ISSN 1975-8359(Print) / ISSN 2287-4364(Online)
The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 67, No. 2, pp. 314~324, 2018
http://doi.org/10.5370/KIEE.2018.67.2.314

다중 UAV 협업을 위한 선형 분산 피동 표적추적 필터 설계

Linear Distributed Passive Target Tracking Filter for Cooperative Multiple UAVs

이 윤 하* · 김 찬 영* · 나 원 상† · 황 익 호**
(Yunha Lee · Chan-Young Kim · Won-Sang Ra · Ick-Ho Whang)

Abstract - This paper proposes a linear distributed target tracking filter for multiple unmanned aerial vehicles(UAVs) sharing their passive sensor measurements through communication channels. Different from the conventional nonlinear filtering schemes, the distributed passive target tracking problem is newly formulated within the framework of a linear robust state estimation theory incorporated with a linear uncertain measurement equation including the coordinate transform uncertainty. To effectively cope with the performance degradation due to the coordinate transform uncertainty, a linear consistent robust Kalman filter(CRKF) theory is devised and applied for designing a distributed passive target tracking filter. Through the simulations for typical UAV surveillance mission, the superior performance of the proposed method over the existing schemes of distributed passive target tracking are demonstrated.

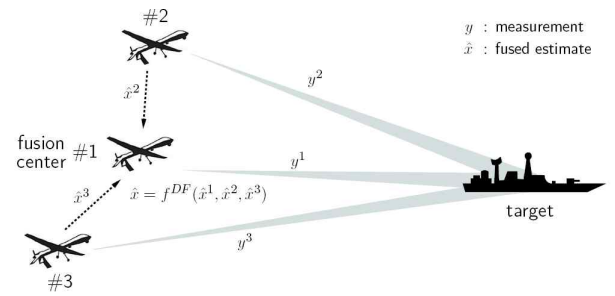
Key Words : Distributed filter, Passive target tracking, Multiple UAVs, Coordinate transform uncertainty

1. 서 론

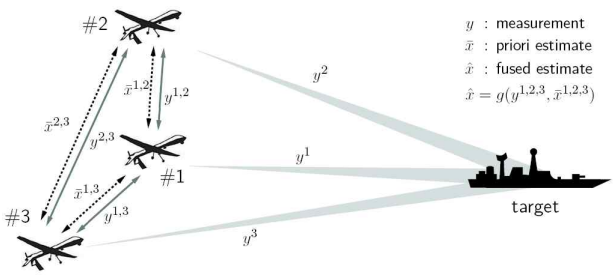
최근 다중 UAV(unmanned aerial vehicle)를 이용한 관심 표적의 정밀추적, 상황인식, 다대다 임무수행 등 협업 유도제어 기법에 관한 연구가 활발이 이루어지고 있다[1,2]. 다중 UAV의 자율도(autonomy)를 획기적으로 향상시키기 위해서는 UAV 간 네트워킹 기술과 더불어 공유 정보를 효과적으로 융합할 수 있는 필터링 기법의 개발이 필수적이다[3,4].

다중 UAV에 장착된 저가 센서들은 통상 시선각 혹은 시선변화율과 같이 극좌표계에서 정의된 피동(passive) 표적 측정치를 제공한다. 정보공유 표적추적 필터는 다중 UAV의 피동 센서 측정치들을 종합하여 직교좌표계 표적 위치 및 속도를 추정하는 것을 궁극적인 목표로 한다[5]. 따라서, 정보공유 표적추적 필터 설계 문제는 다중센서 정보융합 문제의 특수한 형태라 할 수 있다. 이 경우, 저가형 피동센서를 사용하더라도 단일 UAV와 비교하여 가관측성 확보가 용이할 뿐만 아니라 표적추적 성능을 크게 향상시킬 수 있다.

지금까지 개발된 다중 UAV 정보융합 알고리듬은 크게 비집중화(decentralized) 및 분산(distributed) 필터링 기법으로 분류된다. 비집중형 필터링 기법은 대개 2단계 필터 구조를 채택하고 있다[6]. 개별 UAV에 구현된 지역필터(local filter)에서 자체 피동센서 측정만을 사용하여 표적 상태추정치를 산출하고, 그 결과를 통신 네트워크를 통해 융합필터(fusion filter)가 구현되어 있는 UAV로 송신한다. 융합필터는 지역필터의 상태추정치를 융합하여 표적상태 추정치를 최종 도출한다. 이러한 구조를 사용할 경우, 별도 고장검출 알고리듬을 활용하여 비정상 센서 측정치를



(a) Decentralized filter



(b) Distributed filter

그림 1 정보융합 필터 구조
Fig. 1 Information Fusion Filter Structure

† Corresponding Author : School of Mechanical and Control Engineering, Handong Global University, South Korea.
E-mail: wonsang@handong.edu
* School of Mechanical and Control Engineering, Handong Global University, South Korea.
** Center for Precise Guidance Technology, Agency for Defense Development, South Korea.
Received: December 11, 2017; Accepted: January 30, 2018

Copyright ⓒ The Korean Institute of Electrical Engineers
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/)which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

배제시킴으로써 정보융합의 견실성을 보장할 수 있다. 또한 융합 상태추정치 산출을 위해 형태가 동일한 지역필터 사후추정치를 공유하므로 통신패킷의 단순화가 가능하다. 하지만, 지역필터의 가관측성 결여 시 표적추적 성능 저하를 피할 수 없다는 한계를 지니고 있다[6,7]. 이러한 한계를 극복하려면 UAV가 가관측성 확보를 위한 별도 기동을 수행해야 하나 이는 에너지가 제한되어 있는 UAV 운용 상 부담으로 작용할 가능성이 매우 높다[5].

이에 대한 대안으로 분산형 필터 개념이 도입되었다[7,8]. 이 방법의 핵심 아이디어는 비집중형 병렬필터 구조를 1단계로 축소시키되, 특정 UAV가 융합센터 역할을 전담하는 것이 아니라 개별 UAV에 융합필터를 분산 구현하는 것이다. 각 UAV에 구현되어 있는 분산필터는 표적추적을 위해 사실상 모든 가용 측정치를 활용하게 되므로, 비집중형 필터의 단점이었던 가관측성 확보 문제를 근본적으로 해결할 수 있다. 다만, 극좌표계 피동 센서 측정치와 추정해야 하는 직교좌표계 표적 상태변수 간의 비선형성을 다루기 위해 정보융합 시 확장칼만필터(EKF: extended Kalman filter), 무향칼만필터(UKF: unscented Kalman filter), 파티클필터(particle filter) 등 비선형 필터링 이론의 적용이 불가피하다. 이는 장거리에서의 느린 수렴속도, 초기치 선정에 따른 민감도, 수렴성 분석을 위한 수학적 도구개발의 어려움 등 비선형 필터가 내포하고 있는 문제점들이 정보융합필터 구현 시에 그대로 나타날 수 있음을 암시하는 것이다.

전술한 문제에 대한 근본적 해법으로 본 논문에서는 새로운 형태의 선형 분산 피동 표적추적 필터 설계 방법론을 제시한다. 이를 위해 극좌표계 피동센서 측정치와 직교좌표계 표적 상태변수 간의 좌표변환 관계를 이용하여 표적추적 필터 설계 문제를 좌표변환 불확실성이 측정행렬에 곱해져 있는 선형 불확정 시스템에 대한 상태추정문제로 재정의한다. 고려될 선형 불확정 측정방정식은 배가(multiplicative) 측정잡음이 포함된 기존 측정방정식 모델과 상이한 새로운 형태이다. 좌표변환 불확실성은 단순 배가 측정잡음이 아니라 가용 측정행렬과 추가적인 통계적 상관관계를 갖고 있어 현존하는 필터이론으로는 추정치의 일관성(consistency)을 보장할 수 없다. 이를 해결하기 위해, 먼저 최소자승 추정관점에서 좌표변환 불확실성이 상태추정기의 수렴 특성에 미치는 영향을 정량적으로 분석한다. 대수이론(large number theory)을 적용하여 좌표변환 불확실성의 통계적 특성이 공칭최소자승(NoLS: nominal least squares) 추정기의 환산계수(scale factor) 오차를 야기하며, 시선각 측정잡음에 관한 통계적 사전정보를 이용하여 이를 근사할 수 있음을 증명한다. NoLS 추정오차에 대한 통계적 보상기법을 적용하여, 선형 일관 강인최소자승기법(CRLS: consistent robust least-squares estimation)을 유도한다. CRLS 추정기는 좌표변환 불확실성이 존재하는 상황에서도 추정오차가 0으로 확률수렴(convergence in probability)하는 특성이 있다. 이러한 개념을 선형 불확정 확률 동적시스템으로 확장하여, 선형 일관 강인칼만필터(CRKF: consistent robust Kalman filter)를 설계한다. 사후 추정오차 Gramian 행렬이 양한정(positive definite)일 경우, CRLS 추정치가 부정이차 목적함수의 유일한 최소 해가 된다는 사실에 착안하여, CRKF 설계문제를 1단계 통계적 최적화(one-step stochastic optimization) 문제로 정의하고 그 해를 도출한다. 개발된 선형 CRKF에 기존의 정보공유 법칙(information sharing principle)을 적용하면 선형 분산 표적추적 필터를 손쉽게 설계할 수 있다. 제안된 선형 분산 표적추적 필터는 장거리 교전 상황에서도 매우 빠른 수렴특성을 보일 뿐만 아니라 추정치의 일관성(consistency)을 담보할 수 있다. 또한, 비선형 측정방정식의 선형화 혹은 복잡한 확률밀도함수를 고려할 필요가 없어 실시간 구현에 매우 적합하다. 모의실험을 통해 제안된 기법의 유용성을 입증한다.

