

2007년 이후 국내 논문 결과에 근거한 수학적 모델링 탐색

황 혜 정 (조선대학교)[†]

민 아 람 (조선대학교 대학원)

2007년에 수학적 모델링에 관한 주제로 국내 학회지에 실린 총 11편의 선행 연구 및 22편의 석사학위논문들을 대상으로 수학적 모델링에 관한 이해를 탐색하였는데(황혜정, 2007), 이와 동일한 취지와 목적으로 2007년 이후 수학적 모델링에 관하여 전반적인 사항을 검토해 보는 것은 의미 있는 일일 것이다. 2007년부터 2017년까지 10년간 국내에서 수학적 모델링을 주제로 다루는 논문은 총 24편으로, 여기에는 한국수학교육학회의 '수학교육'과 '수학교육 논문집', 대한수학교육학회의 '수학교육연구'와 '학교수학', 그리고 한국학교수학회의 '한국학교수학회논문집' 논문이 해당된다. 결과적으로, 본 연구에서는 총 24편의 논문을 중심으로, 수학적 모델링의 의미, 수학적 모델링의 문제의 특징과 유형, 수학적 모델링에서의 모델의 의미 등에 대하여 분석하여 재정리해 보고자 한다. 다만, 2007년 연구에서는 22편의 석사학위논문을 부가적으로 참조하여 연구를 수행하고 학회지의 것과 상이하게 다른 점을 비교하였는데, 금 번에는 학회지 논문만도 총 24편에 달하므로 이에 초점을 두어 연구를 수행하고자 한다. 아울러, 이러한 선행 연구자들 간의 다소 다른 견해나 강조점들에 관한 의견을 종합하여 정리하는 과정에서 수학적 모델링과 관련된 몇몇 국외 문헌들을 참조하고자 한다.

I. 서론

수학적 모델링은 문제해결과 함께 연계되어 꾸준히 강조되어 왔는데, 우선 1997년부터 2007년까지 10년간 이뤄진 수학적 모델링에 관한 국내 학회지 논문은 총 11편이었으며(황혜정, 2007), 여기서 학회지는 한국수학교육학회의 '수학교육', 대한수학교육학회의 '수학교육연구'와 '학교수학'를 일컫는다. 이 연구들에서는 주로 수학적 모델링을 중심으로 여러 가지 측면의 다양한 관점에서 그 의미나 중요성을 조명하였으며, 일부 실험 연구를 통해 수학적 모델링 과정을 통하여 주어진 문제 상황을 학습자가 어떻게 해결해 나아가는지 살펴보고 그 결과를 나타내는 데에 초점을 두었다. 여기서 연구자들이 제안하고 있는 수학적 모델링 과정과 그 의미는 근본적으로 동일하며 단지 관련 용어나 과정 단계의 구체화 정도가 다른 편이었다. 허나, 수학적 모델링의 의미, 중요성, 장점 등이 문제해결과 연계되어 논의되곤 하였는데, 연구자마다 두 활동 사이의 관계에 대해 제안하는 바가 다른 경향이 있었다. 하지만, 이러한 11편의 논문을 통해 수학적 모델링 문제의 적합성 여부는 분명히 드러나지 않았다. 대부분의 논문에는 실험 연구의 진행을 위하여 한 두 개 정도의 모델링 문제가 개발되거나 재구성되어 제시되었으나, 수학적 모델링 문제는 어떠한 특징을 지녀야 하는지 명확히 제시되고 있지 않았으며, 독자가 '직관적으로' 수학적 모델링 문제의 특징을 가늠하도록 하였다. 이렇듯 수학적 모델링을 주제로 한 실험 연구, 개발 연구, 그리고 이론 연구들을 대상으로 수학적 모델링을 탐색한지 10년이 지났다.

이런 즈음에, 2007년 이후 2017년까지 10년간 수학적 모델링을 주제로 하는 논문들을 대상으로 다시 한 번

* 접수일(2018년 4월 23일), 심사(수정)일(2018년 5월 1일), 게재확정일자(2018년 5월 3일)

* ZDM 분류 : M10

* MSC2000 분류 : 97D10

* 주제어 : 수학적 모델링, 수학적 모델링 과정, 수학적 모델, 수학적 모델링 문제

[†] 교신저자 : sh0502@chosun.ac.kr

* 이 논문은 2017학년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

수학적 모델링에 관한 전반적인 탐색을 시도해 봄직하다. 2007년부터 2017년까지 10년간 국내에서 수학적 모델링을 주제를 다룬 학회지 논문은 총 24편인데, 여기에는 한국수학교육학회의 ‘수학교육’과 ‘수학교육 논문집’, 대한수학교육학회의 ‘수학교육연구’와 ‘학교수학’, 그리고 한국학교수학회 ‘한국학교수학회논문집’ 논문이 포함된다. 결과적으로, 본 연구에서는 총 24편의 논문을 중심으로, 수학적 모델링의 의미, 수학적 모델링의 문제의 특징과 유형, 수학적 모델링에서의 모델의 의미에 대하여 살펴보고자 한다. 아울러, 이러한 선행 연구자들 간의 다소 다른 견해나 강조점들에 관한 의견을 종합하여 정리하는 과정에서 수학적 모델링과 관련된 몇몇 국외 문헌들을 참조하고자 한다. 다만, 황혜정(2007) 연구에서는 22편의 석사학위논문을 부가적으로 참조하여 연구를 수행하고 학회지의 것과 상이하게 다른 점을 비교하였는데, 금 번에는 학회지 논문만도 총 24편에 달하므로 이에 초점을 두어 연구를 수행하고자 한다.

II. 수학적 모델링의 의미

이 장에서는 본고에서 다루는 총 24편의 논문을 대상으로 수학적 모델링의 의미에 대해 살펴보고자 한다.¹⁾ 우선, 24편의 논문 중 다른 여러 참고문헌에서 서술된 수학적 모델링의 의미를 직·간접적으로 인용하여 수학적 모델링의 의미를 제시한 경우를 살펴보면 <표 II-1>과 같으며, 그 결과 가장 많이 인용된 문헌은 Swetz & Hartzler(1991)의 것이고 그 다음으로 신은주와 권오남(2001)의 것을 들 수 있다. Swetz & Hartzler(1991)는 수학적 모델을 현상의 특성과 유사한 수학적 구조로 제시하며 이러한 수학적 모델을 고안하는 과정을 수학적 모델링이라 정의하였다. 신은주와 권오남(2001)은 수학적 모델링을 프로이텐탈(Freudenthal)의 관점인 수학과 동일하게 수용하여 실제적 상황으로부터 만든 직관 모델과 이를 수학적으로 변형한 수학적 모델을 통해 해를 구한 후, 해를 다시 원 상황으로 환원하여 검토하는 수학적 모델링 과정을 제시하고, 이를 수학적 모델링의 정의로 언급하였다. 이처럼, 2007년 이후에도 수학적 모델링에 관한 연구가 꾸준히 지속되어 왔음에도 불구하고, 수학적 모델링의 의미는 2000년 전후의 오래된 문헌을 참고하였는데, 이는 전통적인 수학적 모델링의 의미가 보다 정선되어 있다는 판단 하에 이를 선호한 것인지 아니면 다른 이유에서 기인한 것인지는 분명하지 않다. 시간이 흐름에 따라 저자들이 수학적 모델링에 관한 주제를 다루며 수학적 모델링과 관련된 이론이나 문젯거리는 분명 발전되었을 것이므로, 최근에 수행된 연구 결과들을 좀 더 적극적으로 탐색할 필요가 있겠다.

<표 II-1> 본 연구 논문에서 수학적 모델링 의미를 직·간접적으로 인용한 상황²⁾

	손 홍천 의, 2007	김 민경 의, 2009 (a)	김 민경 의, 2009 (b)	강 욱기 의, 2010	김 민경 의, 2010	이 상구 의, 2010	홍 지연 의, 2011	신 현경 의, 2011	신 경희 의, 2011	강 향입 의, 2012	안 중수 의, 2012	박 진형 의, 2013	김 창수 의, 2013	서 지희 의, 2013	박 진형 의, 2014	박 슬희 의, 2014	이 지영 의, 2016	정 승요 의, 2016	김 해영 의, 2016	신 현성 의, 2016	박 진형 의, 2017	최 지선 의, 2017	최 경아 의, 2017	유 홍규 의, 2017
Burghes (1980)									○		○													
Edwards & Hamson (1989)					○		○																	
NCTM(1989)				○																				
Niss(1989)					○												○							
Swetz(1989)						○			○															
Galbraith &					○	○											○							

1) 총 24편의 논문 중 6편의 논문은 수학적 모델링의 의미(정의)를 다루지 않았으며, 서지희, 윤종국, 이광호(2013)는 수학적 모델링의 의미를 과정으로 간주하였음.
 2) <표 II-1>의 가로 셀에 제시된 각각의 저자와 년도에 관한 정보는 참고문헌에 있음.

