

기준점 배치에 따른 쿼터니언기반 공간후방교회법의 정확도 분석

Analysis of the Accuracy of Quaternion-Based Spatial Resection Based on the Layout of Control Points

김의명¹⁾ · 최한승²⁾

Kim, Eui Myoung · Choi, Han Seung

Abstract

In order to determine the three-dimensional position in photogrammetry, a spatial resection is a pre-requisite step to determine exterior orientation parameters. The existing spatial resection method is a non-linear equation that requires initial values of exterior orientation parameters and has a problem that a gimbal lock phenomenon may occur. On the other hand, the spatial resection using quaternion is a closed form solution that does not require initial values of EOP (Exterior Orientation Parameters) and is a method that can eliminate the problem of gimbal lock. In this study, to analyze the stability of the quaternion-based spatial resection, the exterior orientation parameters were determined according to the different layout of control points and were compared with the determined values using existing non-linear equation. As a result, it can be seen that the quaternion-based spatial resection is affected by the layout of the control points. Therefore, if the initial value of exterior orientation parameters could not be obtained, it would be more effective to estimate the initial exterior orientation values using the quaternion-based spatial resection and apply it to the collinearity equation-based spatial resection method.

Keywords : Exterior Orientation Parameters, Spatial Resection, Non-Linear Equation, Quaternion, Control Points, Photogrammetry

초 록

사진측량에서 3차원 위치를 결정하기 위한 사전단계로 외부표정요소를 결정하는 공간후방교회법을 수행해야 한다. 기존의 공선조건식 기반의 공간후방교회법은 비선형 방정식으로 외부표정요소의 초기값이 필요하며 짐벌락 현상이 나타날 수 있는 문제점이 있다. 이에 반해 쿼터니언 기반의 공간후방교회법은 외부표정요소의 초기값이 필요없고 짐벌락의 문제를 제거할 수 있는 방법이다. 본 연구에서는 쿼터니언기반의 공간후방교회법 안정성을 분석하기 위해 기준점의 배치를 달리하여 외부표정요소를 결정하고 이를 기존의 공선조건식 기반의 공간후방교회법을 적용한 것과 비교 하였다. 그 결과 비교적 쿼터니언 기반의 공간후방교회법은 기준점 배치에 따라 공간후방교회법의 정확도가 많은 영향을 받는 것을 알 수 있었다. 따라서 외부표정요소의 초기값을 얻을 수 없다면 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 초기값을 추정 한 후 이를 공선조건식 기반의 공간후방교회법에 적용하는 것이 효과적으로 외부표정요소를 결정할 수 있는 방법으로 나타났다.

핵심어 : 외부표정요소, 공간후방교회법, 비선형방정식, 쿼터니언, 기준점, 사진측량

Received 2018. 07. 09, Revised 2018. 08. 01, Accepted 2018. 08. 17

1) Corresponding Author, Member, Department of GIS Engineering, Namseoul University (E-mail: kemyoung@nsu.ac.kr)

2) Member, Department of GIS Engineering, Namseoul University (E-mail: hseung.choi@gmail.com)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

1. 서론

카메라의 위치와 자세인 외부표정요소(EOP: Exterior Orientation Parameters)를 결정하는 것을 공간후방교회법(spatial resection)이라고 하고 카메라의 내외부표정요소와 공액점(conjugate point)을 이용하여 3차원 위치를 결정하는 것을 공간전방교회법(spatial intersection)이라고 한다.

사진측량에서 대상물에 대해 3차원 위치를 결정하기 위해서는 두 장 이상의 중복촬영된 영상이 필요하며 카메라의 위치와 자세를 나타내는 EOP가 부정확할 경우 이로 부터 결정된 3차원 위치도 부정확하게 결정될 수 있다.

일반적으로 사진측량에서 사용되는 공간후방교회법은 오일러(Euler) 각을 사용하는 공선조건식을 이용하고, 비선형방정식을 선형화하여 계산하게 된다(Luhmann *et al.*, 2011; Mikhail *et al.*, 2001; Wolf *et al.*, 2014). 3차원 직교좌표계에서 카메라의 회전각을 결정할 때 오일러 각을 이용할 경우 짐벌락(gimbal lock)현상이 나타날 수 있는 문제점이 있다. 또한 공선조건식을 이용하여 EOP를 결정할 때, EOP의 초기값이 필요한 단점이 있다(Choi *et al.*, 2018; Kim, 2018).