2. 좌표변환 불확실성을 고려한 일관 최소자승 추정기법

2.1 좌표변환 불확실성에 의한 선형 불확정 회귀모델

분산 피동 표적추적 필터 설계에 앞서, 극좌표계 측정치와 직교좌표계 상태변수 간의 비선형성을 다루기 위한 새로운 필터 설계방법을 고려해보자.

UAV와 표적 간의 수평면 상대기하는 그림 2와 같다. 편의상 UAV는 비행 중 일정한 고도를 유지하며 관성좌표계에서 정의된 수평면 표적 상대위치 $\boldsymbol{x} = [x^t - x \;\; y^t - y]^T$를 추정하는 것으로 가정한다. 만일, UAV에 장착한 피동 센서로부터 수평면 시선각 정보가 제공된다면, 관성좌표계 표적 상대위치 $\boldsymbol{x}$와 시선벡터에 수직한 방향의 표적위치 $\boldsymbol{s} = 0$ 간의 관계를 다음 선형 관계식으로 기술할 수 있다.

$$\boldsymbol{s}_j = H_j \boldsymbol{x}, \quad H_j \equiv LC_j, \quad C_j \equiv R_z(\lambda_j) \tag{1}$$

위의 식에서 j는 샘플링 시점, H_j는 측정행렬의 참값, $L = [0 \;\; 1]$는 상수 출력행렬, C_j는 시선각 참값 λ_j에 의해 기술되는 관성-시선좌표계 간 좌표변환행렬, $R_z(\bullet)$은 회전변환행렬을 의미한다. 회전변환행렬 $R(\bullet)$의 정의는 다음과 같다.

$$R_z(\epsilon) \equiv \begin{bmatrix} c_\epsilon & s_\epsilon \\ -s_\epsilon & c_\epsilon \end{bmatrix}, \quad c_\epsilon \equiv \cos(\epsilon), \; s_\epsilon \equiv \sin(\epsilon)$$

불행하게도 표적추적을 위해 시선각 참값 λ_j을 사용할 수 없으므로, 선형 관계식 (1)을 피동센서에서 획득된 시선각 측정치 $\tilde{\lambda}_j$를 사용하여 재정의해야 한다.

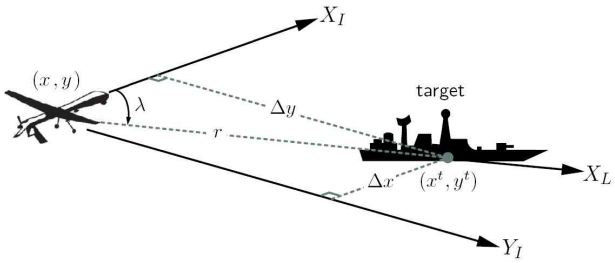


그림 2 상대기하
Fig. 2 Relative Geometry

$$\tilde{\lambda}_j = \lambda_j + \delta\lambda_j, \quad \delta\lambda_j \sim N(0, \sigma_\lambda^2) \tag{2}$$

시선각 측정치 $\tilde{\lambda}_j$와 측정잡음 $\delta\lambda_j$에 의해 구성되는 좌표변환 행렬의 관측치와 좌표변환 불확실성을 각각 $\widetilde{C}_j \equiv R_z(\tilde{\lambda}_j)$ 및 $\Delta C_j \equiv R_z(\delta\lambda_j)$라 하자. 잘 알려져 있다시피 회전변환 행렬은 유니타리(unitary)이므로 앞서의 정의를 이용하면 식 (2)로부터 식 (3)을 얻는다.

$$\widetilde{C}_j = C_j \cdot \Delta C_j = R_z(\lambda_j) R_z(\delta\lambda_j), \;\; C_j = \widetilde{C}_j \cdot \Delta C_j^T \tag{3}$$

식 (3)을 식 (1)에 정의된 측정행렬의 참값 H_j에 대입하면,

$$H_j = LC_j = L\widetilde{C}_j \Delta C_j^T \equiv \widetilde{H}_j \Delta C_j^T \tag{4}$$

여기서 $\widetilde{H}_j = L\widetilde{C}_j$는 측정행렬 관측치를 의미한다.

위의 결과를 식 (1)에 대입하면, 선형 불확정 회귀모델 (5)를 얻는다.

$$y_j = \widetilde{H}_j \Delta C_j^T \boldsymbol{x} + v_j, \quad v_j \sim N(0, R_j) \tag{5}$$

위의 식에서 $y_j = 0$은 시선벡터에 수직인 표적의 가상 위치측정치(artificial position measurement)를, v_j는 가상 위치 측정잡음 의미한다[9]. 이때, 시선각 측정잡음 $\delta\lambda_j$과 가상 위치 측정잡음 v_j가 비상관되어 있다고 해도 일반성을 잃지 않는다. 따라서, 식 (2)로부터 좌표변환 불확실성 ΔC_j의 통계적 특성을 정의할 수 있다.

$$E\{\Delta C_j^T\} = c \cdot I^{2\times 2}, \;\; c \equiv e^{-0.5\sigma_\lambda^2}, \quad E\{\Delta C_j^T L^T R_j^{-1} v_j\} = 0 \tag{6}$$

부가 측정잡음 만을 포함하는 표준 선형 회귀모델과 달리 선형 불확정 회귀모델 (5)과 관련된 상태추정 문제는 매우 다루기 어렵다[10]. 이는 선형 회귀모델 (5)가 상태변수 및 측정행렬과 곱셈관계에 있는 좌표변환 불확실성 ΔC_j을 포함하고 있을 뿐만 아니라, 좌표변환 불확실성 ΔC_j와 측정행렬 $\widetilde{H}_j$ 사이에 상호 상관성(cross-correlation)이 존재하기 때문이다. 이러한 회귀모델 (5)의 특징은 기존 상태추정기법의 성능저하를 야기하므로, 이를 적절히 다루기 위한 새로운 추정기법이 고안되어야 한다.

2.2 좌표변환 불확실성에 의한 추정오차 해석

주어진 시스템 모델에 파라미터 불확실성이 포함되어 있지 않다면 칼만필터를 최소자승 관점에서 일관 무편향 최적 상태추정기라는 것은 주지의 사실이다. 불행하게도, 식 (5)에는 좌표변환 불확실성 ΔC_j가 포함되어 있으므로, 칼만필터 추정치는 더 이상 일관성을 유지하지 못한다. 이러한 상황에서 일관성을 잃지 않는 새로운 추정기법을 고안하기 위해, 최소자승관점에서 좌표변환 불확실성 ΔC_j와 추정오차에 미치는 영향을 정량적으로 분석해보자.

$j=0$부터 $j=k$ 시점까지 획득된 측정치들을 누적하면 측정방정식 (7)을 얻는다.

$$y^k = H^k M^k x + v^k = \widetilde{H}^k \Delta M^k x + v^k \tag{7}$$

여기서

$$\boldsymbol{y}^k \equiv \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^{k-1} \\ y_k \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{y}^0 = y_0, \; \boldsymbol{v}^k \equiv \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}^{k-1} \\ v_k \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{v}^0 = v_0,$$

$$M^k \equiv \begin{bmatrix} M^{k-1} \\ I \end{bmatrix}, \; M^0 = I, \; \Delta M^k \equiv \begin{bmatrix} \Delta M^{k-1} \\ \Delta C_k \end{bmatrix}, \; \Delta M^0 = \Delta C_0^T,$$

$$H^k \equiv \begin{bmatrix} H^{k-1} & 0 \\ 0 & LC_k \end{bmatrix}, \; H^0 = H_0, \quad \widetilde{H}^k \equiv \begin{bmatrix} \widetilde{H}^k & 0 \\ 0 & L\widetilde{C}_k \end{bmatrix}, \; \widetilde{H}^0 = \widetilde{H}_0$$

식 (5)와 식 (6)으로부터 다음 관계식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} &E\{\Delta M^k\} = c \cdot M^k, \quad E\{\boldsymbol{v}^k\} = \boldsymbol{0}, \quad var\{\boldsymbol{v}^k\} = R^k, \\ &R^k \equiv R_0 \oplus R_1 \oplus \cdots \oplus R_k, \; E\{(\widetilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1} \boldsymbol{v}^k\} = \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{8}$$

추정기의 일관성(consistency)을 수학적으로 분석하기 위해, 확률변수의 약수렴(weak convergence)과 관련된 다음 정의가 사용된다.