텔링이라고 서술하고 있다(p. 314). 또, 홍지연과 김민경(2011)은 “수학적 모델링은 비구조화된 실세계 현상에 수학을 응용하여 실세계의 관계를 재해석하고 수학적 표상으로 표현함으로써 문제를 해결하는 하나의 방법으로, 아동 스스로가 자신만의 수학적 아이디어와 절차를 개발하고 일반화시켜 다른 문제 상황에 일반화가 가능하고 재사용이 가능한 관계의 구조를 형성하도록 요구한다.”라고 설명하고 있다(p. 44).

안중수(2012)는 주어진 상황을 수학적 모델로 구성하는 일련의 과정을 수학적 모델링이라고 하고, 이는 현실 상황에 대응하는 것으로 여겨지는 수학적 구조를 형식화하는 일련의 과정을 뜻한다고 하였다. 김창수(2013)는 출발점이 실세계의 현상이란 점과 함께 수학적 구조의 포함을 강조하면서 실세계 상황을 수학적 용어와 구조로 묘사하며 예측하고 해를 구하여 점검하면서 실생활 상황에 대한 이해를 얻는 과정으로 수학적 모델링을 정의하고 있다. 서지희, 윤종국, 이광호(2013)는 신은주(2005)의 수학적 모델링 과정을 바탕으로 실세계 탐구, 상황모델 개발, 수학적 모델 개발, 모델 적용으로 이루어진 수학적 모델링 과정을 수학적 모델링으로 정의하고 있다. 박솔희, 신재홍, 이수진(2014)은 복잡한 현실 상황에서 출발하여 이 현상을 이해, 예측, 설명하기 위해 수학적 모델을 만들고 이를 해결하여 현상에 적용하는 다단계의 과정이라고 하였다. 또, 이지영과 김민경(2016)은 수학적 모델링을 현실 세계의 현상을 탐구하여 결론을 찾는 문제 해결의 유형으로서 수학을 활용해 실세계 문제를 해결하는 것이라 보았으며, 정승요와 박만구(2016)는 학생들이 실세계 현상을 수학적으로 이해하고, 동료 및 교사와의 의사소통을 통해 문제해결력을 신장시키는 수학적 모델링의 필요성을 강조하면서 현실의 문제 또는 상황을 수학적 모델을 사용해 문제를 해결하고 현실에 비추어 재해석하는 일련의 체계적인 절차로 정의하고 있다.

이상으로, 수학적 모델링의 의미는 실세계 상황을 표현하고 분석하며 예측하기 위해 수학을 사용하는 과정으로 정의할 수 있다. 또한, 황혜정(2007)이 수행한 연구에 비해, 수학적 모델링의 의미와 과정이 혼용되지 않고 있으며, 수학적 모델링이 보다 구체적이고 엄밀히 정의되고 있음을 알 수 있다.

III. 수학적 모델링 과정

이 장에서는 수학적 모델링의 과정에 관하여 살펴보고자 하며, 24편의 논문에 제시된 수학적 모델링의 과정을 표로 정리하여 나타내면 <표 III-1>과 같다. 우선, 김민경의 수학적 모델링에 관해 다른 연구자들과 공동으로 연구한 5편의 논문들을 살펴보면, 이들 중 1편의 경우에는 수학적 모델링 과정을 구체적으로 언급하지 않고, 수학적 모델링의 네 개의 과정을 바탕으로 수업 적용 절차를 제안하고 있다고 볼 수 있다(홍지연, 김민경, 2011). 또, 다른 4편에서는 ‘실생활(실세계) 문제→모델→수학적 결론→모델 적용’의 단계로 구분하여 설명하고 있는데(김민경, 홍지연, 김은경, 2009; 김민경, 민선희, 강선미, 2009; 김민경, 홍지연, 김혜원, 2010; 이지영, 김민경, 2016), 이는 다음과 같다. 첫째, 현실 상황의 문제를 통해 학생들이 실세계의 상황에 직면하는 과정, 둘째, 학생들은 현실 상황의 문제를 관찰하여 문제 상황을 인지하고 이를 단순화시켜 문제 상황에 적합한 모델을 찾는 과정, 셋째, 학생들이 전 단계에서 유추하여 개발한 모델을 수학적으로 해결하여 수학적 결론을 유도하는 과정, 넷째, 수학적 결론을 해석하여 개발한 모델 및 수학적 결론을 유사한 상황에 적용 혹은 응용하며 새로운 현실 상황에 활용할 수 있도록 일반화하는 과정이다. 이러한 과정을 통해 초등 수학 수업에서 수학적 모델링을 적용할 수 있는 절차를 만들었으며 이를 강조하여 그에 맞는 수업을 전개하도록 하고 있다.

강옥기(2010)의 경우, 수학적 모델링의 과정으로 첫째는 실세계 문제 상황에 관한 관찰 및 자료 수집 후 실제적 문제를 구성하는 과정을 들고 있으며 둘째로는 가정을 설정하여 실제 문제를 수학적 모델로 변형하는 과정, 셋째로 수학적 모델을 이용해 해를 구하는 과정, 넷째로 구한 해가 실제 문제에 유의미한지 판단하고 의미가 부족할 경우 수학적 모델의 가정을 수정하거나 정교화된 수학적 모델을 구성하는 과정, 다섯째로 유의미한 해인 경우에 실제 문제의 해로 해석하는 과정, 여섯째로 개발한 수학적 모델을 실세계의 유사 상황에 적용하는 과정

을 들고 있다. 또, 신경희와 김연지(2011) 그리고 박슬희, 신재홍, 이수진(2014)의 경우에는 강옥기(2010)의 것을 토대로 수학적 모델링의 과정을 정의하고 있다. 다음 <표 III-1>에서 알 수 있는 바와 같이, 신경희와 김연지(2011)는 강옥기(2010)의 실제적 문제 구성 단계를 두 단계로 나누어서, 문제를 이해하는 맥락 문제 단계와 맥락 문제를 단순화 및 구조화하여 변환하는 현실 모델 단계로 제시하였고, 강옥기(2010)의 수학적 모델 과정과 모델의 해를 구하는 과정을 통합하여 ‘수학적 모델 단계’를 설명하며, 강옥기(2010)에서 유의미한 수학적 해를 실제 문제의 해답으로 해석하고 유사한 실세계에 적용하는 단계를 통합해서 ‘모델 적용 단계’라고 표현하였다. 더불어 박슬희, 신재홍, 이수진(2014)은 강옥기(2010)의 실제적 문제 구성 과정을 실세계 상황에 관한 탐구와 이로부터 실제 문제를 구성하는 것으로 나누어 서술하고, 수학적으로 문제를 해결하는 과정을 달리 표현하여 모델 내에서의 해를 구하는 과정이라고 하였으며, 강옥기(2010)의 해답 해설과 유사 실세계 적용 과정을 통합하여 실제 상황에의 적용 과정으로 나타내었다.