EOP의 초기값은 항공기 또는 드론에 탑재된 GNSS/IMU (Global Navigation Satellite System / Inertial Measurement Unit) 센서로 부터 취득한 값을 초기값으로 이용하거나 수직영상임을 가정하여 해결해왔다(Lee, 2013). 하지만 실내에서 영상을 촬영할 경우 GNSS/IMU 센서의 값을 취득하기 어렵고 회전이 많이 나타날 수 있기 때문에 초기값을 취득하기 어려운 문제에 직면하게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위해서 수정된 공선조건식을 이용하여 초기값의 범위가 크더라도 EOP를 결정할 수 있는 연구(Easa, 2010), 유전 알고리즘을 이용하여 EOP를 결정하는 연구(Elnima, 2015), 오일러 각의 안정성을 보정하기 위해서 로드리게스(Rodrigues)를 이용하고 초기값이 부정확하여도 EOP를 결정할 수 있는 연구 등이 수행하였다(Zeng, 2010). 또한 회전각이 크더라도 EOP를 결정할 수 있는 연구도 수행되었다(Wu *et al.*, 2017). 이들 연구는 다양한 방법을 적용하여 공간후방교회법을 통해서 EOP를 결정하는 연구로서 초기값을 필요로 하는 방법을 사용하였다. 이에 반해 쿼터니언(quaternion)을 이용한 공간후방교회법은 초기값의 설정이 필요없고 짐벌락 현상의 문제점을 제거할 수 있는 장점이 있다(Mazaheri and Habib, 2015; Kim, 2018).

쿼터니언을 이용한 공간후방교회법의 장점에도 불구하고 기준점의 배치에 따른 3차원 위치결정에 대한 정확도를 분석한 연구가 미흡한 실정이다. 따라서, 본 연구에서는 쿼터니언 기반의 공간후방교회법의 안정성을 분석하기 위해서 기준점의 배치

에 따라 3차원 위치결정에 어떠한 영향이 미치는지 기존에 사용하는 공선조건식 기반의 공간후방교회법을 적용한 것과 비교하는 것을 목적으로 하였다.

2. 공간후방교회법

2.1 공선조건식을 이용한 공간후방교회법

공선조건식을 이용한 공간후방교회법은 사진측량에서 전통적으로 EOP를 결정하기 위해서 사용된 방법으로, 비선형방정식이기 때문에 카메라의 위치와 자세를 결정하기 위해서 초기값이 필요한 방법이다.

공선조건식 기반의 공간후방교회법은 공선조건식을 이용하여 최소제곱법으로 EOP를 결정한다. 카메라 렌즈의 왜곡을 고려한 공선조건식은 Eq. (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_x = -c \frac{r_{11}(X_A - X_0) + r_{21}(Y_A - Y_0) + r_{31}(Z_A - Z_0)}{r_{13}(X_A - X_0) + r_{23}(Y_A - Y_0) + r_{33}(Z_A - Z_0)} + \Delta x - (x_a - x_c) \quad (1)$$

$$F_y = -c \frac{r_{12}(X_A - X_0) + r_{22}(Y_A - Y_0) + r_{32}(Z_A - Z_0)}{r_{13}(X_A - X_0) + r_{23}(Y_A - Y_0) + r_{33}(Z_A - Z_0)} + \Delta y - (y_a - y_c)$$

where (F_x, F_y) is a residual, (X_0, Y_0, Z_0) is the camera position in the EOP, $(r_{11} - r_{33})$ is the element of the rotation matrix, (X_A, Y_A, Z_A) is a ground control point, c is a focal length, (x_a, y_a) is an image coordinate on which the ground control point is projected, (x_c, y_c) is a principal point, $(\Delta x, \Delta y)$ is a lens distortion value.

Eq. (1)과 같이 공선조건식을 이용한 최소제곱법의 모델식은 비선형방정식으로 이루어져있기 때문에 EOP를 결정하기 어렵다. EOP를 쉽게 결정하기 위해서 테일러급수(Taylor series)를 이용하여 선형방정식으로 전개하면 Eq. (2)와 같이 나타낼 수 있다. 따라서, Eq. (2)를 최소제곱법에 적용하여 EOP를 결정할 수 있다. 하지만 이와 같은 방법은 비선형방정식을 선형화한 것이기 때문에 초기값이 필요하며 짐벌락 현상이 나타날 수 있는 단점이 있다.

$$F_x^0 + \frac{\partial F_x^0}{\partial w} dw + \frac{\partial F_x^0}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_x^0}{\partial k} dk + \frac{\partial F_x^0}{\partial X_0} dX_0 + \frac{\partial F_x^0}{\partial Y_0} dY_0 + \frac{\partial F_x^0}{\partial Z_0} dZ_0 = 0 \quad (2)$$

$$F_y^0 + \frac{\partial F_y^0}{\partial w} dw + \frac{\partial F_y^0}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_y^0}{\partial k} dk + \frac{\partial F_y^0}{\partial X_0} dX_0 + \frac{\partial F_y^0}{\partial Y_0} dY_0 + \frac{\partial F_y^0}{\partial Z_0} dZ_0 = 0$$

where (F_x^0, F_y^0) is a model expression with initial value, $(w, \varphi, k, X_0, Y_0, Z_0)$ is an EOP.

