韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2018.32.3.407
제 32집 제 3호, 2018. 9. 407-433

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 32, No. 3, Sep. 2018. 407-433

담론적 관점(discursive approach)[1)]에서 중1 수학 교과서의 그래프 정의 분석

김 원 (고려대학교 대학원 학생)
최 상 호 (고려대학교 연구교수)
김 동 중 (고려대학교 교수)†

본 연구의 목적은 담론적 관점에서 수학 교과서를 분석하기 위해 선행 연구를 바탕으로 분석틀을 재구성하고, 중1 수학 교과서의 '그래프 정의'에서 단어와 시각적 매개체가 생성하는 의미와 그 통합 관계를 분석하는데 적용하는 것이다. 담론적 관점은 Sfard(2008)의 의사소통학적 관점과 Halliday(1985/2004)의 체계기능언어학을 바탕으로 발전된 사회기호학적 관점이 통합된 것으로 이를 바탕으로 본 연구에서는 단어와 시각적 매개체가 생성하는 의미는 교과서에 구현된 수학을 관념적 메타기능이 실현하는 의미 측면과 학생의 수학적 활동의 참여 유도성을 대인관계적 메타기능이 실현하는 의미 측면으로 구분하여 분석하였고, 단어와 시각적 매개체의 통합 관계는 텍스트적 메타기능 측면에서 분석하였다. 그 결과 첫째, 단어의 관념적 의미는 수학 담론의 밀도가 높았을 뿐 아니라 수학적 활동의 주체가 모호하였고 학생 참여를 요구하는 단어의 대인관계적 의미는 사고보다는 주로 행동 측면이 강조되었다. 시각적 매개체가 구성하는 관념적 의미에서는 내러티브 다이어그램이 결여되었고 대인관계적 의미에서는 정보 제공에 질적 차이가 있었다. 둘째, 단어와 시각적 매개체의 통합 관계는 구체화, 설명, 유사, 보완처럼 다양한 방식을 통한 풍부한 수학 의미 형성을 위해 통합 관계의 다양성을 지향할 필요가 있었다. 이러한 결과는 수학 교과서를 분석하는데 의미를 생성하는 도구로서 단어와 함께 시각적 매개체의 사용을 분석하고 단어와 시각적 매개체의 통합 관계를 분석하였기 때문에 담론적 관점에서 교과서 분석의 새로운 분석틀을 제공한 의미가 있다.

Ⅰ. 서론

인식에 대한 담론적 관점에서는 수학적 사고의 발달이 단어(word), 시각적 매개체(visual mediators)와 같은 도구들을 바탕으로 이루어지며 이들이 특정 맥락의 담론에서 다양하게 통합되어 연속성과 역동성을 가지고 사용됨으로써 의미가 형성된다고 본다(Halliday, 1978; Morgan & Sfard, 2016; Vygotsky, 2011; Wittgenstein, 1953/2003). 따라서 학생들이 수업의 과정에 참여하여 도구들을 바탕으로 담론을 개발할 수 있도록 직접적, 간접적으로 도움을 주는 자료 중 보편성과 현장성을 지닌 교과서는 매우 중요하다. 수학 담론 개발을 위한 교과서의 중요성을 바탕으로, 교과서에서 사용하는 수학 용어의 표현과 이에 대한 학생들의 이해에 관한 연구(권석일, 박교식, 2011; 권유미, 안병곤, 2005; 박교식, 2013; 박교식, 임재훈, 2005; 방정숙, 권미선, 김정원, 2017; 양성현,

---

[1)] 본 연구에서 '담론적 관점(discursive approach)'은 The Evolution of the Discourse of School Mathematics(이하 EDSM) 프로젝트에서 수학 담론 분석을 위한 이론적 틀을 개발함에 있어 사회기호학(social semiotics)과 의사소통학적 관점(communicational approach)을 바탕으로 조작적으로 정의된 용어를 사용하였다.

* 접수일(2018년 8월 13일), 심사(수정)일(2018년 9월 16일), 게재확정일(2018년 9월 20일)
* ZDM분류 : U23
* MSC2000분류 : 97U20
* 주제어 : 의사소통학적 관점, 사회기호학, 담론적 관점, 교과서 분석, 그래프 정의

† 교신저자 : dongjoongkim@korea.ac.kr

2017; 장혜원 외, 2017)가 있었다. 이러한 교과서 분석은 수학 용어 사용의 어려움을 바탕으로 용어의 의미론적 분석을 시도함으로써 수학 학습에 도움을 줄 수 있는 시사점을 제공하였지만, 이미 수학 내용에 정통한 교사나 교과서 저자들이 알아채기 어려운 매우 미묘한 텍스트의 형식, 구조, 체계적 차이가 학생들에게는 수학에 대한 관점은 물론 수행, 그리고 수학을 할 때 발생하는 문제에 대처하는 역량까지 영향을 줄 수 있음에도 불구하고 (Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016) 단지 용어 자체에만 국한된 연구라는 제한점이 있다.

이와 같은 제한점을 해결하는데 도움을 주기 위해서는 텍스트 형식의 변화가 단지 수학을 어렵게 만드는 것이 아니라 학생의 텍스트 사용 방식, 수학적 내용에 관한 사고방식을 변화시킨다는 것에 동의하는(Bezemer & Kress, 2008) 의사소통학적 접근(communicational approach)과 사회기호학(social semiotics)을 통합한 담론적 관점에서 교과서를 분석할 필요가 있다. 먼저 의사소통학적 관점에서 수학 교과서를 분석하게 되면 단어의 사용 뿐 만 아니라 시각적 매개체를 함께 고려하여 수학 담론의 통합적인 의미 생성에 관한 이해를 돕는다. 또한 수학적 대상이 담론의 발달을 통해 생성되고 존재한다는 것을 알게 되는 방법에 대한 이해를 확장해서 수학적 대상이 학습자에 의해 발달될 수 있는 방법의 잠재적인 이해를 돕는다(Park, 2016). 그리고 사회기호학 관점에서 수학 교과서 담론의 의미란 교과서 저자들이 '수학'의 원천적 의미를 학습의 맥락을 고려한 언어 형식을 사용하여 실현한 것으로 관념적 의미(ideational meaning), 대인관계적 의미(interpersonal meaning), 텍스트적 의미(textual meaning)로 구분할 수 있고, 각 의미를 실현하기 위한 언어적 기능으로서 메타기능이 존재하는데 (Halliday, 1985/2004), 이러한 메타기능은 교과서에 실현된 의미 분석을 위한 기능적 분석틀의 구성 요소이다(박종훈, 2007). 따라서 두 관점의 이론은 서로 다른 고유한 개념 및 방법론을 갖고 있지만[2] 교과서가 수학 담론 형성의 기초자료로서 의미를 형성하는 의사소통 체계를 설명하는데 개념적, 방법적인 측면에서 상호보완적으로 활용할 수 있을 것이다(Morgan & Sfard, 2016). 물론 이러한 중요성 때문에 의사소통학적 접근 또는 사회기호학적 관점 중 하나의 관점을 바탕으로 교과서를 분석한 연구는 있었지만(전수경, 조정수, 2015; Park, 2016) 두 관점이 통합된 담론적 관점의 국내 연구는 거의 없었고, 국외에서 진행된 연구가 있었다(Alshwaikh, 2016). 따라서 우리나라의 언어적, 상황적 맥락에 적용할 수 있는 담론적 관점의 분석틀 구성과 실제 수학 교과서 담론 적용에 대한 연구가 필요하다고 볼 수 있다.

이러한 중요성과 필요성을 바탕으로 본 연구에서는 담론적 관점의 선행연구를 바탕으로 분석틀을 재구성하고, 이를 적용하여 첫째, 우리나라 수학 교과서 담론에서 단어와 시각적 매개체가 개별적으로 생성하는 의미를 학문의 대상인 수학, 학문의 주체인 학생의 참여 측면으로 구분하여 각각 관념적 메타기능, 대인관계적 메타기능을 통해 구현된 의미와 대응시켜 분석하였다. 둘째, 수학 담론의 통합체로서의 특성을 반영하여 단어와 시각적 매개체의 통합 관계를 텍스트적 메타기능의 관점에서 분석하였다. 특히 중학교 수학1 함수 영역에서 그래프의 구성과 해석은 함수를 표현하는 다양한 양식(상황·언어적 기술, 표, 그래프, 식)의 변환으로도 볼 수 있고, 변환은 함수에 관한 이해의 기초가 된다. 따라서 학생들이 이를 어떻게 경험하고 이해하는지는 매우 중요하므로(김남희 외, 2016) 본 연구에서는 중학교 수학1 교과서의 '그래프의 정의'에서 활동 과제를 통해 그래프를 어떻게 정의해나가는지 그 과정을 담론적 관점에서 분석하여 향후 교과서 분석에 시사점을 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 사고와 단어의 사용 및 시각적 매개체

[2] 예를 들면 의사소통학적 관점의 분석은 담론에 참여하여 의미를 구성하는 대상에 관한 것으로 담론의 종류와 관련이 있다면 사회기호학적 관점의 분석은 담론의 의미를 실현하는 언어의 기능적 측면과 관련이 있다(Morgan & Sfard, 2016).