정의 1 (확률 수렴) 임의의 실수 ϵ와 확률변수 X에 대해 확률변수열(sequence) $\{X_n\}$가 다음 식을 만족한다고 하자.

$$P\{|X_n - X| > \epsilon\} \to 0, \quad as \;\; n \to \infty.$$

이 경우 확률변수열 $\{X_n\}$이 X로 확률수렴한다고 일컬으며, 이를 확률극한 $\mathrm{p}\lim_{n\to\infty} X_n = X$으로 표기한다[11]. ■

일반적으로 추정치를 측정치열 $\{X_n\}$의 함수로 표현되므로, 확률변수 $\{X_n\}$의 이월특성(carry-over property)을 이용하면 손쉽게 추정기의 일관성을 증명할 수 있다.

보조정리 1 (Slutsky-Frechet 정리) 만약 $\mathrm{p}\lim_{n\to\infty} X_n = X$이고, $f(x)$가 연속함수이면 다음 관계식이 만족된다[12].

$$\mathrm{p}\lim_{k\to\infty} f(X_n) = f(X)$$

■

이제, 표적 상태추정기의 일관성을 분석하기 위한 전제조건을 생각해보자.

C1. UAV와 표적 간의 거리가 멀 경우, 시선각이 매우 천천히 변화하므로, 짧은 시구간에서 이를 상수(piecewise constant) 취급해도 무방하다.

C2. 영평균 시선각 측정잡음 $\delta\lambda_j$의 통계적 특성은 동일하게 유지된다. 즉, 시선각 측정잡음 $\delta\lambda_j$의 분산 $R_j = R$이다.

C3. $\{\delta\lambda_j\}$과 $\{v_j\}$는 독립균등분포(i.i.d.: independent and identically distributed)로 가정한다.

전술한 바와 같이 시선각 참값 λ_j을 사용할 수 없으므로 측정 행렬의 참값 H^k 역시 가용한 변수가 아니다. 따라서, 실제상황에서 최적최소자승(OLS: optimal LS) 기법은 구현 불가능하다. 그럼에도 불구하고, OLS 추정성능은 설계될 추정기의 최적성을 판별하기 위한 이론적 기준이 된다. 벡터 측정방정식 (7)에 대한 OLS 추정치는 다음과 같다.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{O} = P_{|k}^{O}(H^k M^k)^T (R^k)^{-1} \boldsymbol{y}^k \tag{9}$$

여기서 수식 전개상의 편의를 도모하기 위해 $c_\epsilon \equiv \cos\epsilon_j$ 및 $s_\epsilon \equiv \sin\epsilon_j$라 하면, OLS 추정오차 공분산 $P_{|k}^{O}$는 다음과 같이 정의된다.

$$P_{|k}^{O} \equiv \left((H^k M^k)^T (R^k)^{-1} H^k M^k\right)^{-1} = \left(\sum_{j=0}^{k} \Pi_j\right)^{-1}$$

$$\Pi_j \equiv H_j^T R_j^{-1} H_j = \frac{1}{R_j}\begin{bmatrix} s_{\lambda_j}^2 & -s_{\lambda_j} c_{\lambda_j} \\ -s_{\lambda_j} c_{\lambda_j} & c_{\lambda_j}^2 \end{bmatrix}$$

식 (7)을 식 (9)에 대입하면, OLS 추정치 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{O}$를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{O} = \boldsymbol{x} + P_{|k}^{O}(H^k M^k)^T (R^k)^{-1} \boldsymbol{v}^k \tag{10}$$

조건 C1 및 C2에 의해 영평균 측정잡음 v_k이 i.i.d.이므로, 식 (10)에 확률극한을 취하면 OLS 추정치가 상태변수 참값 $\boldsymbol{x}$로 일관 수렴하는 특성이 있음을 알 수 있다.

$$\operatorname*{plim}_{k\to\infty} \hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{O} = \boldsymbol{x} + \left(\operatorname*{plim}_{k\to\infty}\left\{\sum_{j=0}^{k} \Pi_j\right\}\right)^{-1} \cdot \operatorname*{plim}_{k\to\infty}\left\{\sum_{j=0}^{k} H_j^T R_j^{-1} v_j\right\} = \boldsymbol{x} \tag{11}$$

좌표변환행렬의 참값 C_j가 가용하지 않으므로, OLS 추정기를 구현할 수 없다. 그 대안으로, 식 (8)에서 좌표변환 불확실성 ΔC_j의 영향을 의도적으로 무시($\Delta M^k \approx M^k$)하고, 공칭최소자승(NoLS: nominal LS) 추정기를 사용해보자.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{N} = P_{|k}^{N}(\tilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1} \boldsymbol{y}^k \tag{12}$$

이 경우, NoLS 추정오차 Gramian 행렬 $P_{|k}^{N}$은 다음과 같이 정의된다.

$$(P_{|k}^{N})^{-1} \equiv (\tilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1} \tilde{H}^k M^k = \sum_{j=0}^{k} \tilde{\Pi}_j, \quad \tilde{\Pi}_j \equiv \tilde{H}_j^k R_j^{-1} \tilde{H}_j \tag{13}$$

식 (12)와 식 (13)을 이용하여 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{N}$를 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{N} = (I + \alpha_{|k})\boldsymbol{x} + \beta_{|k} \tag{14}$$

여기서

$$\alpha_{|k} \equiv P_{|k}^{N}(\tilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1} \tilde{H}^k \Delta M^k - I,$$

$$\beta_{|k} \equiv P_{|k}^{N}(\tilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1} \boldsymbol{v}^k$$

위의 결과로부터 좌표변환 불확실성 ΔC_j가 NoLS 추정오차, 즉 환산계수오차 $\alpha_{|k}$와 편향오차 $\beta_{|k}$를 유발한다는 결론을 얻을 수 있다. 더욱이, 식 (6)에 의해 좌표변환 불확실성 ΔC_j로 구성된 블록행렬 ΔM^k와 측정잡음벡터 $\boldsymbol{v}^k$이 비상관이라 할 수 있으므로, 환산계수오차 $\alpha_{|k}$가 NoLS 추정치의 주된 오차특성임이 자명하다.

$$\operatorname*{plim}_{k\to\infty}\{\alpha_{|k}\} \neq 0, \quad \operatorname*{plim}_{k\to\infty}\{\beta_{|k}\} = 0 \tag{15}$$

이제, NoLS 추정치의 환산계수오차 $\alpha_{|k}$를 정량화해보자. 식 (15)에 정의된 $\alpha_{|k}$가 시선각 측정잡음 $\delta\lambda_j$의 삼각함수로 표현되므로, 이에 대한 통계적 속성이 수식 전개 과정에서 요긴하게 사용된다. 식 (2)에 의해 다음 성질이 만족된다.

$$E\{\sin 2\delta\lambda_j\} = 0, \quad E\{\cos 2\delta\lambda_j\} = c^4. \tag{17}$$

한편, 식 (4)를 식 (9) 및 식 (13)에 정의된 시선각 측정치 $\tilde{\lambda}_j$로 산출되는 가용 행렬 $\tilde{\Pi}_j$와 시선각 참값으로 구성되는 비가용 행렬 Π_j에 대입하면, 다음 관계 식을 얻을 수 있다.

$$\tilde{\Pi}_j \equiv \tilde{H}_j^k R_j^{-1} \tilde{H}_j = \Delta C_j^T H_j^T R_j^{-1} H_j \Delta C_j = \Delta C_j^T \Pi_j \Delta C_j \tag{18}$$

만일, $V_j \equiv L^T R_j^{-1} L \equiv \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \\ v_2 & v_3 \end{bmatrix}$라 하면, 비가용 행렬 Π_j는 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Pi_j &\equiv \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_2 & \phi_3 \end{bmatrix} = H_j^T R_j^{-1} H_j = C_j^T L^T R_j^{-1} L C_j \\ &= \begin{bmatrix} v_1 c_\lambda^2 - 2v_2 c_\lambda s_\lambda + v_3 s_\lambda^2 & v_2 c_\lambda^2 - v_2 s_\lambda^2 - v_3 c_\lambda s_\lambda \\ v_2 c_\lambda^2 - v_2 s_\lambda^2 - v_3 c_\lambda s_\lambda & v_1 s_\lambda^2 + 2v_2 s_\lambda c_\lambda + v_3 c_\lambda^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{19}$$

즉, 식 (19)로부터 다음 등식이 만족됨을 알 수 있다.

$$\phi_1 + \phi_3 = v_1 + v_3 = \frac{1}{R} \tag{20}$$

식 (19)를 식 (18)에 대입한 후, 양변에 기댓값을 취하면 식 (17)과 (20)에 의해 다음 결과를 얻는다.

$$E\{\tilde{\Pi}_j\} = c^4 \Pi_j + \frac{v_1 + v_3}{2}(1 - c^4) I. \tag{21}$$

즉, 가용행렬 $\tilde{\Pi}_j$과 비가용행렬 Π_j간의 상관관계를 시선각 측정잡음의 통계적 특성 (6)을 이용하여 근사 가능하다.