2.2 쿼터니언을 이용한 공간후방교회법

쿼터니언 기반의 공간후방교회법 기본식은 Eq. (3)과 같이 나타낼 수 있다(Mazaheri and Habib, 2015). Fig. 1에 나타난 것과 같이 투영중심(o, O)과 두 개의 기준점(X_1, X_2), 그리고 기준점이 투영된 두 사진좌표(x_1, x_2)가 모두 하나의 평면상에 있도록 하는 기하학적인 관계를 이용하여 회전행렬(R_c^w)을 결정한다.

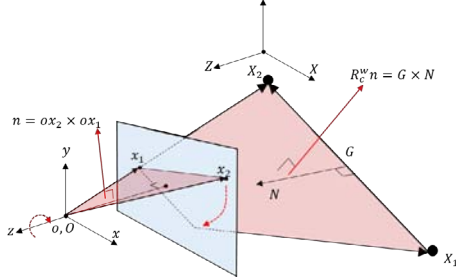


Fig. 1. Geometric constraint to derive the rotation matrix

$$v_i = G_i \times N_i - R_c^w n_i \quad (3)$$

where v is a residual, (n, G, N) is a unit vector, R_c^w is a rotation matrix from camera to world coordinate system.

Eq. (3)은 잔차제곱의 합이 최소가 되는 최소제곱법을 이용하여 전개하면 Eq. (4)와 같이 나타낼 수 있다. Eq. (4)를 살펴보면 중괄호({}) 안에 있는 값들이 최댓값이 나와야 Eq. (4)의 수식이 최소가 되므로 Eq. (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{R_c^w} \sum_{i=1}^k v_i^T v_i = (G_i \times N_i)^T (G_i \times N_i) + n_i^T n_i - 2\{(R_c^w n_i)^T (G_i \times N_i)\} \quad (4)$$

$$\max_{R_c^w} \sum_{i=1}^k \{(R_c^w n_i)^T (G_i \times N_i)\} \quad (5)$$

Eq. (5)는 오일러 각을 이용한 3차원 회전행렬을 이용하는 것으로 이를 쿼터니언을 이용한 회전으로 나타내면 Eq. (6)과 같이 나타낼 수 있다. Eq. (6)이 최대가 되는 쿼터니언 벡터를 계산하여 이를 회전행렬로 변환하면 카메라의 자세를 결정할 수 있다.

$$\max_{\dot{q}} \sum_{i=1}^k (\dot{q} n_i \dot{q}^*) \cdot \dot{G} N_i, \quad R_c^w n_i = \dot{q} n_i \dot{q}^* \quad (6)$$

where \dot{q} is a unit quaternion vector, \dot{q}^* is a unit quaternion conjugate vector, $\dot{G} N_i$ is a $G_i \times N_i$.

카메라의 자세를 결정한 후 Eq. (7)을 이용하여 카메라의 위치를 결정한다(Mazaheri and Habib, 2015).

$$\begin{bmatrix} R_{3p} & 0 & -R_{1p} \\ 0 & R_{3p} & -R_{2p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A R_{3p} - Z_A R_{1p} \\ Y_A R_{3p} - Z_A R_{2p} \end{bmatrix} \quad (7)$$

where R_1 is the element of the first row in the rotation matrix, R_2 is the element of the second row in the rotation matrix, R_3 is R_3 the element of the third row in the rotation matrix, (X_A, Y_A, Z_A) is a ground control point, (X_0, Y_0, Z_0) is the camera position in the EOP.

3. 공간후방교회법의 정확도 분석

3.1 연구 데이터 및 정확도 분석

쿼터니언 기반의 공간후방교회법에서 기준점배치에 따른 안정성을 살펴보기 위해서 기존에 사용된 공선조건식 기반의 공간후방교회법과 정확도를 비교분석하였다. 정확도 비교분석은 두 가지 방법으로 구분하여 이루어졌다.

첫 번째는 각 방법으로 결정된 EOP의 오차 및 사후표준편차로 정확도를 비교분석하였다. 두 번째는 각각의 방법으로 결정한 EOP를 이용하여 공간전방교회법으로 검사점에 대해 3차원 위치를 결정하고 이에 대한 정확도를 비교분석하였다.

