

## 담론적 관점에서 그래프 해석에 대한 분석틀 재구성 및 적용 -우리나라 수학 교과서와 미국 CMP 교과서 중심으로-

김 원(고려대학교 대학원 학생)  
최상호(고려대학교 연구교수)  
김동중(고려대학교 교수)<sup>†</sup>

### I. 서론

담론적 관점(discursive approach)<sup>1)</sup>에서 수학적 사고는 담론의 개발 과정에서 발달되는데 이 과정에서 단어와 시각적 매개체와 같은 의사소통 도구들의 통합적 사용을 통해 의미가 형성된다(Vygotsky, 2011; Wittgenstein, 1953/2003). 따라서 학생들이 수업 과정에 참여하여 이러한 도구들을 바탕으로 담론을 개발할 수 있도록 언어적 측면을 고려한 학생 친화적 교과서를 개발하는 것은 매우 중요하다(도중훈, 2016; Lappan, Phillips, Fey, & Friel, 2014a; Park, 2016).

또한, 담론의 개발은 특정한 상황적, 사회 문화적 맥락 안에서 이루어지고, 의사소통 도구들은 이러한 맥락의 속성을 반영하므로, 도구의 선택과 사용은 근본적으로 이를 통해 발생되는 수학적 의미(Halliday, 1978) 그리고 교사와 학생의 공유된 인식(Hersh, 1997)에 영향을 준다. 따라서 맥락이 다른 국내·외 교과서에서 사용된 단어와 시각적 매개체 사용의 다양성을 바탕으로 수학 교과서 담론의 의미 생성에 대한 통찰을 얻는 것은 중요하다(Alshwaikh, 2016).

이러한 중요성을 바탕으로 단어와 시각적 매개체 사용과 관련하여 국내·외 수학 교과서를 분석한 연구들(김정원, 권성룡, 2017; 박종희, 이수진, 2018; 장혜원 외, 2017; 허난, 안은경, 고희경, 2011)이 있었다. 이들은 대부분 소수, 기울기, 함수 등과 같은 특정 수학 개념에 대한 이해를 목적으로 용어의 정의 또는 설명 방식, 표상의 종류 또는 사용 방식을 조사하여 수학적 표현의 다양성 측면에서 교수·학습에 도움을 줄 수 있는 시사점을 제공하였다. 그러나 의미 생성의 도구로서 단어와 시각적 매개체가 학생들의 수학적 활동 수행과 문제 대처 역량 그리고 학생들이 형성하는 수학에 대한 인식과 학문의 주체로서의 인식에까지 영향을 줄 수 있음에도 불구하고(Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016) 단지 단어와 시각적 매개체 사용 방식의 특징만 비교하였다는 제한점이 있다.

이러한 제한점을 보완하기 위해서 의사소통학적 접근(communicational approach)<sup>2)</sup>과 사회기호학(social semiotics)<sup>3)</sup>(Bezemer & Kress, 2008)이 통합된 담론적

\* 접수일(2018년 10월 18일), 수정일(2018년 11월 9일), 게재확정일(2018년 11월 10일)

\* ZDM분류 : U23

\* MSC2000분류 : 97U20

\* 주제어 : 의사소통학적 관점, 사회기호학, 담론적 관점, 교과서 분석, 그래프 해석

† 교신저자

1) 담론적 관점은 The Evolution of the Discourse of School Mathematics 프로젝트에서 수학 담론 분석을 위한 이론적 틀을 개발함에 있어 사회기호학과 의사소통학적 관점을 바탕으로 조작적으로 정의된 용어를 사용하였다.

2) Sfard(2008)은 수학적 사고를 의사소통의 한 유형으로 보고 담론이 개발되는 과정에서 개념화될 수 있다고 주장한다. 여기서 담론이란 단어(word) 및 시각적 매개체(visual mediators) 같은 의사소통 도구들의 특성이 반영된 의사소통의 형식으로서 담론이 개발될 때 단어 및 시각적 매개체의 사용 방식에 따라서 루틴(routines)과 수학적 서술들(narratives)과 같은 담론의 특성이 결정된다. 루틴은 의사소통의 패턴을 의미하고, 수학적 서술들은 담론에 참여한 대상과 그들 관계에 관한 서술이다.

3) 사회기호학은 체계 기능 언어학(systemic functional linguistics, SFL)(Halliday, 1985/2004)을 바탕으로, 언어 사용의 사회적 맥락성을 강조하여 맥락에 따른 언어적 체계 및 의미 생성에 초점을 두고 연구하였다. 이때, 체계(system)란 언어적 선택 방식으로써 사용을 통해 지속적으로

관점에서 교과서 담론의 의미를 분석할 필요가 있다. 왜냐하면, 두 이론의 통합은 수학에서 언어적 형식의 변화가 학생들이 언어를 사용하는 방식과 수학적 사고의 방식 및 가능성에 영향을 끼친다는 공통적인 주장을 바탕으로 이루어지는데, 이론적으로는 수학적 대상의 생성과 존재에 관한 학생들의 이해를 넓혀(Park, 2016) 개념적 이해에 도움을 줄 수 있고, 방법론적으로는 교과서 담론의 의미 분석이 가능하도록 단어와 시각적 매개체 같은 의사소통 도구의 기능에 대한 문법적, 기호 체계적 지표를 포함한 분석틀을 제공할 수 있기 때문이다(박종훈, 2015; Alshwaikh, 2016; Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016).

이러한 중요성과 필요성을 바탕으로 본 연구에서는 담론적 관점에서 그래프 해석에 대한 우리나라 교과서와 The Connected Mathematics Project(CMP) 교과서 담론을 분석하여 교과서 개선의 시사점을 주고자 한다. 그런데 교과서 담론의 의미는 단어와 시각적 매개체 같은 의사소통 도구들을 바탕으로 생성되므로 실제 교과서 담론을 분석하기 이전에 두 교과서 담론의 언어적 차이에 대한 이슈를 해결할 필요가 있으므로 국외 선행 연구의 분석틀을 재구성하고 이를 바탕으로 수학 교과서 담론의 의미를 분석하여 향후 교과서 개발에 시사점을 제공하고자 한다.

## II. 이론적 배경

수학 교과서 담론에서의 의미는 수학적 의미와 학생-저자의 관계적 의미로 구분할 수 있고, 수학적 의미는 단어와 시각적 매개체가 개별적으로 생성하는 관념적 의미와 그들이 구조적으로 배열되고 통합되는 방식에서 생성되는 구조적 의미가 포함된다(Morgan & Sfard, 2016).

### 1. 단어 및 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미

#### 1) 관념적 의미

관념적 의미는 언어라는 도구를 통해 우리의 경험을 해석한 결과이다(Halliday & Mathiessen, 1999). 그런데 수학 교과서 담론의 의미는 수학의 원천적 의미를 단어와 시각적 매개체 같은 의사소통 도구들의 사용을 바탕

로 수정 가능한 기능적 속성이다.

으로 재해석한 것이므로 관념적 의미로 볼 수 있다. 그리고 수학 교과서의 담론은 대부분 실행 대상, 그리고 대상의 생성 및 속성과 관련되므로 관념적 의미는 수학적 대상의 전문화(specialization) 및 대상화(objectification)와 밀접한 관련이 있다(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016).

전문화는 수학이라는 학문에서 특수하게 사용되는 단어와 시각적 매개체의 사용을 나타낸다. 원천적으로는 동일한 의미라도 서로 다른 단어와 시각적 매개체를 사용하면 다양한 의미가 생성될 수 있다. 특히 수학적으로 전문화된 대상에는 수학 공동체에서 공식적으로 정의된 것과 그렇지 않지만 관습적으로 사용되는 대상들 그리고 그들의 체계까지 포함한다(Morgan & Sfard, 2016). 이러한 대상들은 상징성과 논리성을 내포하므로 담론의 밀도를 높인다는 특징을 갖는다(O'Halloran, 2015). 따라서 수학 교과서 담론에서 사용된 전문용어와 시각적 매개체의 종류, 그리고 교과서 담론의 전문화 정도는 관념적 의미에 영향을 준다(Morgan & Sfard, 2016).

대상화<sup>4)</sup>는 수학 담론에서 과정 및 활동에 관한 서술이 대상으로 변환되는 담론적 이동(discursive moves)을 의미한다(Sfard, 2008). 전수경과 조정수(2015)는 수학 교과서에서 '이차함수와  $x$ 축이 두 점에서 만난다.'라는 과정의 서술이 '이차함수의 그래프와  $x$ 축과의 교점'이라는 명사화<sup>5)</sup>를 통하여 대상화될 수 있다고 하였는데 이 때 '만난다'는 일시적 현상이 '교점'이라는 영구적이고 개념이 압축된 대상으로 변환될 수 있다. 또한, 수학 교과서 담론에는 과정이 압축된 도형, 그래프, 다이어그램과 같은 시각적 매개체가 사용되고, 그러한 시각적 매개체에는 특유의 기호 시스템이 사용되는데 이는 수학적 의사소통에서 매우 중요한 역할을 하므로(Alshwaikh, 2011; O'Halloran, 2005) 이러한 중요성을 바탕으로 최근 대상화와 관련된 관념적 의미에 관한 연구는 시각적 매개체

4) Sfard(2008)의 대상화(objectification)는 수학 담론의 필수적이며 고유한 과정으로서 사물화(reification)와 탈인간화(alienation)를 포함하지만 본 연구에서는 묘사된 참여자들(Represented Participants)의 관계 측면에서 사물화만 다루기 때문에 대상화에서 탈인간화를 제외하고, 대상화와 사물화를 같은 의미로 사용하였다.

5) 명사화(nominalization)는 동사로 표현된 것을 명사가 포함된 문법 구조로 표현하는 문법적 은유를 의미한다(박종훈, 2007).

까지 확장되었다(Kress & Van Leeuwen, 2006). 그런데 수학 교과서 담론에서 대상화된 단어 및 시각적 매개체를 사용한다면 효율적인 의사소통이 가능하지만 압축된 개념과 조밀한 구조에 대한 학생들의 서로 다른 해석의 가능성이 있고, 수학의 사회·문화적 본질에 대한 인식이 어려울 수 있다는 제한점이 있다(Morgan & Tang, 2016).

## 2) 구조적 의미

수학 교과서 담론에서 단어와 시각적 매개체의 사용을 통해 생성된 의미는 각각의 도구들이 개별적으로 생성하는 관념적 의미와 그들의 통합 관계를 통해 생성되는 구조적 의미로 구분 할 수 있다. 그리고 구조적 의미는 의사소통 도구들의 정교화(elaboration) 또는 확장(extension)같은 상호 통합 방식 측면에서 생성되는 의미와 그들의 배열순서와 구조 측면에서 생성되는 의미를 포함한다.

수학 담론은 각각의 의사소통 도구들이 통합된 체계를 이루는 다중양식(multimodal)적 특성을 가지므로(O'Halloran, 2015) 그들의 통합 방식을 이해하는 것은 수학적 의미의 구조에 관한 이해와 연결된다(Alshwaikh, 2016). 이는 SFL 관점의 텍스트적 의미(textual meaning)로 볼 수 있는데 텍스트적 의미란, 교과서에 사용된 단어와 시각적 매개체가 구현한 의미가 구조, 순서, 효과 측면에서 연결되고, 조직되는 방식의 선택에 따라 생성되는 서로 다른 의미이다(Morgan & Sfarid, 2016). 이러한 의미는 교과서 정보들의 연결성 및 구성 방법과 관련된다(Alshwaikh, 2011; Halliday, 1985/2004).