<표 III-1> 본 연구 논문에서의 연구자별 수학적 모델링 과정

순 홍 관 외, 2007	김 민 경 외, 2009 (a)	김 민 경 외, 2009 (b)	강 옥 기 외, 2010	김 민 경 외, 2010	이 상 구 외, 2010	홍 지 연 외, 2011	신 현 성 외, 2011	신 경 희 외, 2011	강 향 임 외, 2012	안 종 수 외, 2012	박 진 형 외, 2013	김 창 수 외, 2013	서 지 희 외, 2013	박 진 형 외, 2014	박 슬 희 외, 2014	이 지 영 외, 2016	정 승 요 외, 2016	김 혜 영 외, 2016	신 현 성 외, 2016	박 진 형 외, 2017	최 지 선 외, 2017	최 경 아 외, 2017	유 홍 규 외, 2017
문제 확인	실 생 활 문 제	실 세 계 현 상	실 제 적 문 제 구 성	실 세 계 문 제	가 설 정			맥 락 문 제		실 제 문 제		실 세 계 탐 구	실 세 계 탐 구		실 제 문 제								문 제 상 황 이 해
가 설 정	모 델	수 학 적 모 델	수 학 적 모 델	모 델	수 학 적 모 델			현 실 모 델		수 학 적 모 델		상 황 모 델	상 황 모 델		실 제 문 제								현 실 모 델 정 설
모 델 해 석	수 학 적 결 론	수 학 적 결 론	수 학 적 문 제 해 결 모 델 정 교 화	수 학 적 문 제 해 결 문	수 학 적 문 제 해 결 문 실 세 계 적 적 용			모 델 교 화		수 학 적 문 제 해 결				수 학 적 문 제 해 결	수 학 적 결 론								수 학 적 결 론 도 출
모 델 실 행 판 단	모 델 적 적 용	결 론 및 예 측	해 설 유 사 성 적 적 용	모 델 적 적 용	모 델 인 실 명 및 예 측			모 델 적 적 용		모 델 적 적 용		모 델 적 적 용	모 델 적 적 용		실 제 문 제 적 적 용	모 델 적 적 용							결 론 재 해 석

이밖에 안종수(2012)의 수학적 모델링 과정은 수학을 통해 수학적 모델을 구성하고 이를 수학적으로 해결한 후, 얻은 수학적 결론을 실세계에 맞게 해석하여 그 해석이 실제 문제와 일치하지 비교하는 것이다. 서지희, 윤종국, 이광호(2013)는 수학적 모델링의 과정을 김수미(1993)와 신은주(2005)의 것을 종합하여 첫째, 실세계 문제 상황을 이해 및 확인 하는 과정, 둘째, 실세계 문제로부터 간결한 형태의 상황모형을 고안하는 과정, 셋째, 상황모형을 수학적 모델로 변형하는 과정, 넷째, 수학적 모델에서 수학적 결론을 얻은 후 본래의 문제 상황에 맞게 해석하는 과정으로 설명하고 있다. 또, 유홍규와 윤종국(2017)은 Blum & Ferri(2009)와 김수미(1993)의 수학적 모델링 과정을 바탕으로 문제 상황 이해, 현실 모델 설정, 수학적 모델 설정, 수학적 결론 도출, 결론의 재해석 단계로 정립하였다.

한편, 총 24편의 논문마다 수학적 모델링의 과정을 제안하고 있는데 이때 참고한 문헌을 정리하면 <표 III

-2>와 같다. 이 표에서 알 수 있는 바와 같이 가장 많이 인용된 문헌은 NCTM(1991)과 Lesh & Doerr(2003)의 것이고 그 다음으로는 Maki & Thompson(1973)의 것이다. NCTM(1991)에 따르면, “첫째, 현상을 관찰하여 그 현상 속에 내재되어 있는 문제 상황을 명료히 밝히고 문제에 영향을 미치는 중요한 요인들을 찾는 과정, 둘째, 요인들의 관계를 추측하고 그 요인들을 수학적으로 해석하여 현상에 적합한 모델을 구축하는 과정, 셋째, 적절한 수학적 분석을 그 모델에 적용하는 과정, 넷째, 결과를 얻고 현상에 맞도록 그 결과를 재해석하여 결론을 도출하는 과정”으로 구성되어 있다.”(황혜정, 2007, 재인용, p. 70). 또, Lesh & Doerr(2003)는 단순한 문제일 때 수학적 모델링의 과정을 첫째, 실제계의 상황을 모델 세계에 맞도록 설정하는 단계, 둘째, 원시의 문제 해결 상황과 연관된 예측 혹은 실행하기 위해 모델을 조작하는 단계, 셋째, 조작한 결과를 실제계로 해석하여 예측하는 단계, 넷째, 모델에 대한 실행과 행동이 유용한지에 관해 검증하는 단계로 서술하고 있다. Maki & Thompson(1973)은 현실 문제, 현실적 모델, 수학적 모델, 수학적 결과로 이루어져있으며 수학적 결과를 현실 문제로 환원하여 해석하므로 순환과정이라고 볼 수 있다(이지영, 김민경, 2016, 재인용). 그런데, 앞서 다룬 수학적 모델링의 의미와 마찬가지로, 수학적 모델링 과정도 오래 전의 문헌들을 참고하고 있는데, 이는 아마도 수학적 모델링의 의미나 과정과 같은 이론이 시대의 흐름에 따른 최신 이론이나 동향에 민감한 영향을 받지 않는 탓에 기인하는 것으로 볼 수 있다.

<표 III-2> 본 연구 논문에서 수학적 모델링 과정을 직·간접적으로 인용한 상황

	손 홍권 외, 2007	김 민경 외, 2009 (a)	김 민경 외, 2009 (b)	강 옥기 외, 2010	김 민경 외, 2010	이 상구 외, 2010	홍 지연 외, 2011	신 현성 외, 2011	신 경희 외, 2012	강 향입 외, 2012	안 중수 외, 2013	박 진행 외, 2013	김 창수 외, 2013	서 지희 외, 2013	박 진행 외, 2014	박 승희 외, 2014	이 지영 외, 2016	정 송요 외, 2016	김 혜영 외, 2016	신 현성 외, 2016	박 진행 외, 2017	최 지선 외, 2017	최 경아 외, 2017	유 홍규 외, 2017
Maki & Thompson (1973)		○			○												○							
Burghes (1980)									○															
NCTM (1989)				○																				
Open University (1990)		○															○							
Galbraith & Clatworthy (1990)		○																						
NCTM (1991)		○	○		○				○								○							
Swetz (1991)									○															
Swetz & Hartzler (1991)				○																				
김수미 (1993)													○											○
신현성·김경희 (1998)											○													
NCTM (2000)	○																							
Blum et al (2002)									○															
Dossey et al (2002)	○			○																				
Giordano, Weir & Fox (2003)	○																							
Lesh & Doerr (2003)		○			○											○	○							○

<표 IV-1> 최근 국외 수학적 모델링 문제의 특징

학자	수학적 모델링 문제의 특징
Galbraith (2007)	<ul style="list-style-type: none"> 현실 세계와 밀접한 내용을 수학적으로 다루기 문제 상황에서 수학적으로 쉽게 다룰 수 있는 질문 만들기 수학을 사용하여 공식화가 가능해야 함 수학적 해결 시 해석을 동반해야 함
Blum and Ferri (2016)	<ul style="list-style-type: none"> 현실적이거나 실제와 같은 상황을 문제 상황으로 다룸 다양한 해결 방법 사용 충분하게 복잡하여 도전감을 가질 수 있도록 함 문제에 관심을 가질 수 있는 흥미로워야 함 접근 가능한 수학적 지식 관련 내용을 수반함 다양한 역량을 필요로 함
Irillo, Bartell, & Wager (2016)	<ul style="list-style-type: none"> 수학 밖의 외부 세계와 수학을 연결한 것이어야 함 흥미 유발과 함께 쉽게 해결가능하지 않은 문제이어야 함 사전 선행 지식을 이용하여 문제를 해결하도록 함 모델을 표현하고 전달할 수 있는 기회를 제공함 개인적 경험과 연결하여 참여도를 높일 수 있어야 함 다양한 모델을 만들 수 있어야 함

위에서 언급한 수학적 모델링 문제의 특징을 토대로 (본 연구에서 수학적 모델링 문제를 다룬) 20편의 논문 에 수록된 문제의 특징을 살펴보고자 하였다. 이를 위한 각 문제의 정보 및 특징은 <표 IV-2>과 같다. 그 결과, <표 IV-2>의 비교란에서 알 수 있는 바와 같이, 다수의 논문들에서는 수학적 모델을 구축하는 특징과 현실적인 복잡한 실제적 상황에서 출발하는 특징을 확인할 수 있으며 일부의 논문에서만 다양한 방법으로 문제를 해결하는 특징을 살펴볼 수 있다.