실험을 위하여 Fig. 2와 같이 25개의 관측점중에서 일부는 EOP를 결정하기 위한 기준점으로 사용하고 일부는 검사점으로 사용하였다. 25개의 관측점은 수평 및 수직위치 정확도가 3mm인 토탈스테이션(SOKKIA FX-101)을 이용하여 측량하였다. 실험에 사용한 기준점의 개수는 5개(▲로 표시)이며 Case1, Case2, Case3의 세 가지 형태로 기준점을 배치하여 정확도에 어

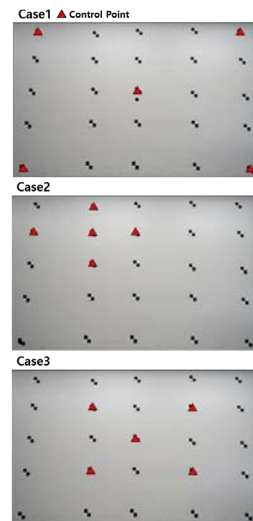


Fig. 2. Three cases of the layout of control points

떠한 영향이 미치는지 살펴보았다.

토탈스테이션으로 촬영한 기준점의 좌표계는 오른손좌표계로 좌측하단의 타겟을 원점(0, 0, 0)으로 두어 측량하였고, 영상 좌표는 Fig. 3과 같이 오른손좌표계로 영상의 가운데를 원점(0, 0)으로 하였다. 또한, 25개의 각 타겟은 대략 가로 0.9m, 세로 0.6m로 배치하였으며 대상지역의 범위는 가로 3.6m, 세로 2.4m

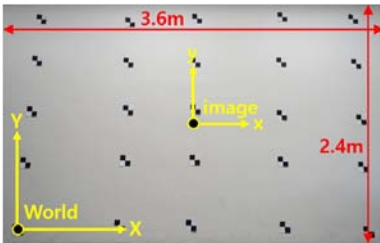


Fig. 3. Object space and image coordinate systems

이다. 또한, 카메라와 기준점과의 거리는 대략 3.2m이다.

실험에 사용된 카메라의 내부표정요소(IOP: Interior Orientation Parameters)와 영상에 대한 상세한 정보는 Table 1과 같다. Table 1에 나타난 것과 같이 카메라는 DJI사에서 제공하는 Phantom 4 pro에 장착된 카메라를 사용하였으며 실내에서 Fig. 4와 같이 A, B방향으로 두 장의 스테레오 영상을 촬영하였다. 촬영된 영상의 가로×세로 크기는 5,472×3,648 픽셀이며 지상표본거리(GSD : Ground Sampling Distance)는 1mm이다.

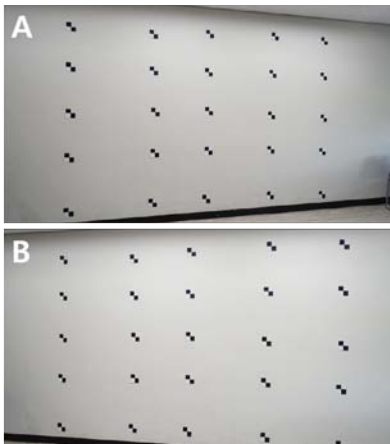


Fig. 4. Stereo images taken in the A and B directions

Table 1. Detailed information of the stereo images and interior orientation parameters

Data info.	Data source	Phantom 4 pro
	Image size(width×height)	5,472×3,648
	Flying height	≈3.2m
IOP ±stdev	GSD	1mm
	x_c (pixel)	12.65±0.76
	y_c (pixel)	-12.33±0.73
	c (pixel)	3667.42±0.52
	$k1$ (pixel ⁻²)	1.74E-10±2.21E-11
	$k2$ (pixel ⁻⁴)	1.42E-19±2.08E-18
	$p1$ (pixel ⁻²)	1.41E-07±1.67E-08
$p2$ (pixel ⁻⁴)	-1.31E-07±1.57E-08	

3.2 공간후방교회법의 정확도 분석

A, B영상에서 쿼터니언 기반과 공선조건식 기반의 공간후방교회법을 통하여 EOP를 결정하였을 때 오차를 살펴보기 위해서 검사의 기준이 되는 최확값의 EOP가 필요하다. 최확값의 EOP는 공선조건식 기반의 공간후방교회법 수식을 사용하여 광속조정법(bundle adjustment)을 통해서 결정하였다. 이때, 사용한 기준점은 A, B영상에 나타난 25개의 모든 관측점을 기준점으로 사용하였으며 결정된 EOP는 Table 2와 같다.

