

## 시위 방향으로 비대칭 폐단면을 가지는 복합재료 얇은 벽 보의 와핑 함수 보정에 관한 연구

김근택<sup>1,†</sup>

<sup>1</sup>한국항공우주연구원

### A Study on the Correction of the Warping Functions of Composite Thin-Walled Beams with a Chord wise Asymmetric Closed Cross-Section

Keun-Taek Kim<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Korea Aerospace Research Institute

#### Abstract

With an aim of considering the warping restraint effect, the results of the comparative study for several cases on the correction of the warping functions for the theoretical analysis of composite thin-walled beams with chord wise asymmetric closed cross-sections are presented in this study. To solve this problem, it is necessary to correct the warping function so as to satisfy the warping equilibrium condition like 1) without moving the position of the pole, 2) with only modifying the shape function using the existing pole, and 3) with moving the position of the pole. The cross-sectional characteristics of the cases were compared with each other. Finally, the cases were compared in order to correct the warping functions. The case 2) was observed to be more speedy and simple in computation compared to others.

#### 초 록

이번 연구에서는 폐단면의 시위 방향으로 비대칭 형상을 가지는 복합재료 얇은 벽 보의 와핑 구속 효과를 고려한 이론적 해석을 위하여 와핑 함수의 보정에 대한 여러 경우의 수에 대해 비교 연구 결과를 수행하고 그 결과를 제시하였다. 이를 위해 와핑 평형 조건을 만족하도록 1) 단면의 극점의 위치를 이동하지 않고 와핑 함수만을 보정한 경우, 2) 단면의 기존 극점을 이용하고 윤곽선의 형상 함수만을 수정하여 와핑 함수를 보정한 경우, 그리고 3) 단면의 극점의 위치를 이동하여 와핑 함수를 보정한 경우 등에 대해 각 단면의 특성을 서로 비교하였다. 그 결과 이번 연구에서 고려한 세 가지의 방법 가운데 케이스 2)의 경우가 나머지 다른 두 케이스보다 좀 더 연산이 빠르고 간편하게 와핑 함수를 유도할 수 있음을 밝혔다.

**Key Words** : Composite Thin-Walled Beam(복합재료 얇은 벽 보), Closed Cross-Section(폐단면), Warping Function(와핑 함수), Warping Restraint Effect(와핑 구속 효과)

## 1. 서 론

와핑(warping) 구속 효과는 보의 길이 방향을 따라 비균일의 토크가 작용하거나, 가해진 토크에 의하여 발생하는 와핑이 고정단에서 구속이 일어날 경우에 비

틀림으로 인해 발생하는 현상이다. 일반적으로 이러한 와핑 구속 효과는 얇은 벽 보(thin-walled beam)에서 두드러지게 나타난다. 또한, 얇은 벽 보에서 벽의 두께가 상대적으로 두꺼워질수록 2차 와핑 구속 효과에 의한 영향이 상대적으로 증가한다. 특히, 1차 와핑 구속 효과가 나타나지 않더라도 2차 와핑은 항상 존재한다.

항공기의 날개와 로터 블레이드 등과 같은 복합재료 얇은 벽 보의 이론적 해석을 위해 사용하는 폐단면은 대부분 Fig. 1에서 도시한 모델 A에서 모델 F까지

Received: Jan. 26, 2018 Revised: June. 26, 2018 Accepted: June. 27, 2018

† Corresponding Author

Tel: +82-42-860-2707, E-mail: [ktkim@kari.re.kr](mailto:ktkim@kari.re.kr)

© The Society for Aerospace System Engineering

럼 극점(pole)을 기준으로 시위 방향(chordwise) 및 두께 방향(flapwise)으로 모두 대칭적인 형상으로 구성하여 모델링하고 해석을 수행한다[1-5]. 일반적으로 극점을 기준으로 시위 방향으로 대칭인 단면의 경우에는 비틀림 함수(torsional function)로부터 와핑 함수(warping function)를 유도하지만, 비대칭 단면의 형상인 경우에는 와핑 평형 조건을 만족하도록 와핑 함수를 보정하여야 한다[1].

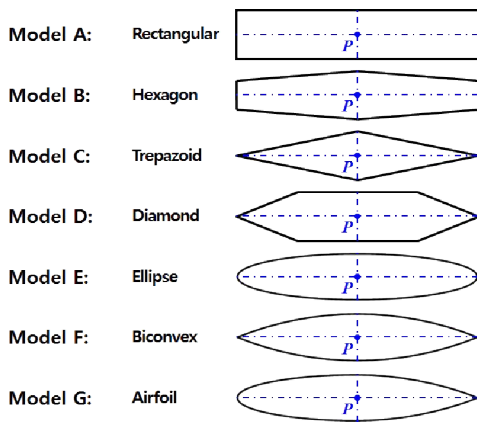


Fig. 1 Analytical Closed Cross-Sections

이번 연구에서는 Fig. 1에서 모델 G와 같이 시위 방향으로 비대칭 폐단면을 가지는 얇은 벽 보의 이론적인 해석을 수행하기 위하여 와핑 함수의 보정을 위한 여러 가지의 방법을 제시한다. 이를 위해 자유 와핑 조건을 만족하도록 1) 기존의 극점과 기하학적 단면의 관계식을 유지하면서 와핑 함수를 보정한 경우(Fig. 2, case 1, 2) 기존의 극점을 이용하고 윤곽선의 형상 함수만을 이동하여 수정한 경우(Fig. 2, case 2, 3) 극점의 위치를 이동하여 극점을 기준으로 다시 기하학적 단면의 관계식을 구하여 와핑 함수를 보정한 경우(Fig. 2, case 3)에 대해 각각 비교 연구를 수행한다.