‘그래프 해석’은 함수 이해의 토대가 되는 개념으로서 함수의 번역 활동인 해석하기와 스케치하기 활동이 연결성 있게 구성되어야 학생들에게 그래프의 효율성과 역할을 이해하는 기회를 제공할 수 있다(김남희 외, 2016; Janvier, 1987). 그러므로 이러한 활동들의 배열순서 및 구조는 학생들의 함수 개념 이해와 관련된 구조적 의미와 관련이 있다.

## 2. 학생-저자의 관계적 의미

단어와 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미는 수학의 내용과 구성 방식 측면으로서 정보 제공 목적에서

매우 중요한 요소이다. 그런데 교과서는 단지 정보만 제공하는 것이 아니라 학생 스스로 학문의 주체 및 수학 공동체의 일원으로 인식을 변화시키고 능동적인 참여자가 되도록 하는 것을 목적으로 한다(교육부, 2015).

이런 측면에서 SFL의 대인관계적 의미(interpersonal meaning)는 학생-저자의 관계에 대한 이론 및 방법론을 제공한다(Halliday, 1985/2004). 대인관계적 의미란 담론에서 상호작용적 참여자(interactive participants)<sup>6)</sup>인 학생-저자의 관계에서 생성되는 의미로서 의사소통 참여자의 정체성 및 태도, 그들의 상호작용과 관련되어 참여자들의 위치, 권위를 나타낸다. 이는 교과 내용의 해석 방식에 영향을 주고(Halliday, 1985/2004; Kress & Van Leeuwen, 2006) 교과서 저자의 역할(예: 학생 친화적 안내자, 권위적 명령자, 문제 해결 방법의 발견자 등) 설정에 영향을 주어 학생 인식의 변화까지 일으킬 수 있다(박중훈, 2015; Morgan & Sfarid, 2016).

이러한 관계적 의미는 담론에서 언어의 어휘 문법적 지표를 통해 분석할 수 있다. 예를 들면, 학생의 위치에 대한 정보는 ‘we’와 같은 인칭 대명사의 사용(use of personal pronouns)을 통해 공동체에 소속되었는지 아닌지 분석 가능하고, 학생과 저자의 권위에 대한 정보는 질문법(interrogative), 명령법(imperative)과 같은 문장의 서법(mood)을 통해 상호작용 관계에서 누구에게 권위가 주어지는지 분석 가능하다(Morgan & Sfarid, 2016).

본 연구의 목적은 이러한 의미에 대한 국내·외 교과서의 담론을 분석하여 우리나라 수학 교과서 개선을 위한 시사점을 도출하는 것이다. 이를 위해 우선적으로 서로 다른 언어로 기술된 교과서를 동일한 기준으로 분석하기 위하여 분석틀을 재구성하고, 그 다음에 ‘그래프 해석’에 대한 두 교과서 담론을 분석하였다. 그래프 해석을 선택한 이유는 그래프 해석 및 구성 과정은 언어적 대상과 시각적 매개체의 번역 활동을 바탕으로 하고, 이런 활동은 함수 학습의 기초적 이해를 형성하므로 매우 중

6) 교과서 담론에서 참여자는 교과서에서 묘사된 사람, 장소, 사물 등이 포함된 묘사된 참여자(Represented Participants)와 교과서를 매개로 의사소통하는 교과서 저자들과 학생 또는 교사들이 포함된 상호작용적 참여자(Interactive Participants)로 구분할 수 있다. 그리고 그들 사이의 관계는 표상된 참여자들, 표상된 참여자와 상호작용적 참여자, 상호작용적 참여자들 간의 관계가 포함된다(Kress & Van Leeuwen, 2006).

요하기 때문이다(김남희 외, 2016). 이러한 목적에 따른 연구 질문은 다음과 같다.

- 연구 질문1. 담론적 관점에서 우리나라 교과서와 미국 CMP 교과서의 ‘그래프 해석’을 분석하기 위한 분석틀은 어떠한가?
- 연구 질문2. 우리나라 교과서와 미국 CMP 교과서의 ‘그래프 해석’에서 단어와 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미(관념적 및 구조적 의미)와 학생-저자의 관계적 의미는 어떠한가?

### III. 연구방법

#### 1. 국내·외 교과서 및 단원 선정

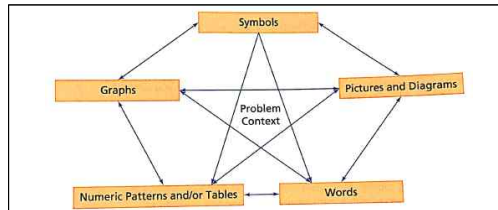
본 연구의 목적에 따라 담론적 관점에서 시사점을 도출할 수 있는 국내·외 교과서를 선정하였다. 국외 교과서는 미국의 국가수준 수학과 교육과정 CCSSM(Common Core Standards for Mathematics)이 반영되어 2014년도에 개정된 CMP(Connected Mathematics Project)3 교과서를 선정하였다. 선정 근거는 첫째, 학생 참여 중심 교과서로 볼 수 있기 때문이다. CMP 교과서는 실생활 맥락을 바탕으로 탐구 과제를 제공하고 학생이 해결하는 과정에서 수학적 아이디어를 형성할 수 있도록 하고, 교사와 학생이 역동적으로 상호작용하는 실제 수업 과정에서 학생 이해의 발달 측면에 초점을 두고 개발되었다. 둘째, 수학 교과서 담론의 중요성을 고려하였기 때문이다. 언어적 측면에 대한 중요성을 바탕으로 [그림 1]과 같이 실제 교과서 개발에서 구체적인 개선안을 마련하고 적용하였다. 셋째, 문제 해결에서 표상의 다양성을 고려하였기 때문이다. [그림 2]과 같이 문제 상황 맥락에서 학생의 수학적 담론을 촉진하기 위한 다섯 가지 표상을 고려하였다. 이를 바탕으로 문제 해결과 같은 수학적 과정에 참여할 수 있도록 제안하였다(Lappan et al., 2014a).

국내 교과서는 2015 개정 수학과 교육과정이 반영된 중학교 수학1 교과서 10종 중 본 연구의 목적에 따라 국내·외 교과서 내용의 구성 및 과제의 유형의 동일성을 최대한 가정할 수 있는 교과서를 선정하였다. 그 결과 [표 1]과 같이 CMP3 6학년 교과서 ‘Variables and

Guideline	Original Text	Simplified Version												
1. Use short sentences and eliminate extraneous material.	Samuel is getting a snack for himself and his little brother, Adam. There are two candy bars in the refrigerator. Samuel takes half of one candy bar for himself and half of the other candy bar for Adam. Adam complains that Samuel got more. Samuel says this isn't true, since he got half and Adam got half. What might be the problem?	Sam and Adam have two candy bars. Sam eats half of one candy bar. Sam gives Adam half of the other candy bar. Adam is mad. He thinks Sam has more candy. What is the problem?												
2. Change pronouns to nouns.	Jorge made two graphs but he forgot to label them.	Jorge made two graphs. Jorge forgot to label the graphs.												
3. Underline key points or vocabulary.	<b>Problem 1.1</b> A. How are the graphs alike? How are the graphs different? B. How can you use the graph to find the total number of letters in all of the names? C. Collect the data for your class and use graphs to represent the data distribution.	<b>Problem 1.1</b> A. How are the graphs alike? How are the graphs different? B. How can you use the graph to find the total number of letters in all of the names? C. Collect the data for your class and use graphs to represent the data distribution.												
4. Turn narratives into lists.	Look back at the graphs that you have made in this Unit. Find several graphs that show relationships in which y both increases and decreases as x increases. Describe each graph in words.	Look at the graphs you made. A. Find a graph where y increases and x increases. B. Find a graph where y decreases and x increases. C. Use words to describe each graph.												
5. Use charts and diagrams.	Maria has \$25.00 in the bank. She mows the lawn each week and earns \$5.00 each time. Suzanna only has \$15.00 in the bank. She babysits her little brother for \$2.00 each weekday. Maria spends \$3.00 each week to go to the basketball game with her friends. Suzanna spends \$4.00 each week to go to the movies.	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Bank</th> <th>Earns</th> <th>Spends</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Maria</td> <td>\$25.00</td> <td>\$5.00/wk</td> <td>\$3.00/wk</td> </tr> <tr> <td>Suzanna</td> <td>\$15.00</td> <td>\$2.00/day</td> <td>\$4.00/wk</td> </tr> </tbody> </table>		Bank	Earns	Spends	Maria	\$25.00	\$5.00/wk	\$3.00/wk	Suzanna	\$15.00	\$2.00/day	\$4.00/wk
	Bank	Earns	Spends											
Maria	\$25.00	\$5.00/wk	\$3.00/wk											
Suzanna	\$15.00	\$2.00/day	\$4.00/wk											

[그림 1] 언어를 단순화하기 위한 5가지 지침(Lappan et al., 2014a)

[Fig. 1] Five Guidelines for Simplifying Language (Lappan et al., 2014a)



[그림 2] 다섯 가지 표상(Lappan et al., 2014a)

[Fig. 2] Five Representations Star(Lappan et al., 2014a)

Patterns’ 단원의 소단원 ‘What’s the Story? Interpreting Graphs’의 내용의 구성(도입 설명, 예제, 문제), 과제의 유형(언어적 표현에 적합한 그래프를 찾기)이 유사한 우리나라 교과서 1종(김원경 외, 2018)을 선정하였다. 물론 [표 1]과 같이 각 교과서에 반영된 학습목표 및 교수·학습 유의사항은 다소 차이가 있었지만 다양한 상황을 일상 언어(스토리), 표, 그래프로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동 바탕으로 그래프 해석을 지도하도록 명시하였다는 점이 같으므로 두 교과서를 본 연구의 대상으로 선정하였다.

[표 1] 국내·외 교과서 단위 및 학습 목표  
[Table 1] Textbook units and learning goals

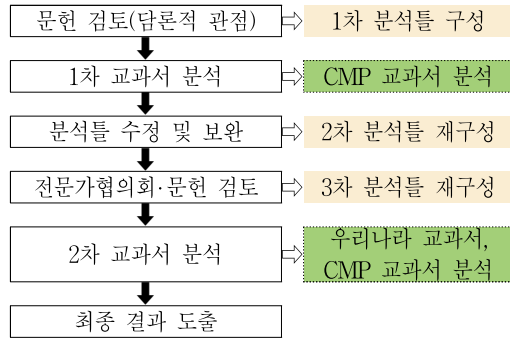
	중학교 수학1 (김원경 외, 2018)	CMP3 Grade6 (Lappan et al., 2014b)
단 원 명	III. 좌표평면과 그래프 1. 좌표와 그래프 02. 그래프와 그 해석 : 다양한 상황을 나타내는 그래프를 어떻게 해석할까?	Variables and Patterns 2.4 What's the Story? 'Interpreting Graphs'
학 습 목 표 및 교 수 · 학 습 유 의 사 항	<ul style="list-style-type: none"> <li>[9수03-02] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.</li> <li>그래프는 증가와 감소, 주기적 변화 등을 쉽게 파악할 수 있게 해 준다는 점을 인식하게 한다.</li> <li>다양한 상황을 일상 언어, 표, 그래프, 식으로 나타내고 이들 사이의 상호 변환 활동을 하게 한다.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpret the 'stories' told by patterns in tables and coordinate graphs of numeric <math>(x, y)</math> data;</li> <li>Investigate situations that change over time</li> <li>Examine increasing and decreasing patterns of change</li> <li>Explore relationships to become familiar with graphing in all in four quadrants</li> </ul>

2. 연구 절차

본 연구의 궁극적인 목적은 담론적 관점에서 우리나라 교과서 개선의 시사점을 주는 것이므로 먼저 우리나라 교과서와 미국의 CMP 교과서 담론의 언어적 이슈 해결을 위한 분석틀을 재구성하고, 이를 바탕으로 각 교과서에 적용하여 교과서 담론의 의미를 분석하였다. 본 연구의 절차는 다음과 같다.