Table 2. Most probable values of exterior orientation parameters

Image	w (deg)	φ (deg)	k (deg)	X_0 (m)	Y_0 (m)	Z_0 (m)	$\hat{\sigma}$ (pixel)
A	-0.670	-12.901	0.154	0.813	1.178	3.343	1.031
B	-0.644	8.417	0.508	2.267	1.184	3.113	1.208

Table 2에 나타난 것과 같이 A, B영상은 좌우 위치를 달리하기 위하여 카메라의 X_0 의 위치를 이동하였으며 φ (Y축 회전)각을 회전하여 수렴촬영을 실시하였다. 먼저 공선조건식 기반의 공간후방교회법으로 EOP의 초기값과 5개의 기준점을 이용하여 Case1, Case2, Case3의 세 가지 기준점 배치에 따라 결정된 EOP 결과를 Table 3에 나타내었다. 또한, 초기값이 필요없는 쿼터니언 기반의 공간후방교회법을 적용하여 결정된 EOP 결과는 Table 4와 같다.

Table 3. Estimated exterior orientation parameters based on collinearity condition

Case	Image	w (deg)	φ (deg)	k (deg)	X_0 (m)	Y_0 (m)	Z_0 (m)	$\hat{\sigma}$ (pixel)
1	A	-0.688	-12.907	0.152	0.812	1.179	3.344	1.897
	B	-0.626	8.437	0.506	2.269	1.183	3.113	2.106
2	A	-0.902	-12.923	0.141	0.812	1.190	3.347	0.703
	B	-0.851	8.496	0.524	2.271	1.195	3.111	0.468
3	A	-0.646	-13.089	0.139	0.802	1.176	3.336	0.666
	B	-0.716	8.443	0.499	2.268	1.188	3.111	1.224

Table 4. Estimated exterior orientation parameters based on quaternion

Case	Image	w (deg)	φ (deg)	k (deg)	X_0 (m)	Y_0 (m)	Z_0 (m)	$\hat{\sigma}$ (pixel)
1	A	-0.717	-12.916	0.150	0.811	1.181	3.337	4.289
	B	-0.650	8.556	0.506	2.276	1.185	3.110	3.178
2	A	-1.041	-13.113	0.109	0.800	1.198	3.349	0.881
	B	-1.005	8.557	0.534	2.274	1.203	3.111	0.924
3	A	-1.031	-13.120	0.126	0.801	1.199	3.334	1.449
	B	-0.858	8.705	0.499	2.283	1.196	3.107	1.662

결정된 EOP의 사후표준편차를 살펴보면 초기값이 필요한 공선조건식 기반의 공간후방교회법으로 결정한 EOP의 사후표준편차보다 초기값이 필요하지 않는 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 결정한 EOP의 사후표준편차가 대체적으로 높게 나타났다. Table 3과 Table 4의 사후표준편차에서 알 수 있듯이 쿼터니언 기반의 공간후방교회법을 이용하여 결정한 EOP의 정확도가 공선조건식 기반의 공간후방교회법을 이용한 방법보다 다소 낮은 것을 알 수 있다.

각각의 방법으로 결정된 EOP의 정확도를 살펴보기 위해서 기준 EOP값(25개 기준점)을 이용하여 계산한 EOP값과의 오차를 살펴보았다. 공선조건식 기반의 공간후방교회법으로 결정한 EOP의 오차는 Table 5와 같고 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 결정한 EOP의 오차는 Table 6과 같다. Table 5와 Table 6에 표시한 오차는 절대값으로 나타내었다.

Table 7은 EOP값을 카메라의 자세(attitude)와 위치(position)로 구분하여 기준 EOP값에서 각각의 방법으로 결정한 EOP와의 평균제곱근오차(RMSE: Root Mean Square Error)를 나타낸 것이다.

Table 7에서 알 수 있듯이 두 가지 방법 모두 Case1, Case3,

Case2순서로 오차가 높게 나타났다. Case1은 기준점의 배치가 영상의 중앙과 가장자리까지 적절하게 분포된 형태로 정확도가 가장 좋게 나타났고, Case3은 기준점이 가운데에 위치하여 밀집되어 있는 형태로 두 번째로 좋은 정확도를 나타내었다. 이에 반해 Case2는 기준점이 영상의 가장 바깥쪽에 밀집된 형태로 영상 전체에 골고루 분포되지 못하여 정확도가 가장 낮게 나타났다. 이를 통해서 Case2와 같은 기준점 분포는 EOP를 결정하기에 가장 부적절한 기준점 배치인 것으로 나타났다.

공선조건식 기반과 쿼터니언 기반의 공간후방교회법에 대한 EOP의 정확도를 살펴보면, 전반적으로 쿼터니언 기반의 공간후방교회법보다 공선조건식 기반의 공간후방교회법으로 결정한 EOP의 오차가 작은 것을 알 수 있다. 또한 두 방법으로 결정한 EOP 오차의 차이가 Case1에서 가장 작게 나타났으나 Case2, Case3에서는 비교적 크게 나타났다. 이를 통해, 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 EOP를 결정할 경우 공선조건식 기반의 공간후방교회법으로 EOP를 결정할 때보다 기준점의 분포에 민감한 것을 알 수 있었다.

