

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 46(4), 277-282(2018)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2018.46.4.277

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

복합재료 블레이드 단면 해석 프로그램(Ksec2d-AE)의 신뢰성 검증

배재성*, 김현식**, 배진규**, 임태현**, 황재민**, 정성남**

Validation Study of Composite Rotor Blade Sectional Analysis Program (Ksec2d-AE)

Jae-Seong Bae*, Hyun-Sik Kim**, Jin-Kyu Bae**, Tae-Hyun Lim**, Jae-Min Hwang** and Sung Nam Jung**

Department of Aerospace Information Engineering, Konkuk University*,**

ABSTRACT

In this study, the accuracy and efficiency of a composite rotor blade cross-section analysis program, Ksec2d-AE, which is available at an educational web-based platform called EDISON-CSD, are assessed for possible use in undergraduate structural analysis projects. To this purpose, the convergence of cross-sectional constants by varying the number of finite elements in the cross-section of a wind turbine blade is investigated. The stiffness constants along with the cross-sectional engineering offsets obtained using Ksec2d-AE are validated against a 3D finite element analysis program MSC NASTRAN.

초 록

본 연구에서는 유한요소법 기반의 단면 특성치 해석 프로그램인 Ksec2d-AE의 정확성을 검증함으로써, 학부 수준의 비행체 구조해석 및 설계 시 활용가능성을 제시하고자 한다. 이를 위해 다양한 요소를 적용하여 Ksec2d-AE로부터 계산된 단면강성계수 결과에 대한 유한요소의 수렴성을 확인하였다. 또한 Ksec2d-AE로부터 구한 단면강성계수를 상용 구조해석 프로그램인 MSC NASTRAN 으로부터 구한 강성계수와 비교하고, 주요 공학적 중심치(인장 중심, 전단 중심, 주 굽힘축)의 특성에 부합하게 구조물이 거동하는지 확인함으로써 Ksec2d-AE의 단면강성계수 및 중심치 결과를 검증하였다. 본 연구를 통하여 Ksec2d-AE 프로그램의 유용성을 확인하였다.

Key Words : Cross-Section Analysis(단면해석), Stiffness Matrix(강성행렬), Engineering Offsets(공학적 중심치)

1. 서 론

최근 무인비행체에 대한 관심이 증가하면서 대학 등에서 무인비행체 관련 동아리가 많이 생겨

나고 있으나, 설계 및 제작과정에서 구조해석을 간과한 채 설계를 진행하는 경우가 다반사이다. 또한 구조해석을 수행하고자 하더라도 여러 제약요인이 존재한다.

† Received : June 23, 2017 Revised : January 4, 2018 Accepted : January 30, 2018

* Corresponding author, E-mail : jaiseong@konkuk.ac.kr

대개 MSC NASTRAN[1], ANSYS[2], ABA-QUS[3] 등 고비용의 상용유한요소해석프로그램을 사용하는 것은 큰 부담이 따르므로 주로 상용 프로그램들의 체험판 혹은 학생용 버전을 사용하게 된다. 하지만, 학생용버전의 경우 이용가능한 절점 수에 제한이 있으므로, 고정익과 회전익 날개 구조물들을 1차원 보 형태로 근사화하여 모델링을 진행하는 것이 일반적이다. 이 경우 보의 단면에 대한 물성들을 적절한 방법으로 구해야 하나, 단면의 형상과 단면을 구성하는 재료의 분포가 복잡해질수록 이러한 수치들을 직접 계산하는 것에는 어려움이 있다.

Berdichevsky[4]는 기존 보의 기하학적 비선형성이 고려된 3차원 탄성론 문제를 2차원의 선형 단면해석 문제와 비선형의 1차원 보 문제로 분리할 수 있음을 보였다. 이는 2차원 단면해석결과와 정확도가 확보될 경우, 보의 3차원 유한요소 모델을 이용한 해석보다 훨씬 적은 계산시간을 들여 동일한 문제를 해석할 수 있음을 암시하고 있다.

본 연구에서는 EDISON 구조동역학 웹페이지 [5]에서 제공하고 있는 2차원 유한요소기반 단면해석 프로그램인 Ksec2d-AE를 이용하여 단면의 주요강성들(축강성, 비틀림강성, 굽힘강성)과 주요 중심치(인장중심, 전단중심, 주 굽힘축)의 계산결과에 대한 신뢰성 및 효율성을 확인하고자 한다. 이를 바탕으로 학부 수준의 비행체 구조해석 및 설계 시 접근성이 높고, 별도의 비용이 필요 없는 Ksec2d-AE 프로그램의 활용가능성을 보이고자 한다.