또한, 전단 변형 효과(transverse shear effect)와 와핑 구속 효과(warping restraint effect) 및 회전 관성 효과(rotary inertia effect) 등을 고려하고, 특수한 구조적 연성을 나타내는 circumferentially uniform stiffness (CUS) 형상에 대해 각각 와핑 함수 및 단면 특성(질량 계수,  $b_j$  및 강성 계수,  $a_{ij}$ )의 연산 결과를 구하고 서로 비교 연구를 수행한다.

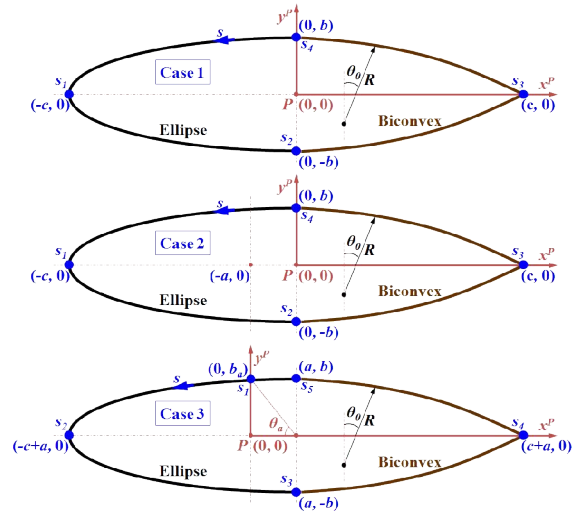


Fig. 2 Closed cross-section cases

## 2. 수학적 모델링

이번 연구에서는 Fig. 3과 같이 단면의 시위 방향으로 비대칭 형상(Fig. 1의 모델 G, ellipse+ biconvex)을 가지는 복합재료 얇은 벽의 외팔보로 가정한다. 또한, 날개는 초기 받음각( $\alpha_0$ )과 비틀림각( $\gamma_0$ )을 가지며, 날개 길이(span) 방향으로 일정한 테이퍼비( $\sigma$ )와 날개의 단면비( $\xi$ )를 포함하여 모델링한다.

### 2.1 기본 가정

일반적으로 보의 중앙-면에 대해 원주 및 법선 방향으로 그 특성이 모두 변하는 이방성 재료의 보를 가정함으로써, 굽힘-비틀림, 신장-비틀림, 이러한 모든 변형 모드 사이의 연성이 불가피하게 발생한다. 따라서 다음과 같은 다수의 운동학적인 요소를 가정한다.

(a) 단면의 모든 물리적 치수는 그 평면에서 변하지 않는다. 이것은 보의 단면이 자체 평면에서 강체(즉,  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{xy} = 0$ )이지만, 원래 평면으로부터 와핑은 일어날 수 있다는 의미이다.

(b) 보 단면에서 횡 방향 전단 변형률은 균일하다.

(c) 보 벽의 임의의 위치에서 벽의 두께와 곡률반경비는 단위량에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다.

여기서 또한 변위는 미소 변형이라고 가정한다.

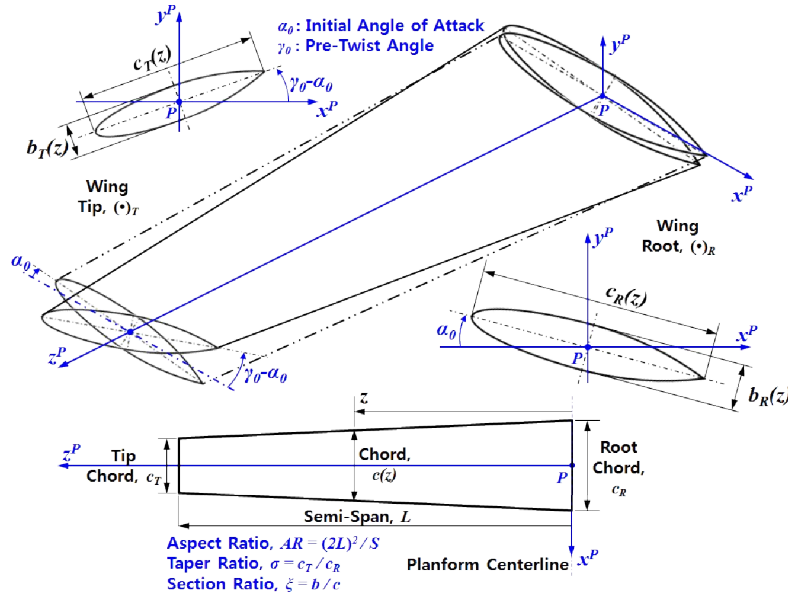


Fig. 3 Mathematical Modeling

### 2.2 자유 와핑 및 구속 와핑

얇은 벽 보가 끝 단면에서 크기가 같고 방향이 반대인 하중을 받고, 양단에서 아무런 구속 조건이 없을 때, 그 보의 자유 비틀림이 나타난다. 이 경우, 보의 각 단면에서는 단지 전단 응력만이 발생한다. 이러한 응력 분포의 법칙은 단면 형상에 따라 의존적이며, 모든 단면에서 같다. 그리고 보의 축을 따라 비틀림각의 변화율  $\phi' (\equiv d\phi/dz)$ 은 일정하다.

단면이 와핑으로부터 자유롭지 못하거나 혹은, 비틀림 모멘트가 보의 길이 방향에 따라 변한다면, 와핑 변위는 보를 따라 변하고, 길이 방향의 섬유에 대한 인장이나 압축으로 인해 비틀림을 수반한다. 그 결과, 비틀림 각  $\phi$ 의 변화율  $\phi'$ 은 상수가 아니며, 길이 방향 좌표  $z$ 의 함수로서,  $\phi' = \phi'(z, t)$  이다.

