East Asian Math. J.
Vol. 34 (2018), No. 4, pp. 429-449
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2018.029

중등수학영재의 수학적 창의성에 대한 고찰[1)]

A Study on Mathematical Creativity of Middle School Mathematical Gifted Students

김 동 화[2)] · 김 영 아 · 강 주 영

ABSTRACT. The purpose of this study is to investigate how the mathematical creativity of middle school mathematical gifted students is represented through the process of problem posing activities. For this goal, they were asked to pose real-world problems similar to the tasks which had been solved together in advance. This study demonstrated that just 2 of 15 pupils showed mathematical giftedness as well as mathematical creativity. And selecting mathematically creative and gifted pupils through creative problem-solving test consisting of problem solving tasks should be conducted very carefully to prevent missing excellent candidates. A couple of pupils who have been exerting their efforts in getting private tutoring seemed not overcoming algorithmic fixation and showed negative attitude in finding new problems and divergent approaches or solutions, though they showed excellence in solving typical mathematics problems. Thus, we conclude that it is necessary to incorporate problem posing tasks as well as multiple solution tasks into both screening process of gifted pupils and mathematics gifted classes for effective assessing and fostering mathematical creativity.

Received August 15, 2018; Revised August 27, 2018; Accepted August , 2018.
1) 이 논문은 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 연구되었음
2) 교신저자
2010 Mathematics Subject Classification: 97D40
Key Words: middle school mathematical gifted students, mathematical creativity, problem posing

(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

Ⅰ. 서론

2000년에 공포된 영재교육진흥법을 바탕으로 우리나라의 영재교육은 지속적이고 발전적으로 진행되어오고 있다. 그동안 현장에서 살펴본 바에 의하면 수학과 과학 영재교육이 중등 영재교육의 주류를 이루고 있으며, 특히 수학영재교육 지망생들의 경쟁이 대단히 치열함을 알 수 있다. 창의성이 점점 더 중요해지는 이 시대에 창의적이며 뛰어난 재능을 가진 수학영재 아동을 잘 선발하여 질 높은 교육을 통하여 그들의 재능을 더욱 발전시키고 자아실현의 기회를 주는 것은 개인적으로나 국가적으로 중요한 일이라고 할 수 있다. 연구자가 소속된 대학부설 과학영재교육원에서는 수학영재학생 선발을 위하여 1단계에서 이전에 영재교육을 받았거나 학교장 충천을 받은 학생을 대상으로 교사추천서를 포함한 서류 심사와 관련 교수들이 개발한 창의적 문제해결력 검사를 실시하고, 2단계에서는 심층면접 또는 수업관찰 평가를 실시하여 최종 선발된 학생들을 대상으로 영재교육 심화과정을 제공하고 있다. 국내의 타 대학부설 과학영재교육원들도(장낙한 외, 2006; 송은선, 한기순, 2018) 비슷한 과정의 선발절차를 진행해오고 있다. 지난 수년간의 영재교육 활동을 통하여 볼 때 창의적인 수학영재를 잘 선발하고 또한 이들이 가진 잠재력을 충분히 발현시키는 영재교육을 제공하는 것은 여전히 어려운 과제라고 사료된다.

Ford(2003)는 Gardner가 말한 “어떻게 학교에서 모든 학생들에게 시민으로서 공통적으로 필요한 기본 교육뿐만 아니라 학생 능력에 따른 다양한 교육기회를 제공할 수 있는가?”라는 질문을 인용하면서 미국에서 상대적으로 좋은 환경에서 교육을 받고 있는 중산층과 백인 학생에 비하여 다문화 가정 또는 사회경제적 수준(SES)이 낮은 학생들이 여러 가지 이유로 영재교육을 받을 기회 면에서 차별을 당하고 있는 현실의 문제점을 지적하고, 모든 학생들에게 탁월과 기회균등이 함께 모색되어야한다고 주장하였다. 이러한 주장은 우리나라에서 요즘 가정형편이 좋은 학생들이 사교육을 통하여 더 많은 선행학습 등을 함으로써 영재교육을 받을 기회가 상대적으로 더 많아지고 있는 상황에서 창의력과 잠재력을 가진 사회적 약자에 대한 균등한 영재교육 기회 제공을 위한 연구도 필요함을 시사한다. 또한 Leikin & Lev(2013)는 다중 해법 문제를 사용하여 수학영재학생(IQ 130 이상), 선행학습 등을 통한 수학 수준이 높은 심화반 학생, 그리고 수학 수준이 보통인 학생들, 세 그룹을 대상으로 수학적 창의성을 비교한 결과, 특히 직관과 통찰력을 요구하는 문제에서 영재학생들이 심화반 학생들에 비하여 융통성, 독창성, 유창성 모든 요소에서 큰 차이를 보였다고 했다. 이러한 연구에서 영재학생과 선행이나 훈련을 통하여 현재 상당히 높은 문제해결 능력을 가진 학생들 간에 수학적 창의성에서는 상당한 차이가 있고, 그러므로 수학적 창의성이 영재학생을 선별하는 중요한 한 요인이 될 수 있음을 알 수 있다. 신희영, 고은성, 이경화

(2007)는 영재교육을 받고 있는 학생들을 대상으로 이들의 수학적 창의성과 선발 당시의 지필검사 점수의 관계를 분석하였더니, 둘 사이에 상관관계가 없다는 것을 발견하였다. 이러한 연구 결과로부터 많은 학생들이 어릴 때부터 사교육 기관 등에서 선행학습이나 심화문제 풀기 훈련을 하고 있는 우리나라의 현실에서, 고도의 훈련에 의하여 만들어진 수학능력 우수 학생과 창의적 수학영재학생을 식별하는 일은 상당히 어려운 과제라는 것을 알 수 있다.

본 연구에서는 '창의적인 수학영재 아동을 선발하여 효과적인 영재교육을 제공'을 위한 방안을 모색하기 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다. 첫째, 사례연구를 통하여, 중등수학영재학생들을 대상으로 한 문제 만들기 활동에서 학생들의 수학적 창의성이 어떻게 발현되는가? 둘째, 활동결과 분석을 바탕으로 창의적인 수학영재의 효과적인 선발 방법과 수학적 창의성을 계발할 수 있는 교육방법은 무엇인가?

Ⅱ. 이론적 배경

먼저 영재성과 수학영재의 특성에 대하여 살펴보면, Renzulli(2005)는 영재를 '학업영재성'과 '창의적 · 생산적 영재성'로 나눌 수 있고, '학업영재성'은 뛰어난 인지능력을 바탕으로 학습능력과 학교성적이 높은 것을 말하며, 후자는 어떤 창의적인 생각이나 일이 다른 사람에게 영향을 주거나 세상의 변화를 이끌어낼 수 있는 성향을 말한다. 그리고 두 형태는 모두 중요하고, 일반적으로 둘 사이에는 상호작용이 있으며, 폭넓고 깊게 학습된 지식은 창의적 · 생산적 행위를 위한 더 나은 기반이 된다. 역사적으로 주로 진정한 영재라고 일컬어져온 사람의 성향인 후자는 '평균이상의 능력', '창의성', '과제 집착력'의 세 가지 특성을 가진다고 주장하였다. 수학영재의 특성에 대하여 NCTM(Ed. House, 1987)은 수학 영재들이 가지고 있을만한 행동 특성을 크게 일반적 행동 특성, 학습 행동 특성, 창의적 행동 특성, 수학적 행동 특성의 4가지로 나누었으며, 그 중 일반적 행동 특성으로서 뛰어난 이해력과 통찰력, 빠른 기억, 독립적이며 장시간 집중하기, 호기심이 많고 새로운 방법을 즐김 등이고, 창의적 행동 특성으로서 유창성, 유연성, 정교성, 호기심, 상상력, 풍부한 창의력 등을 제시하였다. 수학적 행동 특성으로 수에 대한 호기심과 이해, 수와 공간적 관계에 대한 논리적이고 상징적인 사고능력, 연산에 대한 지각과 일반화하는 능력, 학습한 것을 새로운 상황에 적용하는 능력 등을 제시하였다. 김홍원 외(1997)는 문헌연구를 바탕으로 수학 영재에 대하여, '수학 영재는 수학영역에서 뛰어난 업적을 이루었거나 이룰 것으로 예상되는 사람으로, 수학적 사고 능력, 수학적 과제집착력, 수학적 창의성, 배경 지식의 요인에서 평균 이상의 높은 능력을 지닌 아동'으로 정의한 바 있다. 이러한 주장과 함께 역사적으로 저명한 수학자들의 사례를 참고해 볼 때 수학적

능력 또는 잠재력, 수학적 창의력, 그리고 수학에 대한 내적동기 또는 호기심과 과제 집착력 등이 수학영재의 중요한 특성이라고 할 수 있겠다.