II. 본 론

2.1 Ksec2d-AE

Ksec2d-AE[6]는 회전익 블레이드의 단면해석을 위해 개발된 유한요소기반 단면해석 프로그램인 Ksec2D[7-9]를 개선한 프로그램으로, 탄성연성효과가 고려된 단면강성계수와 연성계수, 주요 중심치 및 관성치를 계산한다. Ksec2D의 경우 사용할 수 있는 요소의 종류가 3절점 삼각형요소로 제한이 있었으나, Ksec2d-AE에서는 3절점 및 6절점 삼각형, 4절점 및 8절점 사각형 요소 등의 다양한 종류의 요소들을 이용할 수 있도록 개선되었다. 따라서 이러한 개선사항들을 바탕으로 복잡한 단면형상과 재료분포를 갖는 단면에 대하여 단면해석을 수행할 수 있다. Jung 등[6]은 검증대상 헬리콥터 블레이드의 여러 지점에

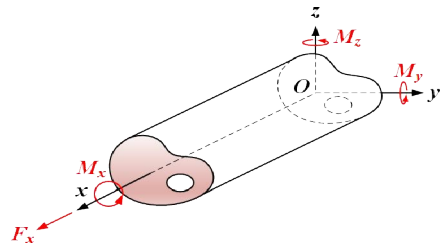


Fig. 1. Blade configuration

위치한 단면들의 물성을 Ksec2d-AE를 이용하여 계산하고, 이를 실험측정치와 비교한 바 있다.

Ksec2d-AE는 Fig. 1과 같은 임의의 재료분포와 형상을 갖는 블레이드 단면에 대하여 Euler-Bernoulli 수준의 굽힘거동을, Vlasov 수준의 비틀림거동을 모사할 수 있는 5×5 크기의 강성행렬을 계산한다. 블레이드 단면에 작용하는 하중과 변위는 Ksec2d-AE가 계산한 강성행렬을 바탕으로 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ M_x \\ M_y \\ M_z \\ M_\omega \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ & GJ & K_{23} & K_{24} & K_{25} \\ & & EI_y & K_{34} & K_{35} \\ & & & EI_z & K_{45} \\ [sym. & & & & EC_\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (u_x^0)' \\ \phi_x' \\ \phi_y' \\ \phi_z' \\ \phi_x'' \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 좌변의 F_x 와 M_x 는 인장력과 비틀림 모멘트, M_y 와 M_z 는 굽힘모멘트, 그리고 M_ω 는 바이모멘트(bi-moment)를 의미한다. 강성행렬의 EA , GJ , EI_y , EI_z 그리고 EC_ω 는 각각 축, 비틀림, 굽힘 그리고 비틀림 뒤펹�강성을 의미한다. 강성행렬의 대각성분들을 제외한 나머지 성분들은 탄성연성효과를 나타내는 성분들이다. 우변의 변위벡터의 $(u_x^0)'$ 은 블레이드 단면의 기준점에서의 인장변형률을 의미하고, ϕ_x' 는 단면의 비틀림곡률, ϕ_y' 와 ϕ_z' 는 y , z 축에 대한 단면의 회전곡률을 의미한다.

식 (1)에서 주어진 강성행렬로부터 인장중심(tension center)과 전단중심(shear center)의 위치, 그리고 주 굽힘축 경사도(principal bending axes orientation angle)를 구할 수 있다. 인장중심은 블레이드의 인장과 굽힘변형이 연계되지 않는 단면상의 위치를 의미한다. 인장중심의 y 와 z 축방향의 좌표인 y_{tc} 와 z_{tc} 는 다음의 식을 통해 결정된다.

$$y_{tc} = -\frac{K_{14}}{K_{11}}, \quad z_{tc} = \frac{K_{13}}{K_{11}} \quad (2)$$