보 단면이나 보의 축을 따라 발생하는 비틀림 모멘트의 변동은 비균일 비틀림 거동에 영향을 미치는 요소이다. 그 결과, 작용력을 평형으로 유지하려는 1차 응력 시스템뿐만 아니라, 와핑 변위에 대한 구속이 일어나는 경우, 해당 단면에서 법선 및 접선 응력에 대한 자동 평형 시스템이 발생한다. 보가 비틀림 모멘트만을 받을 때, 구속 와핑인 경우, 2차 응력 시스템과 연계한 합성 힘과 합성 굽힘 모멘트는 “0”이어야 한다는 평형 조건이 필요하다.

### 2.3 와핑 함수

이 논문에서는 지면 관계상 얇은 벽 보의 운동학에 대해 기술하지 않는다(참고 문헌 [1]의 2장을 참조). 단, 여기서는 와핑 함수에 대한 이론식을 다음과 같이 요약하여 정리한다.

단일-셀의 폐단면 보에서 길이 방향의 변위는

$$w(s, z, n, t) = w_0(z, t) + \theta_y(z, t) \left( x + n \frac{dy}{ds} \right) + \theta_x(z, t) \left( y - n \frac{dx}{ds} \right) - \phi'(z, t) \left\{ F_1(s) + F_2(n, s) - 2n \int_0^s \left[ \frac{\beta}{h(s) G_{sz}(s) \mathcal{L}} - 1 \right] ds \right\} \quad (1)$$

여기서,  $F_1(s)$ 와  $F_2(n, s)$ 는 각각 단면의 윤곽선(1차) 및 두께(2차)의 와핑 함수로서,

$$F_1(s) \equiv \int_0^s [r_n(s) - \psi(s)] ds, \quad F_2(n, s) \equiv -nr_t(s) \quad (2)$$

이며, 각각 중앙선 내외부의 위치에 대응한다.

$$\text{여기서, } \mathcal{L} = \oint 1/[h(s) G_{sz}(s)] ds \quad (3)$$

$$\psi(s) = 2\Omega/[h(s) G_{sz}(s) \mathcal{L}] \quad (4)$$

이며,  $\psi(s)$ 를 비틀림 함수(torsional function)라고 한다. 두께와 박막 전단 계수가 보 원주를 따라 균일할 경우, 비틀림 함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\psi = \oint r_n ds / \oint r_n ds = 2\Omega/\beta \quad (5)$$

단,  $\Omega$ 와  $\beta$ 는 각각 보 단면의 윤곽선으로 둘러싸인 면적과 둘레의 길이를 나타낸다. 그리고 자유 비틀림의 경우  $\phi(z)$ 는  $z$ -좌표의 선형 함수이고(비틀림률(rate of twist)은 일정), 구속 비틀림의 경우  $\phi(z)$ 는  $z$ -축에 대한 임의의 함수라는 점에 주의한다.

또한, 순수 비틀림에서 와핑 변위는 와핑 함수와 비틀림률의 곱으로 구할 수 있다.

$$w(s, z, t) = F_1(s) \phi'(z, t) \quad (6)$$

$$\text{단, } F_1(s) = \int_0^s (\lambda - r_n) ds + C \quad (7)$$

여기서 자유 와핑 조건을 만족하기 위하여 상수  $C$ 는

$$\oint F_1(s) ds = 0 \quad (8)$$

를 만족하여야 하며, 이를 위해

$$\oint_K \frac{\partial w}{\partial s} ds = 0, \quad [K = (1, \dots, N)] \quad (9)$$

이어야 하고, 그 역도 또한 같아야 한다는 것이다.

좀 더 세부적인 내용은 참고 문헌 [1]을 참조한다.

## 2.4 폐단면의 기하학적 관계식

### (1) 케이스 1

Figure 2의 케이스 1은 폐단면의 기존의 극점을 유지하면서 자유 와핑 조건을 만족하도록 1차 와핑 함수를 보정한 경우로서 단면의 기하학적 관계식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

For a half ellipse contour,

$$x^2/c^2 + y^2/b^2 = 1, \text{ where, } b < c$$

$$x/c = \pm \cos[\psi] \Rightarrow x = \pm c \cos[\psi],$$

$$y/b = \pm \sin[\psi] \Rightarrow y = \pm b \sin[\psi]$$

For a half biconvex contour,

@ Upper:

$$(x)^2 + (y + R \cos[\theta_0])^2 = (x)^2 + (y + R - b)^2 = R^2$$

$$x = \pm R \sin[\phi], \quad y = \pm R \cos[\phi] - R \cos[\theta_0]$$

@ Lower:

$$(x)^2 + (y - R \cos[\theta_0])^2 = (x)^2 + (y - R + b)^2 = R^2$$

$$x = \pm R \sin[\phi], \quad y = \pm R \cos[\phi] + R \cos[\theta_0]$$

$$\Omega = \Omega_e + \Omega_b, \quad \beta = \beta_e + \beta_b,$$

$$\Omega_e = \pi b c / 2, \quad \Omega_b = R^2 (2\theta_0 - \sin[2\theta_0]) / 2$$

$$\beta_e = 2 \times c \times E[m], \quad \beta_b = 2R\theta_0$$

단,  $E[m]$ : Complete elliptic integral

$$m = k^2 = 1 - b^2/c^2$$

여기서,  $\Omega$ 는 폐단면 윤곽선 내부의 전체 면적을 나타내고,  $\beta$ 는 윤곽선의 전체 길이를 나타내며,  $(\cdot)_e$ 는 ellipse,  $(\cdot)_b$ 는 biconvex의 물리량을 각각 의미한다.