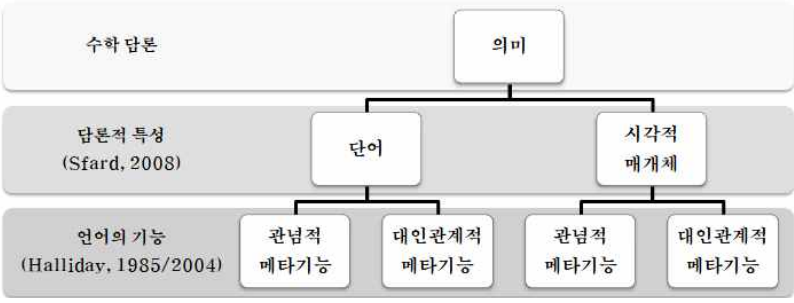
의사소통학 이론은 ‘수학은 담론으로서 유용하게 개념화 될 수 있고, 수학적 사고는 의사소통의 한 형태’라는 주장을 바탕으로 한다. 여기서 ‘담론’은 단어의 사용(word use), 시각적 매개체(visual mediators), 루틴(routines), 수학적 서술들(narratives) 이 네 가지 특성으로 결정되는 의사소통의 형식을 의미한다(Sfard, 2008). 단어는 담론의 내용을 구현하는 도구로서 어떤 단어(일상 용어, 수학 용어)를 어떤 수준(대상 수준, 메타 수준)에서 사용하였는지에 따라 담론의 의미가 달라진다. 수를 표현한 단어, 연산의 이름, 도형의 이름 등은 전형적인 수학 전문용어라고 볼 수 있다. 비록 이런 단어들이 일상적으로도 사용되지만 학교 수학에서 사용될 때는 보통 명확한 정의를 바탕으로 사용되므로 차이가 있다. 시각적 매개체는 단어와 함께 사용되어 효과적인 의사소통에 기여하는 실제적인 대상으로서 특히 학교 수학에서 사용되는 시각적 매개체에는 대수적 기호 체계, 기하학적 기호 체계처럼 특수한 기호학적 체계도 포함된다. 또한 형식화된 다이어그램, 그래프, 차트 등도 포함되지만 학생들의 필기, 다양한 삽화들과 같은 비형식적인 이미지들도 포함된다. 루틴은 주어진 과제를 수행하는 패턴화된 방법을 의미하는데 동일한 과제에 대하여 학생들의 서로 다른 해결방법을 각각의 고유한 루틴으로 볼 수 있다. 마지막으로 수학적 서술들은 대상 및 그들 사이의 관계에 관한 서술, 과정에 관한 서술들의 연속체를 의미하며 수학 공동체 내에서 고유한 절차에 따라 승인되거나 거절 될 수 있다. 이 때 승인된 서술들에는 수학적 정의, 정리, 증명 등이 포함된다(Sfard, 2008). 그런데 루틴과 수학적 서술들은 단어와 시각적 매개체를 바탕으로 담론의 개발 과정에서 형성될 수 있으므로 단어와 시각적 매개체는 수학 담론을 결정하는 기본적인 특성으로서 수학적 사고를 가능하게 하는 의미를 생성하게 된다(Vygotsky, 1986).

인간의 활동은 본질적으로 사회적이므로 수학 학습 또한 사회적, 문화적, 상황적 맥락을 반영하는데 특히 역사적 본질이 반영된 단어와 시각적 매개체와 같은 도구를 통해 수학 공동체에서의 공유된 인식이 가능하게 된다(Hersh, 1997). Halliday의 체계기능언어학(systemic functional linguistics, 이하 SFL)(Halliday, 1961, 1975)은 사회적 맥락을 강조하여 서로 다른 사회에서 언어의 기능적 조직이 어떤 체계를 이루어 의미를 생성하는가에 관심이 있다. 즉 동일한 의미를 전달하는데 언어를 사용하는 사람에 따라 선택하는 언어와 문법적 구성이 다를 수 있고, 이런 선택의 방법을 체계(system)로 정의하였는데 이러한 체계는 인간이 사용하는 과정을 통해 지속적으로 수정되며 이 과정에서 의미가 생성된다. 즉 단어와 시각적 매개체와 같은 의사소통 도구들은 의미를 실현하게 하는 기능적 역할을 하며 의미잠재력을 갖는다. 따라서 이런 관점을 바탕으로 교과서를 분석한다면 교과서 저자들의 의도를 밝히거나 단어의 절대적인 의미를 결정하는 것보다 특정 맥락에서 텍스트의 기능과 이를 통해 무엇을 성취할 수 있는지에 초점을 둔다(전수경, 조정수, 2015). 결국 단어와 시각적 매개체는 사회, 문화, 맥락적 속성을 반영하는 의미 실현의 도구로서 의미잠재력을 가지므로 이를 분석함으로써 수학 공동체에서 공유된 수학적 사고 체계에 관한 통찰을 얻을 수 있다.

2. 단어와 시각적 매개체가 구성하는 의미

수학 담론의 의미는 단어와 시각적 매개체와 같은 도구들을 사용하면서 생성되는데 이 때 생성되는 의미를 Halliday(1985/2004)의 언어의 기능을 바탕으로 구분할 수 있다. 의사소통은 언어의 종류나 사용되는 맥락과 관계없이 일반적으로 세 가지 메타기능(metafunction)을 바탕으로 형성되고 조직되며 이를 통해서 서로 다른 의미가 구현된다. 먼저 관념적(ideational) 메타기능은 텍스트가 전달하고자 하는 경험적 및 논리적 의미와 관련되며 현실을 해석하고 재현하는 기능으로서 관념적 의미를 생성한다. Halliday와 Mathiessen(1999)은 경험의 정의를 “언어를 도구로 사용하여 우리 자신에 대해 해석하는 현실”로 제안함으로써 단지 언어를 이미 존재하는 개념적 구조를 표현하는 도구로만 여기는 전통적인 구성주의자들의 관점을 벗어났다. 이런 관점의 연구에서는 의사소통 참여자들이 그들의 ‘현실’을 해석하는 방식을 이해하는 수단으로서 언어의 사용 측면에 초점을 둔다. 특히 수학교육 측면에서는 학문의 대상인 수학의 ‘실제(reality)’와 관련된 의미를 생성한다. 즉, 수학적 실행(practice)에서

다루는 대상의 유형은 무엇인가? 어떤 종류의 활동이 수학적이라고 볼 수 있는가? 누가(무엇이) 수학적 행위의 주체인가? 사용된 추론의 형태는 무엇인가? 수학적 사실의 기원은 무엇인가?와 관련된다. 수학 교과서에서는 수학의 본질과 수학적 활동이 텍스트 상에서 해석되는 방법과 관련되는데(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016) 수학 담론은 대부분 수학적 대상들의 생성과 그 속성에 관한 것이므로(Morgan & Tang, 2016) 대상화와 밀접한 관련이 있다.