전단중심은 블레이드에서 비틀림거동과 전단거동이 서로 독립적으로 발생하는 단면상의 한 지점을 의미한다. Ksec2d-AE에서 전단중심의 위치는 Trefftz의 전단중심 정의[10]를 바탕으로 계산된다. 즉, 전단중심은 비틀림하중과 전단하중이 동시에 작용할 때의 변형률에너지에서 비틀림-전단 연계항을 0으로 만드는 조건을 통해 계산된다. 주 굽힘축 경사도는 단면의 인장중심을 기준으로 y 와 z 방향으로의 굽힘변형이 서로 독립적으로 발생하는 각도를 의미한다. 주 굽힘축의 경사도(θ_b)는, 인장중심을 기준으로 계산된 강성행렬의 성분들을 \bar{K}_{ij} ($i, j=1, \dots, 5$)라 할 때 다음과 같이 계산된다.

$$\theta_b = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\bar{K}_{34}}{\bar{K}_{44} - \bar{K}_{33}} \quad (3)$$

2.2 블레이드 단면형상 및 재료분포

단면해석 프로그램의 검증을 위해, 회전익 블레이드들 중, 덴마크 공과대학(Technical University of Denmark, DTU)에서 설계한 10MW 풍력발전기의 데이터[11]를 이용하였다. 본 풍력발전기는 향후에 설계될 초대형 풍력발전기들을 위한 개념설계안으로, 풍력발전기의 구성품설계를 위한 상세한 데이터를 제시하고 있다.

단면 물성의 검증을 위해, 실제 블레이드에서 입의 지점에 위치한 단면을 선택하였다. 해당 단면을 바탕으로 재료분포 및 각 재료별 물성을 간략화하여 이를 검증에 활용하였다. 검증용 블레이드의 단면형상은 Fig. 2와 같다. 단면의 최대 두께는 2m이고, 시위(chord)길이는 5.8m이다. 블레이드 단면에는 총 세 종류의 재료들이 적용되어 있으며, 각 재료의 물성은 Table 1과 같다.

2.3 유한요소모델

본 연구에서는 Ksec2d-AE로부터 계산되는 강성행렬과 주요 중심치들의 위치를 동일한 단면형상과 재료배치를 갖는 블레이드의 3차원 유한요소모델을 통하여 확인하였다.

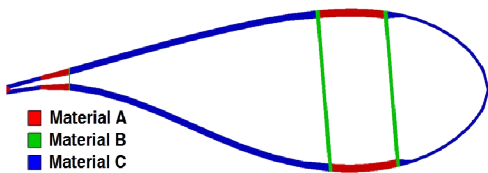


Fig. 2. Configuration of the section

Table 1. Material properties

Material	E (GPa)	ν
A	41.63	0.268
B	13.92	0.275
C	21.79	0.275

Ksec2d-AE는 단면해석을 위해 2차원 유한요소로 이산화된 단면을 필요로 한다. 본 연구에서는 Fig. 2의 단면형상을 3절점(Tria3) 및 6절점(Tria6) 삼각형요소와 4절점(Quad4) 및 8절점(Quad8) 사각형요소 등으로 각각 이산화하여 총 4개의 단면유한요소 모델을 제작하였다. 각 모델마다 요소의 개수에 따른 단면물성치들의 수렴성을 확인하였다. Fig. 2의 단면을 2차원 유한요소로 이산화하였을 때의 형상은 Fig. 3과 같다.

단면해석 검증을 위해 Fig. 4와 같이 3차원 유한요소를 이용하여 균일형상의 블레이드를 모델링하고 이를 연구에 이용하였다. 블레이드의 길이는 단면의 최대 두께의 10배가 되도록 하였다. 사용된 요소는 MSC NASTRAN의 8절점 선형 육면체(Hex8)요소로 총 14840개의 요소를 모델에 이용하였다. 구속경계조건의 경우 블레이드의 한쪽 끝은 고정단으로, 반대쪽의 자유단은 RBE2(Rigid Body Element type 2) 요소를 이용한 다중절점 구속조건(multi-point constraint, MPC)을 토대로 하중을 적용하였다. 하중적용단의 경우, 하중적용 지점에 위치한 절점이 독립(independent)절점으로, 나머지 절점들이 종속(dependent)절점으로 설정되었다. 이를 바탕으로 독립절점의 x, y 및 z 방향의 병진(translation)변위가 종속절점들의 변위를 결정하도록 하였다. 비틀림강성을 검증하는 경우, 워핑구속에 의한 영향을 방지하기 위해 독립절점의 y 와 z 변위만이 종속절점의 변위를 결정하도록 하였다.