$$1) \quad s_0 \leq s \leq s_1$$

$$x_1^P = -c \sin[(\pi/\beta_e)s], \quad y_1^P = b \cos[(\pi/\beta_e)s] \quad (10)$$

$$2) \quad s_1 \leq s \leq s_2$$

$$x_2^P = -c \sin[(\pi/\beta_e)s], \quad y_2^P = b \cos[(\pi/\beta_e)s] \quad (11)$$

$$3) \quad s_2 \leq s \leq s_3$$

$$x_3^P = R \sin[(s - \beta_e)/R],$$

$$y_3^P = -R \cos[(s - \beta_e)/R] + R \cos[\theta_0] \quad (12)$$

$$4) \quad s_3 \leq s \leq s_4$$

$$x_4^P = -R \sin[(s - \beta_e)/R - 2\theta_0],$$

$$y_4^P = R \cos[(s - \beta_e)/R - 2\theta_0] - R \cos[\theta_0] \quad (13)$$

### (2) 케이스 2

이 경우는 케이스 1과 같이 기존의 극점을 이용하고 자유 와핑 조건을 만족하도록 윤곽선의 형상 함수만을  $x$ -축으로 이동( $a$ )하여 기하학적 관계식을 구한 경우로서 다음과 같이 표시할 수가 있다.

$$1) \quad s_0 \leq s \leq s_1$$

$$x_1^P = -c \sin[(\pi/\beta_e)s] + a, \quad y_1^P = b \cos[(\pi/\beta_e)s] \quad (14)$$

$$2) \quad s_1 \leq s \leq s_2$$

$$x_2^P = -c \sin[(\pi/\beta_e)s] + a, \quad y_2^P = b \cos[(\pi/\beta_e)s] \quad (15)$$

$$3) \quad s_2 \leq s \leq s_3$$

$$x_3^P = R \sin[(s - \beta_e)/R] + a,$$

$$y_3^P = -R \cos[(s - \beta_e)/R] + R \cos[\theta_0] \quad (16)$$

$$4) \quad s_3 \leq s \leq s_4$$

$$x_4^P = -R \sin[(s - \beta_e)/R - 2\theta_0] + a,$$

$$y_4^P = R \cos[(s - \beta_e)/R - 2\theta_0] - R \cos[\theta_0] \quad (17)$$

### (3) 케이스 3

케이스 3은 자유 와핑 조건을 만족하도록 극점의 위치를 이동하여 극점을 기준으로 단면의 기하학적 관계식을 구하여 와핑 함수를 보정한 경우로서, 단면 윤곽선의 기하학적 관계식은 다음과 같이 유도할 수 있다.

For a half ellipse contour,

$$\begin{aligned} (x-a)^2/c^2 + y^2/b^2 &= 1, \text{ where, } b < c \\ (x-a)/c &= \pm \cos[\psi] \Rightarrow x = \pm c \cos[\psi] + a, \\ y/b &= \pm \sin[\psi] \Rightarrow y = \pm b \sin[\psi] \end{aligned} \quad (18)$$

For a half biconvex contour,

@ Upper:

$$\begin{aligned} (x-a)^2 + (y+R\cos[\theta_0])^2 &= (x-a)^2 + (y+R-b)^2 = R^2 \\ x &= \pm R \sin[\phi] + a, \quad y = \pm R \cos[\phi] - R \cos[\theta_0] \end{aligned} \quad (19)$$

@ Lower:

$$\begin{aligned} (x-a)^2 + (y-R\cos[\theta_0])^2 &= (x-a)^2 + (y-R+b)^2 = R^2 \\ x &= \pm R \sin[\phi] + a, \quad y = \pm R \cos[\phi] + R \cos[\theta_0] \end{aligned} \quad (20)$$

$$a^2/c^2 + b_a^2/b^2 = 1 \Rightarrow b_a = b\sqrt{1-a^2/c^2}$$

$$\tan[\theta_a] = b_a/a \Rightarrow \theta_a = \arctan[b_a/a]$$

단,  $p_1 = \beta_c/2 - p_a$ ,  $p_2 = p_a = c \times E[\theta_a, m]$ ,  $p_3 = \beta_c/2$ ,  $p_4 = p_5 = \beta_b/2$ ,  $s_0 = 0$ ,  $s_i = s_{i-1} + p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ )

1)  $s_0 \leq s \leq s_1$

$$\begin{aligned} x_1^P &= c \sin[(2s + \arcsin[a/c]) / (2p_a - \beta_c)] + a, \\ y_1^P &= b \cos[(2s + \arccos[b_a/b]) / (2p_a - \beta_c)] \end{aligned} \quad (21)$$

2)  $s_1 \leq s \leq s_2$

$$\begin{aligned} x_2^P &= -c \cos[\{(2s - \beta_c) \arccos[a/c]\} / (2p_a)] + a, \\ y_2^P &= -b \sin[\{(2s - \beta_c) \arccos[b_a/b]\} / (2p_a)] \end{aligned} \quad (22)$$

3)  $s_2 \leq s \leq s_3$

$$x_3^P = -c \sin[\pi s / \beta_c] + a, \quad y_3^P = b \cos[\pi s / \beta_c] \quad (23)$$

4)  $s_3 \leq s \leq s_4$

$$\begin{aligned} x_4^P &= R \sin[(s - \beta_c) / R] + a, \\ y_4^P &= -R \cos[(s - \beta_c) / R] + R \cos[\theta_0] \end{aligned} \quad (24)$$

5)  $s_4 \leq s \leq s_5$

$$\begin{aligned} x_5^P &= R \sin[(\beta - s) / R] + a, \\ y_5^P &= R \cos[(\beta - s) / R] - R \cos[\theta_0] \end{aligned} \quad (25)$$