Table 5. Error of estimated exterior orientation parameters based on collinearity condition

Case	Image	w (deg)	φ (deg)	k (deg)	X_0 (m)	Y_0 (m)	Z_0 (m)
1	A	1.75E-02	6.16E-03	1.63E-03	9.67E-04	1.15E-03	7.59E-04
	B	1.81E-02	2.04E-02	2.27E-03	1.68E-03	8.64E-04	5.03E-04
2	A	2.32E-01	2.20E-02	1.27E-02	1.12E-03	1.24E-02	3.77E-03
	B	2.06E-01	7.94E-02	1.63E-02	3.65E-03	1.05E-02	1.84E-03
3	A	2.45E-02	1.87E-01	1.42E-02	1.04E-02	1.46E-03	6.81E-03
	B	7.15E-02	2.61E-02	8.67E-03	1.04E-03	3.75E-03	1.46E-03

Table 6. Error of estimated exterior orientation parameters based on quaternion

Case	Image	w_e (deg)	φ_e (deg)	k_e (deg)	X_{0e} (m)	Y_{0e} (m)	Z_{0e} (m)
1	A	4.68E-02	1.46E-02	3.10E-03	1.84E-03	2.97E-03	5.49E-03
	B	5.40E-03	1.39E-01	2.14E-03	8.67E-03	3.78E-04	2.73E-03
2	A	3.71E-01	2.12E-01	4.43E-02	1.28E-02	2.01E-02	6.36E-03
	B	3.61E-01	1.40E-01	2.60E-02	7.02E-03	1.91E-02	1.15E-03
3	A	3.61E-01	2.18E-01	2.80E-02	1.21E-02	2.11E-02	8.97E-03
	B	2.13E-01	2.88E-01	8.91E-03	1.56E-02	1.13E-02	5.19E-03

Table 7. Comparison of collinearity and quaternion methods with reference EOP

Case	Method	Attitude (deg)	Position (m)
1	Collinearity	± 0.014	± 0.001
	Quaternion	± 0.060	± 0.005
2	Collinearity	± 0.131	± 0.007
	Quaternion	± 0.236	± 0.013
3	Collinearity	± 0.083	± 0.005
	Quaternion	± 0.226	± 0.013

만약 쿼터니언 기반의 공간후방교회법에서 Case2와 같이 적절하지 못한 기준점 배치가 이루어졌다면 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 EOP를 추정하여 이를 공선조건식 기반의 공간후방교회법 초기값으로 사용하여 적용하면 Table 8과 같이 EOP를 결정할 수 있다. 두 가지방법을 결합하여 결정된 EOP 살펴보면 공선조건식 기반의 공간후방교회법 결과인 Table 3(Case2)과 동일하게 나타난 것을 알 수 있다. 이와 같이 기준점 배치가 적절하지 못할 경우 두 가지 방법을 결합하면 다소 신속성이 떨어질 수 있으나 쿼터니언 기반의 공간후방교회법의 단점을 제거할 수 있다.

Table 8. Estimated exterior orientation parameters based on combined method

Case	Image	w (deg)	φ (deg)	k (deg)	X_0 (m)	Y_0 (m)	Z_0 (m)	$\hat{\sigma}$ (pixel)
2	A	-0.902	-12.923	0.141	0.812	1.190	3.347	0.703
	B	-0.851	8.496	0.524	2.271	1.195	3.111	0.468

3.3 3차원 위치 정확도 분석

이전 단계에서 A, B영상에서 5개 기준점을 이용하여 공선조건식 기반과 쿼터니언 기반의 공간후방교회법을 이용하여 EOP를 결정하고 오차를 살펴보았다. 오차를 분석할 때 최확값의 EOP와 비교하였는데 이 또한 EOP를 결정하였기 때문에 오차를 포함하고 있을 수 있다. 이러한 분석의 결과를 좀 더 객관적으로 보완하기 위해 두 가지 방법으로 결정된 EOP를 이용하여 결정된 3차원 좌표와 실제 측량한 3차원 좌표와 비교를 수행하였다. 다만 두 가지방법을 결합하여 결정된 EOP는 공선조건식 기반의 공간후방교회법과 결과가 동일하기 때문에 3차원 위치는 따로 분석하지 않았다.

3차원 위치 정확도 분석을 위해서 토달스테이션을 이용하여

측량한 25개 기준점중에서 EOP를 결정하기 위해서 사용한 5점을 제외한 나머지 20개점에 대해 공간전방교회법을 이용하여 3차원 위치를 결정하고 정확도를 비교분석하였다.