첫째, 담론적 관점과 그 토대가 되는 의사소통학적 접근 및 사회기호학 관점에 관한 국내·외 문헌(예: 박종훈, 2007; 전수경, 조정수, 2015; Alshwaikh, 2016; Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016; Sfard, 2008)을 바탕으로 본 연구의 목적에 맞도록 수정 및 재구성하여 1차 분석틀을 구성하였다. 둘째, 1차 분석틀은 대부분 국외 선행 연구를 바탕으로

개발되었으므로 영어를 기본 언어로 사용한 교과서 담론을 분석하기에 적합하였기 때문에 미국 CMP 교과서에 적용 분석하였다. 셋째, 그 결과를 바탕으로 분석틀을 수정 및 보완하여 2차 분석틀을 재구성하였다. 넷째, 한국어로 기본 언어로 사용한 우리나라 교과서에 적용하기에는 제한점이 있었기 때문에 이를 해결하기 위해서 수학 교육전문가 2인과 연구자로 구성된 전문가협의회를 통해 우리나라 교과서 담론에 적합한 분석틀로 변환하기 위한 논의를 하였고, 국내·외 교과서 분석에 대한 선행 연구(예: 김정원, 권성룡, 2017; 김판수, 2011; 박종희, 이수진, 2018; 변희현, 2011; 장혜원 외, 2017; 허난 외, 2011) 검토를 하였다. 그 결과 언어적 차이가 반영되어 우리나라와 미국의 교과서를 모두 분석할 수 있는 3차 분석틀을 재구성하였다. 다섯째, 이 분석틀을 우리나라 수학 교과서와 미국 CMP 교과서에 적용 분석하여 최종 연구 결과를 도출하였다([그림 3] 참고).



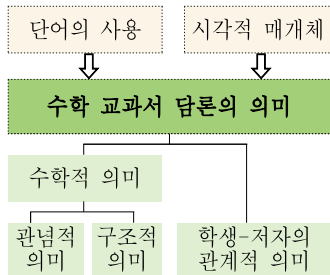
[그림 3] 연구 절차  
[Fig. 3] Research procedure

3. 분석의 개요

본 연구의 분석틀은 담론적 관점을 바탕으로 The Evolution of the Discourse of School Mathematics(이하 EDSDM) 프로젝트에서 개발된 분석틀(Morgan & Sfard, 2016)을 우리나라 교과서의 언어적 맥락에 맞게 수정 및 재구성하였다. 분석틀의 구성 요소 및 정의는 연구 결과로 도출되었고, 여기서는 전반적인 분석의 개요를 바탕으로 이후 연구 결과에 대한 이해를 돕고자 한다.

본 연구에서는 [그림 4]처럼 단어와 시각적 매개체가 생성하는 수학 교과서 담론의 의미를 크게 수학적 의미 측면과 참여자들(학생-지자)의 관계 측면으로 구분하여

분석하였다. 수학적 의미는 수학적 ‘실제’가 교과서 담론에서 실현된 내용 및 구조와 관련된 의미로서 수학 내용 측면의 관념적 의미, 단어와 시각적 매개체의 통합적 측면의 구조적 의미로 구분하였다. 관념적 의미는 단어와 시각적 매개체의 전문화와 대상화 측면에서 분석하였고 구조적 의미는 그들의 통합 방식, 배열순서를 바탕으로 글의 구조를 분석하였다. 학생-저자의 상호작용 측면에서 실현되는 관계적 의미는 학생과 수학 공동체의 관계에서 학생의 위치에 대한 의미, 학생-저자의 권위 분배 측면에 대한 의미로 구분하여 분석하였다(Morgan & Sfard, 2016).



[그림 4] 분석의 개요  
[Fig. 4] Overview of analysis

교과서 담론에서 텍스트의 분석 단위는 음운, 형태소, 어휘소, 문장 등이 있는데(전영옥, 2006) 본 연구에서는 교과서에 포함된 모든 문장과 문장에 포함된 명사를 분석 단위로 하였다. 시각적 매개체의 분석 단위는 기호 및 숫자, 표, 그래프, 다이어그램 등이 있는데 그래프 해석 특성상 기호 및 숫자의 사용이 거의 없었으므로 표, 그래프, 다이어그램, 삽화를 분석 단위로 하였다.

#### IV. 결과 분석 및 논의

##### 1. 담론적 관점의 분석틀 재구성

본 연구에서는 담론적 관점에서 수학 교과서 및 시험의 담론을 분석한 선행 연구들(Alshwaikh, 2016; Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016)을 바탕으로 그래프 해석에 대한 수학 교과서 담론 분석틀을 수정 및 재구성하였다.

1) 단어 및 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미에 대한 분석틀

##### (1) 관념적 의미 분석틀

관념적 의미는 수학 내용에 관련된 의미로서 ‘그래프 해석’에 대한 수학 교과서 담론에서 단어의 사용과 시각적 매개체가 생성하는 의미를 분석하기 위하여 전문화와 대상화 측면에서 선행 연구 분석틀의 범주를 축소하여 [표 2]와 같이 재구성하였다.

그 결과 첫째, 전문화 측면에서는 전문 용어와 시각적 매개체의 사용 및 특징을 포함하였다. 수학 교과서 담론은 교과 특수적으로 사용되는 용어 또는 그래프, 표, 차트 등의 시각적 매개체, 그리고 대상들이 이루는 체계를 포함하는 것이 특징이며 이러한 전문 용어 및 시각적 매개체의 사용을 통해 전문화의 정도와 교과서 담론의 수학적 의미에 대한 특징을 조사할 수 있다(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016). 특히 EDSM 프로젝트 결과 시험 담론에 사용된 단어와 관련된 수학 영역의 특징이 교육과정의 초점을 반영한 것처럼(Morgan & Tang, 2016) 수학 교과서 담론에서 사용된 수학 용어와 관련된 내용 영역을 통해서 각 교과서 담론에 반영된 교육과정의 초점을 분석할 수 있을 것으로 보인다. 따라서 재구성된 분석틀에서는 단어의 사용에 대한 분석 지표로서 수학 공동체에서 정의된 용어(명사)와 그 용어와 관련된 수학 영역을 포함하였다. 그리고 시각적 매개체 측면의 분석 지표로서 그래프 해석을 위해 사용된 다이어그램, 표, 그래프, 삽화 등을 포함하였다.

둘째, 대상화 측면은 교과서 담론에서 대상화되어 사용된 단어 및 시각적 매개체의 종류와 그 특징을 포함하였다. 대상화는 학생들의 담론 개발 과정에서 과정을 대상으로 변환하는 담론적 이동으로서 생성된 대상은 이후 담론 개발 과정의 참여자가 된다(Sfard, 2008). 또한, 대상에 대한 정보의 가치 측면에서 일반적으로 담론에서는 중요도가 높은 과정적 정보를 요약 및 압축하므로(소지영, 2016) 수학 교과서 담론에서 대상화되어 사용된 단어와 시각적 매개체는 담론의 핵심이 되는 수학적 대상으로 볼 수 있다. 그리고 교과서 담론에서 대상화되어 사용되는 단어를 만들기 위해서 언어적, 문화적 맥락에 따라 문법적으로 다양한 방식을 활용하므로(김원, 최상

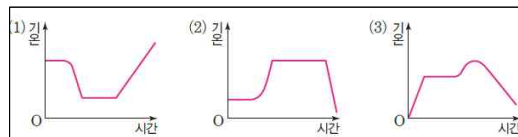
[표 2] 단어와 시각적 매개체 사용을 통한 관념적 의미 분석틀

[Table 2] Analytic framework for ideational meanings by the use of words and visual mediators

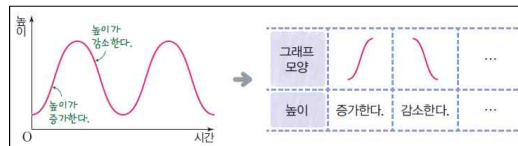
	단어의 사용		시각적 매개체	
	분석 안내 질문	텍스트 지표	분석 안내 질문	텍스트 지표
전문화	교과서에서 사용한 전문 용어의 특징은 어떠한가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>수학 용어(명사)</li> <li>수학 용어와 관련된 내용 영역(수와 연산, 문자와 식, 함수, 기하, 확률과 통계)</li> </ul>	교과서에서 사용한 시각적 매개체의 특징은 어떠한가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>그래프 해석을 위해 사용된 다이어그램, 표, 그래프, 삽화 등</li> </ul>
대상화	대상화되어 사용된 단어 사용의 특징은 어떠한가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>대상화되어 사용된 단어(명사), 그 단어가 포함된 서술의 특징</li> <li>대상화되어 사용된 단어의 생성 방식                             <ul style="list-style-type: none"> <li>명사화(nominalisation): 문법적 메타포를 사용하여 동사를 명사로 변환함</li> <li>과정을 대상으로 압축한 새로 정의된 단어(예: 함수, 수열) 사용함</li> </ul> </li> </ul>	대상화되어 사용된 다이어그램 사용의 특징은 어떠한가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>개념적 또는 내러티브 다이어그램</li> <li>그래프의 특징                             <ul style="list-style-type: none"> <li>형태</li> <li>사분면의 활용</li> <li>정보제공 또는 요구(원점, 변수명)</li> </ul> </li> </ul>

호, 김동중, 2018; Morgan & Sfard, 2016) 우리나라 교과서와 CMP 교과서 담론의 언어적 차이가 드러나는 중요한 요소로 볼 수 있다. 따라서 재구성된 분석틀에서는 단어의 사용에 대한 분석 지표로서 대상화되어 사용된 단어와 생성 방식, 그리고 그 단어가 포함된 서술의 특징을 포함하였다. 생성 방식은 ‘회전하다’라는 동사를 ‘회전’으로 바꾸는 것처럼 문법적 은유(grammatical metaphor)를 통한 명사화 방식과 ‘함수’, ‘수열’과 같이 새로운 전문용어를 정의하는 방식으로 구분할 수 있다.

그리고 시각적 매개체 측면의 분석 지표로서 다이어그램의 유형과 그래프의 특징을 포함하였다. 수학 교과서 담론에서 사용된 다이어그램은 시간성 또는 방향성을 표현하는 벡터 또는 화살표를 사용하여 과정에 대한 정보를 내포한 내러티브 다이어그램과 이런 지표가 전혀 사용되지 않은 개념적 다이어그램으로 구분할 수 있다(Kress & Van Leeuwen, 2006). 그중 개념적 다이어그램은 대상화되어 사용되었다고 볼 수 있다. 예를 들어 우리나라 수학 교과서를 보면, [그림 5]는 어떤 과정을 묘사하기보다는 수학적 대상으로서 추상화된 그래프이므로 개념적 다이어그램으로 볼 수 있고, [그림 6]은 그래프 해석 과정을 표로 나타내는데 그래프와 표의 방향성을 화살표로 나타내었고, 기호 ‘...’를 사용하여 시간에 따라 그래프의 주기적 변화를 표현하였으므로 과정을 묘사한 내러티브 다이어그램으로 볼 수 있다.



[그림 5] 개념적 다이어그램 예시(김원경 외, 2018)  
[Fig. 5] Conceptual diagram(Kim et al., 2018)



[그림 6] 내러티브 다이어그램 예시(김원경 외, 2018)  
[Fig. 6] Narrative diagram(Kim et al., 2018)

한편 [그림 5]의 예시처럼 그래프는 기호적 체계를 바탕으로 개념과 구조를 내포하고 이를 통해 수학적 의미를 생성하는 도구이므로(O'Halloran, 2015) 그래프의 형태, 좌표평면에서 사분면의 활용, 축에 표기된 변수명, 원점 등을 통해 제공된 정보들을 분석틀에 포함하였다.