<표 IV-2> 학자별 수학적 모델링 문제에 관한 정보 및 특징3)

논문	모델링 문제 제목	내용	실험 대상	출처	명칭	비고
손홍찬 외 (2007)	캔 문제	도형의 넓이와 부피	고 1	재구성 (총 2문제)	문제	수학적 모델 구축
	수영장 박테리아 문제	지수함수				
김민경 외 (2009)	(설치 미술 작품 꾸미기)	도형의 넓이	초 5	개발 (1문제)	모델링 과제	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축 다양한 방법으로 문제해결
강욱기 (2010)	(용기 안 효모의 증식)	(점화식, 함수)	없음	재구성 (총 3문제)		복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축
	(빌딩에서 물체 떨어뜨리기)	(함수)				
	(두 도시 사이의 거리 구하기)	(삼각함수)				
김민경 외 (2010)	스페이스	비, 비율, 비례식	초 6	개발 (1문제)	문항	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축
이상구 외 (2010)	(신종 인플루엔자)	(미분)	없음	(1문제)		복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축 다양한 방법으로 문제해결
홍지연 외 (2011)	마케팅 퍼포먼스	입체도형의 겉넓이	초 6	개발	문제 과제	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축 다양한 방법으로 문제해결
신현성 외 (2011)			고 2	(총 7문제)		
신경희 외 (2011)	버스정류장의 위치 선정	(최소가 되는 이동거리 계산)	고 1	재구성 (총 2문제)	모델링 과제	수학적 모델 구축
강향임 (2012)	(스튜디오의 촬영 동선)	함수 만들기	고 2	개발 (총 1문제)	맥락 문제	수학적 모델 구축

안중수 (2012)	효율적 작업시간	(일차방정식 활용)	고 1	개발 (총 10문제)	모델링 문제	수학적 모델 구축
	최고 높이에 도달	(이차함수의 그래프)				
	자연식품 건강만족도	(이차함수)				
	최대 이익	(이차방정식)				
	넓이의 합	(이차방정식)				
	소금물 농도	(연립방정식)				
	강우량	(함수의 그래프)				
	폭죽	(이차함수의 그래프)				
실탕물 농도	(연립방정식)					
패키지 여행단	(이차방정식)					
박진형 외 (2013)	(당구공 경로)	일차함수	고 1	개발 (총 1문제)	모델링 과제	수학적 모델 구축
김창수 (2013)	(효율적 작업)	비와 비율	중 2	선정	문제	수학적 모델 구축
	(거리와 시간)					
서지희 외 (2013)	쓰나미 속력 구하기	함수 및 함수의 그래프	중 3	개발 (총 1문제)	과제	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축
박진형 외 (2014)	확률 과제	확률의 덧셈정리와 곱셈정리	고 1	개발 (총 4문제)	모델링 과제	수학적 모델 구축
박슬희 외 (2014)	노트북 장만하기	통계적 방식 활용	중 1	개발 (1문제)	모델링 문제	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축 다양한 방법으로 문제해결
이지영 외 (2016)	신호등 문제	약수와 배수	초 5	개발 (총 2문제)	문제	알 수 없음
	마라톤 문제	약분과 통분, 분수의 덧셈과 뺄셈				
김혜영 외 (2016)	도매상	(비와 비율)	고 1	선정 (김혜영, 2015) (7문제)		수학적 모델 구축
	진우와 승민	(일차방정식 활용)				
	31	(수형도, 경우의 수)				
	회문숫자	(정당화)				
	반평생	(방정식)				
	합이 1	(부등식)				
공평하게 나눠먹기	(약수와 배수)					
신현성 외 (2016)	티셔츠 가게 주인의 선택	알 수 없음	예비 교사	개발 (총 5문제)		알 수 없음
	우편배달의 고민					
	국립공원 호수 생태계					
	농사대행 업체의 홍보					
시내주차장 설치						
박진형 (2017)	(아이스크림 만들기)	다양한 함수	중 2	개발 (총 1문제)	모델링 과제	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축 다양한 방법으로 문제해결
유홍규 외 (2017)	우리 학교 야구팀의 수비위치 선정	보로노이 다이어그램 틀로네 삼각분할	중 3	4문제	모델링 과제	복잡한 실제적 상황 수학적 모델 구축
	근거리 기준 초등학교 배정					
	체인점의 새로운 매장 선정					

3) <표 IV-2>에서 모델링 문제 제목과 내용 란에 괄호를 한 것은 해당 논문에 명확히 제시되어 있지 않아 필자가 임의대로 쓴 것임.

V. 수학적 모델의 의미와 유형

이 장에서는 총 24편의 논문을 대상으로 이 문헌들에 제시된 수학적 모델의 의미와 유형이 무엇인지를 살펴보고자 하였다. 어떤 문헌의 경우에는 여러 참고문헌에서 서술된 수학적 모델의 의미를 직·간접적으로 인용하여 수학적 모델의 의미를 제시한 것이 있는 반면, 다른 문헌의 경우에는 여러 참고문헌들을 토대로 수학적 모델의 의미를 재정립하여 제시하였다. 본고에서는 후자에 해당하는 경우에 초점을 두어 살펴보기로 한다.

우선, 손홍찬과 류희찬(2007)은 수학적 모델을 세계 현상을 연구하기 위해 만들어진 수학적 고안물로 그래프, 수식, 기하학적 도형, 스프레드시트 수식 등으로 간주하였다. 김민경, 홍지연, 김은경(2009)와 김민경, 홍지연, 김혜원(2010)의 연구에서는 Niss(1989)와 Edward&Hamson(1989)의 의견을 종합하여, 수학적 모델은 실세계 현상을 나타내고자 선택한 하나 이상의 수학적 실체와 그것들 사이의 관계를 조합한 것으로 현상의 특성을 비슷하게 가지면서 수학적 개념을 이용해 만든 수학적 구조를 가지는 것으로 간주하였다. 또, 강옥기(2010)는 실세계 현상을 수학적 기호나 식, 그래프, 도형 등과 같은 수학적 방법으로 나타낸 추상적 모델을 수학적 모델로 제시하고 있다. 또, 안중수(2012)는 수학적 모델을 “현실의 문제 상황 S에서 수학적 대상, 관계, 구조들의 모임 M으로의 대응 f로 이루어진 순서쌍(S, M, f)로 정의하면서, 다시 말하면 고려하고 있는 분야에 속하는 어떤 대상, 그 대상 사이의 관계, 구조가 선택되고 그 것이 수학적 대상, 관계, 구조로 바뀌었을 때 바뀐 대상”으로 정의하였다(p. 749).

한편, 24편의 논문 중 수학적 모델링의 과정을 명확히 언급한 논문은 총 12편이고 이 중 사전모델을 다루고 있는 논문은 총 6편에 달한다(강옥기, 2010; 신경희와 김연지, 2011; 김창수, 2012; 서지희, 윤종국, 이광호, 2013; 박솔희, 신재홍, 이수진, 2014; 유홍규, 윤종국, 2017). 여기서 사전 모델은 한 마디로 실세계 상황으로부터 관찰되는 요인들 중 주요 요인들을 이용하여 상황을 구조화하고 무시되어도 좋을 만큼의 작은 영향을 미치는 요인들을 고려하여 상황을 단순화하며, 이를 통해 얻어지는 사전적 모델은 주어진 문제를 해결하기 위한 방법을 찾는 의미를 가진다. 우선, 강옥기(2010)는 실세계 문제 상황에서 나타나는 요인들과 관련 자료를 이용하여 실제 문제를 구성하고, 이 문제에 영향을 미치는 변인들을 통해 가정을 설정하여 사전적 모델을 형성한다고 하였다. 신경희와 김연지(2011)는 제시된 맥락 문제를 이해하여 단순화 및 구조화한 후 비수학적인 현실 모델을 개발하고 이 모델의 요소들을 수학적인 관계나 구조로 변형하여 수학적 모델을 만든다고 하였다. 김창수(2012)는 김인경(2012)의 수학적 모델링 과정을 제시하고 있는데 실세계 현상을 단순하게 만들면서 비형식적인 모델을 개발하는데 이 모델이 상황 모델이며, 이를 수학적 관계 및 구조화하여 형성한 것이 수학적 모델이라고 하였다. 또한 서지희, 윤종국, 이광호(2013)는 제시된 실세계 현상에서 주요 특성을 찾아 구조화 및 단순화하여 비수학적인 상황 모델을 개발한 후 이를 수학적으로 형식화 하여 수학적 모델을 만든다고 하였다. 박솔희, 신재홍, 이수진(2014)은 강옥기(2010)의 수학적 모델링 과정을 재구성하여서 수학적 모델링 과정을 정립하였는데, 실세계 상황으로부터 변화의 요인을 관찰하고 자료를 수집하여 실제 문제를 구성하였으며 이를 변환한 것이 수학적 모델이라고 하였다. 또한, 유홍규, 윤종국(2017)은 문제 상황에서 곧바로 수학적 모델로 변형하기 어려운 경우에 문제 상황을 수학적 언어가 아닌 일상 언어로 표현하는 과정이 필요함을 인식하여 수학적 모델 단계 전에 현실 모델을 설정하는 단계를 두었다.

