된 시점에도 2016년 사망률을 적용한다. 하지만 시간이 지날수록 다양한 요인에 의해 장래 사망률이 개선되는 추세이기 때문에, 연령이 증가함에 따라 매년 개선된 사망률을 적용하기 위하여 코호트 효과를 반영한 사망률을 적용하는 것이 더 합리적이다. 다음의 Figure 3.1은 이에 대한 설명을 그림으로 나타낸 것이다.

현행 주택연금 월 지급금 산출시 적용하는 사망률은 Figure 3.1의 기간생명표(검정색 실선)이다. 기간생명표를 사용한다는 의미는 단연도 생명표로부터 연령별 사망확률을 사용한다는 것이다. 그리고 나머지 3가지는 코호트 생명표를 사용하는데 있어서 미래 예측된 코호트 생명표를 향후 몇 년간만 믿고 사



→ : Period Life-table    - - - -> : 10 Year Improvement    - - - -> : 20 Year Improvement    - - - -> : 30 Year Improvement

Figure 3.1. Examples of life tables according to the method of application of improvement rate.

Table 3.4. Future mortality rate by original LC model (male)

Age	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ
60	0.007613	0.006999	0.006999	0.006999
65	0.011572	0.008204	0.008204	0.008204
70	0.018384	0.012369	0.012369	0.012369
75	0.034459	0.023402	0.019267	0.019267
80	0.062634	0.043744	0.031572	0.031572
85	0.105771	0.083067	0.065811	0.058535
90	0.170035	0.145311	0.124443	0.106401
95	0.255017	0.231257	0.209355	0.189305
100	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

Ⓐ = national life table (no improvement); Ⓑ = original LC (10-year improvement);  
 Ⓒ = original LC (20-year improvement); Ⓓ = original LC (30-year improvement); LC = Lee-Carter.

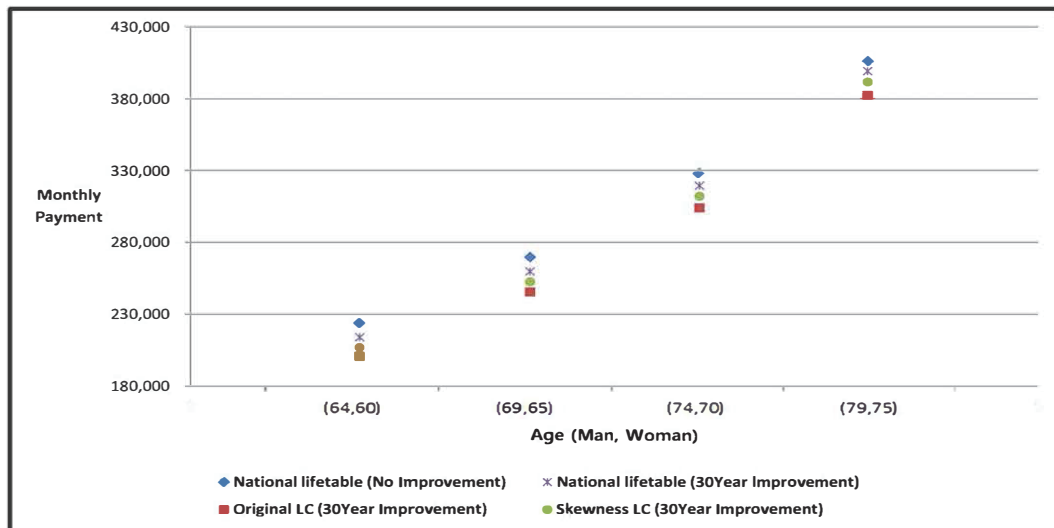
용할지에 따라 예시로서 제안해 본 것이다. 10년 개선(10-year improvement)을 반영하여 사망률을 사용한다는 것은 예측 오류(prediction error)를 줄이기 위해 앞으로 10년간만 코호트 생명표를 사용하듯 연령이 증가함에 따라 장래 생명표를 예측해 놓은 연도별 생명표를 사용하고, 10년 이후부터는 기간생명표와 같이 10년째 시점의 단연도 생명표를 사용한다는 의미이다. 이에 대한 선택은 연구자 및 연금공급자가 선택할 사항이기 때문에 본 연구에서는 비교를 위해 이를 이용한 실증분석을 제시해 보았다. Tables 3.4, 3.5는 Figure 3.1 방법을 사용하여 국민생명표 및 전통적 LC 모형에 의한 생명표를 비교해 보여주고 있다.