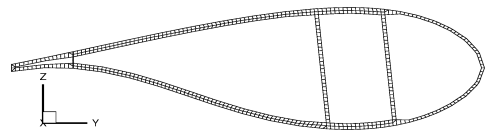


Fig. 3. The cross-section discretized by 2-dimensional finite elements

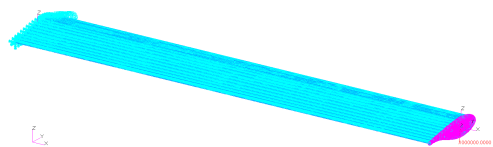


Fig. 4. The 3-dimensional finite element model of the blade

2.4 단면물성의 검증방법

Ksec2d-AE에서 계산된 단면의 주요 중심치들 (인장중심, 전단중심, 주 굽힘 축)과 주요 강성들 (EA , GJ , EI_y , EI_z)은 다음과 같은 과정들을 통해 검증되었다.

주요 중심치의 경우, Ksec2d-AE에서 계산된 결과들을 3차원 유한요소모델에 적용한 후, 각 중심점의 위치에 작용한 하중에 의한 블레이드의 거동을 확인하고, 이 거동이 각 중심치의 정의에 부합하는지를 판단하였다. 3차원 유한요소모델의 하중적용단에, Ksec2d-AE에서 예측된 인장중심과 전단중심의 위치에 대해 각각 1MN의 x 방향 힘, z 방향 힘을 적용하였다. 주 굽힘축의 경우, Ksec2d-AE에서 계산된 θ_b 만큼 좌표축을 회전시키고, 회전된 좌표계의 y 축 방향으로 1MN·m의 굽힘모멘트를 적용하였다.

주요 단면강성계수들은, 주요 중심치를 검증할 때 이용한 동일한 경계조건을 갖는 3차원 유한요소모델에 대하여, Euler-Bernoulli 보 이론 및 st. Venant 비틀림 이론[12]을 바탕으로 다음의 과정들을 통하여 결정되었다.

축 강성(EA)은 블레이드의 하중적용단의 인장중심에서 x 축 방향으로 가한 1MN의 하중으로부터 발생한 x 축 방향의 변위를 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$EA = \frac{F_x L}{\delta_x} \quad (4)$$

여기서 F_x , L 그리고 δ_x 는 각각 x 축 방향으로의 하중, 블레이드의 길이 그리고 블레이드 하중적용단의 인장중심에서의 x 축 방향 변위를 나타낸다.

비틀림 강성(GJ)의 경우, 하중적용단의 전단중심에 1MN·m의 비틀림모멘트를 작용하였을 때, 같은 위치에서 구한 x 축 기준 회전각을 바탕으로 다음의 식을 통해 구하였다.

$$GJ = \frac{M_x L}{\phi_x} \quad (5)$$

여기서 M_x 는 비틀림모멘트, ϕ_x 는 하중적용단의 전단중심에서의 비틀림각을 의미한다.

굽힘강성(EI_y , EI_z)은 Ksec2d-AE에서 계산된, 인장중심에서의 주 굽힘축을 기준으로 한 값들을 검증하였다. 주 굽힘축을 기준으로 작용한 1MN·m의 굽힘모멘트와 이를 바탕으로 계산된 굽힘변위를 바탕으로 굽힘강성은 다음의 식을 통해 결정된다.

$$EI_y = \frac{M_y L}{\phi_y} \quad (6)$$

$$EI_z = \frac{M_z L}{\phi_z} \quad (7)$$

여기서, M_y 와 M_z 는 각각 주 굽힘축의 y 와 z 축을 기준으로 작용된 굽힘모멘트들을 의미하고, ϕ_y 와 ϕ_z 는 M_y 와 M_z 를 작용하였을 때, 하중적용단의 인장중심에서 주 굽힘축의 y 와 z 축을 기준으로 한 단면의 회전각을 의미한다.

III. 결과 및 분석

3.1 단면 중심치 검증 결과

Figure 2의 단면에 대해 Ksec2d-AE를 이용하여 계산된 인장중심, 전단중심의 y , z 좌표는 각각 (0.134m, 0.033m), (1.110m, 0.027m)이다. 한편 주 굽힘축의 경사도는 단면 기준축의 y 축에 대해 약 2.1도로 계산되었다.

3차원 유한요소모델의 하중적용단의 인장중심 위치에 x 방향으로 1MN의 힘을 적용하였을 때, 같은 위치에서 계산된 변위는 Table 2와 같다. Table 2의 결과를 보면, 단면과 수직인 방향으로 축하중을 가하는 경우에 굽힘이 거의 나타나지 않음을 확인할 수 있다. 이는 Ksec2d-AE의 계산결과가 인장중심 위치를 비교적 정확하게 예측하고 있음을 보여주고 있다.