[그림 Ⅱ-1] 수학 담론의 의미 구성

대상화란 수학 담론의 고유하고 필수적인 과정으로서(Sfard, 2008) 두 가지 담론적 이동(discursive moves)을 포함한다. 첫 번째 담론적 이동은 사물화(reification)로서 과정이 대상으로 변환되는 과정이고, 두 번째 담론적 이동은 탈인간화(alienation)로서 활동의 주체인 인간의 역할이 담론에서 사라지는 과정이다(Sfard, 2008). 텍스트에서 사물화(reification)는 과정과 활동에 대한 서술이 대상 또는 상태에 관한 것으로 변환되는 현상으로 나타난다. 예를 들면, “그는 수년간 지도를 받았지만 가장 간단한 계산 문제도 풀 수 없다.”라는 문장이 사물화되면 “그는 학습장애가 있다.”으로 변환된다. 이 때 ‘학습장애’라는 단어를 사용하면 반복적인 장황한 서술을 피할 수 있으나 일시적인 현상 또는 행동이 고정적이고 영구적인 대상이 된다(Sfard, 2008). Halliday(1985/2004)는 문서화된 언어(↔구어)를 고압에서 형성된 다이아몬드에 비유하였는데 왜냐하면 정적이고 조밀한 구조를 갖고 그 안에 압축된 정보를 담고 있기 때문이다. 수학 교과서 텍스트도 사물화를 통해 과정이 압축된 개체들이 참여하고 특히 수학 기호 체계 및 다이어그램은 명확한 의미 전달을 위해 상징적 개념과 논리적 구조를 심층적으로 내포하고 있어 담론의 밀도가 높다고 볼 수 있다(O'Halloran, 2015). 이렇게 생성된 함수, 수열처럼 사물화된 대상을 표현하는 단어들이 그들이 생성된 담론을 초월하여 독립된 개체로서 사용되지만 실제로 이 단어들은 수학 공동체에서 오랜 시간에 거쳐 관습적으로 정착된 사회적 산물이다. 학교 수학 담론에서 사물화된 단어나 시각적 매체를 사용한다면 의사소통을 효과적으로 할 수 있다는 장점이 있지만, 반대로 단어에 내포된 개념 및 구조, 그리고 생성 과정과 관련된 의미에 대해 학생들은 서로 다른 해석을 하게 될 수 있고, 사회·문화적 산물로서 수학적 대상을 인식하는데 어려움을 줄 수 있다(Morgan & Tang, 2016). 한편 탈인간화(alienation)는 인간의 활동 과정, 그리고 활동의 산물(예: 수학 개념)이 인간과 무관하게 대상들 간의 관계 또는 그 특성으로만 변환되는 현상을 의미한다. 따라서 관계성과 그 관계들 사이의 분리를 바탕으로 정의되며 수학적 담론의 특징이다(Sfard, 2008). 이는 학교 수학 담론에서 필수적인 단계이지만 학습의 과정에서 탈인간화(alienation)를 강조하게 되면 학생이 수학 활동의 주체로서 인식하기보다 단지 주어진 수학 내용을 습득하고 문제를 해결하는 수학자로서 인식하게 될 것이다(Morgan, 1996). 많은 교육과정에서 수학적 사고를 통해 능동적, 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 역량을 갖춘 학생을 양성하는 것을 목표로 하므로(교육부, 2015; Department for Education, 2013; Hong Kong Special Administrative Region Government, 2015; Queensland Studies Authority, 2013) 이를 위해서 학생들이 수학 공동체의 일원임을 스스로 인식하고 능동적으로 참여해야한다는 인식으로 변화시킬 필요가 있다

(Morgan, 2016).

둘째, 대인관계적(interpersonal) 메타기능은 의사소통 참여자들의 정체성과 상호작용 또는 태도와 관련된 것으로서 교과서 텍스트의 생산자인 저자들과 독자인 학생 간의 관계에서 그들의 위치와 권위가 주어지는 방식은 교과 내용이 해석되는 방식에 영향을 줄 수 있다(Halliday, 1985/2004; Kress & Van Leeuwen, 2006). 이 때, 참여자는 교과서에서 묘사된 사람, 장소, 사물 등이 포함된 표상된 참여자(Represented Participants)와 교과서를 매개로 의사소통하는 교과서 저자들과 학생 또는 교사들이 포함된 상호작용적 참여자(Interactive Participants)로 구분할 수 있다. 그리고 그들 사이의 관계는 표상된 참여자들, 표상된 참여자와 상호작용적 참여자, 상호작용적 참여자들 간의 관계가 포함된다(Kress & Van Leeuwen, 2006). 그런데 관념적 메타기능이 언어의 반영(reflection)적 측면을 강조한다면 대인관계적 메타기능은 행동(action)적 측면을 강조하여 대인관계적 의미를 실현한다(Halliday, 1985/2004). 즉 표상된 참여자들이 단어와 시각적 매개체를 통해 어떻게 구현되었는가는 관념적 의미와 관련이 되지만 표상된 참여자들과 상호작용적 참여자 간의 관계는 대인관계적 의미와 관련됨으로 차이가 있다. 예를 들면 표상된 참여자인 다이어그램이 과정을 표현하는지 아니면 대상화되었는지는 관념적 의미와 관련이 있지만 그 다이어그램이 학생들에게 정보를 제공하는지 아니면 학생의 참여를 유도하는지는 대인관계적 의미와 관련된다. 특히 수학 교과서는 활동의 주체로서 학생 스스로 인식하고 능동적으로 담론의 구성 과정에 참여하도록 하는 것을 목적으로 하기 때문에 단어 및 시각적 매개체와 학생 사이의 대인관계적 메타기능을 통해 구현되는 대인관계적 의미가 중요하다고 볼 수 있다. 그러므로 학교 수학에서 대인관계적 메타기능과 관련한 주된 관심은 텍스트에서 학생들이 수학에 대하여 그리고 수학적 담론에 참여하는 다른 참여자들 속에서 어떤 지위를 갖는지에 있다. 예를 들면, 학생들이 참여할 것으로 예상되는 수학적 활동은 무엇인가? 즉 학생들이 참여할 것으로 예상되는 수학 담론의 형식은 무엇인가? 이런 활동을 수행할 때 얼마나 자율성이 주어지는가? 어디에(교과서 저자, 학생, 수학의 논리) 권위가 주어지는가?와 관련이 있다(Morgan & Sfard, 2016).

3. 단어와 시각적 매개체의 통합 관계

앞서 서술한 것처럼 대상화는 수학적 대상의 형성과 수학적 의사소통의 효율성(Sfard, 2000, 2008), 인간 활동의 산물로서의 수학에 대한 인식(Morgan, 2016; Morgan & Tang, 2016)에 영향을 끼치므로 수학 교과서에서 대상화된 단어와 시각적 매개체의 사용 방식을 조사하는 것은 중요하다. 사회기호학에서는 SFL을 통해 특정 텍스트의 기능을 분석하기 위한 분석도구를 제공하고 있으며(Halliday, 1985/2004), 최근 언어와 더불어 시각적 양식을 사용한 의사소통에 관한 관심이 늘면서 이에 대한 연구도 활발히 진행되었다(Kress & Van Leeuwen, 2006). 특히 수학 교과서 담론에는 대수적 기호, 다이어그램, 그래프 등 고유한 기호 시스템이 있고 이는 수학적 의사소통의 중요한 측면이므로 이런 중요성을 바탕으로 수학에서 사용되는 다양한 시각적 매개체들의 기능에 대한 분석을 위해 사회기호학적 접근법이 개발되어 연구가 진행되었다(Alshwaikh, 2011; O'Halloran, 2005).

그런데 단어와 시각적 매개체가 각각 의미를 구성하기도 하지만 수학 담론은 다중양식(multimodal)적 특성을 가지므로(O'Halloran, 2015) 단어와 시각적 매개체를 포함한 다양한 언어적, 비언어적 모드들이 통합된 체계를 이루고 이를 통해 매개된다(Lemke, 2003). 따라서 단어와 시각적 매개체의 개별적인 사용 방식과 함께 통합 관계를 조사하는 것은 결국 교과서에서 구현된 수학적 의미와 관련이 있다(Alshwaikh, 2016). 이러한 관점에서 Halliday(1985/2004)는 텍스트적(textual) 메타기능의 중요성을 언급하였다. 텍스트적(textual) 메타기능은 사회적 실행(practice)의 부분으로서 텍스트 자체의 역할을 해석하는 기능으로(Halliday, 1978), 경험적, 논리적 의미 그리고 관계적 의미가 텍스트의 구조 측면, 순서 측면, 효과성 측면(응집력, 지속력)에서 연결성 있게 구성되었는가와 관련된다.

앞서 언급한 것처럼 수학 담론에서 의미는 단어와 시각적 매개체와 같은 도구의 사용을 바탕으로 생성되고

(Sfard, 2008), 이 도구들은 관념적, 대인관계적 메타기능과 같은 고유한 언어적 기능을 지니며 이를 통해 서로 다른 종류의 의미들이 실현될 수 있다(Halliday, 1985/2004). 또한 단어와 시각적 매개체와 같은 도구들이 사용되는 구조, 순서와 같은 통합 관계를 통한 텍스트적 메타기능을 바탕으로 담론에서 제공하는 정보들의 연결성 및 구성 방식을 알 수 있다(Alshwaikh, 2011; Halliday, 1985/2004). 따라서 본 연구에서는 의사소통의 도구로서 단어와 시각적 매개체를 통해 생성되는 수학 교과서 담론의 의미와 통합 관계를 분석하여 향후 담론적 관점에서 교과서 분석의 방향성을 제공하기 위해 다음과 같은 연구 질문을 설정하였다.

연구문제 1. 단어와 시각적 매개체가 관념적, 대인관계적 메타기능을 통해 구현한 의미는 어떠한가?

연구문제 2. 시각적 매개체와 언어적 대상의 통합 관계는 어떠한가?