## 3. 비교 연구

### 3.1 재료의 물성치

초기 받음각과 비틀림각을 있는 테이퍼형 복합재료 얇은 벽 외팔보로 모사한 항공기 날개 단면 특성 비교 연구를 위해 사용한 재료(T300/5208 Carbon/Epoxy)의 물성치와 단면의 치수는 다음과 같다.

$$E_1 = 206.75 \text{ GPa}, \quad E_2 = E_3 = 5.17 \text{ GPa}$$

$$G_1 = 3.10 \text{ GPa}, \quad G_2 = G_3 = 2.55 \text{ GPa}$$

$$\nu_{21} = \nu_{31} = 0.00625, \quad \nu_{32} = 0.25, \quad \rho = 1528.15 \text{ kg/m}^3$$

단면 시위  $c = 0.1 \text{ m}$ ,  $b = \xi \times c \text{ m}$  (단  $\xi$ 는 단면비)

보의 길이  $L = 2.0 \text{ m}$ , 단면 두께  $h = 0.004 \text{ m}$

### 3.2 수치 해석

#### (1) 와핑 함수

Equation 2에 따라 각 케이스의 1차 및 2차 와핑 함수를 구하고, Eq. 7과 Eq. 8에 따라 1차 와핑 함수를 보정하면 다음의 결과를 얻는다.

#### i) 케이스 1

이 경우는 기존의 극점을 이용하고 Eq. 8을 만족하도록 와핑 함수를 보정한 경우이다. 1차 및 2차 와핑 함수와 보정한 1차 함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_1(s) = \begin{cases} \text{Section 1: } (bc\pi/\beta_e + 2\Omega)(s/\beta) \\ \text{Section 2: } (bc\pi\beta - 2\beta_e\Omega)(s/(\beta\beta_e)) \\ \text{Section 3: } (bc\pi\beta + R\beta(s - \beta_e) - 2s\Omega) \\ \quad - R^2\beta \cos[\theta_0] \sin[(s - \beta_e)/R] / \beta \\ \text{Section 4: } (bc\pi\beta + R\beta(s - \beta_e) - 2s\Omega) \\ \quad - R^2\beta (\sin[\theta_0/2] \\ \quad + \cos[\theta_0] \sin[(s - \beta)/R]) / \beta \end{cases} \quad (26)$$

$$F_2(n, s) = \begin{cases} \text{Section 1: } (b^2 - c^2)\pi \sin[2\pi s / \beta_e] / (2\beta_e) \\ \text{Section 2: } (b^2 - c^2)\pi \sin[2\pi s / \beta_e] / (2\beta_e) \\ \text{Section 3: } -R \cos[\theta_0] \sin[(s - \beta_e) / R] \\ \text{Section 4: } -R \cos[\theta_0] \sin[(s - \beta) / R] \end{cases} \quad (27)$$

$$F_{1m}(s) = \begin{cases} \text{Section 1: } [bc\pi(2s\beta - \beta_e(2\beta_b + \beta_e)) \\ \quad + \beta_e(-R\beta_b^2 - 4s\Omega + 2\beta\Omega) \\ \quad + R^2\beta_b\beta_e\sin[\theta_0/2]] / (2\beta\beta_e) \\ \text{Section 2: } [bc\pi(2s\beta - \beta_e(2\beta_b + \beta_e)) \\ \quad + \beta_e(-R\beta_b^2 - 4s\Omega + 2\beta\Omega) \\ \quad + R^2\beta_b\beta_e\sin[\theta_0/2]] / (2\beta\beta_e) \\ \text{Section 3: } [bc\pi\beta_e \\ \quad + R(-\beta_b^2 - 2\beta_b\beta_e - 2\beta_e^2 + 2s\beta) \\ \quad - 2(2s - \beta)\Omega \\ \quad + R^2(\beta_b\sin[\theta_0/2] \\ \quad - 2\beta\cos[\theta_0]\sin[(s - \beta_e)/R])] / (2\beta) \\ \text{Section 4: } [bc\pi\beta_e \end{cases} \quad (28)$$

1차 와핑 함수 및 보정한 1차 와핑 함수는 그래프를 통해 검증해 볼 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

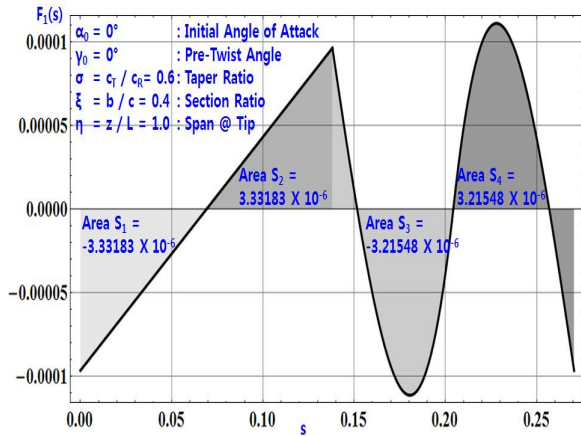
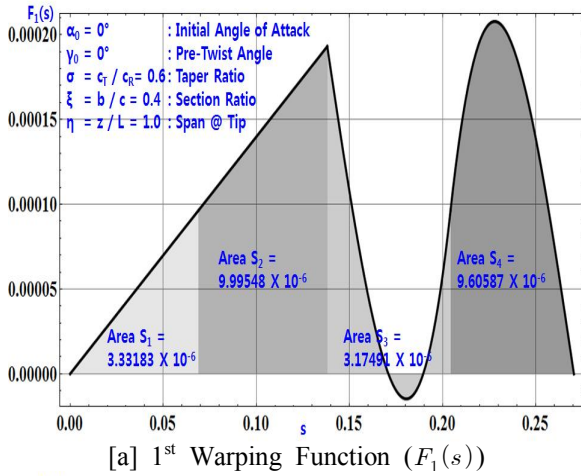


Fig. 4 1<sup>st</sup> Warping Function of the Case 1

이 경우, Fig. 4[b]로부터 보정한 1차 와핑 함수  $F_{1m}(s)$  곡선이 “0”-축을 기준으로 전체 면적(음영 부

분)의 합은 “0”으로, Eq. 8을 만족함을 알 수가 있다.