이처럼 일부분의 연구 논문에서 사전적 모델을 두는 이유는 다음과 같다. 먼저 신경희와 김연지(2011)의 연구 결과에 의거하여, 학생들은 주어진 문제를 이해하면서 처음에 가정한 답을 문제에 대한 답으로 볼 수 있는지 확인하기 위해 사전적 모델을 개발하고 이 후 가정한 결론이 아닌 다른 결론이 도출되자 계속해서 보다 적절한 모델을 만들고자 노력한다고 하겠다. 또한 서지희, 윤종국, 이광호(2013)에 따르면 학생들은 문제의 상황에 나타난 정보들이 어떠한 관계를 이루고 있을 것이라는 추측은 하였으나 구체적으로 알아보기 위한 행동을 결정하는

데 어려움을 겪고 있었다. 이때 사전적 모델을 유도하여 이러한 어려움을 해결하고자 하였으며, 연구자는 이 과정에서 시각화 및 공간화 능력과 직관적인 통찰력을 확인하였다. 그럼에도 불구하고 황혜정(2007)에서와 같이 모델링 과정에서 사전적 모델의 개발을 의도적으로 강조하는 것은 수학적 모델링을 이제 막 접하는 학생들에게 복잡하여 어렵고 힘들다는 인식을 심어줄 수 있고, 서지희, 윤종국, 이광호(2013)도 사전적 모델을 개발하는 하는 과정이 초기에는 학생들에게 상당한 부담감과 압박감으로 작용한 것으로 확인하였다고 한다. 따라서 수학적 모델링 과정에서 사전 모델의 형성을 지도하려면 학생들이 모델링에 좀 더 적응했을 때 사전적 모델의 의미와 역할을 설명하면서 학생들이 자연스럽게 이해하고 받아들일 수 있도록 해야 할 것이다.

한편, 각 논문들은 수학적 모델의 의미를 다루는 상황에서 직간접적으로 선행 연구를 참고하였는데, 이에 관해 좀 더 구체적으로 살펴보면 <표 V-1>와 같다. 결과적으로, 국내 논문에서 수학적 모델의 의미가 가장 많이 인용된 문헌은 Niss(1989)의 것으로, 22개의 문헌들 중 세 편의 논문에서 인용되고 있다. 김민경, 홍지연, 김은경(2009)과 김민경, 홍지연, 김혜원(2010)은 Niss(1989)의 문헌을 인용하여 수학적 모델을 실세계 상황을 나타내거나 선택된 하나 이상의 수학적 실제 및 존재 이들 사이의 관계의 조합이라 하고, 정승요와 박만구(2016)는 수학적 모델을 실세 상황의 측면을 나타내기 위해 선택된 하나 이상이 수학적 존재와 그것들 사이의 관계로 칭하였다. 다음으로, Edward & Hamson(1989)는 수학적 모델을 수학적 개념을 활용하여 형성한 수학적 구조를 뜻한다(김민경, 홍지연, 김은경, 2009, 재인용). 또한 Blum et al(2002)에 따르면 실제 모델에서 대상, 정보, 관계, 조건을 고려하여 수학적 한 것이 수학적 모델이라고 하였다.

<표 V-1> 본 연구 논문에서 수학적 모델의 의미를 직·간접적으로 인용한 상황

	손 홍찬 의 2007	김 민경 의 2009 (a)	김 민경 의 2009 (b)	강 욱기 의 2010	김 민경 의 2010	이 상구 의 2010	홍 지연 의 2011	신 현성 의 2011	신 경희 의 2011	강 항임 의 2012	안 종수 의 2012	박 진형 의 2013	김 창수 의 2013	서 지희 의 2013	박 진형 의 2014	박 승희 의 2014	이 지영 의 2016	정 승요 의 2016	김 혜원 의 2016	신 현성 의 2016	박 진형 의 2017	최 지선 의 2017	최 경아 의 2017	유 홍규 의 2017
Nelson(1977)																								
Burghes (1980)									○															
Edward& Hamson (1989)		○			○																			
Niss(1989)		○			○													○						
Swetz(1989)						○																		
Blum & Niss(1991)																		○						
정은실(1991)																		○						
NCTM(1991)														○										
Swetz & Hartzler (1991)													○											
홍정희(1995)						○																		
NCTM(2000)		○																						
Blum et al (2002)									○												○			
Dossey et al (2002)				○																				
Doerr & English (2003)																		○						
장혜원(2003)																		○						
Lesh & Lehrer(2003)																		○						
Richard& Guershon (2003)																		○						

<표 V-3 참조> 이 표에서 알 수 있는 바와 같이, 지금까지 다루어왔던 수학적 모델링 의미, 수학적 모델링 과정, 수학적 모델링 문제, 수학적 모델의 의미와 유형에서의 연계성에 관해 살펴본 결과, 일부의 논문만이 연계하여 수학적 모델링 의미, 수학적 모델링 과정, 수학적 모델링 문제, 수학적 모델의 의미를 다루고 있었으며 대다수의 논문들은 국내 수학적 모델링에 관한 선행 연구보다 국외의 선행 연구들을 더 선호하는 것으로 나타났다. 이는 짐작하건대, 국외의 선행 연구들을 통해 참신한 것을 보여주려는 경향인 것으로 여겨지며(황혜정, 2007), 수학적 모델링을 주제로 한 논문들은 모델링을 주제로 한 선행 연구들을 참고하고 인용하면서 연구를 연계하여 수행하는 것이 온당한 일이므로 따라서 향후 국외의 선행 연구뿐만 아니라 국내의 선행 연구들을 활용하는 연구들이 더욱 활발하게 진행되어야 할 것으로 사료된다.

<표 V-3> 본 연구에서의 논문들 간의 참고 및 인용에 관한 내용

년도	저자	참고문헌	주요 내용
2007	손홍찬 외		
2009	김민경 외 (a)		
	김민경 외 (b)		
2010	강욱기	손홍찬·류희찬 (2007)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구 · 수학적 모델의 개념 일반화 · 수학적 모델링 과정을 정의하기 위한 수학적 모델링의 특징
	김민경 외	김민경·홍지연·김은경 (2009)	· 선행 연구 고찰
	이상구 외		
2011	홍지연 외		
	신현성 외		
	신경희 외	손홍찬·류희찬 (2007)	· 수학적 모델링의 정교화 과정 소개 · 선행 연구 고찰
		김민경·홍지연·김은경 (2009)	· 수학적 모델링의 목적
		강욱기 (2010)	· 수학적 모델링의 정교화 과정 소개 및 고안 · 선행 연구 고찰 · '모델의 정교화 단계'에서의 연구 결과 및 분석
2012	강향임 안중수		
2013	박진형 외		
	김창수	안중수 (2012)	· 수학적 모델링 의미
	서지희 외		
2014	박진형 외	박진형·이경화 (2013)	· '모델링 문제 상황'에서의 모델링 과제 및 수업 설계 방안
	박슬히 외	손홍찬·류희찬 (2007)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구 · 수학적 모델링의 정교화 과정 소개
		강욱기 (2010)	· 수학적 모델링의 정교화 과정 소개, 제시 및 고안 · 수학적 모델링의 정교화 과정 분석 및 차이점
		김민경·홍지연·김혜원 (2010)	· 수학적 모델링 문제 개발에 관한 선행 연구
	신경희·김연지 (2011)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구	
2016	이지영 외	김민경·홍지연·김은경 (2009)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구
		김민경·홍지연·김혜원 (2010)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구
	정승요 외	김민경·홍지연·김은경 (2009)	· 수학 교과서에 나타난 수학적 모델링 선행 연구
		김민경·민선희·강선미 (2009)	· 결론 및 제언
		강욱기 (2010)	· 수학적 모델에서의 '모델' 소개
		신현성·이명화 (2011)	· 결론 및 제언
김혜영 외			

	신현성 외	신현성·이명화 (2011)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구
	박진형		
	최지선	김민경·홍지연·김은경 (2009)	· 결론 및 시사점
		김민경·민선희·강선미 (2009)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구
2017	최경아	김민경·민선희·강선미 (2009)	· 요약 및 시사점
		강욱기 (2010)	· 수학 교과 역량 '창의·융합'에 관한 선행 연구
		안중수 (2012)	· 수학 교과 역량 '태도 및 실천'에 관한 선행 연구
		서지희·윤종국·이광호 (2013)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구
		박슬희·신재홍·이수진 (2014)	· 수학 교과 역량 '창의·융합'에 관한 선행 연구
		정승요·박만구 (2016)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구 · 요약 및 시사점
		이지영·김민경 (2016)	· 서론 - 국내의 수학적 모델링 선행 연구 · 수학 교과 역량 '의사소통'에 관한 선행 연구
		박진형 (2017)	· 수학 교과 역량 '창의·융합'에 관한 선행 연구
	유홍규 외		

VI. 결론 및 제언

본고에서는 수학적 모델링을 주제로 하여 2007년부터 2017년까지 국내 5종의 학회지에 수록된 총 24편의 논문을 중심으로 수학적 모델링의 의미, 수학적 모델링 과정, 수학적 모델링의 문제의 특징, 수학적 모델의 의미와 유형 등에 대해 분석하여 정리해 보았다.