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

수학 교과서의 담론을 분석하기 위해 2015 개정 교육과정을 바탕으로 출판된 중학교 수학1 교과서 총 10종 중 본 연구에서는 현장 점유율이 높은 3종(김원경 외, 2018; 류희찬 외, 2018; 이준열 외, 2018)을 연구 대상으로 선택하였고, 연구의 목적에 따라 단어와 시각적 매개체 사용의 다양성, 이들 간의 변환과 연결의 중요성을 바탕으로 함수 영역의 '그래프의 정의' 부분을 선정하였다. 그래프를 그리고 해석하는 과정은 수학 용어, 일상 용어, 기호 및 숫자, 다양한 다이어그램 등이 사용되어 수학 담론의 다중양식성이 두드러지며, 이러한 도구들 간의 변환 관계는 이후 함수의 이해의 바탕이 된다(김남희 외, 2016). 또한 2015 개정 수학과 교육과정 이전에는 '함수의 그래프'라는 용어를 사용하여 그래프의 개념을 도입하였으나 함수의 개념과 대수식에 얽매이지 않고 다양한 실생활 상황을 그래프로 표현하고 해석하는 활동에 대한 중요성이 강조되면서 중학교 1학년에서 그래프를 정의하고 해석하는 과정을 경험한 후 중학교 2학년에서 함수 개념을 도입하는 순서로 수정되었다. 그리고 중학교 1학년에서 '다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다'는 성취기준이 제시되었고(교육부, 2015) 이와 같은 교육과정의 변화와 새로운 성취기준을 교과서 담론이 어떻게 반영하였는지 분석하고자 하였다.

이러한 중요성들을 바탕으로 중학교 수학1 교과서에서 그래프를 정의하기 위한 '도입 과제', '변수의 정의', '그래프의 정의'로 이어지는 일련의 서술들과 이 때 사용된 시각적 매개체를 분석의 대상으로 하였다. 텍스트 분석 범위는 교과서에 포함된 모든 문장을 대상으로 하였으며 원문을 분석의 편의상 분석용 텍스트로 변환하였다. 예를 들면, "한편 위의 개념 열기에서 두 변수 x, y의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다."라는 문장에서 "한편 위의 개념 열기에서"를 제외한 변환된 텍스트를 분석의 대상으로 하였다.

2. 연구 절차

수학 교과서 담론을 분석하기 위해 2015 개정 교육과정 문서 및 국내·외 문헌 검토(교육부, 2015; 박종훈, 2007; 전수경, 조정수, 2015; Alshwaikh, 2016; Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016; Sfard, 2008)를 통한 1차 분석틀을 재구성하였다. 1차 분석틀은 사회기호학적 관점의 연구 특성 상 사회적, 문화적 특성이 반영되어 영어권 텍스트의 분석에 적합하다고 판단되었으므로 수학교육전문가 2인과 연구자가 참여한 전문가협의회를 통해 우리나라 맥락에 맞게 수정·보완하여 2차 분석틀을 재구성하였다. 2차 분석틀 재구성하고 2주 뒤 무작위로 선택한 문장, 단어, 시각적 매개체를 대상으로 예비 연구를 실시하였고, 이 결과와 앞서 도

출된 분석 결과의 비교를 통해 분석틀을 정교화하여 3차 분석틀을 재구성하였다.

문헌검토를 통한 수학 교과서 1차 분석틀 재구성	▶	전문가 협의회를 통한 수학 교과서 2차 분석틀 재구성	▶	예비 연구를 통한 수학 교과서 3차 분석틀 재구성	▶	본 연구 : 중1 수학 교과서 적용 분석

[그림 Ⅲ-1] 연구 절차

이를 바탕으로 본 연구에서는 중학교 수학1 교과서 3종을 대상으로 단어와 시각적 매개체가 구성하는 수학적 의미와 그들의 통합 관계를 분석하기 위해서 다음과 같이 분석 단위를 선정하고, 코딩하였다. 먼저 교과서 본문의 글은 문장 단위로 구분한 후 각 문장을 분석의 효율성 측면에서 텍스트화 하였다. 그 후 각 문장에서 대상을 표현하는 단어, 기호 및 숫자를 구분하였고, 단어는 다시 수학 용어(School Mathematics)와 일상 용어(Non-School Mathematics)로 구분하였다. 시각적 매개체에서 기호 및 숫자(visual mediators 1)를 따로 구분한 이유는 수학적 기호 체계가 학생들이 교과서 본문의 글을 이해하는데 어려움을 느끼는 원인이 되기 때문에(김선희 외, 2015; 권유미, 안병곤, 2005; 방정숙, 권미선, 김정원, 2017; 양성현, 2017) 시각적 매개체를 제외한 텍스트에서 수학 용어와 함께 기호 및 숫자는 수학 담론의 밀도를 높이는데 기여한다고 판단하였다. 한편 기호 및 숫자를 제외한 시각적 매개체에는 다이어그램, 표, 그래프, 삽화 등이 포함되며 분석의 효율성을 위해 중복하여 등장하는 경우에도 최초로 등장한 문장과 대응되도록 한 번만 코딩하였다.

언어의 분석 단위는 음운, 형태소, 어휘소, 문장, 단락, 텍스트로 나뉠 수 있는데(전영옥, 2006) 본 연구에서는 연구의 목적에 따라서 문장, 대상 용어로서 명사, 그리고 학생의 활동을 요구하는 종결 어미로서 동사를 선정하였고, 비언어적 자료의 분석 단위로서 기호, 숫자, 표, 그래프, 다이어그램 등을 포함하는 각각의 시각적 매개체를 선택하여 <표 Ⅲ-1>처럼 코딩하였다.

<표 Ⅲ-1> 자료 분석 단위 별 코드

자료 분석 단위		코드
텍스트		[A-T1], [A-T2], [A-T3], …, [B-T1], [B-T2], [B-T3], …, [C-T1], [C-T2], [C-T3], …
단어	수학 용어	SM(School Mathematics)
	일상 용어	NSM(Non School Mathematics)
시각적 매개체	기호 및 숫자	[A-vm1-1], [A-vm1-2], …, [B-vm1-1], [B-vm1-2], … [C-vm1-1], [C-vm1-2], …
	표, 그래프, 다이어그램, 삽화 등	[A-vm2-1], [A-vm2-2], …, [B-vm2-1], [B-vm2-2], …, [C-vm2-1], [C-vm2-2], …

먼저 교과서명은 A, B, C로 코딩하였고, 각 문장에서 접속사를 제외한 텍스트는 T(Text)로 코딩하였고, 학교수학과 관련된 용어는 SM(School Mathematics), 수학 용어의 범주에 포함되지 않은 일상적, 구어적 단어들은 NSM(Non-School Mathematics)으로 코딩하였다(Morgan & Tang, 2016). 시각적 매개체(visual mediators)는 기호 및 숫자, 그 외의 다이어그램으로 구분하여 각각 vm1(visual mediators 1), vm2(visual mediators 2)로 코딩하였다. 각 자료의 코드는 자료가 제시된 순서를 반영하여 [교과서명-자료분석단위-순서]로 코딩하였다.

3. 개념틀

본 연구의 개념틀은 사회기호학과 의사소통학적 관점을 바탕으로 하는 담론적 관점에 따라 <표 Ⅲ-2>와 같이 수학적 담론의 특징적 요소인 단어의 사용과 시각적 매개체를 한 축으로 하고, 이 요소들이 텍스트에서 생성

하는 의미를 분석하기 위해서 의미 실현을 위한 언어의 기능적 측면 즉 담론의 관념적, 대인관계적, 텍스트적 메타기능을 다른 축으로 하였다. 이 분석틀은 영국의 학교 수학의 변화를 시험 텍스트의 변화를 통해 밝힌 '학교 수학 담론의 발달(The Evolution of the Discourse of School Mathematics: 이하 EDSM)' 프로젝트[3]에서 개발된 담론 분석틀(Morgan & Sfard, 2016)을 종합(synthesizing)하여 수정 및 재구성한 것이다. Morgan과 Sfard(2016)는 단어의 사용, 시각적 매개체, 루틴, 수학적 서술들과 같은 담론의 네 가지 특성을 기준으로 수학화와 주체화를 분석하기 위한 분석틀을 제공하였고, Alshwaikh(2016)은 관념적, 대인관계적, 텍스트적 메타기능과 같은 언어의 기능을 기준으로 시각적 매개체를 단어와 함께 분석하기 위해 상세한 틀을 제공하였다. 본 연구에서는 두 가지 분석틀을 바탕으로 우리나라 교과서에서 단어와 시각적 매개체가 생성하는 의미를 분석하기 위한 목적을 가지고 분석 범주 축소(수정), 의미의 재해석을 바탕으로 한 분석 영역 이동(수학적 서술들→단어의 사용, 시각적 매개체→단어와 시각적 매개체의 통합)(재구성) 등을 통해 개념틀을 재구성하였다. 그리고 영어와 한국어의 차이에서 오는 문법적 기능의 차이를 고려한 분석의 지표 수정은 연구 결과에서 분석틀과 함께 제시하였다. <표 Ⅲ-2>에 대한 내용은 다음과 같다.