(2) 구조적 의미 분석틀

관념적 의미의 분석틀은 ‘그래프 해석’에서 사용된 단어와 시각적 매개체에 관한 것이고, 구조적 의미의 분석틀은 이들이 어떠한 순서와 구조를 통해 의미를 구현하



고 그 과정에서 상호 간에 어떻게 통합되었는지에 관한 것이다. 답론적 접근에서 그래프 해석의 구조적 의미를 분석하기 위해서 그래프 해석 활동의 두 가지 유형, 해석하기와 스케치하기 활동의 순서와 구조, 그 안에서 언어적 대상과 시각적 매개체의 통합 관계를 [표 3]처럼 분석틀에 포함하였다.

[표 3] 구조적 의미 분석틀  
[Table 3] Analytic framework for structural meaning

	단어·시각적 매개체	
	분석 안내 질문	텍스트 지표
순서와 구조	그래프 해석 활동 유형의 순서와 구조는 어떠한가? ▶[분석 범주 추가]	• 해석하기, 스케치하기
통합 관계	언어적 대상과 시각적 매개체의 통합 관계는 어떠한가? ▶[의미의 재해석]	• 정교화, 확장

첫째, 순서와 구조는 그래프 해석의 바탕이 되는 상보적 번역 활동(김남희 외, 2016)을 본 연구의 목적에 따라 추가하였다. 일반적으로 그래프 해석은 그래프와 상황·언어적 기술 간의 번역 활동으로 볼 수 있는데 학습의 효과성 측면에서 쌍방향의 번역 과정에 대한 상보성이 중요하므로 그래프 해석하기 활동(그래프→상황·언어적 기술)과 스케치하기 활동(상황·언어적 기술→그래프)은 연결성 있게 실행되어야 한다(Janvier, 1987). 또한, 그래프 해석하기와 스케치하기는 함수 개념 이해의 기초가 되므로 학생이 직접 이를 경험할 필요가 있다(김남희 외, 2016). 두 교과서 모두 이러한 중요성과 필요성이 반영되어 ‘그래프 해석’은 해석하기와 스케치하기 활동을 바탕으로 구성되었으므로 두 활동을 분석 지표로써 사용하였다.

둘째, 언어적 대상과 시각적 매개체의 통합 관계는 선행 연구에서 시각적 매개체의 의미로 제시되었지만(Alshwaikh, 2016) 두 대상간의 양방향의 해석이 가능하므로 그 의미를 재해석하여 구조적 의미로 포함시켰다. ‘그래프 해석’의 상보적 활동 과정에서 단어와 시각적 매개체는 각각 수학적 의미를 생성하지만, 통합적으로 하나의 구조를 형성하므로 같은 도구를 사용하더라도 통합의 방식에 따라 다른 의미가 생성될 수 있으므로 그들의

통합 관계에 대한 분석은 교과서 답론의 구조적 의미 분석에서 중요하다고 볼 수 있다. 이러한 중요성 때문에 Van Leeuwen(2005)은 텍스트와 이미지의 통합 관계를 다섯 가지로 구체화하였는데 먼저 정교화(elaboration)와 확장(extension)으로 분류한 다음, 정교화는 구체화(specification)와 설명(explanation)으로 확장은 유사(similarity), 대조(contrast), 보완(complement) 관계로 구분하였다. 구체화는 이미지가 텍스트를 구체적으로 만들거나 텍스트가 이미지를 구체적으로 만드는 경우를 의미하고, 설명은 텍스트와 이미지가 서로 부연 설명하는 경우, 유사는 텍스트의 내용과 이미지의 내용이 비슷한 경우, 대조는 텍스트의 내용과 이미지의 내용이 상반된 경우, 보완은 텍스트의 내용에 추가적으로 정보가 주어지는 경우와 그 반대 경우를 의미한다. 본 연구에서는 구체화는 이미지가 수학 내용보다는 상황적 이해를 돕기 위한 정보를 제공한 경우, 설명은 이미지가 텍스트 내용에 추가적인 정보를 제공하기보다는 반복하여 설명하는 경우, 유사는 텍스트 내용을 수학적 표상으로 변환한 경우, 대조는 텍스트 내용과 상반되거나 비교 대상으로 사용되는 경우, 마지막으로 보완은 표상과 정보가 동시에 추가적으로 제공되는 경우로 조작적 정의를 하였다. 따라서 이와 같은 통합 관계를 구조적 의미의 지표로 사용하였다.

2) 학생-저자의 관계적 의미 분석틀

학생의 수학 및 수학적 활동 참여에 관한 풍부하고 미묘한 해석을 위해서 본 연구에서는 선행 연구의 분석틀(Morgan & Sfard, 2016)을 바탕으로 [표 4]처럼 우리나라 맥락에 맞게 분석 지표를 수정하거나 추가하여 우리나라 교과서와 CMP 교과서 답론에서 학생-저자의 관계적 의미를 분석하였다.

첫째, 학생 위치를 나타내는 학생과 수학 공동체의 관계를 포함하였다. 이를 분석하기 위한 텍스트 지표로서 인칭대명사를 사용하였는데 인칭대명사가 일반적으로 문장에서 행위 주체를 표현하기 때문이다(최윤선, 2014; Wagner, 2004; 2007). 특히 선행 연구에서는 ‘we’라는 인칭대명사가 학생을 수학 활동의 주체로서 표현함과 동시에 수학 공동체의 일원으로 받아들임을 나타내는 지표로서 사용되었다(Morgan & Sfard, 2016). 이재호(2017)는



인칭대명사가 사회적 집단에 포함 또는 배제의 표상과 대응되고 더 나아가 그 집단에 대한 정서적 평가와 관련이 있다고 주장하였는데 예를 들어 'them'이라는 삼인칭 대명사보다 'us'라는 일인칭 대명사에 대하여 긍정 정서 반응이 촉진될 수 있다고 하였다. 본 연구에서는 우리나라 교과서를 분석할 때, 영어의 'we'와 대응되는 한국어 일인칭 복수대명사인 '우리'를 분석의 지표로 사용하였다.

[표 4] 학생-저자 관계적 의미 분석틀  
[Table 4] Analytic framework for interpersonal meaning of student-author

	분석 안내 질문	텍스트 지표
학생 위치	학생과 수학 공동체의 관계는 어떠한가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>인칭대명사<sup>7)</sup> 사용</li> <li>'we'/'우리'의 사용</li> <li>'we'/'우리' 이외의 인칭대명사의 사용</li> </ul>
▶[분석 지표 수정]		
학생 권위	저자가 학생에게 어떤 태도(지시, 권유, 질문)는 보이는가?	<ul style="list-style-type: none"> <li>서법의 사용</li> <li>interrogative/질문법</li> <li>imperative/명령법</li> <li>요청법</li> </ul>
▶[분석 지표 추가]		

둘째, 학생 권위를 나타내는 학생에 대한 저자들의 태도를 포함하였다. 이를 분석하기 위한 텍스트 지표로서 서법(mood<sup>8)</sup>)을 사용할 수 있는데 교과서에서 서법은 저자들의 태도를 표현하는 문법적 지표로서 이를 활용하여 학생과의 사회적 거리를 조절할 수 있고 학생 참여를 유도할 수 있기 때문이다(박중훈, 2007). 선행 연구에서는 학생의 참여를 요구하는 서법을 질문법(interrogative), 명령법(imperative)으로 구분하였는데(Morgan & Sford, 2016) 본 연구에서는 우리나라 교과서 중 일부 교과서에서 “해보자”와 같은 문장을 사용하였으므로 서법의 유형으로 요청법을 추가하였다.

[표 2], [표 3], [표 4]와 같은 분석틀을 적용하여 그래

7) 한국어에서 인칭 대명사란 “사람을 가리키는 대명사. 제일 인칭에 ‘나’, ‘저’, ‘우리’, 제이 인칭에 ‘너’, ‘너희’, ‘자네’, 제삼 인칭에 ‘이’, ‘그’, ‘저’, ‘이이들’, ‘저이들’, ‘그이들’, 미지칭에 ‘누구’, ‘누구들’, 부정칭에 ‘아무’, ‘아무들’ 따위가 있다.”(국립국어원 편, 2018)

8) 서법은 교과서 저자들의 태도를 문법화 한 것으로 직설법, 가정법, 명령법 등이 포함된다(전수경, 2017, p.46).

프 해석에 대한 우리나라 교과서와 CMP 교과서 담론을 분석한 결과는 다음과 같다.

2. 수학 교과서 담론에 분석틀 적용 결과

1) 단어 및 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미

(1) 관념적 의미

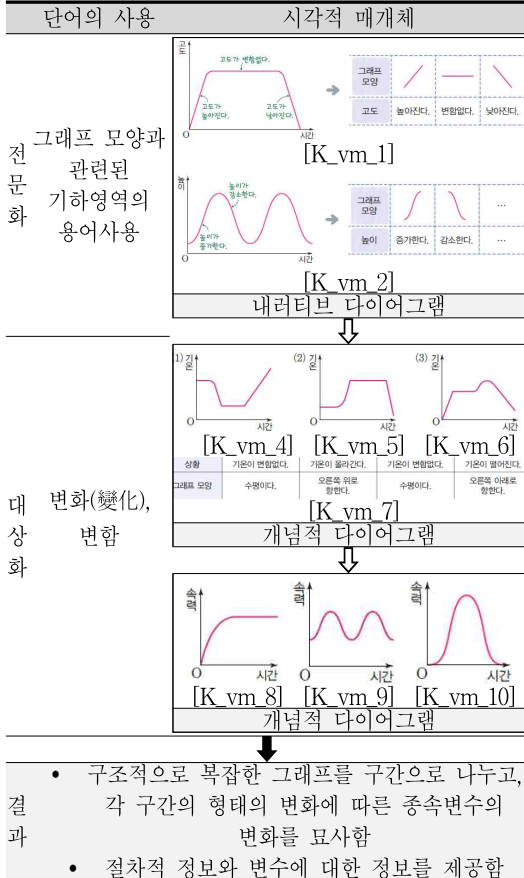
① 우리나라 교과서

단어의 사용 측면에서 우리나라 교과서는 그래프 모양을 표현하기 위한 전문용어를 사용하여 그 형태의 변화를 중심으로 서술하였다. 예를 들면 ‘점, 선, 꺾은 선, 곡선, 수평’과 같은 기하 영역의 용어를 사용하였는데 이 용어들은 시간에 따른 비행기 고도의 변화, 하루 동안 기온 변화와 같은 상황에 대한 그래프를 시각화하기 위하여 그래프의 형태적 변화에 초점을 둔 문장들을 구성하였다.

우리나라 교과서에서는 대상화되어 사용된 단어로써 종속변수의 변화 과정이 내포되어 압축된 ‘변화(變化)’, ‘변함’이 있었다. 이 단어들의 생성 방식은 ‘변하다’라는 동사를 한자어 사용을 통해서 명사화하거나, 파생어미(-으)ㄴ을 사용한 문법적 은유를 활용하였다. 또한, 이 단어들이 포함된 서술의 특징으로는 교과서 내에 제공된 모든 상황적 맥락에서 독립변수는 ‘시간’ 한 가지였기 때문에 시간 변수는 기본적인 조건처럼 반복적으로 서술되는 특징을 보였고 변화에 대한 서술은 종속변수를 중심으로 나타났다. 예를 들면 [표 5]의 표 [K\_vm\_7]처럼 제공된 시간과 기온 그래프에서 ‘수평이다’, ‘오른쪽 위로 향한다’처럼 모양의 변화에 대한 서술이 ‘기온이 변함없다’, ‘기온이 올라간다’처럼 종속변수의 변화와 대응되도록 서술된 특징을 보였다.