수학적 창의성은 두말할 나위 없이 수학영재가 가져야 할 매우 중요한 특성이다. 일찍이 Krutetskii(1976)는 아동들의 수학적 창의성을 문제해결에서 다양한 해를 찾고, 정형화된 틀을 깨고 사고를 유연하게 할 수 있는 능력이라고 하였다. Haylock(1997)은 수학적 창의성의 요소로서 내용지식이나 연산과정에서의 고정화 극복(overcoming fixation)과 발산적 산출물(divergent production)을 제시하였다. 그리고 문제해결이나 문제 만들기 과제에서 발산적 산출물을 통하여 창의적 사고를 평가하는 데 유창성은 융통성(유연성)과 독창성 보다는 덜 유용한 것 같다고 주장하였다. 실제로 한 가지 형태의 해를 찾거나 문제 만들기를 했을 때 유사한 형태의 해나 문제는 비교적 쉽게 또는 거의 기계적으로 찾을 수 있는 경우가 많기 때문에 이러한 주장은 상당히 의미가 있다고 생각한다. Haylock은 또한 학교 성적이 매우 우수한 학생들 사이에도 수학적 창의성의 차이가 상당히 있을 수 있음을 확인하였다. Sheffield(2006)는 학생들이 수학적 창의성을 발휘할 수 있게 되기까지는 계산을 할 수 있는 사람(computers), 계산을 바탕으로 판단까지 하는 소비자(consumers), 문제를 해결하는 사람(problem solvers), 문제를 만드는 사람(problem posers)과 같은 단계들을 차례로 거쳐야 하며, 주의 깊게 만들어진 우수한 과제(rich task)나 문제를 학생들에게 제공함으로써 수학적 창의성을 계발할 수 있다고 하였다. Leikin & Lev(2013)는 수학영재학생들을 대상으로 한 연구에서 수학적 창의성의 여러 요소들 가운데 독창성이 창의성과 가장 높은 상관관계를 가진다는 것을 발견하였다.

인공지능과 로봇이 많은 부분을 담당하게 되는 미래사회에서는 질문할 수 있는 능력, 스스로 문제를 발견하거나 제기하고 제기된 문제를 분해하고 해결하는 능력이 사람에게 더 중요해지고 있다. 문제 만들기 활동은 이러한 능력의 계발과 밀접한 관계가 있다고 할 수 있다. Cai & Silver(2005)는 문제 만들기는 수학 연구와 과학적 탐구에 있어서 대단히 중요한 지적 활동이라고 하였고, 일반 수학교실에서 문제 만들기에 대한 평가 요소로 양(유창성), 독창성, 복잡성을 제시하고, 이 가운데 독창성이 창의성을 측정하는 데 중요한 요소라고 하였다. 그리고 복잡성을 언어적 복잡성과 수학적 복잡성으로 구분하여 제시하였다. Silver(1997)는 문제 해결과 문제 만들기 활동을 포함하는 탐구 기반 수학 학습에서 비구조적이고 개방형 과제들을 잘 활용하여 창의성의 중요한 요소인 유창성, 융통성, 독창성을 키울 수 있다고 하였다. Leung(1997)는 창의성은 다양성이라는 본질 면에서 문제 만들기와 비슷하며, 수학문제 만들기는 일종의 수학적 창의성이라고 볼 수 있다. 따라서 수학문제 만들기의 평가 요소로서 문제 만들기 과제에 주어진 제한의 정도를 고려하여 문제내용과 해결전략에서의 독창성과 난이도 등이 포함될 수 있다고 주장하였다. 김판

수(2014)는 초등영재를 대상으로 문제 설정을 통한 창의성을 평가하기 위하여 융통성, 독창성, 유사성, 복잡성(또는 난이도), 정교성 요소를 제시하고, 유사성을 평가할 때 참고문제와 많이 유사하거나 너무 동떨어진 경우는 낮은 점수를 부여하였다. 송상헌 외(2007)는 수학영재들을 대상으로 문제 만들기 과제를 제시했을 때 학생의 사고 수준이 높을수록 문제의 단순 변경보다는 문제의 구조를 파악하고 보다 다양하고 확장된 형태의 문제를 만들어 간다는 것을 발견하였다. 나귀수(2017)는 문제 만들기는 우리나라 2015 수학과 교육과정의 한 목표인 창의·융합 역량을 함양하는 데에 토대가 될 수 있는 의미 있는 활동이라고 하고, 중학교 2학년 영재학생들을 대상으로 한 문제 만들기 활동 조사에서, 확장성과 정교성 측면에서 미흡하고 새로운 문제를 만들 때 복잡성이 감소하는 방향으로 문제를 만드는 경향이 있는 등의 특징이 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 학생들의 수학적 영재성을 파악하기 위하여 선행연구들을 바탕으로 수학적 지식, 수학적·논리적 사고력, 빠른 이해력, 추론 능력 등을 포괄하는 수학적 능력, 수학적 창의성, 그리고 호기심과 내적 동기, 적극성 등을 포괄하는 과제집착력, 세 가지 요소를 사용한다. 그리고 문제 만들기 활동을 통한 수학적 창의성을 분석하기 위하여 교육현장의 여건을 고려하고 선행 연구 결과를 참고하여 융통성(유연성), 독창성, 문제의 복잡도(난이도) 세 요소를 활용한다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구 대상

<표 1> 연구대상 학생들의 특징

학생	창의적 문제해결	장래 희망	자기효능감(수학)	학원시간(주)
KS	상	외교관	높음	6
KJ1	상	로봇공학자	보통	11
KJ2	상	생명과학자	높음	12
KJ3	중	수학교수	높음	14
KJ4	하	금융수학자	높음	23
KH	하	항공우주	보통	9
NM	상	수학교수	매우 높음	14
NY	상	수학교수	매우 높음	22
PC	중	미정	높음	12
YS	중	의료기기개발	높음	10
LD	중	생명공학자	높음	10
LH	하	공학자	보통	10
CS	상	수학교수	보통	13
CI	하	프로그래머	높음	15
HJ	하	산업수학자	매우 높음	12

본 연구는 2018학년도 광역시에 소재한 B대학교 부설 과학영재교육원 중등심화수학반 학생들 가운데 중학교 2학년 학생들은 제외하고 현재 중학교 1학년 학생 15명을 대상으로 실시하였다. 이 학생들은 2017년 가을에 매우 높은 경쟁을 통과하여 2018년 현재 봄학기와 여름학기에 영재교육을 받고 있으며, 설문지와 개별 면담을 통하여 확인된 학생들의 기초자료는 <표 1>과 같다. <표 1>에서 창의적 문제해결은 학생들이 2017년 가을에 실시된 1차 선발 과정의 창의적 문제해결력 검사에서 취득한 점수로서 최종합격자들(20명)만의 점수를 균등하게 세 구간으로 나누어서 각 구간에 해당하는 점수를 상, 중, 하로 표시하였다. 자기효능감은 수학에 대한 본인의 능력이나 자신감을 말이나 글로써 표현한 정도에 따라서 구분하였지만, 그들 중에는 자신을 겸손하게 표현한 학생들도 있을 수 있다. 학원시간은 1주일 동안 수학 관련 학원 수업에 참가하는 시간을 본인의 진술을 토대로 정리한 것이며, 정도의 차이는 있지만 모든 학생들이 상당한 시간을

사용하고 있는 것을 알 수 있다.

2. 자료 수집 및 분석

본 연구는 문제 만들기 과제 수행에서 특징적인 학생들의 사례분석을 통하여 중등수학영재 학생들의 수학적 창의성이 어떻게 나타나는지 살펴보았다. 학생들의 생활 방식과 사고 및 행동 특성 같은 기초자료는 학기 초에 실시하는 개별면담과 봄, 여름 학기 중에 약 20시간 동안 함께 생활하면서 지도교수의 관찰을 통하여 수집되었다. 먼저 영재 프로그램의 운영 과정에서 나타나는 학생들의 수학적 영재성을 파악해보기 위하여, 본 과학영재교육원 중등수학반 교육 경력이 3년 이상 된 6명의 교수와 강사들의 수업관찰 기록과 '101개의 정수들로 구성되는 수열의 성질에 대한 예측과 정당화하기'라는 과제의 문제해결 결과를 분석하였다. 다음으로 학생들의 수학적 창의성이 어떻게 나타나는지 살펴보기 위하여 먼저 비둘기 집 원리를 활용한 과제 2개를 사전에 탐구하고, 이어서 30분 동안 앞의 과제를 참고하여 실생활과 관련된 문제들을 3개 만들고 풀어보도록 하였다. 두 번째 문제 만들기 과제로서, 고전적인 조건부 확률 계산 문제를 지도교수와 함께 탐구한 후, 마찬가지로 15분 동안 앞의 과제를 참고하여 실생활과 관련된 문제를 1개 만들고, 풀어보도록 하였다. 첫 번째 문제 만들기 과제는 봄학기에, 두 번째 문제 만들기 과제는 여름학기에 각각 실시되었다. 문제 만들기 활동을 통한 수학적 창의성을 분석하기 위하여 선행 연구들을 참고하여 융통성(유연성), 독창성, 문제의 복잡도 세 요소를 고려한다. 교육 프로그램 운영 과정에서 문제 만들기 활동에 주어진 시간이 충분하지 못하고, 또한 실제로 동일한 형태의 해를 여러 개 찾는 것은 비교적 쉬운 작업인 경우가 많으므로 유창성 요소는 제외하였다.