<표 Ⅲ-2> 개념틀(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016)

담론의 특성 메타기능		단어의 사용	시각적 매개체
관념적	전문화	▪ 수학 교과에서 전문화된 용어의 사용 : 분석 범주 축소	▪ 텍스트에서 사용된 시각적 매개체(대수 기호, 도형, 그래프. 표, 차트, 삽화 등)
	대상화	▪ 과정을 내포한 단어의 사용 : 분석 범주 축소	▪ 개념적/내러티브 다이어그램의 사용
		▪ 인간을 행위의 주체로서 나타내는 단어의 사용 : 분석 영역 이동(수학적 서술들)	▪ 인간의 신체의 일부, 물리적 대상 또는 맥락의 존재 : 분석 범주 축소
대인관계적		▪ 학생에게 요구되는 활동을 나타내는 단어의 사용 : 의미의 재해석, 분석 영역 이동(수학적 서술들)	▪ 시각적 매개체와 학생 관계(정보제공, 요구)
텍스트적		▪ 언어적 대상과 시각적 매개체의 통합 관계: 의미의 재해석, 분석 영역 이동	

단어가 지닌 관념적 메타기능을 통해 구성되는 의미를 서술의 편의상 '단어의 관념적 의미'로 서술하면 단어의 관념적 의미는 단어가 학문의 대상인 수학의 실제와 본질을 어떻게 해석하여 구현하는지와 관련된 것으로서 전문화와 대상화 측면으로 구분하여 전문화 측면에서 수학 전문 용어의 사용, 대상화 측면에서 과정을 내포한 단어의 사용, 인간을 행위의 주체로서 표현한 단어의 사용을 통해 조사할 수 있다. 단어의 대인관계적 의미[4]는 학문의 주체인 학생이 참여하게 되는 활동 유형에 관한 것으로 문장에서 동사 사용의 문법적 특징과 행동적 특징을 통해 분석하였다. 그런데 단어의 대인관계적 의미와 단어의 관념적 의미에서 대상화 측면은 모두 인간의 행위라는 속성이 담론에 표현된 것을 분석한다는 점 때문에 혼란스러울 수 있으나 관념적 의미에서는 수학적 본질이 사회적, 문화적, 상황적이며 역사적으로 구성된 산물임을 단어의 사용 측면에서 어떻게 구현하는가와 관련된 것이고, 대인관계적 의미는 역사적인 의미 보다는 현재 수학적 활동에서 학생이 주체로서 참여하게 되는

[3] 이 프로젝트는 근본적으로 내용과 형식의 이분법을 탈피하여 수학 문제 해결 또는 수학 내용의 학습보다 학생들이 특성화시킨 담론의 형식을 강조하였다. 그리고 담론의 형식을 분석하기 위하여 사회기호학적 관점에서 의미를 실현하기 위해 어휘문법적 요소들이 어떻게 기능하는지, 그리고 의사소통학적 관점에서 단어와 시각적 매개체가 담론 생성 과정에서 의미를 어떻게 형성하는지 조사하였다.

[4] 수학 담론에서 단어가 지닌 대인관계적 메타기능이 구현하는 의미

과정에 대한 것으로 구분된다.

시각적 매개체의 관념적 의미도 단어와 같이 전문화와 대상화 측면으로 구분되는데 전문화 측면은 교과서에서 사용된 수학적 기호 및 숫자, 그리고 수학적 다이어그램을 통해 분석하였고, 대상화 측면은 과정을 표현하는 내러티브 다이어그램의 사용, 인간 및 물리적 실재를 표현하는 시각적 매개체의 사용을 통해 분석하였다. 시각적 매개체의 대인관계적 의미는 시각적 매개체가 단지 정보만 제공하는지 아니면 학생에게 수학적 활동을 유도하는지를 분석하였다. 학생이 학문의 주체로서 활동에 참여할 수 있도록 시각적 매개체가 빈 칸, 좌표 평면 등을 통해 직접적, 명시적 요구를 하였는가에 초점을 두고 분석하였다. 이는 관념적 의미 측면에서 인간의 존재를 드러내는 신체를 그린 삽화의 사용이나 물리적 실험의 과정을 표현한 것과는 차이가 있다.

마지막으로 텍스트적 의미는 앞의 두 의미들이 잘 구현되도록 하는 구조적 측면의 의미로 볼 수 있으므로 본 연구에서 단어와 시각적 매개체가 지닌 텍스트적 기능을 통해 구현되는 담론의 의미는 개별 도구의 사용보다는 다양한 도구들의 통합 관계를 분석하였다. <표 Ⅲ-2>를 바탕으로 실제 교과서를 분석하기 위해 <표 Ⅳ-1>, <표 Ⅳ-7>와 같이 단어의 사용과 시각적 매개체 측면에서 각 메타기능에 포함된 담론의 속성과 분석을 위한 질문, 그리고 분석의 지표가 되는 텍스트의 구성요소를 포함하여 분석틀을 구체화 하였는데 이는 연구 결과에서 서술하였다.

Ⅳ. 연구결과

1. 단어와 시각적 매개체가 구성하는 의미

1) 단어의 사용을 통해 구성된 의미

수학 담론에서 의미를 생성하는 도구로서 단어는 언어가 갖는 관념적 메타기능과 대인관계적 메타기능을 통해 관념적 의미와 대인관계적 의미를 구성한다. 본 연구에서는 수학 교과서에서 단어가 구성하는 의미를 분석하기 위해 선행연구(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016)를 바탕으로 <표 Ⅳ-1>처럼 분석틀을 구성하였다.

<표 Ⅳ-1> 단어의 사용 분석틀(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016)

메타기능	담론의 속성	분석 안내 질문	텍스트 지표
관념적	전문화	전문화된 단어의 사용 정도는 어떠한가?	• 수학적으로 정의된 전문 용어(명사)
	대상화	과정보다는 오히려 대상의 성질들과 그 관계에 대하여 어느 정도로 이야기 하는가?	• 명사화(nominalisation): 문법적 메타포를 사용하여 동사를 명사로 변환함 • 과정을 대상으로 압축하여 정의된 단어(예: 함수, 수열)
		담론에서 탈인간화(alienation)의 정도는 어떠한가?	• 행위의 주체가 대상 또는 인간임을 나타내는 단어
대인 관계적	텍스트와 학생의 관계	학생들이 참여할 것으로 예상되는 수학적 활동은 무엇인가?	• 학생에게 요구되는 활동(동사)

(1) 단어의 관념적 의미

단어의 사용에서 관념적 메타기능의 담론적 속성은 전문화와 대상화를 포함한다.

① 전문화

수학적 담론의 특징 중 하나는 일상 용어 보다 수학 공동체에서 영역 특수적인 전문 용어를 사용한다는 것이

므로 대상을 구현하기 위해 사용되는 전문 용어가 어떻게 사용되는가를 조사하는 것은 중요하다. 일반적으로 SFL에서는 대상에 대한 관념적 메타기능을 분석하기 위한 언어 형식으로서 내용 어휘소와 동사성을 사용하며 내용 어휘소는 대상을 분석하기 위한 지표이다. 본 연구에서는 단어의 분석 단위를 관념적 의미를 갖는 명사를 대상으로 하며 수학적으로 정의되거나 학교 수학에서 관습적으로 사용되는 어휘에 초점을 두고 분석하였다. 그런데 동일한 용어일지라도 맥락에 따라 수학적 전문 용어로 사용되는 경우가 있고 그렇지 않은 경우가 있으므로 텍스트의 전체적 맥락을 고려하여 분류하였다. 예를 들면, "… x초 후 물의 높이 ycm를 나타낸 것이다."(김원경 외, 2018)에서 '높이'는 '삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 그은 수선의 길이'라는 수학적 정의를 갖는 단어이지만, 텍스트에서는 '산의 높이', '파도의 높이'처럼 높은 정도를 나타내는 단어(국립국어원 편, 2018)로 사용되었으므로 일상 용어로 분류하였다. 그리고 "x, y와 같이 여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 변수라고 한다."(김원경 외, 2018)에서 '문자'는 '인간의 언어를 적는데 사용하는 시각적인 기호 체계'라는 일상 용어로 사용되지만 수학에서는 '수, 양, 도형 따위의 여러 가지 대상을 나타내기 위하여 쓰는 숫자 밖의 글자'(국립국어원 편, 2018)로 사용되므로 본 연구에서는 전문 용어로 분류하였다.

<표 Ⅳ-2> 단어와 시각적 매개체의 사용 빈도

담론의 특성 / 교과서	단어의 사용		시각적 매개체		합계
	SM	NSM	vm1	vm2	
A	17 44.74%	5 13.16%	12 31.58%	4 10.53%	38 100%
B	19 32.20%	16 27.12%	20 33.90%	4 6.78%	59 100%
C	16 51.61%	8 25.81%	4 12.90%	3 9.68%	31 100%

수학 용어(SM)나 기호 및 숫자(vm1)의 사용 비율이 높다는 것은 수학 담론의 밀도가 높다고 볼 수 있는데 (O'Halloran, 2015) 교과서 분석 결과, 수학 담론의 전문화에 기여하는 수학 용어, 기호 및 숫자를 사용하는 비율(SM+vm1)은 <표 Ⅳ-2>처럼 60%이상 76%이하였다. Morgan과 Tang(2016)은 영국의 General Certificate of Secondary Education(GCSE)의 1980, 1987, 1991, 1995, 1999, 2004, 2010, 2011년도 시험 문항의 전문화 정도를 조사하였는데 그 결과 수학 용어, 기호 및 숫자를 사용하는 비율(SM+vm1)은 최고 63%(1980년), 최저 44%(1991년)이었고, 최근에는 48%(2010, 2011년)로 50% 이하였다. 즉 우리나라 교과서에서 그래프를 정의하기 위한 활동 과제와 설명에 관한 담론이 영국의 시험 담론 보다 전문화 비율이 높았다.