## ii) 케이스 2

이 경우는 기존의 극점을 이용하고 Eq. 8을 만족하도록 기하학적 관계식만을  $x$ -축으로 이동( $a$ )하여 구한 경우이다. 1차 및 2차 와핑 함수를 케이스 1과 동일한 방법으로 구할 수 있지만, 이 논문에서는 그 결과식이 매우 복잡하여 생략한다.

기존의 극점을 이용하여 기하학적 관계식을 이동 후, 보정하지 않은 1차 와핑 함수는 그래프를 통해 검증해 볼 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

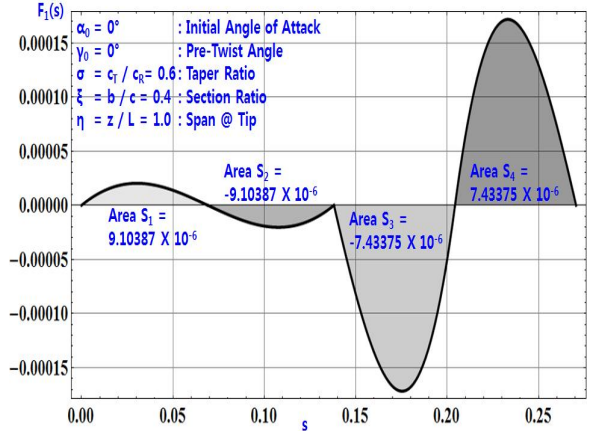


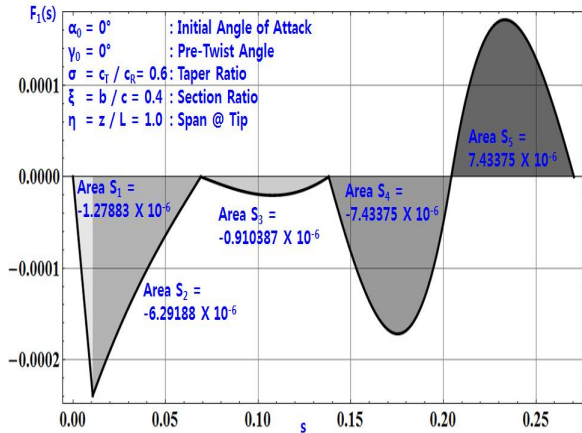
Fig. 5 1<sup>st</sup> Warping Function ( $F_1(s)$ ) of the Case 2

이 경우에도 Fig. 5의 1차 와핑 함수  $F_1(s)$  곡선이 “0”-축을 기준으로 전체 면적(음영 부분)의 합은 “0”으로서, Eq. 8을 만족한다.

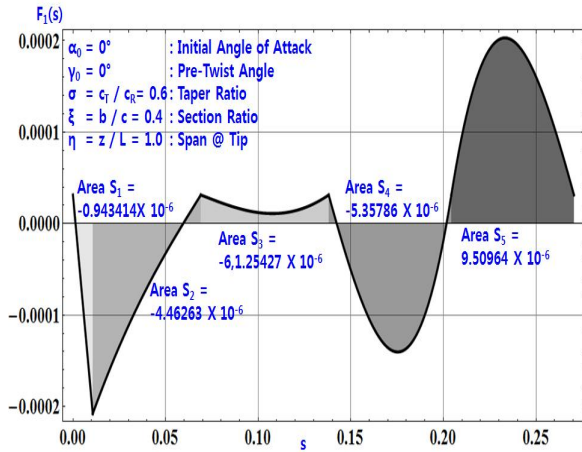
## iii) 케이스 3

이 경우는 케이스 2 결과를 활용하여 기존의 극점을  $x$ -축으로  $a$  만큼 이동하고 기하학적 관계식을 재정립한 후, 와핑 함수를 보정하여 와핑 함수를 구하는 경우이다. 1차 및 2차 와핑 함수와 보정한 1차 함수를 케이스 1과 동일한 방법으로 구할 수 있다. 이 논문에서는 그 결과식이 매우 복잡하여 케이스 2와 마찬가지로 생략한다.

1차 와핑 함수 및 보정한 1차 와핑 함수는 그래프를 통해 검증해 볼 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.



[a] 1<sup>st</sup> Warping Function ( $F_1(s)$ )



[b] Modified 1<sup>st</sup> Warping Function ( $F_{1m}(s)$ )

Fig. 6 1<sup>st</sup> Warping Function of the Case 3

이 경우 역시, Fig. 6[b]의 보정한 1차 와핑 함수  $F_{1m}(s)$  곡선이 “0”-축을 기준으로 전체 면적(음영 부분)의 합은 “0”으로서, Eq. 8을 만족한다.

(2) 단면 특성: 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$

고려한 단면의 특성을 알아보기 위해 각 케이스에서 유도한 와핑 함수를 이용하여 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$ 를 각각 구한다. 이 논문에서는  $b_j$  및  $a_{ij}$ 를 유도하는 방법과 결과는 생략하고, 대신 참고 문헌 [1]을 참조한다.