3차원 유한요소모델의 하중적용단의 전단중심에 z 축 방향으로 1MN의 힘을 적용할 때, 동일한 위치에서 계산된 변위는 Table 3과 같다. Table 3의 각 축방향에 대한 회전각의 크기를

Table 2. Displacement of the tension center at the tip with $F_x=1\text{MN}$

Coordinate	x	y	z
Translation (m)	-9.25E-04	-3.99E-06	3.66E-06
Rotation (rad)	2.95E-11	3.66E-07	3.99E-07

Table 3. Displacement of the shear center at the tip with $F_z=1\text{MN}$

Coordinate	x	y	z
Translation (m)	7.21E-04	1.28E-02	4.04E-01
Rotation (rad)	7.87E-05	2.90E-02	-9.21E-04

살펴보면, x 축에 대한 회전각이 다른 축에 대한 회전각에 비해 상대적으로 작은 값을 보임을 확인할 수 있다. 따라서, Ksec2d-AE에서 예측한 전단중심의 위치가 정확함을 확인할 수 있다.

주 굽힘축에 대한 계산결과는 Table 4에 나타내었다. Table 4의 \tilde{y} 와 \tilde{z} 는 각각 주 굽힘축의 y 와 z 축을 의미한다. Table 4에 의하면, 주 굽힘축의 z 방향으로의 변위가 다른 방향으로의 변위에 대해 최대 약 336배 차이를 보인다. 따라서, \tilde{y} 축을 기준으로 적용된 굽힘모멘트가 다른 방향으로 굽힘을 유발하지 않는 상태임을 확인할 수 있다. 결국 Ksec2d-AE에서 3차원 블레이드 모델에 대해 주 굽힘축 경사도를 정확하게 예측함을 확인할 수 있다.

단면 중심치를 검증한 결과 Ksec2d-AE로부터 계산된 인장중심, 전단중심 및 주 굽힘축 경사도를 비교적 정밀하게 예측하고 있음을 알 수 있다.

3.2 단면 강성계수 검증 결과

Table 5는 Ksec2d-AE와 식 (4-7)을 바탕으로 3차원 유한요소모델(3D FE)로부터 계산된 주요 강성들의 값을 비교한 결과이다. 두 집단으로부터 계산된 오차는 3D FE를 기준으로 한 상대오차이다. 상대오차는 최소 0.43%, 최대 0.61%를 기록하였다. 따라서, Ksec2d-AE에서 계산된 결과가 3차원 유한요소모델 블레이드의 단면물성을 정확하게 예측함을 확인할 수 있었다.

Table 4. Displacement of the tension center at the tip for the validation of the principal bending axes orientation angle

Coordinate	x	\tilde{y}	\tilde{z}
Translation (m)	8.65E-06	1.24E-07	2.91E-03
Rotation (rad)	9.42E-12	2.91E-04	-1.25E-08

Table 5. Comparison of the stiffness constants

Stiffness	3D FE	Ksec2d-AE	Difference (%)
EA	2.16E+10	2.15E+10	0.61
GJ	5.51E+09	5.49E+09	0.45
EI_y	6.88E09	6.84E+09	0.56
EI_z	5.02E+10	5.00E+10	0.43

Table 6. Comparison of the computation time between Ksec2d-AE and MSC. NASTRAN

Type of element	Ksec2d-AE				3D FE
	Tria3	Tria6	Quad4	Quad8	Hex8
Number of elements	375	377	188	188	14840
Number of degrees of freedom	352	1064	352	896	168762
Computation time (s)	1.72	1.59	0.52	1.70	16.83

3.3 프로그램 계산시간 비교

Ksec2d-AE와 3차원 유한요소모델에서 단면강성계수를 계산하는 데 소요된 시간은 Table 6과 같다. Ksec2d-AE의 각 요소별 계산시간은 주요 강성계수들의 값이 수렴한 케이스에서의 계산시간을 의미하며, 3차원 유한요소모델의 계산시간은 각 주요강성을 검증하는데 걸린 시간들 중 최대 시간을 의미한다. 유사한 주요 중심치 및 강성치에 대하여 Ksec2d-AE가 3차원 유한요소대비 최소 약 9.7배, 최대 약 32.4배 빠른 계산속도를 보인다. 따라서, 동일한 블레이드에 대하여 주요중심치와 주요강성값이 정확히 예측될 경우, 블레이드의 3차원 유한요소모델보다 Ksec2d-AE의 단면해석결과와 1차원 보 해석을 이용한 해석이 더 효율적임을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 임의의 단면형상과 재료분포를 갖는 블레이드의 3차원 유한요소모델을 바탕으로 2차원 유한요소기반 단면해석 프로그램인 Ksec2d-AE의 결과에 대한 신뢰성을 판단하였다.