시각적 매개체 측면에서 우리나라 교과서에서는 다이어그램, 표, 그래프 등 다양한 시각적 매개체가 사용되었다. [표 5]에서 다이어그램인 [K\_vm\_1]와 [K\_vm\_2]를 보면 그래프 해석의 과정을 묘사한 내러티브 다이어그램으로 볼 수 있고, 표([K\_vm\_7])와 그래프([K\_vm\_4], [K\_vm\_5], [K\_vm\_6], [K\_vm\_8], [K\_vm\_9], [K\_vm\_10])는 대상화되어 사용된 개념적 다이어그램으로 볼 수 있다.

[표 5] 우리나라 교과서의 전문화와 대상화  
[Table 5] Discursive specialisation and objectification in Korean textbook



먼저 내러티브 다이어그램의 특징은 독립변수의 변화를 구간으로 나누어 그래프를 해석하는 절차를 묘사했다는 점이다. 이러한 특징은 상황을 부분으로 나누어 그래프 모양과 연결한 표([K\_vm\_7])에서도 나타났다. 이렇듯 연속 그래프를 쪼개어 덩어리로 다루면 각 구간의 시작점과 끝점에만 집중하게 되므로 그래프의 연속성 및 역동성에 대한 수학적 표현의 이해를 어렵게 한다는 연구 결과가 있지만(김채연, 신재홍, 2018; Castillo-Garsow, Johnson, & Moore, 2013) 우리나라 교과서 담론에서는 [K\_vm\_4], [K\_vm\_5], [K\_vm\_6]와 같은 비정형 그래프를 해석할 때도 전체적인 구조에 대한 서술보다는 표

[K\_vm\_7]처럼 네 부분으로 구분하고 각 부분을 그래프 모양과 대응시키는 방식으로 서술하였다.

대상화되어 개념적 다이어그램으로 사용된 그래프들의 특징은 1차 또는 2차 함수 그래프처럼 구조적으로 단순한 그래프보다는 대부분 [표 5]의 그래프들처럼 변곡점이 많은 복잡한 그래프를 사용하였다는 특징을 보였다. 또한 좌표 평면에서 제1사분면만 사용하여 두 변수가 양의 값만을 갖는다는 정보를 내포하였고, 원점과 독립 변수 및 종속 변수의 이름을  $x, y$  축과 함께 표현하여 독립-종속 관계에 대한 변화 가능성보다는 이미 정해진 정보들을 제공하였고 볼 수 있다.

② CMP 교과서

단어의 사용 측면에서 CMP 교과서는 변수와 관련된 용어를 사용하여 변수들의 관계를 중심으로 서술하였다. 예를 들면 ‘dependent variable, independent variable’처럼 ‘변수(variables)’와 관련된 용어들, 그리고 그들의 관계를 표현하는 도구인 ‘graph, coordinate graph, table’처럼 함수 영역과 관련된 용어들이 사용되었다.


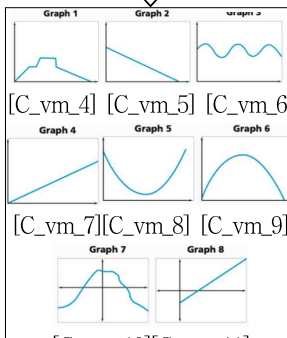
이때 변수(variables)는 대상화되어 사용된 용어이고, 단어의 생성방식은 ‘함수’, ‘수열’처럼 수학 공명체에서 용어를 정의하여 과정에 대한 정보를 암축하였다고 볼 수 있다. 이런 단어들이 포함된 서술의 특징은 CMP가 교육과정의 학습 목표<sup>9)</sup>에서 변수들과 그 관계를 포함하는 상황에 대한 탐구 과정을 바탕으로 그래프를 해석하도록 명시한 것처럼 변수들과 그들의 관계를 중심으로 서술하였다는 특징을 보였다.

시각적 매개체 사용 측면에서 CMP 교과서는 [표 6]처럼 다양한 시각적 매개체를 사용하기보다는 다양한 상황을 표현할 수 있도록 여러 가지 종류의 그래프를 사용하였다. 그리고 모든 그래프는 대상화되어 사용되었으므로 개념적 다이어그램으로 볼 수 있고 우리나라 교과서의 다이어그램처럼 부분으로 구분된 모양을 제시하지 않고 연속적인 전체에 대한 개형만 제공하였다.

[표 6]에서 그래프의 형태적 특징을 보면 1차, 2차 함수 그래프([C\_vm\_5], [C\_vm\_7], [C\_vm\_8], [C\_vm\_9],

<sup>9)</sup> Explore problem situations that involve variables and relationships. Identify the dependent and independent variable and describe how they are related in a situation(Lappan et al., 2014a, pA6).

[표 6] CMP 교과서의 전문화와 대상화  
 [Table 6] Discursive specialisation and objectification in CMP textbook

단어의 사용	시각적 매개체
<ul style="list-style-type: none"> <li>변수와 그들의 관계와 관련된 용어 사용</li> </ul>	 <p>[C_vm_1] [C_vm_2]</p> <p>개념적 다이어그램</p>
<p>전문화</p>	 <p>[C_vm_4] [C_vm_5] [C_vm_6]</p> <p>[C_vm_7][C_vm_8] [C_vm_9]</p> <p>[C_vm_10][C_vm_11]</p> <p>개념적 다이어그램</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>variables</li> </ul>	
<p>대상화</p>	
<p>결과</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>변수와 그들의 관계를 중심으로 기술함.</li> <li>그래프의 종류는 다양하고, 축과 전체적인 그래프 개형만 제공함.</li> </ul>	

[C\_vm\_11]부터 주기 함수 그래프([C\_vm\_6]), 독립변수의 변화를 부분으로 쪼개어 덩어리로 나눌 수 없는 비정형 그래프([C\_vm\_10])까지 다양한 모양의 그래프를 사용하였다. 또한, CMP의 새 교육과정을 반영하여<sup>10)</sup> [C\_vm\_10]와 [C\_vm\_11]처럼 그래프의 영역을 좌표평면의 제4사분면까지 확장하였다. 이러한 두 가지 특징은 그래프가 다양한 상황을 표현할 수 있도록 해준다. 예를 들면 [표 4]에서 [C\_vm\_5], [C\_vm\_7], [C\_vm\_11]는 모두 일차함수 그래프이지만 기울기(양수, 음수)와 공역의 범위(양수, 모든 실수)가 서로 다르므로 다른 상황을 표현할 수 있다. 즉 [C\_vm\_7]와 [C\_vm\_11]는 모두 종속변수의 값은 양의 값만을 갖지만 [C\_vm\_7]는 독립변수가

음의 값을 가질 수 없는 상황이라면 [C\_vm\_11]은 음의 값을 가질 수 있는 상황을 표현한다고 볼 수 있다. 또한 [C\_vm\_9]와 [C\_vm\_10]의 추세는 유사하지만 [C\_vm\_9]는 두 변수의 값이 모두 음의 값을 가질 수 없는 상황으로 볼 수 있고, [C\_vm\_10]은 두 축이 음수 영역까지 연장되면서 그래프의 표현 영역이 확장되었으므로 모든 실수의 값을 가질 수 있다는 잠재적인 의미를 가지기 때문에 서로 다른 상황으로 볼 수 있다. 마지막으로 모든 그래프에서 원점 표기,  $x, y$ 축과 대응되는 독립변수 및 종속변수의 이름이 제공되지 않았다. 즉 CMP 교육과정에서는 문제 상황에서 변수와 그들의 관계를 강조하였는데 (Lappan et al., 2014a) 교과서 담론에서는 학생들에게 이러한 정보를 그래프를 통해서 명시적으로 제공하기보다는 일련의 질문들을 바탕으로 결정하도록 요구하였다 ([그림 10], [그림 11] 참고).

(2) 구조적 의미

① 우리나라 교과서

우리나라 교과서에서 그래프 해석의 과정은 ‘해석하기→스케치하기→해석 및 스케치하기’ 활동 순서로 구성되었고, 그 과정에서 상황·언어적 기술과 이를 그래프로 번역하는 방법을 제공하고 이를 바탕으로 학생들에게 절차적 적용을 요구하였다.

[표 7]처럼 세 가지 활동 유형에 따른 내용을 바탕으로 설명하면, 첫째, 해석하기 활동은 [표 3]의 [K\_vm\_1]과 [K\_vm\_2]처럼 다이어그램을 통해 그 절차와 과정을 압축하여 제공하였다. 예를 들면 [K\_vm\_1]에서는 그래프를 변곡점 기준으로 세 부분으로 구분하고, 각 부분에서 그래프 모양과 종속변수의 대응표를 만들고, 모양에 따른 종속변수의 변화에 대하여 ‘높아진다’, ‘변함없다’, ‘낮아진다’처럼 상황·언어적 기술을 하였다. 이때 단어와 시각적 매개체의 통합 관계는 보완의 관계라고 볼 수 있다.

왜냐하면 [그림 7]에서 ‘비행기의 고도를 시간에 따라 나타낸 것’, ‘이 그래프에서 고도의 변화를 해석하면 다음과 같다.’와 같은 언어적 표현에 대하여 다이어그램이 새로운 표상으로 제공되었고 이 다이어그램은 비행기의 고도 변화에 대한 정보와 그래프 해석에 대한 절차적 정보를 포함하기 때문이다. 그런데 여기서 사용된 보완의

<sup>10)</sup> Explore relationships to become familiar with graphing in all in four quadrants(Lappan et al., 2014a, pA6).

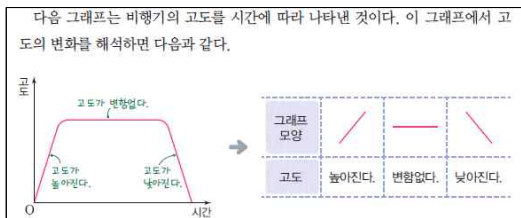
방식은 ‘그래프 해석’의 절차를 하나의 다이어그램 안에 그래프와 표, 그리고 그래프를 설명하는 언어적 표현을 모두 포함 시켜 압축적으로 제공하였으므로 정보 제공에 초점을 두었다.

[표 7] 우리나라 교과서의 구조적 의미  
[Table 7] Structural meaning in Korean textbook

활동 유형	목적	통합 관계	내용
해석하기	정보 제공	보완	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 다이어그램을 활용하여 해석 절차를 제공</li> <li>• 그래프를 변곡점 기준으로 분리→그래프 모양과 종속변수의 대응표 만들기→그래프 모양에 따른 종속변수의 변화를 상황·언어적으로 서술</li> </ul>
스케치하기	요구	유사·대조	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 제공된 절차 적용</li> <li>• 상황·언어적 서술에 따라 시각화한 그래프 및 대조가 되는 그래프 제공</li> </ul>
해석·스케치하기	요구	유사	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 절차의 양방향 적용</li> <li>• 상황·언어적 서술에 따라 시각화한 그래프 제공</li> </ul>

**결과**

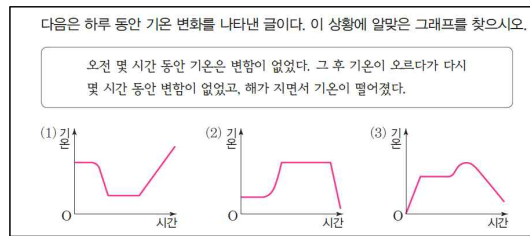
- 해석의 절차를 제공한 후 문제에 적용하도록 요구하는 순서임.
- 시각적 매개체는 절차에 대한 정보를 제공하거나 상황 언어적 서술을 시각적 매개체가 유사하게 표현하는 관계임.