본 연구에서는 우선 수학적 모델링의 의미를 살펴보았는데, 수학적 모델링은 실세계 상황을 표현하고 분석하며 예측하기 위해 수학을 사용하는 과정으로 정리할 수 있으며, Carlson, et. al.(2016)에 따르면 수학적 모델링은 문제를 해결하려는 자가 실제 상황에서 수학적 문제를 제기하여 수학적으로 번역할 때 시작하는 순환적인 과정으로 간주된다. 또한, Cavey & Champion(2016)은 수학적 모델링을 실세계 상황의 측면을 표현하기 위해 수학을 사용하는 과정으로 보았다. 이는 앞서 언급한 바와 같이 황혜정(2007)의 연구 결과로써 대부분의 논문에서 수학적 모델링 용어 자체에 관한 형식적이고 엄밀한 정의가 드러나 있지 않다는 점에 비해 진일보한 것이라 여겨지면서, 수학적 모델링 과정을 설명하여 수학적 모델링의 의미를 암시하는 것에 비해 보다 분명히 수학적 모델링 용어 자체를 밝히는 것으로 판단된다. 아울러, 대부분의 많은 논문에서 현재(2017)의 수학적 모델링 의미를 정리하는 데 있어서 2000년 전후의 문헌을 참고하였는데, 이처럼 오래된 문헌을 참고한 것이 전통적인 수학적 모델링의 의미로써 보다 정선되었다는 견해를 바탕으로 선호한 것인지는 분명하지 않다.

수학적 모델링 과정에 대한 최근 연구로써 NGA Center & CCSSO(2010)와 Blum(2011)의 연구를 빌어 정리해보면, NGA Center & CCSSO(2010)는 실제 상황에서 변수 식별과 주요 변인 선택, 변수 간의 관계를 수학적으로 표현하여 모델을 형성하고, 원래의 실제 상황과 연결하여 수학적 결과를 해석하며, 결론을 검증하면서 모델을 개선하며 결론을 도출하여 결론을 보고하는 것으로 수학적 모델링 과정을 설명하고 있다. 또, Blum(2011)은 주어진 문제 상황을 이해하여 상황 모델을 구성, 특정한 변수를 이용해 상황을 구조화, 수학적 모델로 변환, 수학적 결과 산출, 실세계와 관련지어 결과 해석, 결과를 확인하는 것으로 설명하고 있다. 이 두 연구 모두 수학적 모델링 과정을 순환하는 과정으로 보고 있는데, 이처럼 수학적 모델링 과정은 실세계 현상에서 출발하여 수학적 모델을 형성하고 수학적 결과를 도출하며 그 결과를 다시 실세계 현상으로 환원하여 해석하는 과정의 틀에서 설명되고 있음을 알 수 있다.

한편, 수학적 모델링 문제의 특징의 경우에는 국내외 문헌을 탐색한 결과 수학적 모델링 문제의 특징은 충분히 흥미와 도전감을 유발하며 현실적이면서도 복잡한 실제적 상황에서 출발하여야 하고, 이를 수학과 연계하여

선행 지식을 이용하여 모델을 구축하며, 가급적 다양한 방법으로 문제를 해결할 수 있는 것이어야 하는 것으로 나타났다. 이렇게 정리한 수학적 모델링 특징을 토대로 24편의 논문 중 20편에 수록된 수학적 모델링 문제를 살펴보고, 그 결과 다수의 논문들에서 수학적 모델을 구축하는 특징과 현실적인 복잡한 실제적 상황에서 출발하는 특징을 확인하였으며 일부의 논문에서만 다양한 방법으로 문제를 해결하는 특징을 살펴볼 수 있었다. 향후 수학적 모델링의 문제를 다루는데 있어서 모델링의 문제의 특징에 부합하는 문제를 선정, 개발, 또는 재구성하여 활용하는데 좀 더 세심한 배려와 노력이 요구된다고 하겠다.

또, 수학적 모델의 의미와 유형의 경우, 24편의 논문에 수록된 수학적 모델의 의미 또한 지금까지 정리했던 수학적 모델링의 의미와 과정처럼 연구자들이 수학적 모델을 실제 세계 현상의 특성을 나타내는 수학적 구조라는 맥락에서 유사하게 표현하고 있을 뿐만 아니라 현재(2017)의 수학적 모델의 의미도 2000년 전후의 오래된 문헌을 참고하고 있다. 아마도, 앞서 수학적 모델링 의미를 살펴보면, 다수의 논문에서 수학적 모델을 정의하면서 수학적 모델링의 의미를 설명하는 경우가 많았기에 수학적 모델링 의미와 수학적 모델의 의미를 참고한 문헌이 같은 경우도 존재할 것이므로 수학적 모델링의 의미와 수학적 모델의 의미를 참고한 문헌의 경향이 비슷한 것으로 보인다. 한편, 수학적 모델의 의미를 나타내는 Ledder(2013)에 따르면 수학적 모델은 실제 현상의 대략적이고 정량적인 묘사를 바탕으로 실제 행동을 예측하여 만든 자체적으로 구성된 공식 및 방정식의 집합이며, Bliss, et. al.(2014)은 실제 세계 문제에 대한 정성적 및 정량적 이해를 하고 미래 행동을 예측하는데 사용되는 시스템 또는 시나리오의 표현이 수학적 모델이라고 설명하고 있다. 이 두 연구는 수학적 모델이 실제 세계 현상의 특성을 나타내는 수학적 구조라는 점에 미래의 행동을 예측할 수 있는 특징을 덧붙인 것으로 여겨진다. 다음으로, 수학적 모델이 다루어진 14편의 논문에서 수학적 모델의 유형을 식, 그래프, 그림, 수직선, 표로 분류하여 살펴본 결과, 가장 많이 사용된 유형은 식으로 확인되었다. 학생들이 수학 학습에서 경험해 본 문제들 대다수가 식을 세워 획득한 수학적 결과를 해석하는 경우였기에 수학적 모델링 문제를 해결하는 과정에서 이러한 경험을 토대로 가장 먼저 식으로 해결하려는 경향성을 보인 것으로 판단된다. 하지만, 수학적 모델의 유형을 전체적으로 조망하여 황혜정(2007)의 2007년 전 수학적 모델 유형의 경향과 비교하자면 2007년 전의 논문들에서는 식, 그래프, 수직선, 표 각각의 단일한 수학적 모델을 사용하였으나, 2007년 이후로는 두 가지 이상의 수학적 모델의 사용이 늘어났으며 이로 말미암아 특정한 수학적 모델이 선호되는 문제보다 다양한 수학적 모델을 사용할 수 있는 문제들로 구성되었음을 판단할 수 있다.