Table 1과 Table 2에서 제시한 것처럼, 질량 계수  $b_j$  및 강성 계수  $a_{ij}$ 는 초기 받음각( $\alpha_0$ )과 초기 비틀림 각( $\gamma_0$ )에 따라 “0”이 아닌 값을 가지는 경우를 “O”로 표시한다. 대칭성의 폐단면에 비해,  $\alpha_0 = \gamma_0 = 0^\circ$  일 경우, 케이스 1과 케이스 2에서는 질량 계수  $b_3, b_8, b_{16}$

과 강성 계수  $a_{12}, a_{27}, a_{36}, a_{46}$  (단,  $a_{ij} = a_{ji}$ ) 등이 새롭게 값을 가지며,  $\alpha_0 \neq 0^\circ$  및  $\gamma_0 \neq 0^\circ$  일 경우, 질량 계수  $b_2, b_3, b_8, b_9, b_{13}, b_{16}, b_{17}$ 과 강성 계수  $a_{12}, a_{13}, a_{26}, a_{27}, a_{36}, a_{37}, a_{46}, a_{56}$  (단,  $a_{ij} = a_{ji}$ ) 등이 더 이상 “0”이 아닌 값을 가진다. 또한, 케이스 3의 경우는 좀 더 복잡한 양상을 나타내며,  $\alpha_0 = \gamma_0 = 0^\circ$  와  $\alpha_0 \neq 0^\circ$  및  $\gamma_0 \neq 0^\circ$  일 경우 모두, 질량 계수  $b_7, b_{11}, b_{12}$ 와 강성 계수  $a_{14}, a_{15}, a_{16}, a_{24}, a_{35}, a_{47}, a_{57}, a_{67}$  (단,  $a_{ij} = a_{ji}$ ) 등이 “0”이고 나머지는 모두 값을 가진다.

Table 1 Mass Coefficients,  $b_j$

[a] Case 1 & 2:  $\alpha_0 = 0^\circ, \gamma_0 = 0^\circ$

$b_j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	O		O	O	O			O	
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	O				O	O	O		O

[b] Case 1 & 2:  $\alpha_0 \neq 0^\circ, \gamma_0 \neq 0^\circ$

케이스 3:  $\alpha_0 = 0^\circ, \gamma_0 = 0^\circ, \alpha_0 \neq 0^\circ, \gamma_0 \neq 0^\circ$

$b_j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	O	O	O	O	O	O		O	O
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	O			O	O	O	O	O	O

Table 2 Stiffness Coefficients,  $a_{ij}$

[a] Case 1 & 2:  $\alpha_0 = 0^\circ, \gamma_0 = 0^\circ$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7
1	O	O					O
2	O	O			O		O
3			O	O		O	
4			O	O		O	
5		O			O		
6			O	O		O	
7	O	O					O

[b] Case 1 & 2:  $\alpha_0 \neq 0^\circ, \gamma_0 \neq 0^\circ$

Case 3:  $\alpha_0 = 0^\circ, \gamma_0 = 0^\circ, \alpha_0 \neq 0^\circ, \gamma_0 \neq 0^\circ$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7
1	O	O	O				O
2	O	O	O		O	O	O
3	O	O	O	O		O	O
4			O	O	O	O	
5		O		O	O	O	
6		O	O	O	O	O	
7	O	O	O				O



다음은  $\alpha_0 = 0^\circ$ ,  $\gamma_0 = 0^\circ$  와  $\alpha_0 = -4^\circ$ ,  $\gamma_0 = 10^\circ$  일 경우에 대해 와핑과 관련이 있는 강성 계수에서 (a)  $a_{26}$  (chordwise bending & warping), (b)  $a_{36}$  (flapwise bending & warping), (c)  $a_{66}$  (warping) 등을 다음과 같이 그림으로 비교하여 표시한다(Fig. 7 ~ Fig. 11). 그림으로부터 알 수 있듯이 와핑과 관련하여 연성을 가지는 세 가지의 계수는 케이스 별로 서로 다른 기하학적 관계식을 가지므로 각각 다른 값을 가진다. 단,  $a_{26}$ 는  $\alpha_0 = 0^\circ$ ,  $\gamma_0 = 0^\circ$  일 때 값을 가지지 않고("0"),  $\alpha_0 = -4^\circ$ ,  $\gamma_0 = 10^\circ$  일 경우에만 값으로 나타난다.

그림으로부터 또한 알 수 있는 것은 시위 방향으로 비대칭인 폐단면의 경우에도 대칭성 단면과 동일하게 섬유각 90°를 기준으로 좌우 대칭을 이룬다는 점이다.