[그림 7] 보완의 예시(김원경 외, 2018)  
[Fig. 7] Example of complement(Kim et al., 2018)

둘째, 스케치하기 활동은 [그림 8]처럼 예제로 제공되었는데 이는 상황·언어적 기술에 맞는 그래프를 찾는 과제로서 앞서 제공된 해석의 절차를 적용하여 과제를 해결하도록 학생들에게 요구하고 있다. 이 때 단어와 시각적 매개체의 통합 관계는 유사, 대조의 관계가 나타났다.

예를 들면 [그림 8]에서 박스 안에 주어진 언어적 표현(시간 경과에 따라 기온의 변화 묘사)과 유사하게 시각화한 그래프(정답)와 그렇지 않은 그래프(오답)를 보기에 제공하였다. 따라서 새로운 표상을 사용하여 추가적으로 정보를 제공하기보다는 표현의 방식만 변환하였다고 볼 수 있고 새로운 의미를 탐색하기보다는 앞서 제공된 절차 적용에 초점을 두었다.



[그림 8] 유사와 대조의 예시(김원경 외, 2018)  
[Fig. 8] Examples of similarity and contrast(Kim et al., 2018)

셋째, 해석 및 스케치하기 활동은 문제로 주어졌는데 이 문제는 [그림 9]처럼 왼쪽에 상황·언어적 기술, 오른쪽에 그래프를 제시하고, 학생들에게 서로 유사한 표현을 연결하도록 요구하였다. 따라서 정해진 절차를 적용하여 문제를 해결하도록 학생들에게 요구하고 있으며 예제처럼 언어적 기술과 그래프는 표상 간의 번역의 관계로 볼 수 있으므로 통합 관계는 유사로 나타났다. 그런데 이 문제는 예제와 달리 상황·언어적 기술과 그래프가 일대일로 대응되므로 그래프를 먼저 해석하여 상황·언어적 기술과 연결해도 되기 때문에 해석하기와 스케치하기의 양방향의 활동이 모두 가능하다고 볼 수 있다. 그런데 절차 적용에 초점을 둔 것은 앞의 예제와 같았다.

② CMP 교과서

CMP 교과서에서 그래프 해석(interpreting graph)의 과정은 [표 8]처럼 ‘해석하기→스케치하기’ 활동 순서로 구성되었고, 그 과정에서 학생들에게 다양한 사고 가능성에 대한 경험의 기회를 제공하였다.

[표 8]의 활동 유형에 따른 내용을 바탕으로 설명하면 첫째, 해석하기 활동은 [그림 10]의 Example처럼 ‘평소 학교 주차장에 주차된 차량 수의 변화’에 대하여 생각해 볼 수 있는 서로 다른 두 가지 상황(two possibilities)을

[표 8] CMP 교과서의 구조적 의미  
[Table 8] Structural meaning in CMP textbook

활동 유형	목적	통합 관계	내용
해석하기	요구	보완	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 학생이 두 변수 관계에 대한 스토리를 구성</li> <li>• 스토리에 적합한 그래프 패턴을 예상 및 선택</li> </ul>
스케치하기	요구	보완	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 단계별 질문을 통한 다양한 사고 가능성에 대한 경험 제공 (변수, 그래프, 스토리, 제목)</li> </ul>
결과			<ul style="list-style-type: none"> <li>• 변수 정하기, 스토리 만들기, 그래프를 예상하기, 제목 정하기를 통한 다양한 사고 가능성의 경험 기회를 제공함.</li> </ul>

그래프 [C\_vm\_1], [C\_vm\_2]로 제공하였다. 그리고 이를 바탕으로 각각의 스토리를 만들고, 문제에서 주어진 상황에 적합한 스토리를 가진 그래프를 선택한 후, 다른 사람들이 그 내용을 알 수 있도록 그래프에 라벨을 붙이는 과정을 통해서 ‘그래프 해석’을 할 수 있도록 학생들에게 Example의 질문을 바탕으로 활동을 요구하였다. 그런데 우리나라 교과서에서는 시간 경과에 따른 종속 변수의 변화 과정을 제공하고 이를 그래프로 변환하는 절차에 초점을 두었다면, CMP 교과서에서는 ‘평소 시간에 따른 학교 주차장에 주차된 차량 수의 변화’라는 두 변수만 알려주고 독립-종속 관계와 그 관계에 대한 구체적인 스토리는 학생들에게 구성하도록 요구하였다. 그런데 CMP 교과서는 Example 제공 전에 스토리 구성에 대한 중요성과 도입 질문을 바탕으로 그래프 해석의 3가지 초점(변수 결정, 독립변수와 종속변수 결정, 두 변수의 관계)을 명시화하여 스토리에 포함되어야 하는 변수들과 그들의 관계를 강조하였다.

그리고 Example에서 사용된 그래프는 서로 다른 상황에 대한 추가적인 정보(특정 시간에만 차량의 수가 증가 또는 차량의 수가 증가하였다가 일정 시간동안 유지된 후 다시 감소)를 제공하므로 보완의 관계로 볼 수 있다. 그런데 우리나라 교과서에서 사용된 보완 관계와 CMP 교과서에서 사용된 보완은 그 의미의 질적인 차이를 보였다. CMP 교과서에서는 단지 정보만 제공하는 것

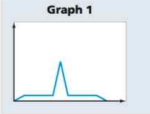
이 아니라 ‘Which graph shows the pattern you expect?’를 통해서 학생이 구성한 스토리를 표현할 수 있는 그래프의 패턴에 대한 가설을 먼저 세우고 그 가설에 적합한 그래프를 선택하는 활동을 요구하기 때문이다.

### 2.4 What's the Story? Interpreting Graphs

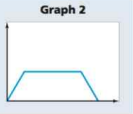
Information about variables is often given by coordinate graphs. So, it is important to be good at reading the "story" in a graph. Here are some questions to ask when you look at a graph.

- What are the variables?
- Do the values of one variable seem to depend on the values of the other?
- What does the shape of the graph say about the relationship between the variables?

For example, the number of cars in your school's parking lot changes as time passes during a typical school day. Graph 1 and Graph 2 show two possibilities for the way the number of parked cars might change over time.



Graph 1



Graph 2

- Describe the story each graph tells about the school parking lot.
- Which graph shows the pattern you expect?
- How could you label the graph you chose so that someone else would know what it represents?

[그림 10] 보완 예시(Lappan et al., 2014b)  
[Fig. 10] Example of complement(Lappan et al., 2014b)

둘째, 스케치하기 활동은 [그림 11]처럼 두 변수의 관계에 대한 상황·언어적 기술을 바탕으로 적합한 그래프를 찾는 과제를 바탕으로 한다. 이 과제에서는 그래프 해석(interpreting)을 위해서 학생들에게 여섯 가지 질문을 단계별로 제공한다. 이 질문에 따르면 학생들은 다음 활동에 참여할 것이라고 예상할 수 있는데 먼저 학생들

Questions A-H describe pairs of related variables. For each pair, do the following.

- Decide what the variables are.
- Decide which variable is the dependent variable and which is the independent variable.
- Think about what a graph or table of these data would look like.
- Find the graph at the end of the Problem that tells the story of how the variables are related. If no graph fits the relationship as you understand it, sketch a graph of your own.
- Explain what the graph tells about the relationship of the variables.
- Give the graph a title.

**A** The number of students who go on a school trip is related to the price of the trip for each student.  
**B** When a skateboard rider goes down one side of a half-pipe ramp and up the other side, her speed changes as time passes.  
**C** The water level changes over time when someone fills a tub, takes a bath, and empties the tub.  
**D** The waiting time for a popular ride at an amusement park is related to the number of people in the park.  
**E** The daily profit or loss of an amusement park depends on the number of paying customers.  
**F** The number of hours of daylight changes over time as the seasons change.  
**G** The daily profit or loss of an outdoor skating rink depends on the daytime high temperature.  
**H** Weekly attendance at a popular movie changes as time passes from the date the movie first appears in theaters.

[그림 11] 보완 예시(Lappan et al., 2014b)  
 [Fig. 11] Example of complement(Lappan et al., 2014b)

은 ㉠변수를 결정하고, ㉡그중 독립변수와 종속변수를 결정하고, ㉢그 후 그들 관계를 표현할 수 있는 표 또는 그래프를 생각해보고, ㉣문제에서 주어진 그래프 중에서 변수들의 관계에 관한 이야기가 담긴 그래프를 찾은 것이고 만약 학생이 이해한 적합한 그래프가 없으면 새 그래프를 그릴 것이다. ㉤그다음에 그래프에서 변수들의 관계에 대해 무엇을 말하는지 설명하고, ㉥마지막으로 그래프의 제목을 정하는 활동에 참여하게 될 것이다.

이 과정의 특징은 관념적 의미의 결과처럼 변수와 그들의 관계가 수학적 대상이 되고 그 대상을 교과서에서 제공하기보다는 학생들에게 활동 경험의 기회를 주고 그 과정에서 여러 가지 사고의 가능성을 열어두고 대상화의 과정을 탐색할 수 있도록 서술하였다. 예를 들면 활동 ㉠와 ㉡에서 변수를 결정할 때, [그림 11]의 ㉢처럼 ‘her speed changes as time passes’라는 표현을 사용하여 시간이 독립변수이고, 속도가 종속변수임을 문장의

표현에서 명시하기도 하였지만 ㉠, ㉡처럼 ‘is related to’라는 표현을 사용하여 두 변수의 관련성만 제시한 경우가 있었다. 또한, 활동 ㉢와 ㉣에서는 ㉠~㉥처럼 서로 관계가 있는 두 대상만 알려주고 학생들이 그 관계를 추론하여 이를 바탕으로 그래프를 예상해보고 확인하는 기회를 제공하는데 예상한 그래프가 없는 경우 새 그래프를 그리도록 서술하여 주어진 그래프가 표현할 수 없는 상황에 대한 사고의 가능성을 열어주었다. 마지막으로 활동 ㉤와 ㉥를 통해 그래프의 스토리를 가장 잘 표현할 수 있는 제목을 여러 가지로 고려하도록 요구하여 사고의 가능성을 경험하도록 하였다. 그리고 이때 사용된 그래프는 언어적 대상인 ㉠~㉥를 보완하였다. 언어적으로 제공된 정보는 두 변수에 관한 것이고 이들의 관계에 관한 정보를 새로운 표상인 그래프를 통해 제공하였기 때문이다. 따라서 CMP 교과서에서는 해석하기와 스케치하기 활동에서 단어와 시각적 매개체의 통합의 방식 중 보완을 강조하였다.

2) 학생-저자의 관계적 의미

[표 9] 학생-저자의 관계적 의미

[Table 9] Interpersonal meaning of student-author

	우리나라 교과서	CMP 교과서
학생 위치	인칭대명사 생략	이인칭대명사 사용
권위	‘우리’ 사용	
학생	명령법	질문법
권위	명령법	질문법 명령법 명령법

(1) 우리나라 교과서

학생-저자의 관계적 의미는 [표 9]처럼 학생의 위치와 권위를 포함하고 각각 인칭대명사와 서법을 분석 지표로 활용하여 분석하였다. 그 결과 우리나라 교과서 문장에서는 일반적으로 인칭대명사가 생략되었고, ‘우리’ 생활 주변에서 일어나는 다양한 상황은 점, 선, 꺾은 선, 곡선 등의 그래프로 나타낼 수 있다.’처럼 한 문장에서만 ‘우리’가 사용되었다. 이 문장은 주어가 생략되었지만 ‘우리’라는 인칭대명사가 사용되었는데 이는 학생과 교과서



저자 모두 행위의 주체이고 그 둘은 수학 공동체의 일원임을 나타냈다(Morgan & Sford, 2016).