Table 3.4 (Table 3.5)는 Table 3.1 (Table 3.2)과 같이 통계청의 장래 생명표, 전통적 LC 모형을 이용한 장래 생명표, 왜도 활용 LC 모형을 이용한 장래 생명표를 각각 생성한 후 Figure 3.1과 같이 개선을 적용 기간에 따라 각 생명표에서 장래 사망확률을 읽어오는 방식을 선택하여 나타낸 표이다. 예를 들어 Table 3.4의 Ⓒ는 전통적 LC 모형으로 전망해 놓은 장래 생명표에서 20년 동안은 해마다 새로운 생명표에서 해당 연령의 사망확률을 읽어 오는 것이다. 즉, 2016년에 60세는 2016년 생명표에서 사망확률 값

**Table 3.5.** Future mortality rate by original LC model (female)

Age	㉑	㉒	㉓	㉔
60	0.002617	0.002198	0.002198	0.002198
65	0.004161	0.002945	0.002945	0.002945
70	0.007742	0.005164	0.005164	0.005164
75	0.016086	0.011829	0.009902	0.009902
80	0.033816	0.026892	0.020349	0.020349
85	0.069693	0.058705	0.048191	0.043732
90	0.129116	0.113918	0.099983	0.087942
95	0.214866	0.196394	0.181154	0.167305
100	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

㉑ = national life table (no improvement); ㉒ = original LC (10-year improvement);  
 ㉓ = original LC (20-year improvement); ㉔ = original LC (30-year improvement); LC = Lee-Carter.



**Figure 3.2.** The comparison of monthly payments by using various life tables (unit: won).

을 가져오고, 61세의 사망확률은 2017년 생명표에서, 62세의 사망확률은 2018년 생명표에서 값을 가져 오며, 이렇게 계속적으로 해마다 새로운 생명표로부터 사망확률을 사용하다가 20년 후인 80세부터의 사망확률은 2036년 생명표만을 이용하여 그 값을 가져와 전체적으로 새로운 코호트 생명표를 생성한다는 것을 의미한다.

**3.3.2. 생명표 간(국민생명표, 전통적 LC 모형, 왜도 활용 LC 모형) 월 지급금 실증 비교 분석** 앞 절에서 살펴본 생명표들의 사망확률 값들을 이용하여 주택연금 월 지급금을 산출해보도록 한다. 여기서는 부부 가입의 경우를 기준으로 하기 때문에 연생모형을 적용한 식 (3.3), 식 (3.5)를 사용한다. 단, 현행 방식에서는 조기상환율을 여자 사망률의 20% 크기로 가정하여 월 지급금 계산 시 고려하고 있으나, 본 논문에서는 주택연금 모형을 단순화 시키고자 대출 종료의 유일한 원인을 사망으로만 제한을 두었다. 다음 Figure 3.2와 Table 3.6은 앞 절에서 설명한 변수들을 사용하여 주택연금 월 지급금을 실제로 구해 보고 비교 분석한 결과이다.

**Table 3.6.** The comparison of monthly payments by using various life tables (unit: won).

(Male, Female)		㉑	㉒	㉓	㉔
(64, 60)	amount (won)	224,310	213,710	206,920	200,880
	relative ratio <sup>1)</sup>	1.000	0.953	0.922	0.896
(69, 65)	amount (won)	269,480	259,450	252,300	245,270
	relative ratio	1.000	0.963	0.936	0.910
(74, 70)	amount (won)	328,000	319,170	311,760	303,690
	relative ratio	1.000	0.973	0.950	0.926
(79, 75)	amount (won)	405,970	399,050	391,500	382,230
	relative ratio	1.000	0.983	0.964	0.942
(84, 80)	amount (won)	514,060	509,530	502,000	491,770
	relative ratio	1.000	0.991	0.977	0.957
(89, 85)	amount (won)	674,750	673,060	666,010	655,370
	relative ratio	1.000	0.997	0.987	0.971

㉑ = national life table (no improvement); ㉒ = national life table (30-year improvement);

㉓ = skewness LC (30-year improvement); ㉔ = original LC (30-year improvement); LC = Lee-Carter.

1): the relative ratio to the monthly payment by using national life table.