이상의 결론을 토대로, 수학적 모델링을 주제로 한 수학적 모델링의 이론 및 문젯거리는 계속해서 발전될 것이므로 최근에 수행된 연구 결과들을 적극적으로 탐색해야 할 것이다. 그럼에도 불구하고, 수학적 모델링의 의미나 과정 등 수학적 모델링에 관한 연구는 2000년 전후의 오래된 문헌을 참고하고 있었는데, 이는 아마도 수학적 모델링 의미와 과정 같은 이론은 시간이 흘러감에 따라 변화되는 것이 아니며 최신의 이론에 민감한 영향을 받지 않는 속성을 가졌기 때문으로 여겨진다. 그럼에도 불구하고 해마다 새로운 연구들이 수행되고 있으므로 연구자들 간의 서로의 문헌을 참고하면서 그 결과에 귀 기울이고 이를 반영하여 본인의 해당 연구의 결과에 그러한 선행 연구 결과의 힘을 실어줄 필요가 있겠다. 이 외에 향후 수학적 모델링에 관한 연구에 반영되기를 기대하는 몇몇 사항을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 수학적 모델링을 보다 효과적으로 활용할 수 있도록 적절한 수학적 모델링 문제가 개발되어야 할 것이다. 지금까지 수학적 모델링에 관해 전반적으로 많은 이론적 논의가 이뤄지고 있으면서도, 양질의 수학적 모델링 문제에 대한 연구들은 적게 수행되어 왔음을 알 수 있었다. 이러한 판단은 본고의 수학적 모델링 문제의 특징을 탐색하는 과정에서 국내 다수의 선행 연구는 연구자들이 저마다 생각하는 명확한 견해가 잘 드러나지 않아 수학적 모델링 문제의 특징을 한 마디로 정리하는 데에 한계점이 드러났다. 또한 필자가 연구를 수행하면서 발견한 일부의 선행 연구에서 수학적 모델링의 문제로서 전형적인 교과서의 문장체가 확인되었는데, 대부분의 교과서 문제는 학생들에게 제한된 모델링 기회를 주며 주어진 모델만을 사용하도록 구성되었으므로(Meyer, 2015),

수학적 모델링의 문제로써 적절하다고 보기에는 무리가 따른다. 따라서 향후 수학적 모델링의 의미와 과정을 고려하면서 이에 적절한 수학적 모델링 문제에 대한 연구와 논의가 활발하게 진행되어야 할 것으로 사료된다.

둘째, 수학적 모델링의 실제지향적인 측면을 위해 폭 넓은 연구 대상과 함께 다양한 영역에 관한 연구가 보다 활성화되어야 할 것이다. 앞서 수학적 모델링 문제를 다루면서, 20편의 학자별 수학적 모델링 문제에 관한 정보 및 특징을 정리한 <표 IV-2>를 살펴보면, 수학적 모델링 문제는 함수 영역과 문자와 식 영역의 내용으로 주로 구성되어 있다. 물론, 수학적 모델링이 실제계 상황을 표현하고 분석하며 예측하기 위해 수학을 사용하는 과정이라는 점에서 그래프나 식을 통해 얻은 수학적 결과를 실제계 상황에 해석하기에 ‘함수’ 영역과 ‘문자와 식’ 영역의 문제가 많이 사용되는 것은 자연스러운 일이지만, 학생들의 선행 지식을 활용하여 다양한 영역의 수학적 모델링 문제를 해결한다면 이 과정에서 학생들의 고차원적인 인지적 사고가 더욱 활발하게 이루어질 것이라 여겨진다. 더불어서 수학적 모델링의 연구 대상은 초등학교 5학년부터 고등학교 2학년까지 다양한 학교급 및 학년의 학생들로 구성되었으나, 주로 상위 수준의 학생들을 대상으로 연구를 수행한 것으로 나타났다. 수학적 모델링 활동에서 진정한 모델을 구축하는 문제를 다루기 위해서는 단단한 수학적 선행 지식, 고차원적인 사고, 그리고 풍부한 해결 경험 등이 요구되므로 학업 성취 수준이 낮거나 학습 동기가 낮은 학생들을 대상으로 하기에는 어려움이 따를 것이다. 그럼에도 불구하고, 수학적 모델링의 연구를 수행하는데 있어서 보다 폭 넓게 학년과 학업 성취 수준을 고려하여 수행하는 것을 물론 다양한 영역의 내용을 포함한 수학적 모델링 연구가 지속적으로 다뤄지도록 노력하는데 경주함을 늦춰서는 안 될 것이다.

참 고 문 헌

- 장옥기 (2010). 수학적 모델링의 정교화 과정 연구. *수학교육학연구*, **20(1)**, 73-84.
- Kang Ok Ki(2010). A Study on a Modelling Process for Fitting Mathematical Modeling. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **20(1)**, 73-84.
- 강향임 (2012). 수학적 모델링 과정에서 접선 개념의 재구성을 통한 미분계수의 재발명과 수학적 개념 변화. *학 교수학*, **14(4)**, 409-429.
- Kang Hyang Im (2012). Students' Reinvention of Derivative Concept through Construction of Tangent Lines in the Context of Mathematical Modeling. *School Mathematics*, **14(4)**, 409-429.
- 김민경·민선화·강선미 (2009). 초등교사들의 수학적 모델링에 대한 인식 조사 연구. *한국학교수학회 논문집*, **12(4)**, 411-431.
- Kim Min Kyeong, Min Sun Hee, & Kang Seon Mi (2009). A survey of the elementary teachers' perception and the status about mathematical modeling. *Journal of the Korean school mathematics society*, **12(4)**, 411-431.
- 김민경·홍지연·김은경 (2009). 수학적 모델링 사례 분석을 통한 초등 수학에서의 지도 방안 연구. *수학교육*, **48(4)**, 365-385.
- Kim Min Kyeong, Hong Jee Yun, & Kim Eun-Kyung (2009). Exploration of Teaching Method through Analysis of Cases of Mathematical Modeling in Elementary Mathematics. *The Mathematical Education*, **48(4)**, 365-385.
- 김민경·홍지연·김혜원 (2010). 수학적 모델링 적용을 위한 문제상황 개발 및 적용. *수학교육*, **49(3)**, 313-328.
- Kim Min Kyeong, Hong Jee Yun, & Kim, Hye-Won (2010). A Study on Development of Problem Contexts for an Application to Mathematical Modeling. *Mathematical education*, **49(3)**, 313-328.
- 김창수 (2013). 수학적 모델링문제 해결에서의 의미에 관한 연구. *한국학교수학회논문집*, **16(3)**, 561-582.
- Kim Chang Su (2013). A Study on Meaning in Solving of Mathematical Modeling Problem. *Journal of the Korean school*

- mathematics society*, **16(3)**, 561-582.
- 김혜영·김래영 (2016). 루브릭(RUBRIC) 쓰기에 나타난 수학적 모델링 연구. *수학교육 논문집*, **30(3)**, 263-280.
- Kim Hye Young & Kim Rae Young (2016). An Analysis of Students' Mathematical Modeling in the RUBRIC Writing. *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education*, **30(3)**, 263-280.
- 박슬히·신재홍·이수진 (2014). 중학생의 수학적 모델링 정교화 과정에 관한 사례 연구. *한국학교수학회논문집*, **17(4)**, 657-677.
- Park Sle Hee, Shin Jaehong, & Lee Soo Jin (2014). A Case Study on a Model Refinement in Mathematical Modeling Process. *Journal of the Korean school mathematics society*, **17(4)**, 657-677.
- 박진형·이경화 (2013). 수학적 모델링 과정에서 수학화의 기호학적 분석. *수학교육학연구*, **23(2)**, 95-116.
- Park Jin Hyeong & Lee Kyeong Hwa (2013). A Semiotic Analysis on Mathematization in Mathematical Modeling Process. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **23(2)**, 95-116.
- 박진형·이경화 (2014). 모델링 활동을 통한 메타수준 학습에 대한 연구. *학교수학*, **16(3)**, 409-444.
- Park Jin Hyeong & Lee Kyeong Hwa (2014). A Study on Meta-Level Learning through Modeling Activities. *School Mathematics*, **16(3)**, 409-444.
- 박진형 (2017). 수학적 모델링 활동에 의한 창의적 사고 촉진 사례 연구. *수학교육학연구*, **27(1)**, 69-88.
- Park Jin Hyeong(2017). Fostering Mathematical Creativity by Mathematical Modeling. *Journal of educational research in mathematics*, **27(1)**, 69-88.
- 서지희·윤종국·이광호 (2013). 중학교 3학년 수학 영재 학생들을 위한 수학적 모델링 교수·학습 자료의 개발 및 적용: 쓰나미를 소재로. *학교수학*, **15(4)**, 785-799.
- Seo Ji Hee, Yeun Jong Kook, & Lee Kwang Ho (2013). Development and Application of Teaching-Learning Materials for Mathematically-Gifted Students by Using Mathematical Modeling: Focus on Tsunami. *School Mathematics*, **15(4)**, 785-799.
- 손홍찬·류희찬 (2007). 수학적 모델링에서 스프레드시트 환경이 수학적 모델의 정교화 과정에 미치는 역할. *학교수학*, **9(4)**, 467-486.
- Son Hong Chan & Lew Hee Chan (2007). The Role of Spreadsheet in Model Refinement in Mathematical Modeling Activity. *School Mathematics*, **9(4)**, 467-486.
- 신경희·김연지 (2011). 절댓값 기호를 포함한 일차함수와 그래프의 개념발달에 관한 수학적 모델링 사례연구. *수학교육*, **50(2)**, 165-184.
- Shin Kyunghye & Kim Yeon-Ji (2011). The Case Study for the Development of Conception of a Graph and the Formula with the absolute value through the Mathematical Modeling. *Mathematical education*, **50(2)**, 165-184.
- 신은주·권오남 (2001). 탐구지향 수학적 모델링에 관한 연구. *수학교육학연구*, **11(1)**, 157-177.
- Shin Eun-Ju & Kwon Ohnam (2001). A Study of Exploration-Oriented Mathematical Modeling. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **11(1)**, 157-177.
- 신현성·이명화 (2011). 실세계 상황에서 수학적 모델링 과제설정 효과. *한국학교수학회논문집*, **14(4)**, 423-442.
- Shin Hyun-Sung & Lee Myeong-Hwa (2011). The Effects of Tasks Setting for Mathematical Modelling in the Complex Real Situation. *Journal of the Korean school mathematics society*, **14(4)**, 423-442.
- 신현성·최희선 (2016). 수학적 모델링의 과제공간에서 과제복잡성의 평가척도(rating scheme)설정 - 예비수학교사를 대상으로. *한국학교수학회논문집*, **19(4)**, 357-371.
- Shin Hyun Sung & Choi Heesun (2016). A Study on Setting of Mathematical modelling Task Space and Rating Scheme in its Complexity. *Journal of the Korean school mathematics society*, **19(4)**, 357-371.
- 안중수 (2012). 함수 단원의 수학적 모델링 자료를 활용한 수업이 학생들의 학습능력 향상에 미치는 영향. *한국학교수학회논문집*, **15(4)**, 747-770.