또한, 우리나라 교과서는 서법을 통해 권위에 의한 전달력을 높였다. 모든 과제에서 학생들에게 수학적 활동을 요구할 때, [그림 12]와 같이 명령법을 사용하였으므로 공동체에서 교과서 저자들의 권위가 학생보다 크다고 볼 수 있고, 교과서 담론은 이런 권위를 통해 전달력을 높였다(박중훈, 2007).

- 이 상황에 알맞은 그래프를 찾으시오.
- 다음 각 상황에 알맞은 그래프를 찾아 연결하시오.

[그림 12] 명령법 예시(김원경 외, 2018)  
[Fig. 12] Examples of imperative(instructions)(Kim et al., 2018)

(2) CMP 교과서

첫째, CMP 교과서는 [그림 13]처럼 2인칭 대명사를 사용하여 행위 주체로서 학생을 표현하였다.

- T1: Which graph shows the pattern **you** expect?
- T2: How could **you** label the graph **you** chose so that someone else would know what it represents?
- T3: If no graph fits the relationship as **you** understand it, sketch a graph of **your** own.

[그림 13] 인칭대명사 예시(Lappan et al., 2014b)  
[Fig. 13] Examples of personal pronoun(Lappan et al., 2014b)

T2는 인칭대명사가 생략된 문장인 ‘Give the graph a title.’(Lappan et al., 2014b)와 학생에게 요구하는 활동은 같지만 ‘you’라는 인칭대명사를 사용함으로써 수학 활동의 주체가 독자임을 명시적으로 나타내었다.

둘째, CMP 교과서는 [표 9]처럼 본문 도입부 설명에서는 질문법을 사용하였고, 해석하기 활동에서는 질문법과 명령법을 함께 사용하였고, 스케치하기 활동에서는 모두 명령법만 사용하였다. 도입부에 질문법을 사용하면 주위를 환기하고, 학생의 능동적 사고를 불러일으킬 수 있고, 텍스트를 읽을 때 대화를 하는 것처럼 느끼게 하여 정서적 친근감을 통한 참여를 유도할 수 있으므로(박중훈, 2007, 2015) CMP 교과서는 서법을 활용하여 학생 참여를 유도하도록 서술하였다.

또한, 영어에서 명령법 문장은 [그림 14]처럼 학생에게 요구되는 행동을 표현하는 동사가 문장의 맨 앞에 오는데, 어순의 의미론적 해석에 대한 연구결과에 따르면 가장 앞에 배열된 말이 ‘머리말 효과의 원리’<sup>11)</sup>에 따라 가장 중요한 정보로 인식할 가능성이 크기 때문에(임지룡, 김령환, 2013) 그 문장을 읽는 학생이 자신에게 요구되는 수학적 활동을 가장 중요한 정보로 인식하도록 서법을 활용하여 서술하였다.

- 질문법: What are the variables?(What+V+S?)
- 명령법: **Decide** what the variables are.(V+O.)

[그림 14] 질문법과 명령법 예시(Lappan et al., 2014b)  
[Fig. 14] Examples of interrogative(questions) and imperative(instructions)(Lappan et al., 2014b)

## V. 결론 및 제언

본 연구에서는 ‘그래프 해석’에 대해 우리나라 수학 교과서 1종과 미국 CMP 교과서에서 단어와 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미(관념적 의미, 구조적 의미)와 학생-저자의 관계적 의미로 나누어 분석한 결과를 바탕으로 우리나라 수학 교과서 개선을 위한 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 관념적 의미 측면에서 우리나라와 미국 CMP 교과서는 단어의 전문용어 사용에서 차이를 보였고, 시각적 매개체 사용에서는 제공된 정보의 질적·양적인 차이가 나타났다. 함수 개념 이해를 위한 다양한 경험의 필요성(교육부, 2015)과 ‘변화’를 다루는 방식에 대한 이해의 필요성(김채연, 신재홍, 2018)이 있음에도 불구하고 연구결과 우리나라 교과서는 기하영역의 전문용어 사용을 통해 그래프 모양의 변화를 강조하여 종속변수의 변화를 중심으로 해석하는 특징이 있었고, CMP 교과서는 함수 영역의 전문용어를 사용하여 변수와 그들의 관계를 중심으로 그래프를 해석하는 특징이 있었다. 그리고 우리나라 교과서는 시각적 매개체를 통한 해석의 절차 및 변수에 대한 정보 제공을 강조한 반면에 CMP 교과서는 그래프를 다양하게 제공하여 변수 관계의 다양성 즉 다

11) “가장 앞에 오는 말이 인지적 현저성을 부여받아 강조되는 원리”(임지룡, 김령환, 2013)



양한 상황에 대한 그래프 해석의 경험을 학생들에게 제공하는 특징이 있었다. 이때 그래프 사용 특징은 우리나라 교과서는 덩어리로 다루고, CMP 교과서는 연속적인 전체로 다루었다. CMP 교과서의 특징을 바탕으로 우리나라 교과서는 두 변수의 관계를 강조할 수 있도록 변수와 같은 함수 영역의 전문용어를 활용하고, 다양한 상황에 대한 그래프를 연속적인 전체로서 다루는 경험의 기회를 제공할 필요(Castillo-Garsow et al., 2013)가 있다고 볼 수 있다.

둘째, 구조적 의미 측면에서 우리나라 교과서는 절차의 제공과 적용을 강조하는 구조이고 CMP 교과서는 문제를 해결하기 위해 여러 가지 가능성을 예상하고 선택하는 경험의 기회를 반복하여 제공하는 특징이 있었다. 연구결과를 보면, 우리나라 교과서는 먼저 다이어그램을 사용하여 그래프 모양을 상황적 서술로 번역하는 해석의 절차를 제공한 후 이 절차를 적용할 수 있는 과제를 제공하였으므로 절차의 적용이 강조되었다고 볼 수 있다. 한편 CMP 교과서는 해석하기와 스케치하기 활동 순서로 그래프 해석의 과정을 경험하도록 제시하고, 이 과정에서 학생들이 주어진 절차를 그대로 따르기 보다는 변수, 그래프, 스토리, 제목을 구성하기 위한 다양한 수학적 활동 경험을 통해 여러 가지 가능성을 예상하고 선택하도록 기회를 제공한다고 볼 수 있었다. CMP 교과서의 특징을 바탕으로 우리나라 교과서에서도 절차적 정보의 제공 및 적용을 강조하는 방식 이외에 학생들이 사고의 다양성을 경험할 수 있는 기회를 제공하기 위해서 단어와 시각적 매개체의 배열의 순서와 통합 방식의 차이에 대한 고려가 필요할 것으로 보인다.

셋째, 학생-저자의 관계적 의미 측면에서 우리나라 교과서는 일반적으로 명령법을 사용하여 권위에 의한 전달이 강조되었다고 볼 수 있고, CMP 교과서는 서법을 활용하여 학생이 주체적으로 활동할 수 있도록 정서적 참여를 촉진하고, 학생에게 요구되는 수학적 활동을 중요한 정보로 인식하도록 돕는다고 볼 수 있었다. 이와 같이 언어의 문법적 기능에는 교과서 저자들의 태도가 반영되어 학생-저자의 관계에 영향을 주고 궁극적으로 학습의 과정에 영향을 끼칠 수 있는 중요한 요소임에도 불구하고 우리나라 교과서는 인칭대명사의 일반적인 생략, 일관된 서법을 사용하고 있으므로 이를 효과적으로

사용할 수 있는 방법에 대한 고려가 필요할 것으로 보인다.

위 결론을 바탕으로 이론적, 실제적 측면에서 다음과 같은 논의를 할 수 있다.

첫째, 단어와 시각적 매개체가 교과서에서 통합적으로 생성하는 의미를 분석하여 수학 교과서 분석에 아이디어를 제공하였다고 볼 수 있다. 선행 연구들은 수학 교과서 담론에서 단어와 시각적 매개체가 생성하는 각각의 의미에 대해 연구하거나(김정원, 권성룡, 2017; 박중희, 이수진, 2018; 장혜원 외, 2017; 허난 외, 2011), 언어의 어휘문법적 기능에만 초점을 두고 분석한 연구(전수경, 조정수, 2015)가 대부분이었지만, 이번 연구를 통해 단어와 시각적 매개체가 교과서 내용이 전개되는 과정에 어떻게 구조적으로 포함되고, 서로 어떻게 통합되어 사용되는지에 대한 시사점을 제공함으로써 향후 수학 교과서 분석에 대한 아이디어를 제공하였다고 볼 수 있다.

둘째, 수학적 의미뿐만 아니라 학생-저자의 관계적 의미를 통한 학생 참여 측면을 고려한 가치가 있다. 담론적 관점의 연구에서도 수학 내용을 정확하게 구현하고, 내용을 체계적으로 구조화하는 것은 매우 중요하게 다루고 있지만(Park, 2016) 학생이 능동적 참여자로 인식하기 위한 구체적인 방법론에 대한 정보는 부족하다고 볼 수 있었다. 이에 대해, 본 연구는 학생과 교과서 저자와의 관계적 의미 분석을 통해 학문의 주체인 학생이 참여하는데 도움을 줄 수 있는 학생 친화적 수학 교과서가 나아가야 할 방향성을 제시하였다고 볼 수 있다.

셋째, 연구 방법 측면에서 국외 선행연구를 바탕으로 개발된 분석틀을 우리나라의 언어적 맥락을 고려하여 수정하고 재구성하였다는 데 가치가 있다. 현재 담론적 관점에서의 수학 교과서 연구는 대부분 국외에서 진행되었기 때문에 영어를 기반으로 분석틀이 개발되어 있다(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016). 따라서 우리나라 교과서를 분석하기 위해서는 언어적 차이에 대한 이슈를 해결하기 위해 분석틀을 재구성할 필요가 있었다. 본 연구는 담론적 관점에서 수학 교과서의 담론을 우리나라 언어적 맥락에 적합한 단어와 시각적 매개체 측면에서 분석할 수 있는 방법의 기초를 마련하였다고 볼 수 있다.

이와 같은 결론 및 논의를 바탕으로 다음과 같은 제

언을 하고자 한다.

첫째, 교사들은 수학 교과서에 구현된 수학적 의미를 토대로 실제 수업의 내용적 담론과 관계적 의미를 바탕으로 과정적 담론을 개발하고 발전시킬 수 있는 담론적 역량을 개발할 필요가 있다. 특히 학생이 스스로 수학을 잘한다고 인식하거나 반대로 실패했다고 인식하는 담론적 과정은 교실에서의 수학의 대상에 관한 담론과 담론 참여자에 대한 담론의 상호작용을 바탕으로 일어나기 때문에(Sfard, 2016) 교사가 실제로 담론의 상호작용을 개발하는 것은 중요하다.

둘째, 학생들은 수학 교과서에서 제공된 절차만 따르기보다는 수학 활동 주체로서 인식을 변화시킬 필요가 있다. 본 연구결과에 따르면 우리나라 교과서는 학생에게 단어와 시각적 매개체를 통해서 내용과 절차에 대한 많은 정보를 제공하고 그대로 적용할 수 있는 과제를 제공하였기 때문에 학생들은 수동적 참여자로서 인식할 가능성이 잠재되어 있으므로 실제로 학생이 주체적으로 담론을 개발하는 경험을 바탕으로 능동적 참여자로서 인식을 변화하는 것은 중요하다고 볼 수 있다.