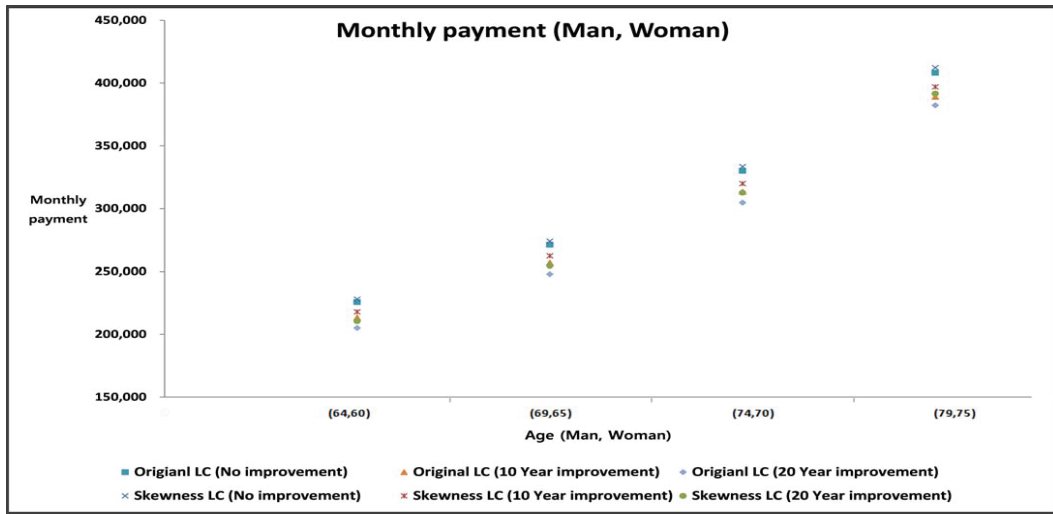
Table 3.6에서 상대도(relative ratio)는 ㉑ 생명표(국민생명표)의 사망확률을 적용한 월 지급금을 기준으로 ㉒, ㉓, ㉔에 의한 월 지급금들의 상대적인 비율을 나타낸 값이다. 즉, ㉑에서 1은 100%를 의미하고, Table 3.6 상의 가입자들 모두 월 지급금 크기가 ‘국민생명표 > 왜도 활용 LC 모형 > 전통적 LC 모형’ 순으로 낮아짐을 알 수 있다. 개선을 미적용(no improvement) 국민생명표라는 것은 2016년 단년도 국민생명표 상의 사망확률을 사용했다는 의미이며, 국민생명표-30년 개선율(30-year improvement)라는 것은 30년간만 장래 코호트 생명표를 사용했다는 의미로 60세 이상의 가입자에게는 거의 기대수명동안 코호트 생명표를 적용한 것과 유사한 결과일 것으로 예상된다. 월 지급금은 사망률이 높을 수록 높은 값을 가지기 때문에 이러한 월 지급금의 차이는 합리적인 결과라고 생각해볼 수 있다.

왜도예측 적용하여 사망률 개선효과를 완화(왜도 LC 추정)한 뒤 구한 월 지급금 값은 현행 방식(㉑)에 의한 월 지급금보다 낮아 연금 공급자가 부담하는 월 지급금의 감소효과를 기대해 볼 수 있으며, 전통적 LC 생명표의 한계점을 보완해주는 생명표로 생각해볼 수 있다. 따라서 다음으로 전통적 LC 모형에 의한 생명표와 왜도 활용 LC 모형에 의한 생명표를 활용한 실증분석 내용을 좀 더 심도있게 다루고자 한다.

현행 방식과 같이 가입 시점 기준의 국민생명표를 사용하는 경우보다 전통적 LC 모형에 의한 생명표를 사용한 경우 월 지급금이 낮은 값을 가짐에도 불구하고, 개선효과가 많이 반영되는 전통적 LC 모형에 의한 생명표 상 사망률을 주택연금 모형에 그대로 적용하기엔 한계가 존재할 수 있다. 그에 대한 보완책으로 Lee 등 (2016)에서 제안한 개선효과를 덜 반영하는 왜도 활용 LC 모형에 의한 생명표를 본 연구에서도 사용하여 주택연금 모형에 적용해 보았다. 이번에는 현행 방식의 대안으로 생각해 볼 수 있는 전통적 LC 모형, 왜도 활용 LC 모형에 의한 방법론만을 비교해 보고자 한다. 특히 장래 생명표들을 활용한 코호트 생명표 활용의 경우와 기간생명표 활용의 경우들에 대하여 다양한 예를 들어 비교 및 분석해 보고자 한다. 여기서는 LC 모형의 모수들을 추정하기 위해 1970-2015년 국민생명표를 사용하였다.