식 (13)의 양변에 확률극한을 취하면 조건 C1~C3 및 식 (21)

에 따라 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\left[\mathrm{p}\lim_{k\to\infty} P_{|k}^{N}\right]^{-1} = \mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\widetilde{\Pi}_j = \Xi^{-T}\left(\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Pi_j\right)\Xi^{-1} + \Psi \tag{22}$$

여기서 $\Xi \equiv \frac{1}{c^2}\cdot I^{2\times 2}$, $\Psi \equiv \frac{1-c^4}{2R}\cdot I^{2\times 2}$.

NoLS 환산계수오차 $\alpha_{|k}$의 첫 번째 항 중 $P_{|k}^{N}$을 제외한 나머지 부분은 식 (23)과 같이 정리된다.

$$(\widetilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1}\widetilde{H}^k \Delta M^k = \sum_{j=0}^{k}\widetilde{H}_j^T R_j^{-1}\widetilde{H}_j \Delta C_j = \sum_{j=0}^{k}\Delta C_j^T \Pi_j \tag{23}$$

식 (6)에 의해 다음 식이 만족된다.

$$E\{\Delta C_j \Pi_j\} = \Theta^{-1}\Pi_j \tag{24}$$

여기서 $\Theta \equiv \frac{1}{c}\cdot I^{2\times 2}$.

식 (23)에 확률극한을 취한 후 식 (24)를 적용하면, 조건 C3에 의해 다음 결과를 얻는다.

$$\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}(\widetilde{H}^k M^k)^T (R^k)^{-1}\widetilde{H}^k \Delta M^k = \Theta^{-1}\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Pi_j \tag{25}$$

식 (22)와 (25)로부터 환산계수오차 $\alpha_{|k}$가 식 (26)의 값으로 약수렴 함을 알 수 있다.

$$\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\{\alpha_{|k}\} = \left[\Xi^{-T}\left(\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Pi_j\right)\Xi^{-1} + \Psi\right]^{-1}\Theta^{-1}\left(\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Pi_j\right) - I \tag{26}$$

2.3 선형 일관 강인 최소자승 추정기법

앞서 제시된 분석결과에 기초하여 선형 측정모델 (8)에좌표변환 불확실성 ΔC_j이 존재하는 상황에서도 추정치의 일관성을 유지할 수 상태추정기를 설계해 보자.

문제 1(선형 일관 강인 최소자승(CRLS: consistent robust LS) 추정) 불확정 측정모델 (8)~(9)에 대해, 추정치의 일관성을 만족하는 선형 추정기 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C}$를 설계하자. 단, $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C}$은 가용한 측정행렬 $\widetilde{H}_j$와 측정치 $\boldsymbol{y}_j$의 함수로 기술되어야 한다.

$$\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\{\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C}\} = \boldsymbol{x} \tag{30}$$

정리 1(CRLS 추정기) 식 (31)의 추정치는 조건 (30)을 만족하는 CRLS 문제의 해이다.

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C} &\equiv \overline{P}_{|k}^{C}(\widetilde{H}^k\Theta^k)^T(R^k)^{-1}\boldsymbol{y}^k,\\ \overline{P}_{|k}^{C} &\equiv \left((\widetilde{H}^k\Xi^k)^T(R^k)^{-1}(\widetilde{H}^k\Xi^k) - (\Xi^k)^T\Psi^k\Xi^k\right)^{-1}\end{aligned} \tag{31}$$

여기서 관련 행렬들은 다음과 같이 정의 된다.

$$\Theta^k = \begin{bmatrix}\Theta^{k-1}\\ \Theta_k\end{bmatrix},\ \Theta^0 = \Theta,\quad \Xi^k = \begin{bmatrix}\Xi^{k-1}\\ \Xi_k\end{bmatrix},\quad \Xi^0 = \Xi,$$

$$\Psi^k = \begin{bmatrix}\Psi^{k-1} & 0\\ 0 & \Psi_k\end{bmatrix},\ \Psi_0 \equiv \Psi$$

□

증명.

식 (31)의 Gramian 행렬 $\overline{P}_{|k}^{C}$에 확률극한을 취하면,

$$\left[\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\overline{P}_{|k}^{C}\right]^{-1} = \Xi^T\left(\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\widetilde{\Pi}_j - \Psi\right)\Xi. \tag{32}$$

조건 C2, C3 및 식 (22)에 의해 위 식을 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\left[\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\overline{P}_{|k}^{C}\right]^{-1} &= \Xi^T\left(\left[\Xi^{-T}\left(\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Pi_j\right)\Xi^{-1} + \Psi\right] - \Psi\right)\Xi\\ &= \mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Pi_j \quad = \left[\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}P_{|k}^{O}\right]^{-1}\end{aligned} \tag{33}$$

위의 결과로부터 CRLS 추정오차 Gramian 행렬 $\overline{P}_{|k}^{C}$가 OLS의 추정오차 공분산 $P_{|k}^{O}$으로 확률수렴 함을 알 수 있다.

비슷한 방법으로, CRLS추정치 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C}$의 두 번째 항에 대한 확률수렴 특성을 분석해보자. 식 (24)로부터 $E\{\Delta C_k\} = \Theta_k^{-1}$이 만족되므로, 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\left((\widetilde{H}^k\Theta^k)^T(R^k)^{-1}\boldsymbol{y}^k\right) &= \mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\left(\sum_{j=0}^{k}(\widetilde{H}_j\Theta_j)^T R_j^{-1} y_j\right)\\ &= \Theta^T\left(\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\sum_{j=0}^{k}\Delta C_j^T H_j^T R_j^{-1} y_j\right)\\ &= \mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\left((H^k)^T(R^k)^{-1}\boldsymbol{y}^k\right)\end{aligned} \tag{34}$$

식 (31)의 양변에 확률극한을 취한 후, 식 (33)과 (34)를 대입하면 CRLS 추정치 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C}$와 OLS 추정치 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{O}$ 간의 관계를 유도할 수 있다.

$$\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C} = \mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\overline{P}_{|k}^{C}\cdot\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\left((\widetilde{H}^k\Theta^k)^T(R^k)^{-1}\boldsymbol{y}^k\right) = \mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{O} \tag{35}$$

따라서, 식 (11)을 이용하여 CRLS 추정치 $\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C}$의 일관성이 증명된다.

$$\mathrm{p}\lim_{k\to\infty}\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C} = \boldsymbol{x} \tag{36}$$

■

따름정리 1(CRLS 추정문제의 목적함수) 식 (31)의 CRLS 추정치는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{|k}^{C} = P_{|k}^{C}(\widetilde{H}^k I^k)^T(R^k)^{-1}\boldsymbol{y}^k \tag{36}$$

여기서

$$P_{|k}^{C} \equiv \left((\widetilde{H}^k \Gamma^k)^T (R^k)^{-1} (\widetilde{H}^k \Gamma^k) - (\Gamma^k)^T \Psi^k \Gamma^k\right)^{-1},$$
$$\Gamma^k \equiv \begin{bmatrix} \Gamma^{k-1} \\ \Gamma_k \end{bmatrix}, \ \Gamma_0 = \frac{1}{c^3} I$$

만일 $P_{|k}^{C} > 0$이라면 재 정의된 CRLS 추정치 (36)은 다음 부정이차 목적함수의 유일한 최소화 해이다.

$$J_{|k}^{C} = \left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^k \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{H}^k \Gamma^k \\ \Gamma^k \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \right)^T \begin{bmatrix} (R^k)^{-1} & 0 \\ 0 & -\Psi^k \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^k \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{H}^k \Gamma^k \\ \Gamma^k \end{bmatrix} \boldsymbol{x} \right) \tag{37}$$

□

증명.