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

1. 수업관찰기록과 문제해결 과제 수행 결과 분석

본 연구에서는 수학적 영재성 요소로서 선행연구들을 바탕으로 수학적 지식, 수학적·논리적 사고력, 빠른 이해력, 추론 능력 등을 포괄하는 수학적 능력, 수학적 창의성, 그리고 호기심과 내적 동기, 적극성 등을 포괄하는 과제집착력, 세 가지 요소를 사용한다. 먼저 학생들의 수학적 영재성을 파악하기 위하여 본 과학영재교육원에서 3년 이상 중등심화수학반 학생을 대상으로 강의를 하고 있는 6명의 교수와 강사들의 2018년도 봄과 여름학기에 작성한 수업관찰기록을 수집하였다. <표 2>는 긍정적인 평가를 2개 이상 받은 학생들의 관찰기록 자료이다. <표 2>에 나타난 4명을 제외한 11명의 학생들 가운데 4명은 각각 1개의 관찰기록이 있고, 7명은 관찰기록이 전무하다. 이들 중 KJ3 학생은 상당한 수학적 능력을 가지고 있는 것은 분명하지만, 가정에서 과도한 보살핌을 받는 흔적이 평소 행동에서 종종 나타난다. NM은 수학적 능력이 매우 우수한 학생임에 틀림없으며, 면담에서 본인의 어린 시절을 회고하면서 매우 높은 수학적 자신감을 가지고

있고, 사교육을 통하여 선행학습과 고난도 문제풀기 훈련을 지속적으로 하고 있으며, 선발 당시 창의적 문제해결력 검사에서는 최상급의 점수를 받았다. NY는 여러 강사들로부터 우수성을 인정받고 있으며. 스스로 수학에 대한 높은 자신감을 가지고 독립적으로 수학을 즐기며, 수학적 호기심이 매우 높고, 선발 당시 창의적 문제해결력 검사에서는 상 점수를 받았다. 수학적 영재성의 특성을 가장 잘 갖춘 것으로 판단되는 즉, 수학영재일 가능성이 높은 HJ는 평소에 매우 적극적이고 핵심을 찌르는 질문을 하며, 빠른 이해력과 민감성, 통찰력, 사고의 유연성을 보여주고 있지만, 선발 시 창의적 문제해결력 검사에서는 하 점수를 받았다.

<표 2> 봄 · 여름학기 수업관찰기록

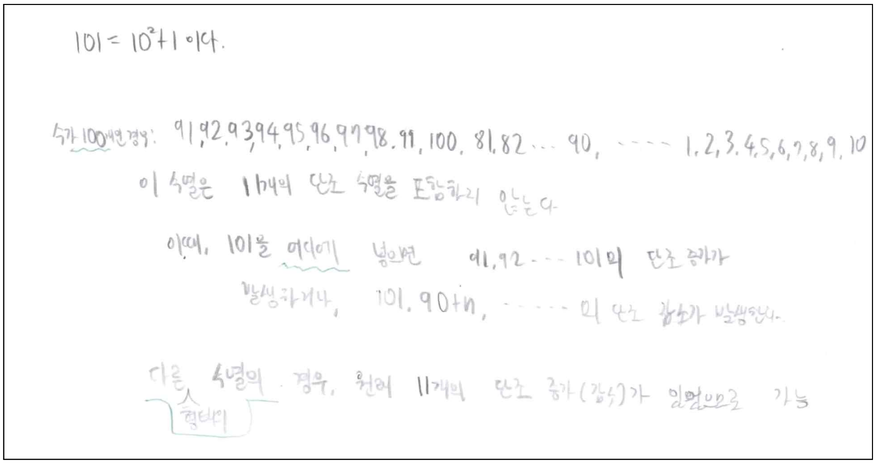
성명	관찰기록 내용	수학적 영재성 요소
KJ3	1. 패턴을 파악하고 응용하는 능력이 뛰어남 2. 이해와 적응 능력이 우수함 3. 태도가 다소 산만함	수학적 능력
NM	1. 수학적 능력과 발표력이 우수함 2. 문제를 이해하고 해결하는 능력이 좋음 3. 수학지식이 풍부하고 이해가 빠름	수학적 능력
NY	1. 새로운 지식 습득과 이해가 빠름 2. 적극적으로 탐구함 3. 수학적 능력이 우수함 4. 매우 진지하게 탐구함	수학적 능력 과제집착력
HJ	1. 계산력, 이해력, 발표력이 뛰어남 2. 총명하고 사고의 폭이 넓음 3. 이해가 빠르고 적극적으로 참여함 4. 문제해결능력과 발표력이 우수함	수학적 능력 수학적 창의성 과제집착력

다음으로 수학문제해결 과제 수행, 엄밀히 말해서 문제에 대한 해와 정당화하기 과제 수행 결과를 통하여 수학적 능력에 대하여 살펴본다. <표 3>의 과제를 수행하기 전에 학생들은 1에서 9까지 9개의 정수를 적절히 나열하면 길이가 4인 단조증가 또는 단조감소 부분수열을 포함하지 않을 수 있다는 것을 활동을 통하여 먼저 확인하였다. 즉 7 8 9 4 5 6 1 2 3 형태로 배열하면 단조증가 또는 단조감소 부분수열의 최대 길이가 3을 초과하지 않는다.

<표 3> 수열의 성질에 대한 예측과 정당화하기

1부터 101까지의 정수가 임의의 순서로 나열되어 있을 때 이 중에서 90개의 수를 지워서 남은 수들(11개)이 단조증가 또는 단조감소가 될 수 있는가? 본인의 답에 대한 근거(이유)를 적어보세요.

먼저 [그림 1]은 사전 탐구활동으로부터 자연스럽게 확장할 수 있는 접근 방법을 사용한 LD 학생의 문제해결과정이다. 이 해결과정은 물론 하나의 올바른 답이 될 수 있고, LD의 수학적 · 논리적 사고력은 우수하다고 할 수 있다.



$101 = 10^2+1$ 이다.

수가 100개인 경우: 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 81, 82 … 90, ---- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

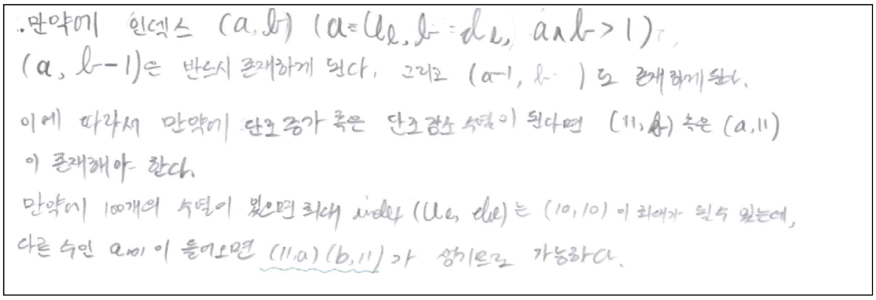
이 수열은 11개의 단조 수열을 포함하지 않는다.

이때, 101을 어디에 넣으면 91, 92 … 101의 단조 증가가 발생하거나, 101, 90+n, …… 의 단조 감소가 발생한다.

다른 형태의 수열의 경우, 원래 11개의 단조 증가(감소)가 없었으므로 가능

[그림 1] LD의 문제해결 과정

KJ1과 PC는 해결과정이 다소 불완전하지만 LD와 비슷한 답을 제시하였다. 나머지 12명 가운데 NY와 HJ를 제외한 10명은 올바른 답을 전혀 제시하지 못했다. 이들 10명 중 특히 KJ2와 YS는 선행학습을 통하여 획득한 수학지식을 부적절하게 활용하여 틀린 답을 제시하였다. 앞의 <표 2>의 수업관찰기록에 수학 능력 우수자로 나타났던 KJ3와 NM모두 의미 있는 풀이를 제시하지 못하였다. [그림 2]는 NY가 제시한 해결과정이다.