Figure 3.2를 통해 전통적 LC 모형에 의한 생명표를 적용할 때 보다 왜도 활용 LC 모형에 의한 생명표를 적용했을 때 월 지급금이 상대적으로 높게 산출되고 있음을 확인할 수 있었다. Table 3.7에서 ㉑, ㉓, ㉔(전통적 LC 모형)를 기준으로 ㉒, ㉔, ㉕(왜도 활용 LC 모형)를 비율로 비교하여 산출한 상대도 값을 확인할 수 있다. 왜도 활용 LC 모형에 의한 생명표를 적용한 월 지급금은 전통적 LC 모형에 의





**Figure 3.3.** The comparison of monthly payments by using predicted future mortality rates based on original LC model (unit: won).

**Table 3.7.** The comparison of monthly payments by using predicted future mortality rates based on original LC model and modified LC model

(Male, Female)		Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ	Ⓕ
(64, 60)	amount(won)	225,580	227,940	213,430	217,880	205,030	210,500
	relative ratio <sup>1)</sup>	1.000	1.010	1.000	1.021	1.000	1.027
(69, 65)	amount(won)	271,110	273,930	256,880	262,230	247,860	254,440
	relative ratio	1.000	1.010	1.000	1.021	1.000	1.027
(74, 70)	amount(won)	329,940	333,350	313,310	319,810	304,580	312,470
	relative ratio	1.000	1.010	1.000	1.021	1.000	1.026
(79, 75)	amount(won)	408,120	412,240	389,010	396,940	382,230	391,500
	relative ratio	1.000	1.010	1.000	1.020	1.000	1.024
(84, 80)	amount(won)	516,030	520,950	497,530	504,680	491,770	502,000
	relative ratio	1.000	1.010	1.000	1.014	1.000	1.021
(89, 85)	amount(won)	675,620	681,090	655,990	666,490	655,370	666,010
	relative ratio	1.000	1.008	1.000	1.016	1.000	1.016

Ⓐ = original LC (no improvement); Ⓑ = skewness LC (no improvement);

Ⓒ = original LC (10-year improvement); Ⓓ = skewness LC (10-year improvement);

Ⓔ = original LC (20-year improvement); Ⓕ = skewness LC (20-year improvement); LC = Lee-Carter.

1): the relative ratio to the monthly payment by using national life table.

한 생명표를 적용했을 때에 비해 항상 월 지급금이 높은 값을 가진다. 다시 말하자면, 사망률 개선을 상대적으로 과하게 반영하는 전통적 LC 모형에 의한 사망확률에 비해 왜도 활용 LC 모형에 의한 생명표상의 사망확률이 높게 산출되기 때문에 월 지급금 역시 높게 산출되는 것이다. 또한, 연령이 증가할수록 기대수명이 짧아지기 때문에 그만큼 월 지급금이 증가하게 되는데, 왜도 활용 LC 모형에 의한 사망확률은 연령의 증가에 따라 사망률 개선효과가 덜 반영되기 때문에 상대적으로 더 긴 기대수명이 월 지급금

을 증가시키는데 영향을 끼친다고 볼 수 있다. 또한 개선기간이 늘어날수록(코호트 생명표 사용 기간이 늘어날수록) 월 지급금이 적게 산출됨을 확인할 수 있다. 개선기간의 선택은 예측 오류를 어느 정도까지 감안할지에 대한 선택이기 때문에 본 연구에서 제시한 예시들을 비롯한 다양한 방법들을 활용하여 공급자가 선택하면 된다.