식 (22) 및 (24)에 정의된 행렬 Ξ, Ψ, Θ가 모두 대각행렬이므로, 식 (31)의 CRLS 추정치는 식 (36)으로 쓸 수 있다. 부정이차 목적함수 (37)를 $\boldsymbol{x}$에 대해 한 번 미분하면 다음 정점조건을 얻는다.

$$\frac{\partial J_{|k}^{C}}{\boldsymbol{x}} \equiv -2\left((\widetilde{H}^k \Gamma^k)^T (R^k)^{-1} \boldsymbol{y}^k - P_{|k}^{C})^{-1} \boldsymbol{x}\right) = 0 \tag{38}$$

위 식으로부터 정점조건을 만족하는 해가 재 정의된 CRLS 추정치 (36)과 동일함을 알 수 있다. 목적함수 $J_{|k}^{C}$의 유일 최소 해가 존재하기 위한 필요충분 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 J_{|k}^{C}}{\partial \boldsymbol{x}^2} = 2\left((\widetilde{H}^k \Gamma^k)^T (R^k)^{-1} (\widetilde{H}^k \Gamma^k) - (\Gamma^k)^T \Psi^k \Gamma^k\right) = 2(P_{|k}^{C})^{-1} > 0 \tag{39}$$

■

3. 선형 분산 피동 표적추적 필터

기존 비선형 정보공유 필터의 성능을 획기적으로 개선하기 위해, 앞 절에서 유도된 CRLS 추정기법을 확률 동적 시스템에 대한 선형 일관 강인 칼만필터(CRKF: consistent robust Kalman filter) 이론으로 확장한다. 여기에 정보분배 원칙(information sharing principle)을 적용하여 다중 UAV 피동센서 정보융합을 위한 선형 분산 필터를 개발한다.

3.1 선형 일관 강인 칼만필터(CRKF)

UAV가 표적에 비해 월등한 기동능력을 갖고 있다면, 표적의 상대운동을 등속모델로 기술할 수 있다. 이 경우, 피동센서 측정치를 이용한 표적추적 필터 설계 문제는 다음 선형 불확정 시스템에 대한 상태추정 문제로 정의된다.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k+1} = F_k x_k + G_k \boldsymbol{u}_k + G_k \boldsymbol{u}_k^c \\ y_k = \widetilde{H}_k \Delta C_k^T \boldsymbol{x}_k + v_k \end{cases} \tag{40}$$

여기서 $\boldsymbol{x} = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta \dot{x} \ \Delta \dot{y}]^T$는 UAV에 대한 표적의 상대위치/속도, $y_k = 0$은 가상표적 측정치, $\boldsymbol{u}^c = -[a_x \ \ a_y]^T$는 UAV의 가속도로 관성항법장치(INS: inertial navigation system)로부터 획득 가능하다. 사용된 행렬들의 정의는 다음과 같다.

$$L = [0\,1\,0\,0], \quad C_k = \begin{bmatrix} R_z(\lambda_k) & 0^{2\times 2} \\ 0^{2\times 2} & R_z(\lambda_k) \end{bmatrix},$$
$$\widetilde{C}_k = \begin{bmatrix} R_z(\tilde{\lambda}_k) & 0^{2\times 2} \\ 0^{2\times 2} & R_z(\tilde{\lambda}_k) \end{bmatrix}, \quad \Delta C_k = \begin{bmatrix} R_z(\delta\lambda_k) & 0^{2\times 2} \\ 0^{2\times 2} & R_z(\delta\lambda_k) \end{bmatrix},$$
$$F_k \equiv \begin{bmatrix} I^{2\times 2} & T_s \cdot I^{2\times 2} \\ 0^{2\times 2} & I^{2\times 2} \end{bmatrix}, \quad G_k = G_k^c \equiv \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T_s^2 \cdot I^{2\times 2} \\ T_s \cdot I^{2\times 2} \end{bmatrix}$$

식 (40)에서 공정잡음 $\boldsymbol{u}_k$, 측정잡음 v_k, 측정 방정식에 포함되어 있는 좌표변환 불확실성 ΔC_k은 다음 통계적 속성을 만족한다.

$$E\left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_k \\ v_k \end{bmatrix} \right\} = \boldsymbol{0}, \quad var\left\{ \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_k \\ v_k \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & R_k \end{bmatrix} \tag{41}$$

$$E\{\Delta C_k\} = c \cdot I^{4\times 4}, \quad E\left\{\widetilde{H}_k^T R_k^{-1} v_k\right\} = 0 \tag{42}$$

확률 동적시스템 (40)에 대한 상태추정 문제는 1단계 통계적 최적화 문제로 정의되는 것으로 알려져 있다. 따름정리 1의 CRLS 추정치 및 목적함수를 참고하면 선형 일관 강인 칼만필터링 문제를 다음과 같이 기술할 수 있다.

문제 2(선형 CRKF) 선형 불확정 상태공간 방정식 (40)에 대한 CRKF 설계 문제는 다음 부정이차 목적함수의 최소화 문제로 귀결된다.

$$\begin{aligned} J_k^{CRKF} = & \left\| \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k \\ \boldsymbol{u}_k \end{bmatrix} \right\|^2_{P_{k|k}^{-1} \oplus Q_k^{-1}} \\ & + \left\| \begin{bmatrix} y_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{k+1} \Gamma_{k+1} \\ \Gamma_{k+1} \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_{k+1} \right\|^2_{R_{k+1}^{-1} \oplus \Psi_{k+1}} \end{aligned} \tag{43}$$

여기서 $\| p \|_W^2$는 $p^T W p$를 의미한다.

정리 2(CRKF 순환식) 주어진 선형 불확정 상태공간 방정식 (40)에 대해, 부정이차 형태의 목적함수 J_k^{CRKF} (43)의 최소화 해는 다음 순환 식에 의해 계산된다.

• 측정치 갱신식(measurement update)

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} &= (I + P_{k|k} \Gamma_k^T \Psi_k \Gamma_k) \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + P_{k|k} \Gamma_k^T \widetilde{H}_k^T R_k^{-1} (y_k - \widetilde{H}_k \Gamma_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}) \\ P_{k|k}^{-1} &= P_{k|k-1}^{-1} + \Gamma_k^T (\widetilde{H}_k^T R_k^{-1} \widetilde{H}_k - \Psi_k) \Gamma_k > 0 \end{aligned} \tag{44}$$

• 시간 갱신식(time update)

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k} &= F_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} + G_k^c \boldsymbol{u}_k^c \\ P_{k+1|k} &= F_k P_{k|k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T \end{aligned} \tag{45}$$

□

증명.

선형 불확정 상태공간 방정식 (40)을 이용하여 부정이차 목적함수 (43)을 다음과 같이 고쳐쓰자.

$$\begin{aligned} J_k^{CRKF} = & \left\| \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k \\ \boldsymbol{u}_k \end{bmatrix} \right\|^2_{P_{k|k}^{-1} \oplus Q_k^{-1}} \\ & + \left\| \begin{bmatrix} y_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{k+1} \Gamma_{k+1} [F_k \ G_k] \\ \Gamma_{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_k \\ \boldsymbol{u}_k \end{bmatrix} \right\|^2_{R_{k+1}^{-1} \oplus \bar{\Psi}_{k+1}} \end{aligned} \tag{46}$$

여기서 $\bar{\Psi}_{k+1} \equiv [F_k\ G_k]^T \Psi_{k+1} [F_k\ G_k]$.

CRKF의 목적함수 (46)과 CRLS 목적함수 (37)을 비교하면 다음과 같은 대응관계를 확인할 수 있다.

$$\boldsymbol{x} \mapsto \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_k \\ \boldsymbol{u}_k \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y}^{k+1} \mapsto \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_k \\ 0 \end{bmatrix} \\ y_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}^{k+1} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} - \boldsymbol{x}_k \\ -\boldsymbol{u}_k \end{bmatrix} \\ v_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \Psi^{k+1} \mapsto \Psi'_{k+1},$$

$$\widetilde{H}^{k+1} \Gamma^{k+1} \mapsto \begin{bmatrix} \Gamma_{k+1} \\ \widetilde{H}_{k+1} \Gamma_{k+1} [F_k\ G_k] \end{bmatrix}, \quad R^{k+1} \mapsto \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{k|k} & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & R_{k+1} \end{bmatrix}$$

식 (36)에 정의된 CRLS 추정치 및 Gramian 행렬에 위의 대응관계를 대입하면,

$$P_{|k+1}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k+1} \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{k|k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{k|k}^{-1} & 0 \\ 0 & Q_k^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_k^T \\ G_k^T \end{bmatrix} \Gamma_{k+1}^T \widetilde{H}_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} y_{k+1} \tag{47}$$

$$P_{|k+1}^{-1} = \begin{bmatrix} P_{k|k}^{-1} & 0 \\ 0 & Q_k^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_k^T \\ G_k^T \end{bmatrix} D_{k+1} [F_k\ G_k]$$

여기서 $D_{k+1} \equiv \Gamma_{k+1}^T (\widetilde{H}_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} \widetilde{H}_{k+1} - \Psi_{k+1}) \Gamma_{k+1}$.