.만약에 인덱스 (a, b) $(a=u_i, b=d_i, a \wedge b>1)$

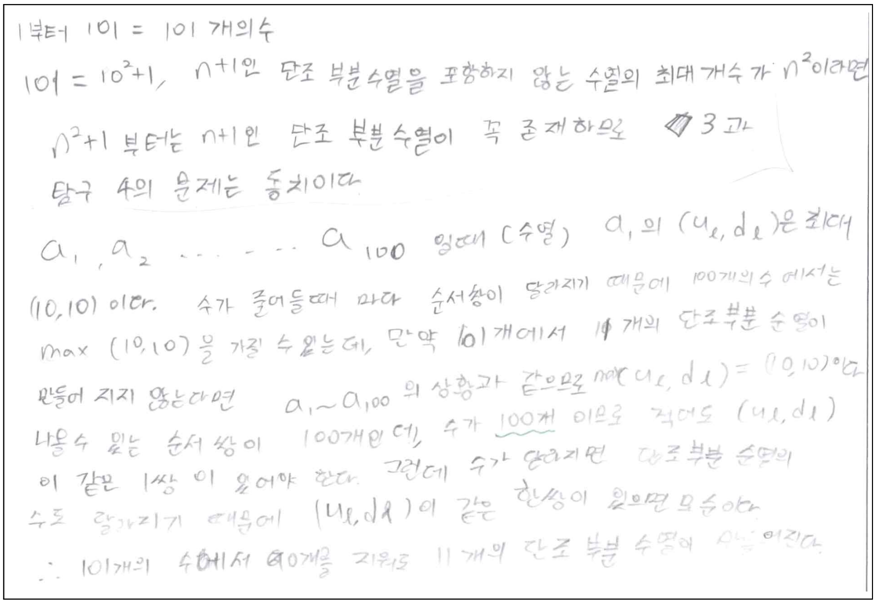
$(a, b-1)$은 반드시 존재하게 된다. 그리고 $(a-1, b)$도 존재하게 된다.

이에 따라서 만약에 단조증가 혹은 단조감소 수열이 된다면 $(11, b)$ 혹은 $(a, 11)$이 존재해야 한다.

만약에 100개의 수열이 있으면 최대 index (u_i, d_i)는 $(10, 10)$이 최대가 될수 있는데, 다른 수인 a_{101}이 들어오면 $(11, a)(b, 11)$가 생기므로 가능하다.

[그림 2] NY의 문제해결 과정

사고 방법은 앞의 LD의 비슷하지만 단조증가 및 단조감소 수열의 최대 길이를 나타내는 인덱스를 도입하여 기술하였다. 표현의 부정확성과 부분적인 오류가 있지만, 정당화 작업을 하면서 수학을 즐기려고 하는 모습이 보여주었다.


1부터 101 = 101 개의수
101 = 10^2+1, $n+1$인 단조 부분수열을 포함하지 않는 수열의 최대 개수가 n^2이라면
n^2+1 부터는 $n+1$인 단조 부분수열이 꼭 존재하므로 3과
탐구 4의 문제는 동치이다
$a_1, a_2 \cdots\cdots a_{100}$ 일때 (수열) a_i의 (u_i, d_i)은 최대
(10,10) 이다. 수가 줄어들때 마다 순서쌍이 달라지기 때문에 100개의수 에서는
max (10,10)을 가질 수 있는데, 만약 101개에서 11개의 단조부분 수열이
만들어 지지 않는다면 $a_1 \sim a_{100}$ 의 상황과 같으므로 max(u_i, d_i) = (10,10)이다
나올수 있는 순서쌍이 100개인데, 수가 100개 이므로 적어도 (u_i, d_i)
이 같은 1쌍 이 있어야 한다. 그런데 수가 달라지면 단조부분 수열의
수도 달라지기 때문에 (u_i, d_i)이 같은 한쌍이 있으면 모순이다.
∴ 101개의 수에서 90개를 지워도 11 개의 단조 부분 수열이 만들어진다.

[그림 3] HJ의 문제해결 과정

[그림 3]은 HJ가 제시한 답으로서 NY와 마찬가지로 수열 내의 현 위치에서 단조증가 및 단조감소 수열의 최대 길이를 나타내는 인덱스 도입하였고, 이전에 짧게 학습하고 탐구하였던 귀류법과 비둘기 집의 원리를 정확하게 이해하여 정당화 과정에 잘 활용하였고, 전체 과정을 상당히 정교하게 기술하였다. HJ와 NY는 사전 탐구활동을 자연스럽게 확장하는 방법 대신 새로운 방법으로 정당화를 시도함으로서 수학적 능력뿐만 아니라 수학적 창의성도 보여주었다.

종합해보면 HJ와 NY가 차례로 수학 영재의 요소를 가장 많이 보여주고 있고, NY는 장래에 수학교수를 희망하고, HJ는 평소에 수학의 응용에 상당히 관심을 보였고 장래희망도 산업수학자라고 하였다.

2. 문제 만들기 과제를 통한 수학적 창의성 분석

그 동안 여러 학자들이 문제 만들기 활동의 교육적 가치와 수학적 창의성과의 관련성에 대하여 언급하였다. 본 연구에서는 문제 만들기 활동을 통한 수학적 창의성을 분석하기 위하여 융통성(유연성), 독창성, 문제의 복잡도 세 요소를 고려한다. 탐구활동의 시간적 제약이 있고, 또한 동일한 형태의 해를 여러 개 찾는 것은 비교적 쉬운 작업인 경우가 많으므로 유창성 요소는 제외하였다.

<표 4> 비둘기 집 원리를 활용한 탐구과제

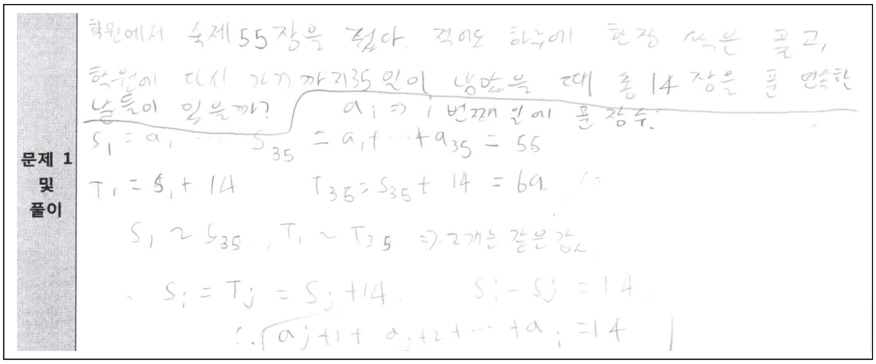
어떤 사람이 30일 동안 하루에 적어도 한 알의 비타민을 복용한다고 한다. 그가 이 기간에 총 45개의 비타민을 복용한다고 가정할 때, 어떤 연속적인 날 동안에 정확하게 14개의 비타민을 복용한다고 말 할 수 있겠는가? 본인의 답에 대한 증명(정당화 과정)을 써 보자.

먼저 학생들은 <표 4>에 나타낸 문제와 이와 유사한 또 하나의 문제 총 2문제에 대한 탐구한 후, 강사와 함께 해법에 대하여 토론하였다. 이어서 30분 동안 '앞의 예제를 참고하여 실생활과 관련된 문제들을 만들고, 풀어보세요'라는 과제를 수행하였다. {그림 4}는 NM이 만든 3문제 가운데 하나이며, 3문제 모두 상황만 바꾼 정확하게 동일한 구조를 가진다, 15명 가운데 NM을 포함한 12명이 모두 동일한 패턴의 세 문제를 만들었다. 물론 이들이 만든 문제는 모두 답이 있는 올바른 수학문제이고 풀이도 올바르게 하였다.

문제 1 및 풀이	어떤 사람이 20일 동안 총 30개의 물건을 팔았다고 한다. 그는 하루에 적어도 1개의 물건을 팔았다고 할 때 총 9개의 물건을 판 연속한 날들이 있다고 할 수 있는가? a_i: i번째 날에 판 물건의 개수 $S_i=a_1+\cdots+a_i$, $T_i=S_i+9$ $S_1<S_2<\cdots<S_{20}$ $T_1<T_2<\cdots<T_{20}=39$ By P.H.P) $S_1,S_2,\cdots,S_{20},T_1,T_2,\cdots,T_{20}$ 중에 적어도 2개는 같은 값을 가진다. $\Rightarrow S_i=T_j=S_j+9 \Rightarrow a_{j+1}+\cdots$

[그림 4] NM의 문제 만들기(비둘기 집 원리 응용)

[그림 5]는 PC가 만든 3문제 가운데 1개이며, 3개 모두 동일한 구조이면서, 예제와 문장의 순서가 부분적으로 바뀌었고, 특이하게도 세 문제 모두 동일한 형태를 취했다.