#### 4. 결론

주택연금과 같이 대출 종료 시점이 확정적이지 않은 보험상품은 보험사를 포함한 연금 공급자가 감당해야 하는 예측하지 못한 리스크가 잠재되어 있다. 본 연구는 주택연금 계리모형에 내재되어 있는 다양한 리스크들 중 특히 장수리스크 관리를 위한 방안으로 사망률 추정 방법론을 새롭게 제안하여 주택연금 계리모형에 적용하였다. 새로운 방법론이란 미래 사망률을 추정하는데 있어 가장 대표적으로 사용되는 모형인 Lee-Carter 모형에서 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 예측하는 기존 방법 대신 선행연구인 Lee 등 (2016)의 연구 방법론을 적용했다는 것을 의미한다. Lee 등 (2016)에서는 과거자료의 왜도로부터 미래 왜도 추세를 예측하고, 기존 방식으로 예측한 미래 왜도와 사망률 지수  $\kappa_t$ 와의 관계식을 도출하여 새로운 사망률 지수  $\kappa_t$ 를 간접적으로 예측하는 방식으로 본 논문에서는 ‘왜도 활용 LC 모형’이라 언급하였다. 전통적 LC 모형에서는 미래 사망률이 지나치게 개선되는 현상을 보이는 한계가 있기 때문에 이 값들을 사용하게 되면 주택연금의 월 지급금과 대출 종료 시점 추정 등에 있어 장수리스크를 왜곡하게 하는 요인으로 작용할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 전통적 LC 모형의 한계점을 보완하고자 사망률 개선 효과를 적절한 수준으로 보정하기 위해 사망확률 분포의 편중을 나타내는 왜도를 사용하여 장래의 사망확률 및 기대여명을 추정하는 왜도 활용 LC 모형을 활용하였다.

본 논문에선 기존 연구들과 달리 부부 가입을 가정하여 연생모형을 적용하였고, 전통적 LC 모형을 이용하여 추정된 생명표와 왜도 활용 LC 모형을 이용하여 추정된 생명표를 주택연금 계리모형에 적용하여 실증분석을 진행하였다. 그 결과 왜도 LC 생명표를 통해 구한 월 지급금이 전통적 LC 생명표 보다 사망률 개선효과를 덜 반영하게 되었기 때문에 그 값이 더 높게 산출되었다. 또한 기존 선행연구들과 현 주택연금모형에서 기간생명표를 활용하여 계산하는 방식이 아니라 코호트 생명표를 사용하여 계산하는 방식을 함께 포함하여 연금 공급자가 장수리스크 관리를 목적으로 다양한 선택이 가능한 옵션들을 제시하였다. 이러한 논문의 결과들은 연금의 수요자인 소비자(주택연금 가입자)에게는 합리적인 보험금(연금액)을 지급하고, 연금 공급자에게는 보증 손실이 지나치게 발생하지 않도록 장수리스크를 관리하여 실무적으로도 활용할 수 있는 이론적 기반이 될 것이다.

본 연구에서는 주택연금 모형에 내재된 리스크들 중 장수리스크 관리 방법에 중점을 두고 있다. 그러나 추가적으로 향후에 진행하고자 하는 연구 내용은 장수리스크 외에 다른 리스크들을 관리할 수 있는 방안에 대한 연구가 필요할 것이다. 만약 장수리스크 관리에 좀 더 중점을 둔다면 본 논문에서는 연생모형 적용 시 부부의 생사를 독립관계로 가정하였으나 두 피보험자의 종속성을 반영한 장기적인 사망률 변화 추세를 예측할 수 있는 모형 개발에도 관심을 가질 필요가 있다고 본다.

#### References

- Alho, J. (2000). Discussion of “The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extension and applications” by Lee, R., *North American Actuarial Journal*, **4**, 91–93.
- Baek, H., Lee, S., and Lee, H. (2013a). An analysis of a reverse mortgage using a multiple life model, *Korean Journal of Applied Statistics*, **26**, 531–547.
- Baek, H., Noh, J., and Lee, H. (2013b). Estimation of mortality and actuarial analysis applying Lee-Carter model, *Journal of the Korean Data Analysis Society*, **15**, 1553–1572.