사용된 수학 용어(SM)에는 그래프 정의 과정의 필수 용어(예: 표, 순서쌍, 좌표, 좌표평면, 변수, 그래프), 과제의 상황을 설명하는데 사용한 용어(예: 원기둥), 그래프의 형태를 설명하는데 사용된 용어(예: 선분, 직선, 곡선)이 포함되고, 기호 및 숫자(vm1)는 변수와 관련된 것(예: x, y, x분, ycm, $1, 2, 3, \cdots, 8$), 순서쌍과 관련된 것(예: (x, y), (1, 2), (2, 4)) 등이 포함된다. 일상 용어(NSM)에는 과제의 상황을 설명하기 위한 용어(예: 물, 모양, 용기, 물통, 토마토), 변하는 두 대상을 표현하는 용어(예: 높이, 시간, 토마토 싹의 키) 그리고 그래프를 표현하는 용어(예: 그림)이 포함된다.

② 대상화

수학 담론의 또 다른 중요한 특징은 대상화되어 있다는 것이다. 대상화는 사물화와 탈인간화(alienation)라는 두 가지 담론적 변환을 통해 일어난다. 특히 많은 수학적 대상들은 과정에 대한 사물화된 상태로서 이는 문법적

은유(과정에 대한 단어를 대상에 대한 단어로 변환)를 통해서 또는 사물화된 대상과 관련된 전문 용어를 사용함으로써 일어난다. 수학적 대상은 ‘그래프’, ‘함수’, ‘방정식’, ‘근’ 뿐 만 아니라 $f(x)$, $g(x)$와 같은 기호적 모드도 포함된다. 과제에서 학생들은 주어진 대상들 간의 관계를 파악하여 문제를 풀어야 하는데 대상의 수가 증가하면 그 연결 관계의 수가 증가하므로 학생들의 인지적 부담이 증가한다. 예를 들면 과제에서 나타난 대상이 ‘그래프’, ‘방정식’이라면 방정식의 ‘근’을 구하는 과정에서 연결 관계는 한 가지이지만 ‘그래프’, ‘함수’, ‘방정식’, 방정식의 ‘근’이 대상이 된다면 연결 관계는 ${}_4C_2$가 되어 여섯 가지로 늘어난다(Morgan & Tang, 2016).

<표 Ⅳ-3> ‘변수’의 대상화

교과서	텍스트	
A	[A-T3]	x의 값은 1, 2, 3, ⋯, 8로 변하고, y의 값은 1, 2, 3, ⋯, 12로 변한다.
	[A-T4]	x, y와 같이 여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.
B	[B-T6]	표에서 x의 값이 1, 2, 3, 4, 5로 변함에 따라 y의 값이 2, 4, 6, 8, 10으로 정해진다.
	[B-T7]	x, y와 같이 변하는 여러 가지 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.
C	[C-T4]	(중략) x와 y는 여러 가지 값을 가질 수 있다.
	[C-T5]	여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.

교과서 분석 결과, 모든 교과서에서 사물화된 단어는 ‘변수’가 사용되었는데 영어에서는 동사를 명사화 하는 문법적 은유(grammatical metaphor)(Halliday & Martin, 1993)를 사용하여 과정을 대상으로 압축하지만 한국어에서는 한자어를 사용하여 대상화하는 특징을 보였다. ‘변수’도 ‘변하다’는 의미를 갖는 한자 ‘變’와 셈, 일정(一定)한 수량(數量)이나 수효(數爻)라는 의미를 갖는 한자 ‘數’를 사용하여 ‘여러 가지 값의 변하는 양’을 대상화 한 단어이다. 학교 수학에서 한자어의 사용은 대상화 측면과 한자에서 비롯되는 의미의 모호함을 수반하여 교수·학습 과정의 어려움을 야기한다(김선희 외, 2015). 따라서 대상화 과정에 대한 서술이 어떻게 진행되는지 그 과정에 대한 분석은 중요하다. 이런 중요성을 바탕으로 <표 Ⅳ-3>과 같이 변수가 정의되는 과정을 보면 [A-T3], [C-T4]처럼 각각의 x, y의 값의 변화를 강조한 경우, [B-T6]처럼 x의 값과 y의 값의 종속 관계를 강조한 경우로 구분할 수 있다. 또한 [A-T3], [B-T6]처럼 구체적인 값(숫자)들 사이의 관계를 통해 서술한 경우와 [C-T4]처럼 ‘여러 가지 값’이라는 언어적 표현을 사용하여 변화하는 양을 대상화 한 것으로 구분할 수 있다. 2015 개정 교육과정에서는 대응적 관점 보다는 변화를 표현하는 도구로서의 함수를 인식하고 변하는 두 양 사이의 상호 관계를 강조하는데(김채연, 신재홍, 2018) 이런 측면에서 B 교과서는 주어진 맥락에서 두 값이 변하는 과정과 그들 간의 종속 관계를 서술하여 개정 교육과정의 관점을 반영하였다고 볼 수 있다.

<표 Ⅳ-4> 행위자 분류의 예시

행위자	텍스트	
인간	[C-T1]	건우가 토마토 싹을 키우면서 관찰하기 시작한 후 일주일 간격으로 싹의 키를 재어 기록한 표이다.
대상	[A-T3]	x의 값은 $1,2,3,\cdots,8$로 변하고, y의 값은 $1,2,3,\cdots,12$로 변한다.
모호함	[B-T1]	원기둥 모양의 빈 물통에 수면의 높이가 매분 $2cm$씩 올라가도록 물을 넣는다고 한다.

또한 담론의 탈인간화(alienation)는 대상화에 기여하기도 하고, 반대로 학생을 수학적 활동의 주체로서 인식하는 것을 방해하기도 하는데(Morgan, 2016) 탈인간화(alienation)의 정도를 분석하기 위해 수학 담론의 주체가

인간인지 수학적 대상인지 아니면 모호하게 표현되었는지를 조사하였다. 행위의 주체를 표현하는 어휘문법적 요소로서 인칭대명사의 사용을 조사한 연구들(최윤선, 2014; Wagner, 2004; 2007)이 있었는데 우리나라 교과서 텍스트의 특성 상 문어체의 문장에서는 인칭대명사를 생략하는 경우가 일반적이므로 인칭대명사 보다는 문장의 주어로 사용된 단어를 조사하였다. 예를 들면 <표 Ⅳ-4>의 [C-T1]처럼 인간의 존재를 나타내는 주어가 사용된 경우 행위의 주체를 인간으로 분류하였고, [A-T3]와 같이 주어가 'x의 값', 'y의 값'처럼 수학적 대상인 경우 행위자를 대상으로 분류하였다. 그리고 [B-T1]처럼 주어가 생략된 경우 '모호함'으로 분류하였다.

<표 Ⅳ-5> 행위자로서 인간의 존재를 표현

행위자 / 교과서	인간	수학적 대상	모호함	합계
A	0 0.00%	2 33.33%	4 66.67%	6 100%
B	0 0.00%	4 40.00%	6 60.00%	10 100%
C	1 16.67%	1 16.67%	4 66.67%	6 100%
합계	1 4.55%	7 31.82%	14 63.64%	22 100%

교과서 분석 결과 <표 Ⅳ-5>처럼 3종 교과서의 22문장 중에서 인간을 행위의 주체로 표현한 문장은 [C-T1] 한 가지 경우밖에 없었는데 '건우'라는 사람을 지칭하는 고유명사를 사용하여 행위 주체로서 인간의 존재를 나타냈다. 그리고 대부분 행위 주체가 모호하거나 수학적 대상이 행위 주체가 되었는데 이런 경향은 '수학적 텍스트'의 특징으로 볼 수 있다(Solomon & O'Neill, 1998). 이러한 서술 방식은 담론적 실행으로서 수학을 인식하기보다 수학적 생산 과정이 대상들 간의 자율적인 행동으로 해석하는 것으로 볼 수 있으므로(Morgan, 2016) 학생들이 수학적 활동의 주체로서 인식할 수 있는 기회를 제공하는 표현이라고 볼 수 없다.