셋째, 담론적 관점에서 학생 친화적 교과서에 대한 현장의 인식과 요구를 조사할 후속 연구가 필요할 것으로 보인다. 실제 현장에서 교사와 학생들이 단어와 시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미와 참여에 대해 어떻게 인식하는지 조사하고 그들의 요구를 반영하여 담론적 관점에서 학생 친화적 교과서를 개발할 필요가 있다.

### 참고 문헌

교육부 (2015). 수학과 교육과정(교육부 고시 제 2015-74호 별책 8). 세종: 교육부.

The Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum*. Se Jong: The Ministry of Education.

국립국어원 편 (2018). 표준국어대사전(web version). 국립국어원.

National Institute of Korean Language (2018). *Standard Korean Language Dictionary*(web version). Retrieved from <http://stdweb2.korean.go.kr/main.jsp#>

김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤 (2016). 예비교사와 현직교사를 위한 수학교육과정과 교재연구. 서울: 경문사.

Kim, N. H. et al. (2016). *Study of mathematics curriculum and teaching materials for pre-service teachers and in-service teachers*. Seoul: Kyungmoonsa.

김원, 최상호, 김동중 (2018). 담론적 관점에서 중1 수학 교과서의 그래프 정의 분석. 수학교육논문집 32(3), 407-433.

Kim, W., Choi, S., & Kim, D. (2018). A discursive approach to analysis of definition of graph in first year middle school textbooks. *Communications of Mathematical Education* 32(3), 407-433.

김원경 외(2018). 중학교 수학1. 서울: 비상교육.

Kim, W. K. et. al. (2018). *Middle School Mathematics 1*. Seoul: Vi sang Textbook Publishers.

김정원, 권성룡 (2017). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 소수 개념 지도 방안에 대한 비교 분석. 학교수학 19(1), 209-228.

Kim, J. W. & Kwon, S. (2017). A comparative analysis of decimal numbers in elementary mathematics textbooks of Korea, Japan, Singapore and the US. *School Mathematics* 19(1), 209-228.

김채연, 신재홍 (2018). 학생들의 비정형 그래프 구성 및 해석에 관한 사례연구. 학교수학 20(1), 107-130.

Kim, C. & Shin, J. (2018). A case study of students' constructions and interpretations of informal graphs. *School Mathematics* 20(1), 107-130.

김판수 (2011). 한국과 중국의 초등 수학 교과서의 내용과 전개방식 비교. 한국초등수학교육학회지 15(3), 599-617.

Kim, P. S. (2011). A comparative study of elementary mathematics textbooks in Korean and Chinese. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 15(3), 599-617.

도종훈 (2016). 활용도 높은 수학교과서의 모형 및 예시 단위 개발 연구. 한국학교수학회논문집 19(3), 239-260.

Do, J. (2016). Developing a model and exemplary unit of highly utilizable mathematics textbook. *Journal of the Korean School Mathematics Society* 19(3), 239-260.

박종훈 (2007). 설명 화법의 언어 형식화 교수·학습 방안. 화법연구 10, 143-166.

Park, J. H. (2007). A study on teaching-learning for linguistic realization in informative speech. *Journal of Speech Communication* 10, 143-166.

- 박종훈 (2015). 정보 전달 표현 교육 내용의 보완 모색. 작문연구 24, 89-111.
- Park, J. H. (2015). On the supplementation of teaching informative text producing. *Korean Writing Association* 24, 89-111.
- 박종희, 이수진 (2018). 중학교 기울기 개념에 대한 학습 경로와 그에 따른 한국 수학 교과서와 미국의 CMP 교과서 비교. 수학교육학연구 28(1), 1-26.
- Park, J. H. & Lee, S. J. (2018). A comparative study of the mathematics textbooks of Korea and the United States based on a learning trajectory for the concept of slope. *Journal of Educational Research in Mathematics* 28(1), 1-26.
- 변희현 (2011). 한국과 일본의 초등교과서에서 다루는 분배법칙 개념에 관한 비교 분석. 한국초등수학교육학회지 15(1), 39-56.
- Byun, H. (2011). A comparative analysis on the distributive property in Korean and Japanese elementary textbooks. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 15(1), 39-56.
- 소지영 (2016). 명사화 의미 기능 교육 연구. 석사학위논문, 서울대학교.
- So, J. (2016). *A Study on the Semantic Functions of Nominalization in Grammar Education*(Master's thesis). Seoul National University, Seoul.
- 이재호 (2017). 대명사 '나'와 '우리'의 사회와 인지 표상 차이. 한국심리학회지: 일반 36(1), 137-160.
- Lee, J. H. (2017). The difference of social and cognitive representation between 'I' and 'We'. *THE KOREAN JOURNAL OF PSYCHOLOGY: GENERAL* 38(1), 137-160.
- 임지룡, 김령환 (2013). 어순에 반영된 인지적 특성. 한글, (300), 119-158.
- Lim, J. & Kim, R. (2013). A cognitive characteristics reflected in word order. *Hangeul*, (300), 119-158.
- 장혜원, 임미인, 유미경, 박혜민, 김주숙, 이화영 (2017). 비와 비율에 대한 초등 수학 교과서 비교 분석. 한국초등수학교육학회지 21(1), 135-160.
- Chang, H. et al. (2017). A comparative analysis of ratio and rate in elementary mathematics textbooks. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea* 21(1), 135-160.
- 전수경 (2017). 수학적 대상의 측면에서 고등학교 수학 교수실행의 구조 분석에 대한 체계기능언어학적 고찰. 박사학위논문, 영남대학교.
- Jeon, S. K. (2017). *A systemic functional linguistic study on analyzing the structure of teaching practice of high school mathematics lessons from the perspective of mathematical objects*. Doctoral dissertation. Yeungnam University.
- 전수경, 조정수 (2015). 고등학교 수학교과서의 설명텍스트와 교사 설명담화에 대한 체계기능언어학적 비교 분석. 수학교육학연구 25(4), 525-547.
- Jeon, S. K. & Cho, C. S. (2015). A study on the written texts of a high school mathematics textbook and teacher's classroom discourse. *Journal of Educational Research in Mathematics* 25(4), 525-547.
- 전영옥 (2006). 구어의 단위 연구. 한말연구 19, 271-299.
- Jeon, Y. O. (2006). A study on unit of spoken language. *Korean Language Research* 19, 271-299.
- 최윤선 (2014). 비판적 담화분석: 담화와 담론이 만나는 장. 서울: 한국문화사.
- Choi, Y. S. (2014). *Critical discourse analysis*. Seoul: Hankookmunhwasa.
- 허난, 안은경, 고희경 (2011). 한국과 독일의 중학교 수학 교과서 분석을 통한 함수 내용 비교. 학교수학 13(2), 323-343.
- Huh, N., Ahn, E. K., & Ko, H. K. (2011). Comparative analysis of the contents of functions in the middle school mathematics textbooks in Korea and Germany. *School Mathematics* 13(2), 323-343.
- Alshwaikh, J. (2011). *Geometrical diagrams as representation and communication: A functional analytic framework* (Ph.D Thesis). University of London, London.
- Alshwaikh, J. (2016). Investigating the geometry curriculum in Palestinian textbooks: towards multimodal analysis of Arabic mathematics discourse. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 165 - 181.
- Bezemer, J. & Kress, G. (2008). Writing in multimodal texts: A social semiotic account of designs for learning. *Written Communication*, 25(2), 166-195.
- Castillo-Garsow, C. C., Johnson, H. L., & Moore, K. C. (2013). Chunky and smooth images of change. *For the Learning of Mathematics*, 33, 31-37.

- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. London: Edward Arn.
- Halliday, M. A. K. (1985/2004). *An introduction to functional grammar* (3rd ed.), London: Hodder Education.
- Halliday, M. A. K. & Matthiessen, C. M. (1999) *Construing experience through meaning: A language based approach to cognition*. London: Cassell.
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* New York, NY: Oxford University Press.
- Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. In C. Janvier (Eds.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (27-32). NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kress, G. & Van Leeuwen, T. (2006). *Reading images: The grammar of visual images*. London: Routledge.
- Lappan, G., Phillips, E. D., Fey, J. T., & Friel, S. N. (2014a). *A guide to connected mathematics 3, understanding, implementing, and teaching*. Boston: Pearson Education.
- Lappan, G., Phillips, E. D., Fey, J. T., & Friel, S. N. (2014b). *Connected mathematics 3 grade 6*. Boston: Pearson Education.
- Morgan, C. (2016). Studying the role of human agency in school mathematics. *Research in Mathematics Education, 18*(2), 120 - 141.
- Morgan, C. & Sfard, A. (2016). Investigating changes in high-stakes mathematics examinations: a discursive approach. *Research in Mathematics Education, 18*(2), 92 - 119.
- Morgan, C. & Tang, S. (2016). To what extent are students expected to participate in specialised mathematical discourse? Change over time in school mathematics in England. *Research in Mathematics Education, 18*(2), 142 - 164.
- O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images*. London: Continuum.
- O'Halloran, K. L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *Journal of Mathematical Behavior 40*, 63 - 74.
- Park, J. (2016). Communicational approach to study textbook discourse on the derivative. *Educational Studies in Mathematics 91*(3), 395 - 421.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sfard A. (2016) On the need for theory of mathematics learning and the promise of 'commognition'. In P. Ernest (Ed.), *The Philosophy of Mathematics Education Today* (219-228). Cham: Springer.
- Van Leeuwen, T. (2005). *Introducing social semiotics*. London: Routledge.
- Vygotsky, L. S. (2011). *생각과 말* (배희철, 김용호 역). 서울: 살림터. (러시아어초판은 1934년, 영어초판은 1986년 출판)
- Wagner, D. (2004). *Silence and voice in the secondary mathematics classroom* (Unpublished doctoral dissertation), University of Alberta, Edmonton, Canada.
- Wagner, D. (2007). Students' critical awareness of voice and agency in mathematics classroom discourse. *Mathematical Thinking and Learning, 9*(1), 31-50.
- Wittgenstein, L. (1953/2003). *Philosophical investigations: The German text, with a revised English translation* (3rd ed., G. E. M. Anscombe, Trans.), Malden, MA: Blackwell.

## Reconstruction and application of an analytic framework for discursive approach to interpretations of graph -The case of a Korean textbook and CMP-

**Kim, Won**

Department of Curriculum and Instruction, Korea University Graduate School  
E-mail : wonny00901@hanmail.net

**Choi, Sang-Ho**

Department of Mathematics Education, Korea University  
E-mail : shchoi83@korea.ac.kr

**Kim, Dong-Joong<sup>†</sup>**

Department of Mathematics Education, Korea University  
E-mail : dongjoongkim@korea.ac.kr

The purpose of this study is to provide implications for improvement of mathematics textbook based on discursive approach to textbook analysis that complementarily combines a communicational approach to cognition and social semiotics. For this purpose, we reconstructed an analytic framework for discursive approach to written discourses of Korean textbook and CMP, and applied it to our analysis. Results show that several characteristics in meanings were developed by the use of words and visual mediators. First, in the case of ideational meaning, there were qualitative and quantitative differences between vocabularies used and between information addressed by visual mediators. Second, in the case of structural meaning, an offer and application of procedure was emphasized in a Korean textbook, whereas expectation and selection experiences of diverse possibilities for problem solving was underlined in CMP. In the case interpersonal meaning of student-author, imperative instructions were paid attentions in a Korean textbook. In contrast, students' interdependence and active participation were stressed in CMP. Therefore, this study addressed ideas about how to analyze mathematics textbooks based on integrated meanings developed by the use of words and visual mediators. In addition, it distributes implications for improvements of Korean mathematics textbooks through the analytic framework of both mathematical meanings and interpersonal meanings of student-author.

---

\* ZDM Classification : U23

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

\* Key words : communicational approach, social semiotics,  
discursive approach, textbook analysis, interpreting graph

† Corresponding author