- Hyndman, R. J. and Khandakar, Y. (2008). Automatic time series forecasting: the forecast package for R, *Journal of Statistical Software*, **26(3)**, 1–22.
- Hyndman, R. J. (2017). Forecast: Forecasting functions for time series and linear models. R package version 8.2.
- Jang, W. W., Eom, Y. H., and Kim, G. H. (2011). On the guarantee fee and monthly payments of the reverse mortgage loans: an application of the interest rate risk and longevity risk models, *Korean Insurance Journal*, **89**, 1–39.
- Jeong, S. H. and Kim, K. W. (2011). A comparison study for mortality forecasting models by average life expectancy, *Korean Journal of Applied Statistics*, **24**, 115–125.
- Ju, H. C. and Lee, H. (2014). The effect of mortality improvement on benefit reserves, *The Journal of Risk Management*, **25**, 3–33.
- Kim, G. (2006). Understanding actuarial model for reverse mortgage, Korea Housing Finance Corporation, *Monthly Housing Finance Report*, **6**, 20–35.
- Kim, S. (2011). Mortality forecasting for the Republic of Korea: the coherent Lee-Carter method, *Korea Journal of Population Studies*, **34**, 157–177.
- Kim, S. J. (2012). A study on the prediction of mortality rate using Lee-Carter model, *The Journal of Actuarial Science*, **4**, 47–66.
- Lee, H., Baek, C., and Kim, J. (2016). A modified Lee-Carter model based on the projection of the skewness of the mortality, *Korean Journal of Applied Statistics*, **29**, 41–59.
- Lee, R. D. and Carter, L. (1992). Modeling and forecasting US mortality, *Journal of the American Statistical Association*, **87**, 659–671.
- Lee, R. D. and Miller, T. (2001). Evaluating the performance of Lee-Carter method for forecasting mortality, *Demography*, **38**, 537–549.
- Li, N. and Lee, R. (2005). Coherent mortality forecasts for a group of populations? An extension of the Lee-Carter method, *Demography*, **42**, 575–594.
- Ma, S. (2007). The measurement of loan termination probabilities and reverse mortgage insurer's risks for the Korean reverse mortgage, Korea Housing Finance Corporation, *Monthly Housing Finance Report*, **2**, 19–35.
- Sung, J. (2010). A mortality-risk hedging portfolio strategy in whole-life insurance and Annuity, *Journal of Insurance Studies*, **21**, 3–36.

# 왜도 예측을 이용한 Lee-Carter 모형의 주택연금 리스크 분석

이항석<sup>a</sup> · 박상대<sup>b</sup> · 백혜연<sup>c,1</sup>

<sup>a</sup>성균관대학교 보험계리학과/수학과, <sup>b</sup>성균관대학교 보험계리학과,  
<sup>c</sup>한국보건사회연구원 사회보험연구실

(2017년 10월 23일 접수, 2017년 12월 26일 수정, 2018년 1월 30일 채택)

## 요약

주택연금은 계약기간이 확정되어 있지 않기 때문에 계약 종료 시점에 대한 확률분포 예측이 장수리스크 관리를 위하여 중요하다. 따라서 고령화의 주요인인 기대수명의 연장은 연금 재정건전성에 심각한 영향을 끼칠 수 있기 때문에 사망률의 개선 추세가 적절히 반영된 사망률 예측 연구가 선행될 필요가 있다. 본 연구에서는 Lee-Carter (LC) 모형과 연생모형을 이용하여 주택연금 계리모형에 사망률 개선 효과를 반영하였다. 전통적 LC 모형을 통한 사망률 예측 방식은 미래 사망률이 지나치게 개선되는 현상을 보이고 있기 때문에 사망률 개선효과를 조금 더 적절한 수준으로 보정하고자 본 연구에서는 사망확률 분포의 편중을 나타내는 왜도를 활용한 LC 모형을 적용하였다. 왜도 예측 방식을 LC 모형에 적용한 방법론을 사용하여 주택연금 월 지급금을 산출해본 결과 전통적 LC 모형의 사망률 예측보다 사망률 개선효과를 더 적게 반영하여 더 큰 월 지급금이 산출되었고, 왜도 활용 LC 모형에 의한 이러한 결과는 장수리스크를 덜 왜곡한다는 데 의의가 있다고 볼 수 있다. 본 연구 결과는 사망률 감소 추세를 적절하게 반영한 위험률을 계산하여 주택연금의 발행기관 및 보증기관의 적정한 월 지급금 지급과 차후 월 지급금의 과대지급으로 인한 지급불능을 방지할 수 있는 리스크 관리 방법으로 이용될 수도 있다.

주요용어: Lee-Carter 모형, 주택연금, 장수리스크, 사망률 예측, 왜도

<sup>1</sup>교신저자: (30147) 세종시 시청대로 370, 세종국책연구단지 사회정책동 한국보건사회연구원, 사회보험연구실 연금연구센터. E-mail: actsci100@hanmail.net