문제 1 및 풀이

학원에서 숙제 55장을 줬다. 적어도 하루에 한 장 씩은 풀고, 학원에 다시 가기까지 35일이 남았을 때 총 14장을 푼 연속한 날들이 있을까? a_i ⇒ i번째 날에 푼 장수.

$S_1 = a_1 \cdots S_{35} = a_1 + \cdots + a_{35} = 55$

$T_1 = S_1 + 14$ $T_{35} = S_{35} + 14 = 69$

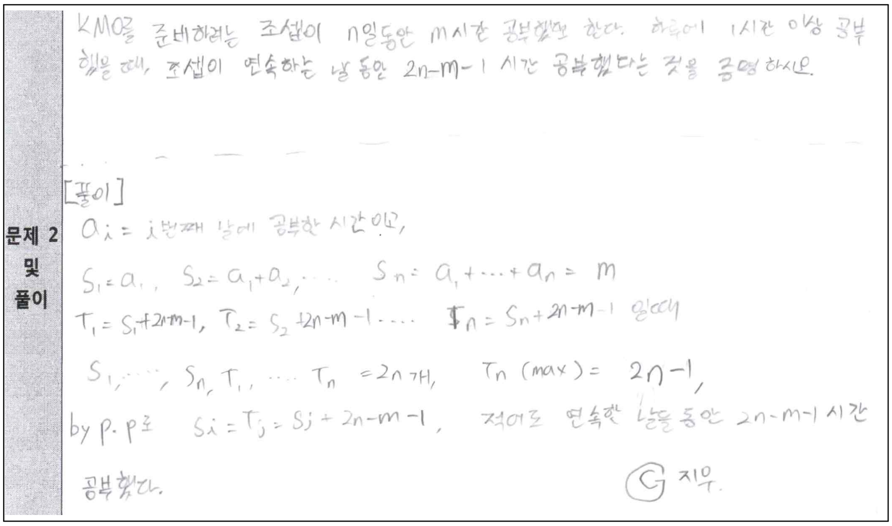
$S_1 \sim S_{35}$, $T_1 \sim T_{35}$ ⇒ 2개는 같은 값.

∴ $S_i = T_j = S_j + 14$ $S_i - S_j = 14$

∴ $a_{j+1} + a_{j+2} + \cdots + a_i = 14$

[그림 5] PC의 문제 만들기(비둘기 집 원리 응용)

[그림 6]은 HJ가 만든 3문제 가운데 1개이며, 문제의 일반적 성질 찾고 이것에 대한 정당화를 시도하는 문제를 만들었고 문제의 복잡도(수학적 복잡도)를 높였다. 3문제 모두 구조가 서로 다른 유형으로서 융통성, 독창성을 보여주었다.


문제 2 및 풀이

KMO를 준비하려는 조셉이 n일동안 m시간 공부해야 한다. 하루에 1시간 이상 공부했을 때, 조셉이 연속하는 날 동안 2n-m-1 시간 공부했다는 것을 증명하시오.

[풀이]

a_i = i번째 날에 공부한 시간이고,

$S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2$, ... $S_n = a_1 + \cdots + a_n = m$

$T_1 = S_1 + 2n-m-1$, $T_2 = S_2 + 2n-m-1$ .... $T_n = S_n + 2n-m-1$ 일때

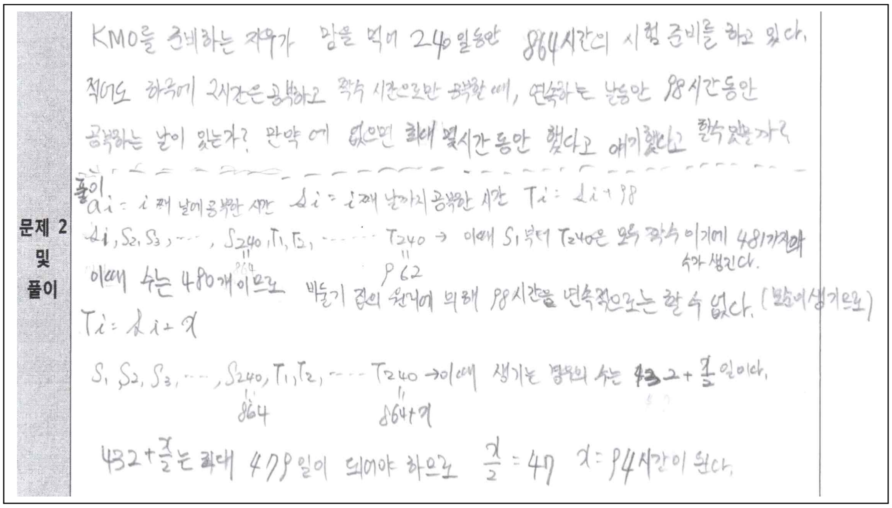
$S_1, \cdots, S_n, T_1, \cdots T_n$ = 2n개, $T_n(max) = 2n-1$,

by p.p로 $S_i = T_j = S_j + 2n-m-1$, 적어도 연속한 날들 동안 2n-m-1 시간 공부했다.

G 지우.

[그림 6] HJ의 문제 만들기(비둘기 집 원리 응용)

[그림 7]은 NY가 만든 3문제 가운데 1개이고, 3문제 모두 서로 다른 유형이며 문제의 구조를 바꾸고 수치자료도 난이도를 높여서 Cai & Silver(2005)가 언급했던 언어적 복잡도와 수학적 복잡도를 모두 높였다. 문제의 복잡도, 융통성, 그리고 독창성이 모두 나타났다고 할 수 있다.



문제 2 및 풀이	KMO를 준비하는 지우가 맘을 먹어 240일동안 864시간의 시험 준비를 하고 있다. 적어도 하루에 2시간은 공부하고 짝수 시간으로만 공부할 때, 연속하는 날동안 98시간 동안 공부하는 날이 있는가? 만약 에 없으면 최대 몇시간 동안 했다고 얘기했나고 할수 있을까? 풀이 a_i = i째 날에 공부한 시간 s_i = i째 날까지 공부한 시간 $T_i = s_i + 98$ $s_1, S_2, S_3, \cdots, S_{240}, T_1, T_2, \cdots T_{240}$ → 이때 S_1부터 T_{240}은 모두 짝수 이기에 481가지의 수가 생긴다. (S_{240} = 864, T_{240} = 962) 이때 수는 480개이므로 비둘기 집의 원리에 의해 98시간을 연속적으로는 할 수 없다. (빈집이 생기므로) $T_i = s_i + x$ $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_{240}, T_1, T_2, \cdots T_{240}$ → 이때 생기는 경우의 수는 $432 + \frac{x}{2}$ 일이다. (S_{240} = 864, T_{240} = 864+x) $432 + \frac{x}{2}$는 최대 479일이 되어야 하므로 $\frac{x}{2} = 47$ $x = 94$시간이 된다.

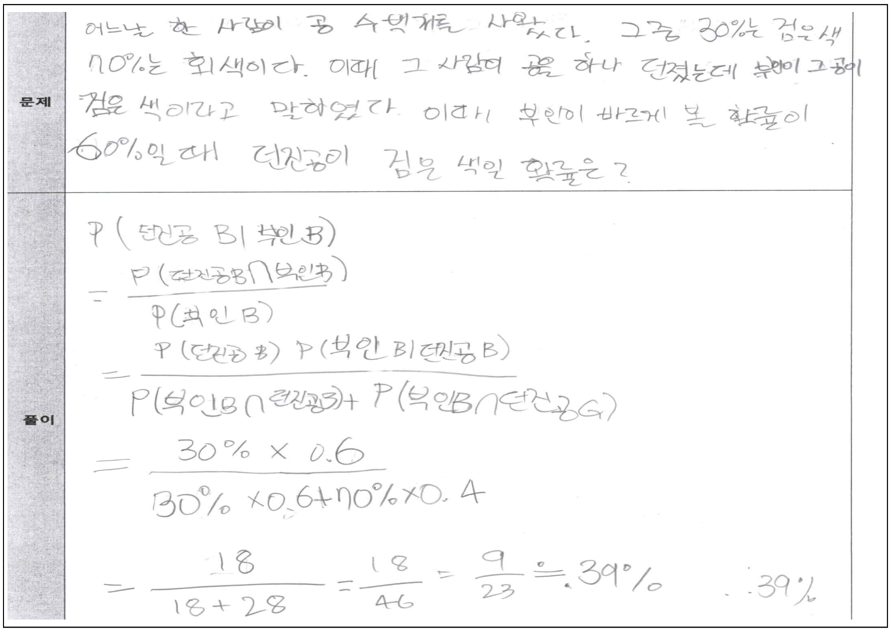
[그림 7] NY의 문제 만들기(비둘기 집 원리 응용)

HJ, NY 융통성, 독창성, 문제의 복잡도(난이도) 면에서 수학적 창의성이 나타나고 있다, 역사적으로 매우 높은 내적 동기를 가졌던 저명 수학자들의 사례들에서 알 수 있듯이, 이들이 보여주는 수학에 대한 내적 동기나 호기심이 창의성 발현과 관련이 있을 수 있다고 사료된다.