(2) 단어의 대인관계적 의미

대인관계적 메타기능의 담론적 속성에는 텍스트와 학생과의 관계가 포함된다. 즉 텍스트에서 학생들이 참여할 것으로 예상되는 수학적 활동이 무엇인지와 관련된다. 수학적 활동에 관한 이슈에 관하여 EDSM 프로젝트에서는 수학적 지식의 기원과 관련지어 관념적 의미를 실현하는 측면에서 서술하였다. 수학적 과정에서 인간이 단지 기능적인 측면을 수행하는지(scribber)(예: use, cut, write, measure, calculate) 아니면 고등의 수학적 사고를 하는지(thinker)(예: show, notice)(Alshwaikh, 2016)를 각 문장에서 사용된 동사를 통해 구현된 의미를 조사하였다. 본 연구에서는 Halliday(1985/2004)가 말하기 행위(speech acts)를 '정보 제공(offer')과 '요구(demand)'로 구분한 것에 시사점을 얻어 상호작용적 참여자로서 교과서 저자들과 학생 간의 관계를 '요구'의 과정에서 분석하여 이 때 생성되는 대인관계적 의미에 대한 통찰을 얻고자 하였다. 즉 수학 교과서의 특성상 일반적으로 수학 과제에서 학생들에게 수학적 활동을 명시적으로 요구하므로 이에 초점을 두고 분석하였다. 이 때 수학적 활동은 문장 내의 술어 동사를 통해 그 유형을 구분하였는데 Halliday(1985/2004)는 문장에서 동사성의 행위 과정을 물질(material) 프로세스와 존재(existential) 및 관계(relational) 프로세스로 분류하였다. 물질 프로세스는 행위의 프로세스로서 행위의 주체가 다른 객체에게 어떤 행동을 한다는 개념으로서 물리적 행동 과정(~ing)과 발생 과정을 포함하고(예: 일어나다, 바꾸다, 행동하다), 존재 및 관계 프로세스는 어떤 대상의 존재성을 표현하는 과정과 담론 참여자들 간의 관계를 형성하는 과정을 포함한다. 즉 참여자 간의 대응 관계의 표현이나 종속 관계, 그리고 시간, 장소, 방법, 이유 등의 의미를 표현하는 상황적 과정에 대한 표현을 포함한다.

교과서 분석 결과 <표 Ⅳ-6>처럼 동사성의 행위 과정 측면에서 [A-T2]의 '나타내시오'는 점을 좌표평면에

나타내는 물리적 과정 즉 행동을 요구하므로 물질 프로세스로 볼 수 있고, [B-T2]의 ‘알아보자’는 시간과 수면의 높이 사이의 물리적 관계를 조사하거나 살펴본다는 의미로 관계 프로세스로 볼 수 있으며, [B-T5]의 ‘나타낼 수 있을까?’ 역시 x, y 사이의 관계를 어떤 시각적 매개체로 표현하는 과정을 요구하므로 방법을 표현하는 상황적 프로세스로서 관계 프로세스에 포함된다고 볼 수 있어서 B 교과서는 모든 문장에서 관계적 활동을 요구하였다. [C-T2]의 ‘나타내어보자’는 점을 좌표평면에 표현하는 과정이므로 [A-T2]처럼 물질 프로세스로 볼 수 있고, [C-T3]의 ‘연결해 보자’는 점을 선분으로 잇는 의미로서 대상에 대한 행동으로서 물질 프로세스로 볼 수 있다. [C-T3]의 점을 선분으로 연결하는 프로세스는 [C-T2]와 연결성과 행동의 정당성에 대한 서술 없이 선형 관계가 아닌 상황에 대한 선형적 관계를 일반화 하는 과정으로 볼 수 있는데 이는 함수의 그래프 학습에서 대표적인 오류의 사례로 볼 수 있다(마민영, 신재홍, 2016; 박선화 외, 2011; 안가영, 권오남, 2002). 종합하면 A와 C 교과서는 물질 프로세스를 사용하였고, B 교과서는 관계 프로세스를 사용하여 학생들에게 요구하는 행동성의 차이가 나타났다. 행동성의 차이는 학생의 담론과 직접적으로 관련이 있는데 물질 프로세스만을 사용한 텍스트는 실제로 발생되는 물리적 행동에 관한 담론으로 이어지고, 관계 프로세스는 두 값(양) 사이의 관계에 대한 담론으로 이어지므로 텍스트에서 두 프로세스가 모두 제공된다면 물리적 행동과 관계적 분석이 함께 이루어 질 것으로 보인다. 또한 일련의 프로세스들이 제공될 때, 각 프로세스 간의 연결성 또는 요구의 정당성이 드러나지 않은 행동은 학습의 오류로 보일 수 있다.

<표 Ⅳ-6> 학생들이 참여할 것으로 예상되는 활동

교과서	텍스트		서법	동사성
A	[A-T2]	순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 아래의 좌표평면위에 **나타내시오.**	명령형	물질 프로세스
B	[B-T2]	물을 넣기 시작한 지 1분, 2분, 3분, 4분, 5분 후의 수면의 높이가 어떻게 변하는지 **알아보자.**	청유형	관계 프로세스
	[B-T5]	x, y 사이의 관계를 시각적으로 어떻게 **나타낼 수 있을까?**	질문형	
C	[C-T2]	순서쌍(시간, 싹의 키)을 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 **나타내어 보자.**	청유형	물질 프로세스
	[C-T3]	좌표평면 위에 나타낸 점을 차례대로 선분으로 **연결해 보자.**	청유형	

수학 교과서에서 제공되는 이런 활동들은 수업 시간을 통해 학생들이 참여할 것으로 예상된다고 볼 수 있는데 교과서 저자들은 서법(mood)과 양태(modality)[5]처럼 어휘문법적 요소들을 통해 학생 참여를 유도하기 위한 사회적 거리를 조절한다. 예를 들면 교과서에서 명령형, 청유형, 질문형 등 서법의 양식을 바탕으로 교과서 저자 또는 수학과 학생의 거리를 조절할 수 있고, 학생들의 참여를 유도할 수 있다(박종훈, 2007). 본 연구 결과 ‘나타내다’, ‘알다’, ‘연결하다’의 종결 어미가 사용되었는데 특히 ‘나타내다’는 수학 용어로서 정의된 것은 아니지만 시각적으로 표현한다는 의미로 모든 교과서에서 통용되었다. 그리고 종결 어미는 서법을 통해 변형되었는데 A 교과서는 명령형, B 교과서는 질문형, C 교과서는 청유형을 사용하였다. 앞서 언급한 것처럼 이러한 언어적 차이는 교과서 저자와 학생 간의 권위의 이동과 거리 조절이라는 두 가지 측면과 관련이 있는데 명령형을 사용한 경우 교과서 저자의 권위에 의한 전달을 높일 수 있고, 청유형을 사용한 교과서는 학생과의 심리적 거리감을 줄이고 친근성에 의한 전달 효과를 높일 수 있다. 특히 질문형의 경우 친근함과 학생들의 사고를 유도하는 기능을 동시에 갖는다(박종훈, 2007). 따라서 B 교과서는 청유형과 질문형을 함께 사용하여 학생들의 심리적 거리를 줄

[5] 서법과 양태는 교과서 저자들의 태도나 견해를 문법화 한 것으로 직설법, 가정법, 명령법 등이 서법에 포함되며 가능성, 필연성 등을 표현한 것이 양태이다(전수경, 2017, p.46).

이고 질문을 통해 사고를 유도하여 참여를 촉진한다고 볼 수 있다.

2) 시각적 매개체가 구성하는 의미

수학 담론에서 의미를 생성하는 도구로서 시각적 매개체도 단어처럼 관념적 메타기능과 대인관계적 메타기능을 통해 관념적 의미와 대인관계적 의미를 구성한다. 본 연구에서는 수학 교과서에서 시각적 매개체가 구성하는 의미를 분석하기 위해 선행연구(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016)를 바탕으로 수정 및 재구성하여 <표 Ⅳ-7>처럼 분석틀을 구성하였다.

<표 Ⅳ-7> 시각적 매개체의 사용 분석틀(Alshwaikh, 2016; Morgan & Sfard, 2016)

메타기능	담론의 속성	분석 안내 질문	텍스트 지표
관념적	전문화	교과서에서 사용한 시각적 매개체의 종류와 사용 빈도는 어떠한가?	▪ 텍스트에서 사용된 시각적 매개체(대수 기호, 도형, 그래프. 표, 차트, 삽화 등)
	대상화	다이어그램의 대상화 정도는 어떠한가?	▪ 개념적/내러티브 다이어그램
		담론에서 탈인간화(alienation)의 정도는 어떠한가?	▪ 인간의 신체의 일부, 물리적 대상 또는 맥락의 존재
대인 관계적	텍스트와 학생의 관계	시각적 매개체가 학생에게 어떤 역할을 하는가?	▪ 시각적 매개체와 학생 관계(접촉: 정보 제공, 요구)

(1) 시각적 매개체의 관념적 의미

시각적 매개체가 구현하는 관념적 의미와 관련된 담론적 속성은 전문화와 대상화를 포함한다.