1) 3차원 유한요소모델과 Ksec2d-AE로부터 계산된 강성계수의 차이는 최소 0.43%, 최대 0.61%의 오차를 보이며 Ksec2d-AE로부터 구한 강성계수의 계산결과가 실제 블레이드의 거동을 정확하게 예측할 수 있음을 보였다.

2) Ksec2d-AE에서 계산된 인장중심, 전단중심 그리고 주 굽힘축 경사도를 3차원 유한요소모델에 적용하였다. 각 중심치를 바탕으로 하중을 적용하였을 때, 이론적 정의에 부합하는 변형이 발생하였다. 따라서 Ksec2d-AE로부터 구한 중심치 결과는 신뢰할 수 있음을 확인하였다.

3) Ksec2d-AE를 이용하여 단면물성치를 산출하는 방법이 보의 3차원 유한요소모델을 이용한 해석에 대비하여 최소 약 9.7배, 최대 약 32.4배의 계산시간의 차이를 나타낸다. 따라서, 동일한 블레이드에 대하여 Ksec2d-AE의 단면해석과 1차원 보해석을 조합한 해석과정이 3차원 유한요소해석보다 상대적으로 우수한 계산효율을 보임을 알 수 있다.

본 논문을 통해 Ksec2d-AE의 신뢰성 및 효율성을 확인하였으며, 학부 수준에서의 비행체 설계시 요구되는 구조해석 또는 최적설계 등을 별도의 비용 없이 편리하게 수행할 수 있을 것이다.

후 기

본 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단 첨단 사이언스·교육 허브 개발 사업의 지원을 받아 수행된 연구임(2014 M3C1A6038856). 본 연구는 국방과학연구소의 지원으로 차세대 고속 복합형 무인 회전익기 특화연구실에서 수행되었습니다.

References

- 1) MSC NASTRAN (<https://www.mscsoftware.com/product/msc-nastran>)
- 2) ANSYS (<https://www.ansys.com/ko-KR/products>)
- 3) ABAQUS (<https://www.3ds.com/ko/products/services/simulia/products/abaqus>)
- 4) Berdichevsky, V. L., "On the energy of an elastic rod," *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 45, No. 4, 1981, pp. 518~529.
- 5) EDISON Computational Structural Dynamics (<https://csd.edison.re.kr>)
- 6) Jung, S. N., Dhadwal, M. K., Kim, Y. W., Kim, J. H., and Riemenschneider, J., "Cross-sectional constants of composite blades using computed tomography technique and finite element analysis," *Composite Structures*, Vol. 129, No. 1, 2015, pp. 132~142.
- 7) Park, I. J., Jung, S. N., Cho, J. Y., Kim, and Kim, D. H., "A Study on Calculation of Cross-Section Properties for Composite Rotor Blades Using Finite Element Method," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 37, No. 5, 2009, pp. 442~449.
- 8) Park, I. J., Jung, S. N., Kim, D. H., and Yun, C. Y., "General Purpose Cross-section Analysis Program for Composite Rotor Blades," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 10, No. 2, 2009, pp. 77~85.
- 9) Do, H. S., Cho, J. Y., Park, I. J., Jung, S. N., Kim, T. J., and Kim, D. H., "Development of Program for Modeling of Cross Section of Composite Rotor Blade," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 39, No. 3, 2011, pp. 261~268.
- 10) Pilkey, W. D., *Analysis and Design of Elastic Beams*, John Wiley & Sons, New York, 2002, pp. 254~257.
- 11) Bak, C., Zahle, F., Bitsche, R., Kim, T., Yde, A., Henriksen, L. C., Natarajan, A., and Hansen, M., *Description of the DTU 10MW Reference Wind Turbine*, DTU Wind Energy Report-I-0092, DTU Wind Energy, Technical University of Denmark, Denmark, 2013.
- 12) Sun, C. T., *Mechanics of aircraft structures*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, 2006.