<표 5> 조건부 확률 과제

어느 날 밤 택시가 교통사고를 내고 그대로 달아난 안타까운 사건이 발생하였다. 그 소도시에는 푸른색과 초록색 택시만이 있었는데 전체 택시 가운데 85%는 초록색이고, 15%는 푸른색이다. 그런데 한 목격자가 그 택시는 푸른색이라고 증언하였다. 그 목격자의 진술의 타당성을 알아보기 위하여 유사한 상황 조건에서 검사를 행한 결과 그 목격자가 택시의 색을 바르게 구별할 수 있는 확률은 80%임이 확인되었다. 사고를 낸 택시가 푸른색일 확률이 높다고 말할 수 있는가?

다음으로 학생들은 <표 5>의 고전적인 조건부 확률 계산 문제를 강사와 함께 탐구하고, 이어서 “앞의 예제를 참고하여 실생활과 관련된 문제를 한 개 만들고, 풀어보라”는 과제 제시하고 제한 시간은 15분이 주어졌다. PC, NY, HJ를 제외한 12명의 학생들은 올바른 수학문제를 만들기는 했지만, 단지 상황만 바꾸어서 예제와 구조가 천편일률적으로 동일한 문제를 만들었고, 물론 문제의 풀이는 모두 올바르게 하였다. [그림 8]은 수업관찰기록에서 수학적 능력이 우수하다는 평가를 받았던 KJ3의 문제 만들기 활동으로서 예제와 정확하게 동일한 구조의 문제를 만들어서 풀었다. 조건부 확률 계산 방법을 단시간에 이해하고, 곧바로 예제와 동일한 구조의 문제를 만들어서 올바른 풀이를 한 것은 수학적 능력은 상당한 수준이 된다고 판단되지만 수학적 창의성이 나타난다고 말하기는 어렵다.



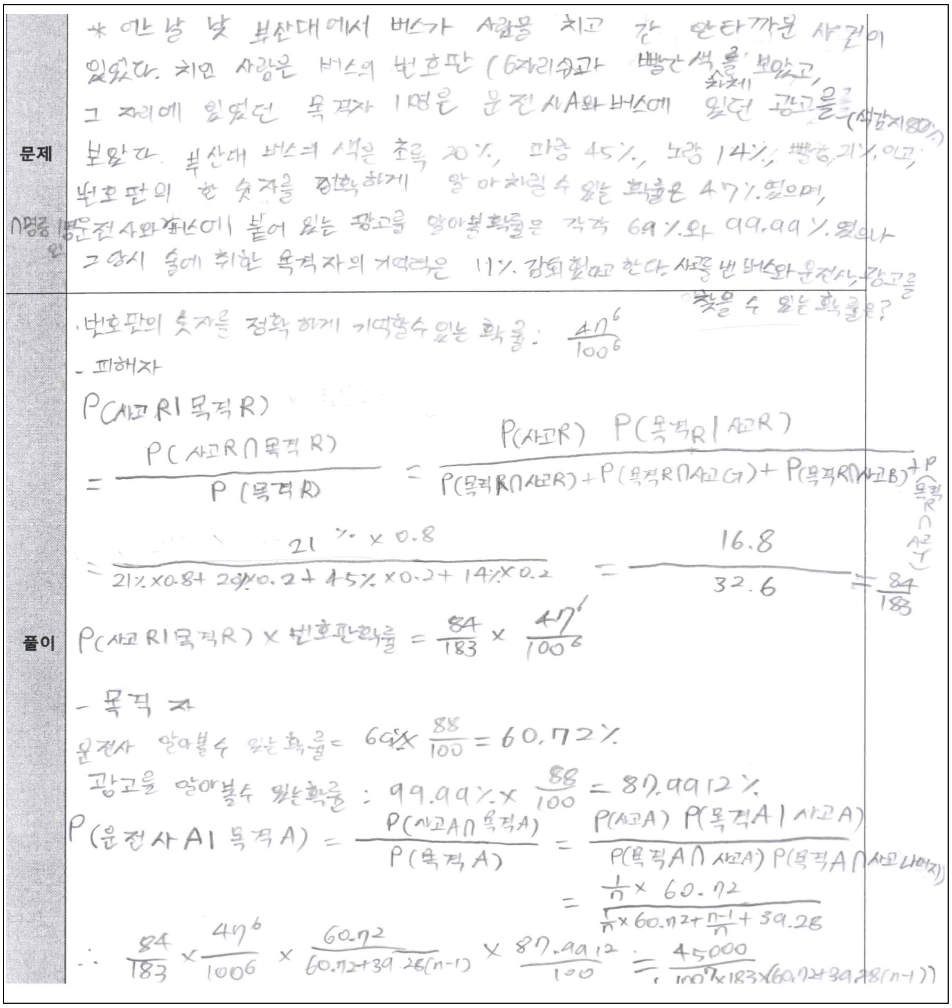
문제	어느날 한 사람이 공 수백개를 사왔다. 그중 30%는 검은색 70%는 회색이다. 이때 그 사람이 공을 하나 던졌는데 부인이 그공이 검은색이라고 말하였다. 이때 부인이 바르게 볼 확률이 60%일 때 던진공이 검은색일 확률은?
풀이	$P(\text{던진공 B} \mid \text{부인 B})$ $= \dfrac{P(\text{던진공B} \cap \text{부인B})}{P(\text{부인 B})}$ $= \dfrac{P(\text{던진공 B})\,P(\text{부인 B} \mid \text{던진공 B})}{P(\text{부인B} \cap \text{던진공B}) + P(\text{부인B} \cap \text{던진공G})}$ $= \dfrac{30\% \times 0.6}{30\% \times 0.6 + 70\% \times 0.4}$ $= \dfrac{18}{18+28} = \dfrac{18}{46} = \dfrac{9}{23} \fallingdotseq 39\%$ $\therefore 39\%$

[그림 8] KJ3의 문제 만들기(조건부 확률)

PC는 요인을 2개에서 3개로 늘려서 언어적, 수학적 복잡도를 약간 높였다. [그림 9]는 NY가 만든 문제이고, 요인도 늘리고 문제의 구조도 바꾸고, 예상치 못한 미지수도 도입하여 언어적 복잡도와 수학적 복잡도를 모두 상당히 높였다. 문제 풀이에서 본인이 선행학습에서 획득한 지식을 잘 활용하였다. 15분이라는 시간 제약으로 인하여 마지막 계산 부분에서 오류가 조금 있었지만, 역시 스스로 복잡한 계산을 즐기는 모습을 볼 수 있다. [그림 10]는 HJ가 만든 문제이고, 요인과 조건의 개수를 늘리고 문제의 구조와 수치를 모두 복잡하게 바꾸고, 예제에는 없는 교사건의 확률 계산하기도 포함시켰다. 전체적인 복잡도를 매우 높였지만 올바른 수학문제를 만들었고 풀이도 잘 하였다. HJ 역시 복잡한 계산을 시종일관 즐겁게 하였고, 두 학생 모두 이 과제에서 융통성과 독창성을 보여주었다.