$k+1$시점에서의 사후추정치를 다음과 같이 정의하면

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k+1} \equiv F_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k+1} + G_k \hat{\boldsymbol{u}}_{k|k+1}, \tag{48}$$

식 (47)을 다음과 같이 단순화 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k+1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} \\ \hat{\boldsymbol{u}}_{k|k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{k|k} & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_k^T \\ G_k^T \end{bmatrix} \Gamma_k^T \left[\widetilde{H}_{k+1}^T \Psi_{k+1} \right] \times \begin{bmatrix} R_{k+1}^{-1} & 0 \\ 0 & \Gamma_{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{k+1} - \widetilde{H}_{k+1} \Gamma_{k+1} \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k+1} \\ \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k+1} \end{bmatrix} \tag{49}$$

식 (47)에서 유도된 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k+1}$과 $\hat{\boldsymbol{u}}_{k|k+1}$을 식 (49)에 대입하면,

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k+1} = (I + P_{k+1|k} D_k)^{-1} \times (\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k} + \mathbb{P}_{k+1|k} \Gamma_{k+1}^T \widetilde{H}_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} y_{k+1}) \tag{50}$$

여기서 사전추정치 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}$와 Gramian 행렬 $P_{k+1|k}$는 다음과 같이 정의되며, 이는 CRKF의 시간갱신식과 동일하다.

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k} &\equiv F_k \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} + G_k \boldsymbol{u}_k \\ P_{k+1|k} &\equiv F_k P_{k|k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T \end{aligned} \tag{51}$$

이제, 사후 Gramian 행렬 및 사후추정치의 정의로부터 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1}^{-1} &= P_{k+1|k}^{-1} + \Gamma_{k+1}^T (\widetilde{H}_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} \widetilde{H}_{k+1} - \Psi_{k+1}) \Gamma_{k+1} \\ \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k+1} &= (I + P_{k+1|k+1} \Gamma_{k+1}^T \Psi_{k+1} \Gamma_{k+1}) \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k} \\ &\quad + K_{f,k+1} (y_{k+1} - \widetilde{H}_{k+1} \Gamma_{k+1} \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}) \end{aligned} \tag{52}$$

여기서 CRKF 필터이득 $K_{f,k+1}$은 다음과 같이 정의된다.

$$K_{f,k+1} = P_{k+1|k+1} \Gamma_{k+1}^T \widetilde{H}_{k+1}^T R_{k+1}^{-1}$$

앞서와 유사한 방법으로 따름정리 1의 유일 최소화 조건을 정리하면, $P_{k|k}^{-1} > 0$인 경우 CRKF 추정치가 목적함수 (43)의 최소화 해가 됨을 확인할 수 있다. ■

3.2 선형 분산 피동 표적추적 필터

다중 UAV 상대운동을 기술하기 위해, j번째 UAV($j = 1, \cdots, N$)의 위치를 (x^j, y^j)로 표기하자. λ^j는 j번째 UAV와 표적을 잇는 시선벡터가 관성좌표계 X_I 축과 이루는 수평면 시선각이다.

표적추적 필터 설계를 위한 기본 가정은 다음과 같다.

A1. 피동센서 측정치 $\tilde{\lambda}_j$와 INS로부터 획득되는 UAV 위치/속도 $\boldsymbol{p}^j$는 데이터 링크를 통해 타 UAV과 공유된다.

A2. 정보공유 시 시간지연은 무시할만 하다.

효율적인 정보융합을 위해 각 부필터의 상태변수를 표적의 상대위치보다는 절대위치로 설정하는 것이 유리하다. 각 UAV의 상태변수 $\boldsymbol{p}^j$라고 하면 정보공유 및 표적추적을 위한 시스템 모델을 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\begin{cases} \boldsymbol{z}_{k+1} = F_k \boldsymbol{z}_k + \boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{Y}_k = \mathcal{H}_k \boldsymbol{z}_k - \boldsymbol{p}_k + \boldsymbol{V}_k \end{cases} \tag{53}$$

여기서 $\boldsymbol{z}_k$는 관성좌표계 표적 위치/속도, $\boldsymbol{Y}_k$는 다중 UAV 가상 표적 상대위치 측정치벡터를 의미한다. ξ^j는 j번째 UAV에 구현되어 있는 분산 필터 관련 변수 ξ를 나타낸다. 식 (53)에 사용된 벡터 및 행렬들의 정의는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{x}_k^j + \boldsymbol{p}_k^j = \begin{bmatrix} x_k^t & y_k^t & \dot{x}_k^t & \dot{y}_k^t \end{bmatrix}^T,$$

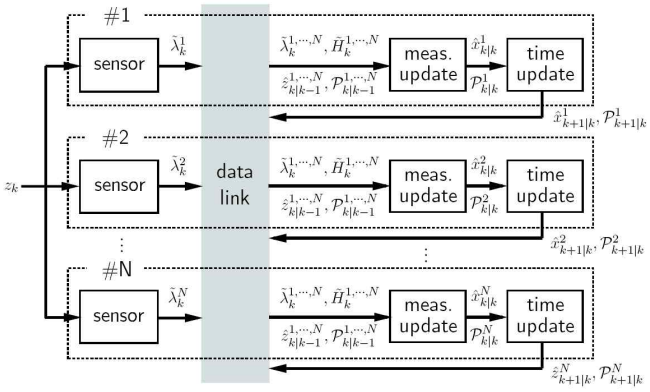


그림 3 선형 분산 일관 강인 칼만필터

Fig. 3 Linear Distributed CRKF

$$\boldsymbol{x}_k^j = \begin{bmatrix} x_k^t - x_k^j \\ y_k^t - y_k^j \\ \dot{x}_k^t - \dot{x}_k^j \\ \dot{y}_k^t - \dot{y}_k^j \end{bmatrix},\ \boldsymbol{p}_k^j = \begin{bmatrix} x_k^j \\ y_k^j \\ \dot{x}_k^j \\ \dot{y}_k^j \end{bmatrix},\ \boldsymbol{Y}_k = \begin{bmatrix} y_k^1 \\ y_k^2 \\ \vdots \\ y_k^N \end{bmatrix},\ \mathcal{H}_k = \begin{bmatrix} H_k^1 \\ H_k^2 \\ \vdots \\ H_k^N \end{bmatrix},\ \boldsymbol{p}_k = \begin{bmatrix} H_k^1 \boldsymbol{p}_k^1 \\ H_k^2 \boldsymbol{p}_k^2 \\ \vdots \\ H_k^N \boldsymbol{p}_k^N \end{bmatrix}.$$

식 (53)에서 $\boldsymbol{w}_k$는 표적 운동을 모델링하기 위해 도입된 공정잡음, $\boldsymbol{V}_k = \left[v_k^1\ \ v_k^2 \cdots v_k^N\right]^T$는 $\boldsymbol{Y}_k$에 포함되어 있는 측정잡음 벡터이다. 잡음의 통계적 특성은 다음과 같이 기술된다.

$$E\{\boldsymbol{w}_k\} = 0,\ var\{\boldsymbol{w}_k\} = \overline{Q}_k,\ E\{\boldsymbol{V}_k\} = 0,\ cov\{\boldsymbol{V}_k\} = \mathcal{R}_k,$$
$$\mathcal{R}_k = R_k^1 \oplus R_k^2 \oplus \cdots \oplus R_k^N,\ E\{\boldsymbol{w}_k \boldsymbol{V}_k^T\} = 0.$$

다중 UAV에서 획득된 정보를 융합하기 위해 그림 3의 분산형 필터 구조를 채택한다. 기존 방법과 다른 점은 비선형 필터를 대신하여 정리 2의 선형 CRKF에 기반하여 분산 필터식이 구현된다는 점이다. 모든 UAV는 무선 네트워크를 통해 사전추정치 및 추정오차 Gramian 행렬을 공유한다. 공유된 정보는 각 UAV에 구현되어 있는 분산 표적추적 필터에 의해 융합되며, 그 결과로 사후 상태추정치 및 추정오차 Gramian 행렬이 계산된다.