- An Jong Su (2012). Impact on improve Student's learning ability in instruction using mathematical modeling teaching materials of function units. *Journal of the Korean school mathematics society*, **15(4)**, 747-770.
- 유홍규·윤종국 (2017). 영재교육을 위한 수학적 모델링 프로그램의 개발 및 적용 :보로노이 다이어그램과 들로네 삼각분할을 중심으로. *수학교육 논문집*, **31(3)**, 257-277.
- Yu Hong-Gyu, Yun Jong-Gug (2017). Development and application of program for mathematically gifted students based on mathematical modeling : focused on Voronoi diagram and Delaunay triangulation. *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education*, **31(3)**, 257-277
- 이상구·고래영·이재화 (2010). 신중 인플루엔자의 수학적 모델링. *수학교육 논문집*, **24(4)**, 877-889.
- Lee Sang-Gu, Ko Rae-Young, & Lee Jae Hwa (2010). Mathematical Modelling of the H1N1 Influenza. *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education*, **24(4)**, 877-889.
- 이지영·김민경 (2016). 초등학생의 수학적 모델링 적용과정에서 나타나는 의사소통에 관한 연구: 5학년 수와 연산을 중심으로. *수학교육*, **55(1)**, 41-71.
- Lee Ji Young & Kim Min Kyeong (2016). A study on the communication in process of applying mathematical modeling to children in elementary mathematics classroom. *Mathematical education*, **55(1)**, 41-71.
- 정승요·박만구 (2016). 수학과 교육과정의 변화에 따른 초등학교 3, 4학년 교과서의 수학적 모델링 관련 제시 방법 분석. *한국학교수학회논문집*, **19(1)**, 103-122.
- Jung Seongyo & Park Mangoo (2016). An Analysis of Mathematical Modeling in the 3rd and 4th Grade Elementary Mathematics Textbooks. *Journal of the Korean school mathematics society*, **19(1)**, 103-122.
- 최경아 (2017). 수학 교과 역량 관점에서의 수학적 모델링에 관한 선행 연구 탐색. *한국학교수학회논문집*, **20(2)**, 187-210.
- Choi Kyounga (2017). A study on literature review of mathematical modeling in mathematical competencies perspective. *Journal of the Korean school mathematics society*, **20(2)**, 187-210.
- 최지선 (2017). 수학적 모델링 수업에 대한 초등 교사의 인식. *수학교육학연구*, **27(2)**, 313-328.
- Choi Jisun (2017). Prospective Teachers' Perception of Mathematical Modeling in Elementary Class. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **27(2)**, 313-328.
- 홍지연·김민경 (2011). 겹넓이 학습을 위한 수학적 모델링에서 나타난 추상화 과정 및 겹넓이 이해에 관한 연구. *한국학교수학회논문집*, **14(1)**, 043-064.
- Hong Jee Yun & Kim Min Kyeong (2011). A Study on Abstraction and Understandings in Children's Learning of Surface Area with Mathematical Modeling Perspective. *Journal of the Korean school mathematics society*, **14(1)**, 043-064.
- 황혜정 (2007). 수학적 모델링의 이해 - 국내 연구 결과 분석을 중심으로. *학교수학*, **9(1)**, 65-97.
- Hwang Hye Jeang (2007). A Study of Understanding Mathematical Modelling. *School Mathematics*, **9(1)**, 65-97.
- Bliss, K. M., Fowler, K. R. & Galluzzo, B. J. (2014). *Math Modeling: Getting Started and Getting Solutions*. Philadelphia, PA: SIAM.
- Blum, W. (2002). ICMI study 14: Applications and modeling in mathematics education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, **51**, 149-171.
- Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. In G. Kaiser, W. Blum, Ferri R. Borromeo, G. Stillman(eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, Dordrecht: Springer.
- Blum, W. & Ferri, R. B. (2016). Advancing the Teaching of Mathematical Modeling: Research-Based Concepts and Examples. In R. H. Christiali(ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, Reston, VA: NCTM.

- Carlson, Mary Alice, Wickstrom, Megan H., Burroughs, Elizabeth A., & Fulton, Elizabeth W. (2016). A Case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom. In R. H. Christiali(ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- Cavey, L. O. & Champion, Joe (2016). Learning Secondary School Mathematics through Authentic Mathematical Modeling Tasks. In R. H. Christiali(ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education : Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- Galbraith, P. L. (2007). Dreaming a 'possible dream': More windmills to conquer. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Kha(eds.), *12th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 12)*, Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Irillo, M., Bartell, T. G., & Wager, A. A. (2016). Teaching Mathematics for SocialJustice through Mathematical Modeling. In R. H. Christiali(ed), *Annual Perspectives in Mathematics Education : Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- Ledder, G. (2013). *Mathematics for the Life Sciences: Calculus, Modeling, Probability, and Dynamical Systems*. New York: Springer.
- Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching. In Richard Lesh & Helen M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Model and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Meyer, D. (2015). Missing the Promise of Mathematical Modeling. *Mathematics Teacher*, 108(8), 578-583.
- Swetz, F. & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: NCTM.
- NGA Center & CCSSO (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington D.C.: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.

An Investigation on the Understanding of the Mathematical Modelling Based on the Results of Domestic Articles since 2007

Hwang, Hye Jeang[†]

Chosun University
E-mail : sh0502@chosun.ac.kr

Min, Aram

The Graduate School, Chosun University
E-mail : lunaster@naver.com

Problem solving and its mathematical applications have been increasingly emphasized in school mathematics over the past years. Recently it is recommended that mathematical applications and modelling situations be incorporated into the secondary school curriculum. Many researchers on the approach have been conducted in Korea. This study is planning to investigate and establish the meaning of mathematical modelling and model, mathematical modelling process. And also it does the properties of problem situations introduced and dealt with in mathematical modelling activity. To accomplish this, this study is based on the analysis and comparison of those 24 articles. They are ones which have been published from 2007 to 2017 and are included in the five types of publication. Prior to this study, the previous study was conducted in 2007 with the same purpose. Namely, by the subject of 11 articles and 22 master dissertations published domestically from 1991 to 2005, the analytic and explorative study on the mathematical modelling and its understanding had been conducted.

* ZDM Classification : M10

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D10

* Key Words : Mathematical Modelling, Mathematical Model, Mathematical Modelling Problem

[†] corresponding author