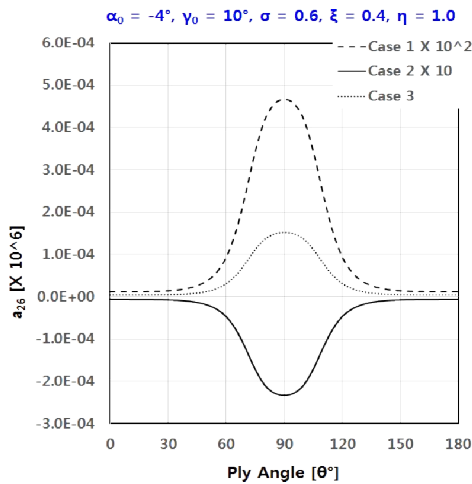


Fig. 7  $a_{26}$  Comparison of the 3 Cases

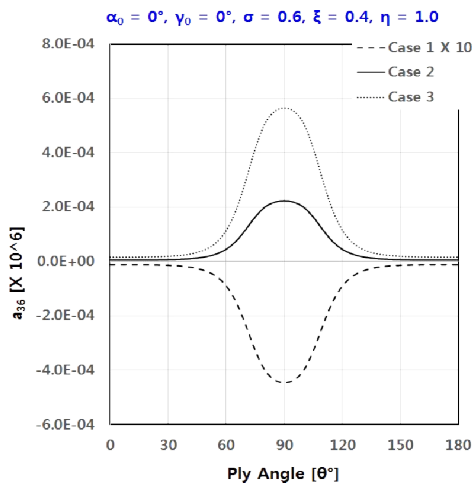


Fig. 8  $a_{36}$  Comparison of the 3 Cases

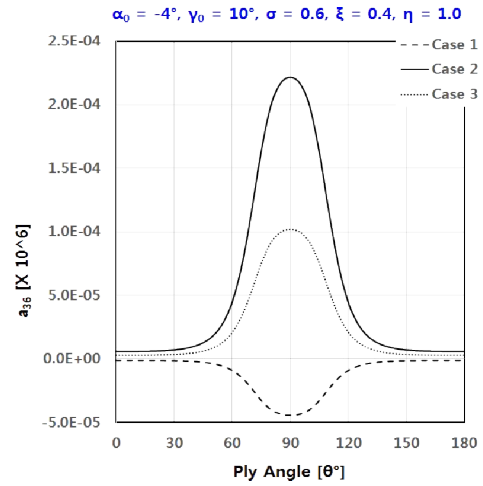


Fig. 9  $a_{36}$  Comparison of the 3 Cases

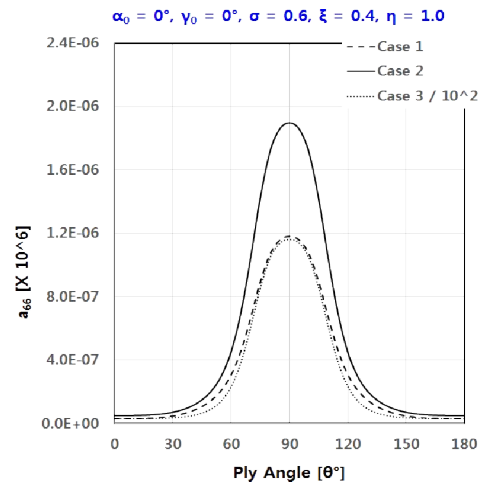


Fig. 10  $a_{66}$  Comparison of the 3 Cases

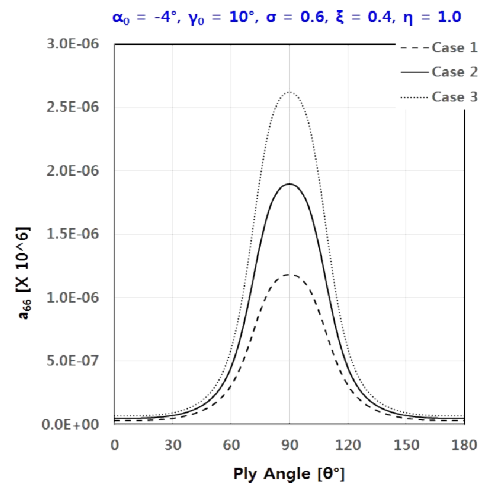


Fig. 11  $a_{66}$  Comparison of the 3 Cases



## 4. 결 론

폐단면의 시위 방향으로 비대칭성인 형상의 얇은 벽 보에 대한 와핑 함수를 유도하기 위해 단면 윤곽선의 기하학적 관계식으로부터 와핑 함수를 유도하고 보정하는 과정에서는 많은 노력과 주의가 필요하며, 이에 따라 더 많은 연산 시간이 필요할 뿐만 아니라 관련 수식이 매우 복잡하게 나타난다. 이것은 항공기 날개 및 로터 블레이드 등과 같은 물리적 형상을 개발하는 초기 단계의 설계 과정에서 간편하게 해석적인 방법을 통해 사이징하려는 의도를 벗어날 수 있다.

따라서 이와 같은 관점에서 폐단면의 시위 방향으로 비대칭성인 형상의 얇은 벽 보에 대한 수학적 모델은 이번 연구에서 고려한 세 가지의 방법 가운데 케이스 2의 경우처럼 기존의 극점을 이용하고 폐단면 윤곽선의 기하학적 관계식만을 이동하여 와핑 함수를 보정 없이 유도한 경우가 나머지 다른 두 케이스보다 빠르고 간편하게 와핑 함수를 유도할 수 있고, 이와 관련한 질량 및 강성 계수를 간단하게 연산이 가능하다. 아울러, 이러한 관계식을 이용하면, 동특성 및 공탄성 등의 문제 해결에서 더욱 더 용이할 것으로 판단한다.

## 후 기

이 논문은 현재 다부처 사업으로 수행 중인 “국민 안전 대응 무인항공기 융합시스템 구축 및 운용” 사업(과제번호: 10080047)의 연구 결과 중 일부이다.

## References

- [1] L. Librescu and O. Song, *Thin-Walled Composite Beams: Theory and Application, Solid Mechanics and its Applications*, Volume 131, Springer, ISBN-10 1-4020-3457-1, 2006.
- [2] O. Song, *Modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials*, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.
- [3] O. Song and K-T. Kim, "A Study on the Aileron Reversal Characteristics of CAS Composite Aircraft Wings," *Journal of The Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 37, no. 12, pp. 1192-1200, Dec. 2009.
- [4] K-T Kim and O. Song, "A Study on the Aileron Reversal Characteristics of CUS Composite Aircraft Wings," *Aerospace Engineering and Technology*, vol. 8, no. 2, pp. 149-159, Nov. 2009.
- [5] K-T Kim and O. Song, "Structural Modelling of Tapered Composite Aircraft Wings with Initial Angle of Attack using Thin-Walled Beam," *Journal of Aerospace System Engineering*, vol. 3, no. 2, pp. 1-11, June 2009.