분산 필터 설계 시 대두될 수 있는 이론적 복잡성을 배제하기 위해 잘 알려진 정보분배 원칙을 적용한다. 이 경우, 분산필터의 사후 추정오차 Gramian 행렬 및 사후 추정치는 각각 다음과 같이 계산된다[14].

$$P_{k|k}^{-1} = \sum_{j=1}^{N} (P_{k|k}^j)^{-1}, \quad \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k} = P_{k|k}\left[\sum_{j=1}^{N} (P_{k|k}^j)^{-1} \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k}^j\right] \tag{54}$$

각 부필터에서 산출된 사후 추정오차 Gramian 행렬 (44)를 식 (54)에 대입하면 i번째 UAV에 구현된 분산필터의 사후 추정오차 Gramian 행렬을 유도할 수 있다.

$$(P_{k|k}^i)^{-1} = \sum_{j=1}^{N} (P_{k|k}^j)^{-1} = \sum_{j=1}^{N} \left[(P_{k|k-1}^j)^{-1} + S_k^j\right] = P_{k|k-1}^{-1} + \sum_{j=1}^{N} S_k^j \tag{55}$$

식 (44)를 식 (54)에 대입하여 분산 필터의 측정치 갱신식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{N} (P_{k|k}^j)^{-1} \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k}^j = \sum_{j=1}^{N} \Big[&(P_{k|k}^j)^{-1}\left(\left(I + P_{k|k}^j (\Gamma_k^j)^T \Psi_k^j \Gamma_k^j\right) \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^j + \boldsymbol{p}_k^j\right) \\ &+ (\widetilde{H}_k^j \Gamma_k^j)^T (R_k^j)^{-1}\left(y_k^j - \widetilde{H}_k^j \Gamma_k^j \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^j\right)\Big]\end{aligned} \tag{56}$$

위의 식에서 $S_k^j \equiv (\Gamma_k^j)^T\left[(\widetilde{H}_k^j)^T (R_k^j)^{-1} \widetilde{H}_k^j - \Psi_k^j\right]\Gamma_k^j$라고 정의하면 식 (56)은 다음과 같이 단순화된다.

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{N} (P_{k|k}^j)^{-1} \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k}^j \\ &= \sum_{j=1}^{N} \left[\left((P_{k|k}^j)^{-1} - S_k^j\right) \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}^j + (P_{k|k}^j)^{-1} \boldsymbol{p}_k^j + (\widetilde{H}_k^j \Gamma_k^j)^T (R_k^j)^{-1} y_k^j\right]\end{aligned} \tag{57}$$

식 (57)의 우변 괄호 안에 $S_k^j \boldsymbol{p}_k^j$ 항을 더하고 뺀 후, $\eta_k^j = (\widetilde{H}_k^j \Gamma_k^j)^T (R_k^j)^{-1} y_k^j + S_k^j \boldsymbol{p}_k^j$로 정의하면

$$\sum_{j=1}^{N} (P_{k|k}^j)^{-1} \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k}^j = \sum_{j=1}^{N} \left((P_{k|k-1})^{-1} \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}^j + \eta_k^j\right). \tag{58}$$

사후 추정오차 Gramian 행렬을 $(P_{k|k}^j)^{-1} = (P_{k|k-1})^{-1} + S_k^j$라 하면, 선형 분산 일관 강인 칼만필터(DCRKF: decentralized CRKF) 순환식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

- 측정치 갱신식(measurement update)

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{z}}_{k|k}^i &= P_{k|k} \sum_{j=1}^{N} \left((P_{k|k-1}^j)^{-1} \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}^i + \eta_k^j\right) \\ \eta_k^j &\equiv \left(\widetilde{H}_k^j \Gamma_k^j\right)^T \left(R_k^j\right)^{-1} y_k^j + S_k^j \boldsymbol{p}_k^j \\ S_k^j &\equiv \left(\Gamma_k^j\right)^T \left[(\widetilde{H}_k^j)^T (R_k^j)^{-1} \widetilde{H}_k^j - \Psi_k^j\right] \Gamma_k^j \\ P_{k|k}^i &\equiv \left((P_{k|k-1}^i)^{-1} + \sum_{j=1}^{N} S_k^j\right)^{-1}\end{aligned} \tag{59}$$

- 시간 갱신식(time update)

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^i &= F_k \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k}^i \\ P_{k+1|k}^i &= F_k P_{k|k}^i F_k^T + Q_k^i\end{aligned} \tag{60}$$

4. 피동 표적추적 성능분석

제안된 선형 분산 일관 강인 칼만필터(DCRKF)의 유용성을 확

표 1 모의실험 조건
Table 1 Simulation Condition

표적	초기위치	$(0,\ 0)\,[km]$
	속도	$15\,[m/s]$
	헤딩각도	135°
UAV#1	초기위치	$(-15.6,\ 9.0)\,[km]$
	초기속도	$340\,[m/s]$
	초기헤딩각도	-70°
UAV#2	초기위치	$(-17.7,\ 3.1)\,[km]$
	초기속도	$265\,[m/s]$
	초기헤딩각도	20°
UAV#3	초기위치	$(-18.0,\ 0.0)\,[km]$
	초기속도	$272\,[m/s]$
	초기헤딩각도	-30°
UAV#4	초기위치	$(-16.9,\ -6.2)\,[km]$
	초기속도	$340\,[m/s]$
	초기헤딩각도	70°
측정잡음	피동센서 시선각	$\sigma_\lambda = 0.2^\circ$
	항법장치위치	$\sigma_p = 5[m]$
유도법칙	비례항법상수	$N = 3$

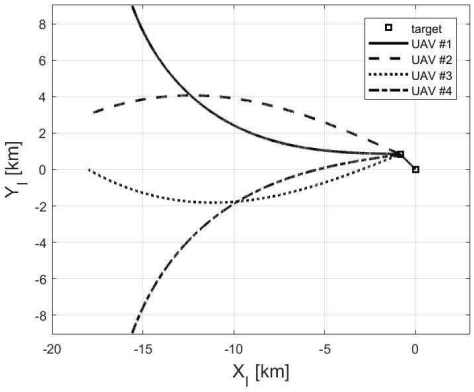


그림 4 조우 시나리오

Fig. 4 Engagement Scenario

인하기 위해 전형적인 다중 UAV-표적 조우 시나리오에 대한 모의실험을 수행하였다. 그림 4와 같이 피동 센서를 장착한 4개의 UAV이 표적으로 호밍하는 상황을 가정하였다. 모의실험 조건은 표 1에 요약하였다. 성능 비교분석을 위해 제안된 방법 이외에도 기존 비선형 집중 필터(NCF: nonlinear centralized filter), 비선형 분산 필터(NDF: nonlinear distributed)을 함께 시뮬레이션 하였다[13].

100회 몬테카를로 실험 수행 결과에 대한 추정오차 평균 및 표준편차는 그림 5~8에 도시한 바와 같다. 모의실험 결과로부터, NCF와 NDF가 거의 동일한 표적 추적 성능을 보이는데 이는 분산형 필터가 정상적으로 설계되었음을 보여주는 당연한 결과이다. 그림 5 및 그림 6은 각각 표적 위치/속도 추정오차 평균을 보여주는 결과이다. 그림에서 확인할 수 있듯이, 기존 비선형 필터링 기법들은 장거리에서 수렴시간이 약 20초 이상으로 매우