Table 9와 Table 10은 각각 공선조건식 기반과 쿼터니언 기반의 공간후방교회법을 이용하여 결정된 EOP로 3차원 위치를 결정한 후 검사점과의 RMSE를 쉽게 분석하기 위해서 GSD가 1mm인 것을 고려하여 픽셀단위로 나타냈다. 이러한 정량적인 값을 Fig. 5와 같이 두 가지 방법을 비교하여 막대그래프로 나타내었다.

Table 9에 나타난 것과 같이 공선조건식 기반의 공간후방교회법의 경우 검사점의 3차원 위치오차를 살펴보았을 때 EOP의 RMSE와 동일하게 Case1, Case3, Case2 순서로 오차가 큰 것을 알 수 있다. 이를 통해 공선조건식 기반의 공간후방교회법으로 EOP를 결정하였을 경우도 기준점 배치에 영향을 받아 결정된 EOP값의 정확도가 달라지며 이로 인해 3차원 위치오차가 영향을 받는 것을 알 수 있다.

Table 10의 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 검사점의 3차원 위치오차도 동일하게 Case1, Case3, Case2 순서로 오차가 크게 나타났다. 두 방법을 비교한 Fig. 5를 살펴보았을 때 쿼터니언 기반의 공간후방교회법인 경우에는 공선조건식 기반의 후방교회법보다 기준점 배치가 적절하지 못할수록 검사점의 3차원 위치오차가 비교적 더 크게 나타난 것을 알 수 있다.

Table 9. RMSE of check points based on collinearity condition (unit: pixel)

Case	X	Y	Z	XYZ
1	0.620	1.779	2.571	1.840
2	4.179	1.924	8.489	5.575
3	3.758	1.554	5.316	3.864

Table 10. RMSE of check points based on quaternion (unit: pixel)

Case	X	Y	Z	XYZ
1	1.016	2.028	6.437	3.940
2	7.575	3.449	20.150	12.587
3	6.405	2.601	11.845	7.918

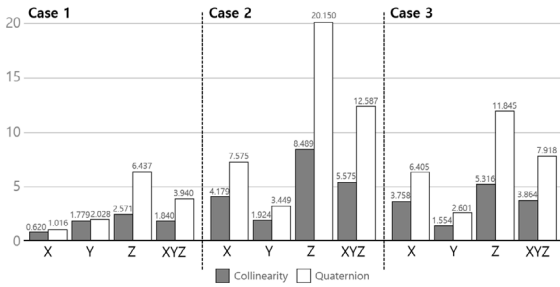


Fig. 5. Comparison of two methods for RMSE of check points

Table 9와 Table 10과 같이 오차가 나타난 이유를 살펴보면 Table 7과 같이 결정된 EOP의 값이 오차가 발생되어 3차원 위치에 영향을 미쳤기 때문이다. Fig. 6은 대상물과의 거리를 3.2m를 기준으로 카메라 자세 오차에 따른 3차원 위치오차를 나타낸 것이다.

또한, 수평위치 오차보다 수직위치 오차가 비교적 높게 나타났다. 이러한 이유를 Eq. (8)과 같이 오차전파식을 이용하여 수평위치 오차에 따른 수직위치오차를 살펴보았다. 본 연구에서 촬영된 거리가 3.2m이고, 기선거리는 1.454m이고, 캘리브레이션 된 초점거리는 9.5mm이고, 오차가 가장 큰 Table 10에서 Case2의 3차원 위치에서 수평위치 오차는 대략 8픽셀이고 이를 영상의 mm단위로 변환하면 0.02mm인 것을 Eq. (8)에 적용하면 수직위치 오차가 22.68픽셀로 나타날 수 있음을 알 수 있었다.

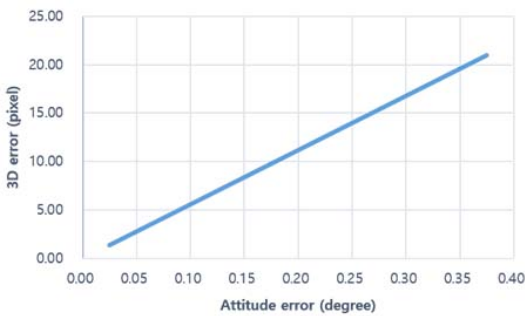


Fig. 6. 3D position error according to the camera attitude error

$$\sigma_z = \sqrt{2} \frac{H^2}{Bc} \sigma_{xy} \tag{8}$$

where, σ_{xy} is a measurement error in the image, c denotes a principal distance, B denotes a baseline, H denotes a flying height.

이를 통해 쿼터니언 기반의 공간후방교회법은 공선조건식 기반의 공간후방교회법보다 기준점 배치에 따라 결정된 EOP와 3차원 위치결정의 정확도에 많은 영향을 받는 것을 알 수 있다. 그러나, 쿼터니언 기반의 공간후방교회법은 공선조건식 기반의 공간후방교회법을 이용하는 방법에 비해 EOP의 초기값을 필요로 하지 않은 장점을 가지고 있다.