문제	인구가 천명 남짓한 촌락에서 네종류의 버스 A,B,C,D가 운행하고 있다. 여기서 버스가 사람을 쳐 사망하는 안타까운 사건이 발생하는데, 버스 A,D는 각각 20%, 30%가 있으며 B,C는 모른다. 당시에 목격자는 C버스가 했다고 진술했고 바르게 구별할 경우가 C버스의 비율이랑 같을때, 버스C가 사람을 칠 확률이 10%가 되기위해서는 C버스 몇 % 있어야 하는다?
풀이	$P(\text{사고C} \mid \text{증인C}) = \dfrac{P(\text{사고C} \cap \text{증인C})}{P(\text{증인C})} = \dfrac{P(\text{사고C})\,P(\text{증인C} \mid \text{사고C})}{P(\text{사고A} \mid \text{증인C}) + P(\text{사고B} \mid \text{증인C}) + P(\text{사고C} \mid \text{증인C}) + P(\text{사고D} \mid \text{증인C})}$ $C = x\% \rightarrow B = (50-x)\%$ $\dfrac{x\% \times 0.01x}{20\% \times (1-0.01x) + (50-x)\%(1-0.01x) + x\%(0.01x) + 30\% \times (1-0.01x)} \geq \dfrac{1}{2}$ $= \dfrac{0.01x^2}{20-0.2x+50-0.5x-x-0.01x^2+0.01x^2+30-0.3x}$ $= \dfrac{0.01x^2}{100-2x} = \dfrac{1}{10}$ $100-2x = x^2$ $x^2+2x-10=0$ $x = -1 \pm \sqrt{1+10}$ $x = (-1+\sqrt{11})\%$

[그림 9] NY의 문제 만들기(조건부 확률)



문제	* 어느 날 낮 부산대에서 버스가 사람을 치고 간 뺑소니 사건이 있었다. 치인 사람은 버스의 번호판(6자리수)과 빨간색을 확실히 보았고, 그 자리에 있었던 목격자 1명은 운전사A와 버스에 있던 광고를 (색감지80%) 보았다. 부산대 버스의 색은 초록 20%, 파랑 45%, 노랑 14%, 빨강 21%이고, 번호판의 한 숫자를 정확하게 알아차릴 수 있는 확률은 47%였으며, n명의 운전사와 버스에 붙어 있는 광고를 알아볼 확률은 각각 69%와 99.99%였으나 그 당시 술에 취한 목격자의 기억력은 11% 감퇴됐다고 한다. 사고를 낸 버스와 운전사, 광고를 찾을 수 있는 확률은?
풀이	·번호판의 숫자를 정확하게 기억할수 있는 확률: $\frac{47^6}{100^6}$ - 피해자 $P(\text{사고}R \mid \text{목격}R) = \frac{P(\text{사고}R \cap \text{목격}R)}{P(\text{목격}R)} = \frac{P(\text{사고}R)\,P(\text{목격}R \mid \text{사고}R)}{P(\text{목격}R \cap \text{사고}R) + P(\text{목격}R \cap \text{사고}G) + P(\text{목격}R \cap \text{사고}B) + P(\text{목격}R \cap \text{사고}Y)}$ $= \frac{21\% \times 0.8}{21\% \times 0.8 + 20\% \times 0.2 + 45\% \times 0.2 + 14\% \times 0.2} = \frac{16.8}{32.6} = \frac{84}{183}$ $P(\text{사고}R \mid \text{목격}R) \times \text{번호판확률} = \frac{84}{183} \times \frac{47^6}{100^6}$ - 목격자 운전사 알아볼수 있는 확률 $= 69\% \times \frac{88}{100} = 60.72\%$ 광고를 알아볼수 있는 확률 : $99.99\% \times \frac{88}{100} = 87.9912\%$ $P(\text{운전사}A \mid \text{목격}A) = \frac{P(\text{사고}A \cap \text{목격}A)}{P(\text{목격}A)} = \frac{P(\text{사고}A)\,P(\text{목격}A \mid \text{사고}A)}{P(\text{목격}A \cap \text{사고}A)\,P(\text{목격}A \cap \text{사고 나머지})}$ $= \frac{\frac{1}{n} \times 60.72}{\frac{1}{n} \times 60.72 + \frac{n-1}{n} + 39.28}$ $\therefore \frac{84}{183} \times \frac{47^6}{100^6} \times \frac{60.72}{60.72 + 39.28(n-1)} \times \frac{87.9912}{100} = \frac{45000}{100^7 \times 183 \times (60.72 + 39.28(n-1))}$

[그림 10] HJ의 문제 만들기(조건부 확률)

수학반 학생들이 영재교육 과정에서 보여준 수학적 영재성, 수학적 창의성을 정리하여 <표 6>에 나타내었다. <표 6>에서 창의적 문제해결력은 영재반 선발 당시 실시된 1차 선발 과정의 창의적 문제해결력 검사에서 취득한 점수로서 최종합격자들만의 점수 분포에서 상, 중, 하로 구분한 것이고, 수학적 영재성은 본 과학영재교육원에서 3년 이상 중등심화수학반 학생을 대상으로 강의를 하고 있는 6명의 교수와 강사들이 2018년도 봄과 여름학기에 작성한 수업관찰기록과 문제해결 과제 수행 결과를 토대로 조사되었다. 수학적 창의성은 문제 만들기 1(비둘기 집 원리 응용)과 문제 만들기 2(조건부 확률 응용) 두 과제를 통하여 분석하였다. 광역시 단위에서 학교장 추천(학교당 4명 이내)을 받거나 이전에 영재교

육을 이수했던 학생들 가운데 다시 상당히 높은 경쟁을 통과한 학생들로서 모두가 상당한 수준의 수학적 능력은 가지고 있는 것은 틀림없다. 하지만 영재교육 프로그램 수행 중에 수학적 창의성을 보여주는 학생들이 HJ와 NY 등 소수에 불과하다.

<표 6> 수학영재반 학생들의 수학적 창의성 분석 결과

이름	창의적 문제해결력 (선발 당시)	수학적 영재성(지도교수 관찰, 문제해결)	수학적 창의성 (문제 만들기 1)	수학적 창의성 (문제 만들기 2)
KS	상	×	×	×
KJ1	상	×	×	×
KJ2	상	×	×	×
KJ3	중	△	×	×
KJ4	하	×	×	×
KH	하	×	×	×
NM	상	△	×	×
NY	상	○	○	○
PC	중	×	△	△
YS	중	×	×	×
LD	중	×	×	×
LH	하	×	×	×
CS	상	×	×	×
CI	하	×	×	×
HJ	하	○	○	○
○: 나타남, △: 조금 나타남, ×: 나타나지 않음				

NM의 경우 스스로 수학에 대한 자기효능감이 매우 높고 상당한 수학적 능력을 가지고 있음에 틀림없지만, 평소에 고난도 문제 풀기 훈련과 선행학습에 매진하고 있어서 알려진 알고리즘을 사용할 수 있는 문제의 해결에는 매우 강한 모습을 보이지만, 새로운 문제해결 방법 찾아야 하는 문제를 만나면 쉽게 포기하는

경향을 보이며 내적 동기나 열정이 잘 나타나지 않는다. Haylock이 말한 알고리즘적 고정화(algorithmic fixation)를 탈피하지 못하고 있는 것으로 사료된다. 역시 상당한 수준의 문제해결 능력을 가지고 있는 KJ3은 종종 소극적이고 인내심이 부족한 모습을 보이며, KJ4는 평소에 부모의 과도한 개입에 익숙하여 독립성이 상당히 부족하고 과제집착력이 낮은 모습을 자주 보인다. KJ2와 YS는 문제해결을 위하여 생각을 깊고 다양하게 하기 보다는 피상적인 선행학습 지식에 기대서 미흡하거나 틀린 방법과 답을 제시하는 모습을 보였다. 위에서 언급한 5명의 학생들은 대체로 부모님의 강한 영향력 하에 선행학습 등에 매진하고 있지만 수학적 창의성은 잘 나타나지 않는다. 지금까지 언급되지 않았던 KJ1, KS와 CS는 창의적 문제해결력 검사 점수가 '상"이었지만 영재 프로그램 수행과정에서는 수학적 창의성 또는 영재성을 보여주지 못하였다.

선행학습 또는 고난도 문제 풀기 훈련을 통하여 상당한 문제해결 능력을 가지고 있는 학생 또는 학교에서 학업성적 우수 학생 등과, 창의적인 수학 영재 학생, 수학적 잠재력은 있으나 가정형편이 어려워 현시점에서 본인의 능력을 충분히 평가받지 못하는 학생들, 이런 다양한 부류의 학생들을 대상으로 수학영재를 판별하고, 또한 선발된 학생들에게 수학적 창의성을 충분히 계발할 수 있는 효과적인 영재교육을 제공하는 것은 여전히 어려운 과제라고 판단된다.

Ⅴ. 결론

본 연구에서는 영재교육의 중요한 과제라고 할 수 있는 창의적인 수학영재를 잘 선발하고 또한 이들이 가진 잠재력을 충분히 발현시키며 창의력을 계발하는 효과적인 교육을 제공하기 위한 방안을 모색해보기 위하여, 현재 영재교육을 받고 있는 중등수학영재학생들을 대상으로 한 문제 만들기 활동에서 학생들의 수학적 창의성이 어떻게 나타나는지를 사례연구를 통하여 분석하였다. 분석결과 및 결론은 다음과 같다.