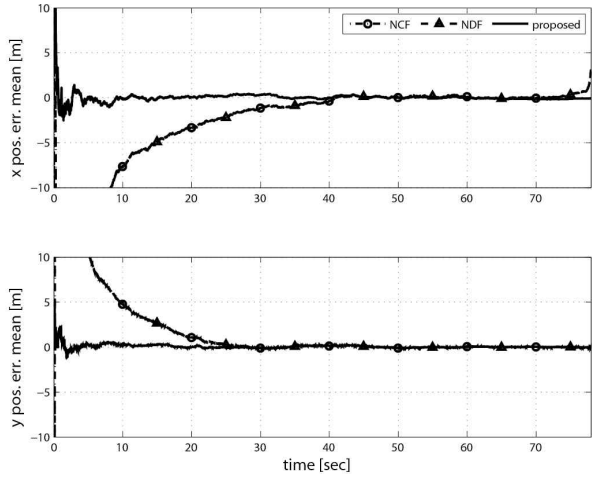


그림 5 위치 추정오차 평균

Fig. 5 Mean of Position Estimation Error

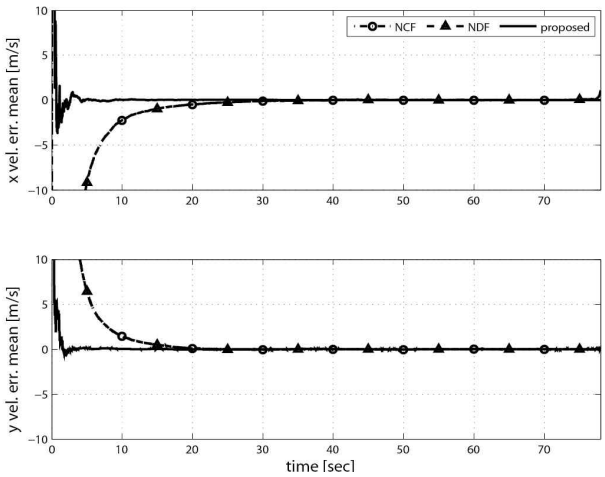


그림 6 속도추정 오차 평균

Fig. 6 Mean of Velocity Estimation Error

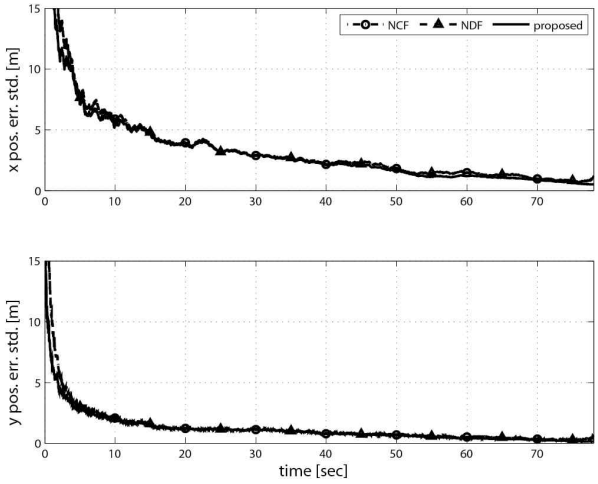


그림 7 위치추정 오차 표준편차

Fig. 7 Standard Deviation of Position Estimation Error

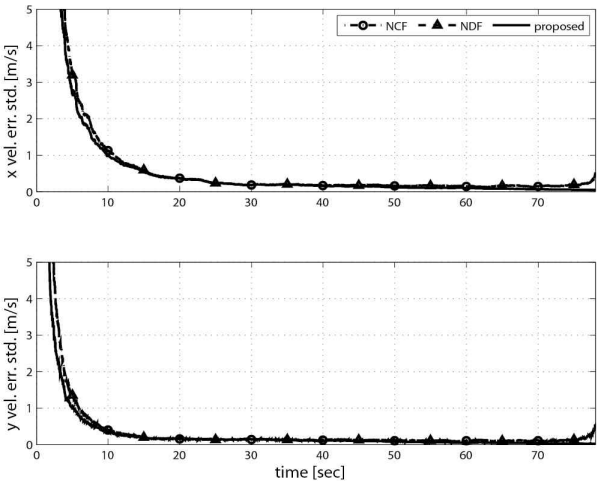


그림 8 속도추정 오차 표준편차

Fig. 8 Standard Deviation of Velocity Estimation Error

느린 반면, 제안된 DCRKF는 수렴속도가 약 5초 미만으로 빠른 수렴속도를 제공한다. 70초 이후 UAV #3과 #4가 거의 동일한 입사각으로 표적에 도달하므로, 시선각 측정치로부터 획득할 수 있는 표적 정보량이 점차 줄어들어 가관측성이 결여되는 상황을 맞이하게 된다. 표적 조우 직전인 70초 이후에 비선형 필터의 위치오차 평균이 급격히 증가하는 경향을 보이는 이유는 바로 표적 정보량 부족에 기인하는 것이다. 이와 달리, 선형 필터 구조를 채택한 DCRKF는 표적 정보량이 상대적으로 부족한 상황에서도, 기존 비선형 표적추적 필터에 비해 신뢰성 있는 추정 성능을 제공한다. 그림 7 및 그림 8에서 확인할 수 있듯이, 모든 필터들이 거의 유사한 추정오차의 표준 편차 특성을 제공한다. 이는 제안된 선형 DRCKF의 설계 목적이 추정치의 일관성을 유지하는 데 초점 맞추어져 있기 때문이다.

이상의 결과로부터 제안된 DCRKF가 기존 비선형 기법의 단점으로 지적되어 왔던 장거리에서의 느린 수렴특성 및 가관측성 결여 상황에서의 불안정한 거동특성을 개선할 수 있을 뿐만 아니라, 적은 계산량으로 실시간 응용에 매우 적합한 현실적 해법임을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 피동센서 측정치를 좌표변환 불확실성이 포함된 불확정 선형 측정방정식으로 모델링하고, 이를 바탕으로 추정치의 일관성을 보장하는 선형 일관 강인 칼만필터링(CRKF) 이론을 개발하였다. 이러한 접근 방법은 기존 비선형 피동 표적추적 필터의 단점들이 극좌표계 측정치와 직교좌표계 표적 상태변수 간의 비선형성에서 기인한다는 데 착안한 것이다. 다중 UAV의 정보융합을 위해, 개발된 CRKF에 정보공유 법칙(information sharing principle)을 적용하여 선형 분산 표적추적 필터(DCRKF)를 설계하였다. 제안된 기법은 선형 필터 구조를 채택하고 있어 장거리에서도 빠른 수렴특성과 추정치의 일관성을 담보할 뿐만 아니라, 정보 공유를 위한 통신 패킷 설계의 복잡성을 피할 수 있다. 제안된 선형 분산 필터의 정보융합 및 표적추적 성능의 우수성을 입증하기 위해 전형적인 다중 UAV-표적 간 교전 상황에 대하여 컴퓨터 모의실험을 수행하였다. 모의 실험을 통해 제안된 방법이 매우 우수한 수렴특성과 신뢰성 있는 추정성능을 제공함을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 국방과학연구소의 지원에 의해 수행되었습니다. 연구지원에 감사드립니다.

References

[1] Gu, G., Chandler, P.R., Schumacher, C.J., Sparks, A., and Pachter, M.:"Optimal cooperative sensing using a team of UAVs", IEEE Trans. Aerosp.Electron. Syst., 2006, 42.4, pp. 1446-1458.

[2] Purvis, K.B., K. J. Astrom, and Mustafa K.: "Estimating radar positions using cooperative unmanned air vehicle teams", Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005, pp. 3512-3517.

[3] Dobrokhodov, V.N., et al.: "Vision-based tracking and motion estimation for moving targets using unmanned air vehicles", Journal of guidance, control, and dynamics, 2008, 31.4, pp. 907-917.

[4] Wang, Z., and Dongbing G..: "Cooperative target tracking control of multiple robots", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59.8, pp. 3232-3240.

[5] Xu, S., Dogancay, K. and Hmam, H.: "Distributed pseudolinear estimation and UAV path optimization for 3D AOA target tracking", Signal Processing, 2017, pp. 64-78.

[6] Rao, B.S.Y., Durrant-Whyte, H.F. and Sheen, J.A.: "A fully decentralized multi-sensor system for tracking and surveillance", The International Journal of Robotics Research, 1993, 12.1, pp. 20-44.

[7] Olfati-Saber, R.: "Distributed Kalman filtering for sensor networks", Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on, 2007, pp. 5492-5498.

[8] Carlson, N.A.: "Distributed Kalman filter architectures phase II - Results", Final Report, WL-TR-95-1096, 1995, Wright Laboratory.

[9] Tahk, M., and Speyer, J.L.: "Target tracking problems subject to kinematic constraints", IEEE Transactions on Automatic Control, 1990,35.3, pp. 324-326.

[10] Wang, F. and Balakrishnan, V.: "Robust Kalman filters for linear time-varying systems with stochastic parametric uncertainties", IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50.4, pp. 803-813.

[11] Giri, N.C.: "Introduction to probability and statistics", Marcel Dekker, Inc., 1993.

[12] Billingsley, P.: ""Convergence of probability measures", John Wiley & Sons, 1969.

[13] Mahmoud, N.H., and Khalid, H.M.: ""Distributed Kalman filtering: a biblographic review", IET Control Theory Appl., 2013, pp. 483-501.

[14] Olfati-Saber, R.: "Distributed tracking for mobile sensor networks with information-driven mobility", American Control Conference, 2007.

저 자 소 개

이 윤 하 (Yunha Lee)
2015년 한동대학교 기계제어공학부 공학사, 2017년 동대학원 기계제어공학과 공학석사. 2017년~현재 한동대학교 첨단기계기술연구소 연구원. 관심분야는 자율이동체 항법 및 유도기법 등.

김 찬 영 (Chan Yeong Kim)
2017년 한동대학교 기계제어공학부 공학사, 2017년~현재 동대학원 기계제어공학과 석사과정. 관심분야는 자율이동체 유도조종기법, M&S 등

나 원 상 (Won-Sang Ra)
1998년, 2000년, 2009년 연세대학교 전기공학과(공학사), 전기컴퓨터공학과(공학석사), 전기전자공학과(공학박사). 2000년~2009년 국방과학연구소 유도조종부 선임연구원. 2009년~현재 한동대학교 기계제어공학부 부교수. 2015년 2월~2016년 2월 Cranfield University 방문교수. 관심분야는 강인 상태 추정 이론, 표적추적필터, 유도조종기법 등.

황 익 호 (Ick-Ho Whang)
1988년, 1990년, 1995년 서울대학교 제어계측공학과 공학사, 공학석사, 공학박사. 1995년~현재 국방과학연구소 정밀유도기술센터 수석연구원. 2003년 12월~2004년 11월 Naval Postgraduate School 방문연구원. 관심분야는 추정이론, 표적추적필터, 유도조종기법 등.