따라서, 공간후방교회법을 이용하여 EOP를 결정하기 위해서 먼저 쿼터니언을 이용하여 공선조건식 기반의 공간후방교회법의 초기값을 추정된 후 이 값을 이용하여 공선조건식 기반의 공간후방교회법을 적용하는 것이 효율적인 자료처리 과정인 것으로 판단된다.

4. 결론

본 연구는 쿼터니언 기반의 공간후방교회법의 정확도를 검증하기 위해서 기준에 사용된 공선조건식 기반의 공간후방교회법과 기준점 배치에 따른 영향을 비교하였으며 다음과 같은 결론을 도출하였다.

첫째, 쿼터니언 기반의 공간후방교회법을 이용하여 초기값의 설정없이도 EOP를 결정할 수 있었다.

둘째, 기준점 배치에 따라 공선조건식과 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 추정된 EOP의 오차를 비교분석한 결과 두 방법 모두 기준점 배치가 영상에 골고루 배치되지 않았을 경우 오차에 영향을 받는 것을 알 수 있었으며 이 경우 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 추정된 EOP의 오차가 비교적 큰 값을 갖는 것을 알 수 있었다.

셋째, 기준점 배치와 두 가지 방법으로 추정된 EOP를 이용하여 공간전방교회법으로 3차원 위치를 결정하고 이를 검사점의 3차원 위치와 비교하였다. 그 결과 결정된 EPO오차와 유사하게 쿼터니언 기반의 공간후방교회법이 공선조건식 기반의 공간후방교회법보다 3차원 위치결정의 정확도가 낮은 것을 알 수 있었다.

연구결과에 근거해서 쿼터니언 기반의 공간후방교회법은 공선조건식 기반의 공간후방교회법보다 정확도가 다소 낮을 수 있으나 초기값을 필요로 하지 않은 장점이 있고 추정된 EOP 값이 충분히 공선조건식 기반의 공간후방교회법의 초기값으로 사용하기에 적합한 방법인 것을 알 수 있었다. 이를 통해 향후 초기값을 취득하기 어려운 경우 쿼터니언 기반의 공간후방교회법으로 EOP의 초기값을 추정된 후 이를 공선조건식 기반의 공간후방교회법에 적용하는 방법이 효과적으로 EOP를 결정하는 절차인 것으로 판단된다.

References

- Choi, H.S., Hong, S.P., and Kim, E.M. (2018), Accuracy verification of spatial resection using quaternion in photogrammetry, *2018 Conference of The Korean Society for Geospatial Information Science*, The Korean Society for Geospatial Information Science, 18-19 May, Jinju, Korea, pp. 197-198.
- Easa, S.M. (2010), Space resection in photogrammetry using collinearity condition without linearisation, *Survey Review*, Vol. 42, No. 315, pp. 40-49.
- Elnima, E.E. (2015), A solution for exterior and relative orientation in photogrammetry, a genetic evolution approach, *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, Vol. 27, No. 1, pp. 108-113.
- Kim, E.M. (2018), Semi-automatic camera calibration using quaternions, *Journal of the Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, Vol. 36, No. 2, pp. 43-50. (in Korean with English abstract)
- Lee, Y.W. (2013), Decision of EO parameters based on direct georeferencing using SmartBase, *Journal of the Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, Vol. 31, No. 2, pp. 135-142. (in Korean with English abstract)
- Luhmann, T., Robson, S., Kyle S., and Harley I. (2011), *Close Range Photogrammetry Principles, techniques and applications*, Whittles Publishing, Scotland, UK.
- Mazaheri, M. and Habib, A. (2015), Quaternion-based solutions for the single photo resection problem, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. 81, No. 3, pp. 209-217.
- Mikhail, E.M., Bethel, J.S., and McGlone, J.C. (2001), *Introduction to Modern Photogrammetry*, John Wiley & Sons Inc., New York, N.Y.
- Wolf, P.R., Dewitt, B.A., and Wilkinson, B.E. (2014), *Elements of Photogrammetry with Applications in GIS, Fourth Edition*, McGraw-Hill, New York, N.Y.
- Wu, C., Qin, Q., Ma, G., Fu, Z., and Xu, Z. (2017), Large-rotation-angle photogrammetric resection based on least-squares homotopy iteration method, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, Vol. 14, No. 8, pp. 1188-1192.
- Zeng, H. (2010), Iterative algorithm of space resection using rodrigues matrix, *2010 International Conference on, Environmental Science and Information Application Technology*, ESIAT, 17-18 July 2010, Wuhan, China, pp. 191-194.