첫째, 문제 만들기 과제에서 수학적 창의성이 나타나는 학생이 극소수에 불과하였다. 15명 중 2명만이 융통성, 독창성, 문제의 복잡도 면에서 창의성을 보여주었다. 이러한 현상은 나귀수(2017)의 "수학영재 학생들이 문제 만들기 활동에서, 확장성과 정교성 측면에서 미흡하다"는 연구결과와 비슷한 부분이 있다고 할 수 있다. 이러한 결과로부터 초등학교 과정에서 문제 만들기 활동 등을 통한 수학적 창의성 계발 교육이 잘 이루어지지 않는 것으로 추측되며, 아울러 영재교육 프로그램에서 수학적 창의성을 함양하는 교육이 더 적극적으로 수행되어야 함을 알 수 있다.

둘째, 영재 수업 강사들의 관찰기록과 문제 해결 과제를 통하여 분석했을 때, 수학적 창의성이 있는 학생이 영재교육 프로그램에서 수학적 영재성도 나타내었

다. HJ와 NY 학생은 공통적으로 수학적 능력과 창의성뿐만 아니라 매우 강한 내적 동기와 과제집착력을 가지고 있었다. 따라서 수학적 창의성이 수학적 영재성의 중요한 요소임을 알 수 있고, 과거 수학자들의 사례에서 알 수 있듯이 내적 동기나 호기심 등이 수학적 창의성과 관련이 있을 것을 사료된다.

셋째, 수학적 창의성과 영재성이 가장 높은 것으로 판단되는 HJ는 선발 당시 창의적 문제해결력 검사에서 영재반 내에서 상대적으로 낮은 점수 '하'를 받았다. 반면에 창의적 문제해결력 검사 점수가 '상"이었던 KJ1, KS, CS는 수학적 창의성 또는 영재성이 나타나지 않았다. 2시간 이내의 짧은 시간 동안에 실시되는 창의적 문제해결력 검사로써는 자칫 수학적 창의성을 가진 영재학생을 판별하지 못할 가능성도 있을 수 있으므로 매우 유의할 필요가 있으며, 더 효과적인 판별 방법들이 계속 연구되어야 한다.

넷째, 어릴 때부터 명석한 두뇌와 우수한 수학적 능력을 가지고 있는 학생이지만 학부모의 과도한 영향력 속에서 사교육을 통한 고난도 문제 풀기 훈련, 선행학습 등의 활동을 지속적으로 해오면서 새로운 문제를 발견하거나 다양한 문제해결 방법을 고민하고 찾는 노력에는 상당히 소극적이었고, 소위 알고리즘적 고정화 현상을 보여주는 학생들이 여러 명 있다. 이들이 성공적으로 고정화를 탈피할 수 있도록 사고의 유연성을 계발할 수 있는 우수한 과제를 활용한 영재교육이 제공될 필요가 있다.

다섯째, 한 달 이상의 간격을 두고 2차례 수행된 문제 만들기 과제에서 창의성을 나타내는 학생과 그렇지 않은 학생들 모두 일관된 경향을 보여주었다. 중학교 1학년 학생들이지만 사고와 행동 패턴이 상당히 고착화되고 있는 것으로 보인다. 수학적 능력은 있지만 내적 동기가 다소 부족한 학생들에게 영재교육 프로그램 기간이 비록 짧지만 이들의 동기를 자극할 수 있는 다양한 과제의 개발과 교수법을 연구하고 시행해야 한다.

본 연구 결과를 토대로 영재선발 및 영재교육과 관련하여 다음과 같은 몇 가지 제언을 한다.

첫째, 수학적 문제해결 능력이 비슷한 수준인 학생들을 대상으로 영재를 선발할 때 수학적 창의성은 매우 중요한 지표이고, 수학적 창의성을 판별하기 위하여 1단계 창의적 문제해결력 검사에 다중해법의 문제해결 과제와 함께 문제 만들기 과제를 반드시 도입할 필요가 있고, 검사 시간도 더 늘려야 한다. 2단계에서는 심층면접보다는 학생들의 다양한 능력을 더 오랫동안 관찰할 수 있는 수업관찰 평가가 더 바람직하다고 사료된다. 그리고 교육의 평등을 위하여 사회적 약자이지만 높은 잠재력을 가진 학생을 선발할 수 있는 방안으로 일정 비율을 할당하는 방법 등이 적극적으로 검토되어야 한다.

둘째, 수학 영재반에서 수학적 창의성을 보여주는 학생이 매우 소수인 상황에서 이들의 수학적 창의성 계발하고 발현시키는 것은 영재교육에서 매우 중요한 과제이다. 다중해법의 문제해결 과제, 문제 만들기 과제, 융ㆍ복합 과제를 포함하는 우수한 과제를 연구ㆍ개발하여 활용하고, 이들이 시간에 구애받지 않고 자율적으로 충분히 탐구하고 토론할 수 있는 기회를 줌으로써 아동들의 자아실현은 물론 이들이 장차 사회와 국가 발전에 큰 기여를 할 수 있는 창의적인 수학영재

로 잘 성장할 수 있도록 지원해야 할 것이다.

셋째, 사교육을 통한 선행학습과 고난도 문제풀기 연습 등에 매진함으로써 학생들의 창의성이 발달하지 못하고 새로운 문제해결을 위한 내적 동기나 적극성이 떨어지며, 학부모의 과도한 영향력으로 말미암아 학생의 독립성이 약해지는 등의 문제를 완화시키기 위하여 영재교육기관과 학부모 사이에 전문가 특강 등을 포함한 많은 소통이 필요하다고 사료된다.

끝으로, 본 연구는 중등수학영재 15명을 대상으로 한 사례연구로서 본 연구결과를 일반화하는 데는 제한점이 있을 수 있다.

참고문헌

[1] 김판수(2014). 문제설정에서의 수학적 창의성 평가 요소에 대한 소고. 영재교육연구, 24(6), 1053-1071.

[2] 김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주(1997). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(Ⅱ) -검사 제작편-. 한국교육개발원 연구보고 CR97-50, 한국교육개발원.

[3] 나귀수(2017). 수학 영재 학생들의 문제 만들기에 대한 연구. 학교수학, 19(1), 77-93.

[4] 송상헌, 정영옥, 임재훈, 신은주, 이향훈(2007). 수학영재들이 NIM 게임 과제에서 만든 문제만들기 사례분석. 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 17(1), 51-66.

[5] 송은선, 한기순 (2018). 영재교육대상자 선정에서 반성적 사고력의 가능성 탐색. 영재교육연구, 28(2), 243-258.

[6] 신희영, 고은성, 이경화 (2007). 수학영재교육에서의 관찰평가와 창의력 평가. 학교수학, 9(2), 241-257.

[7] 장낙한, 유진우, 류해일 (2006). 우리나라 대학부설 과학영재교육원의 영재학생 선발과정에 대한 비교 분석. 영재교육연구, 16(2), 101-122.

[8] Cai, Jinfa, Silver, E. A.(2005). Assessing Students’ Mathematical Problem Solving. Teaching Children Mathematics, 12(5), 129-135.

[9] Ford, D. Y. (2003). Two other wrongs don’t make a right: Sacrificing the needs of diverse students does not solve gifted education’s unresolved problems. Journal for the Education of the Gifted, 26, 283 - 291.

[10] Haylock, D. W.(1997). Recognizing Mathematical Creativity in Schoolchildren. ZDM, Mathematics Educations, 29(3), 68-74.

[11] Krutetskii(1976). The Psychology of Mathematical Abilities in School

Clildren. Chicago: University of Chicago Press.
[12] Leikin, R., Lev, M.(2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference?. ZDM, 45(2), 183-197.
[13] Leung, S. S.(1997). On the Role of Creative Thinking in Problem Posing. ZDM, 29(3), 81-85.
[14] NCTM(1987). Providing Opportunities for the Mathematically Gifted, K-12. Edited by House, Reston, Virginia: NCTM.
[15] Renzulli, J. S. (2005). The Three-Ring Conception of giftedness. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions of giftedness (2nd ed., pp. 246 - 270). New York: Cambridge University Press.
[16] Sheffield, L. J.(2006). Developing Mathematical Promise and Creativity. 한국수학교육학회지 시리즈 D, 10(1), 1-11.
[17] Silver, E. A. (1997). Fostering Creative through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. ZDM, 29(3), 75-80.

Kim, Dong Hwa
Department of Mathematics Education
Pusan National University
Pusan, 46241 Korea
E-mail : dhgim@pusan.ac.kr

Kim, Young A
Busan Anrak Elementary school
Pusan, 47779 Korea
E-mail : duddk56@hanmail.net

Kang, Joo Young
Changwon Seokjun Elementary school
Changwon, 51304 Korea
E-mail : 14292701@naver.com