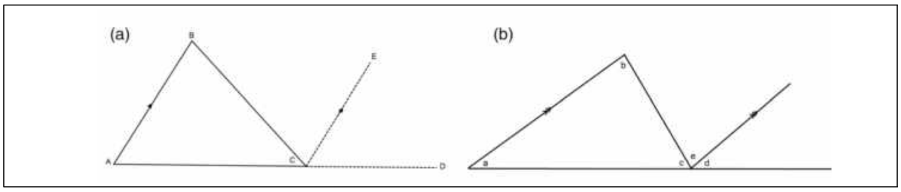
① 전문화

앞서 언급한 것처럼 수학적 담론의 특징은 고유한 언어적 및 비언어적 대상과 그들이 이루는 체계를 포함한다는 것이다. 특히 비언어적 대상들은 시각적 매개체의 범주에서 다룰 수 있는데 흔히 수학 교과서에서 볼 수 있는 대수적 기호들과 그 체계를 비롯하여 기하 영역에서 다루는 도형들 그리고 각 요소들을 명명하는 라벨링 체계를 포함하며 다양한 다이어그램과 그래프, 차트 등 그리고 비형식적인 삽화들도 포함될 수 있다. 예를 들면, ‘-5’, ‘$\frac{1}{2}$’ 등의 숫자, $'f(x)'$, $'3x-2=0'$, $'\triangle ABC'$ 등의 대수적인 식 또는 기호, 그리고 인수분해를 효과적으로 설명하기 위해 사용하는 ‘대수 막대’와 같은 구체물도 포함된다. 본 연구에서는 교과서 텍스트에 포함된 삽화 또한 교과서 저자들의 의도가 반영되어 의미 생성에 기여한다고 판단하였으므로 시각적 매개체의 범주에 포함하였다.

교과서 분석 결과, 기호와 숫자의 사용은 앞서 서술한 것처럼(<표 Ⅳ-2>) 기호와 숫자를 사용한 비율은 교과서 마다 차이가 있었고, 기호나 숫자 이외의 사용된 시각적 매개체의 종류는 거의 유사했다(<표 Ⅳ-8>). 먼저 삽화와 표는 모든 교과서에서 공통적으로 제공하고 있는데 주로 과제의 상황에 대한 학생들의 이해를 돕기 위해 각 과제의 첫 번째 텍스트와 함께 제공되었고, 표는 서로 종속 관계인 두 양의 변화를 기록하고 표현하는 도구로서 그 다음 순서로 제공되었다. 이후 그래프를 제공하는 방식은 교과서에 따라 차이가 있었는데 좌표평면을 주고 학생들에게 그래프를 그리도록 요구하는 경우([C-vm2-3]), 완성된 그래프를 제공하는 경우([B-vm2-4]), 표, 순서쌍, 그래프 간의 관계가 포함된 다이어그램을 통해 좌표평면을 제공한 후 완성된 그래프를 제공하는 경우([A-vm2-3], [A-vm2-4])로 구분할 수 있었다.

② 대상화

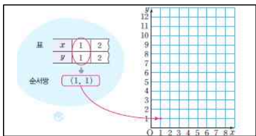
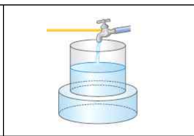
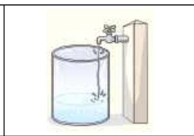
시각적 매개체 측면의 관념적 의미를 구현하는 담론의 속성은 대상화가 있다. Kress와 Van Leeuwen(2006)은 다이어그램이 ‘과정’을 ‘시스템’으로 바꾸거나 그 경계를 모호하게 한다고 주장하면서 시각적 매개체의 대상화를 주장하였다. 다이어그램은 그 속성이 방향성과 시간성을 갖는지 여부에 따라 개념적 다이어그램과 내러티브 다이어그램으로 구분할 수 있고 이러한 구분은 수학적 활동의 본질에 대한 해석과 관련이 있다(Alshwaikh, 2011, 2016; Kress & Van Leeuwen, 2006).



[그림 Ⅳ-1] 동일한 증명에 대한 내러티브 다이어그램과 개념적 다이어그램(Alshwaikh, 2016)

Kress와 Van Leeuwen(2006)은 이 둘을 구분하기 위해 벡터와 화살표를 분석의 지표로서 제시하였는데 내러티브 표상은 항상 하나의 벡터를 갖는다고 주장하였다. 그런데 수학은 특히 기하 영역의 담론에서는 화살표나 벡터가 일반적으로 사용되므로 이런 경우 시간의 흐름이 시각적으로 어떻게 표현되었는지 살펴보아야 한다. 내러티브 다이어그램은 인간이 관여된 활동으로서 수학을 표현하지만 개념적 다이어그램은 인간의 행동을 제거하고 시간을 초월한 대상들과 그들 사이의 관계를 나타내므로 수학적 담론의 대상화에 기여한다. 예를 들면 [그림 Ⅳ-1]의 (a)는 실선과 점선을 구분하여 사용함으로써 인간의 활동으로서 증명의 과정에 초점을 둔 것으로 시간성이 반영되었다고 볼 수 있다. 반면 (b)는 시간의 흐름을 알 수 없고 과정 보다는 대상으로서 증명을 나타내며 증명의 마지막 산물을 표현한다.

교과서 분석 결과, [그림 Ⅳ-2]의 [A-vm2-3]는 표, 순서쌍, 점의 변환의 과정을 화살표를 사용하여 표현하였으므로 방향성 및 시간성을 갖는 내러티브 다이어그램으로 볼 수 있다. 그런데 [A-vm2-1]와 [B-vm2-1]는 삽화의 색상, 음영 처리를 통해 물통 안으로 물이 담기는 과정이므로 실제 물리적 상황을 표현하였다고 볼 수 있지만 수학적 과정으로 보기는 어렵다. 이 외의 다이어그램은 모두 개념적 다이어그램으로 분류하였다. 따라서 수학 교과서에 사용된 다이어그램은 일반적으로 과정보다는 개념적, 구조적 정보를 포함하는 정적인 대상으로서 제공하여 수학적 의미를 압축적이고 분석적으로 표현한 반면에 학생들의 직관적 이해를 돕는 내러티브 다이어그램이 상대적으로 적게 사용되었으므로 학생들의 수학에 대한 인식론적 괴리감은 클 것으로 보인다(이정아, 맹승호, 김찬종, 2007; Dimopoulos et al., 2003).

			
[A-vm2-3]	[A-vm2-1]	[B-vm2-1]	[C-vm2-1]

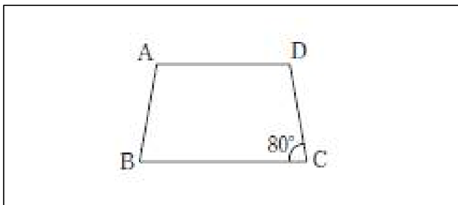
[그림 Ⅳ-2] 교과서 다이어그램

대상화의 과정 중 탈인간화(alienation) 측면도 시각적 매개체를 통해 분석할 수 있다. 교과서 텍스트에 인간의 신체, 물리적 대상, 구체적인 상황 맥락이 주어지면 수학적 활동의 주체로서 학생들이 인식하는데 기여할 수 있지만 반대로 수학 과제에서 대상화된 시각적 매개체만을 사용한다면 ‘탈인간화 효과’가 강화되어 학생이 수학적 활동에 참여자라기보다는 인간 수학자로서 인식하게 될 것이다(Morgan, 1996). 따라서 본 연구에서는 시각적

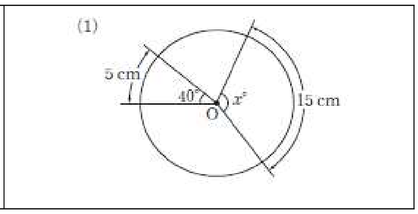
매개체에서 드러나는 인간의 존재성을 분석하였다. 그 결과 [그림 Ⅳ-2]의 [A-vm2-1], [B-vm2-1]의 수도꼭지 또는 [C-vm2-1]의 토마토와 같은 물리적 대상에 대한 삽화는 도입 과제의 실생활 맥락에 관한 표현으로 볼 수 있지만 삽화의 내용이 실제 상황을 모델링을 통해 수학화하는 활동으로 학생 참여를 이끌기에는 미흡하였고 인간의 신체(손, 손가락 등)에 관한 이미지처럼 행위자로서 인간의 존재를 직접적으로 나타내는 지표는 없었으므로 수학을 인간이 사회적, 문화적 공동체에서 실행을 통해 생성한 산물로서 보기 보다는 인간과 독립적인 개체로 보는 관점을 두드러졌다고 볼 수 있고, 결국 학생이 수학적 활동의 주제로서 인식하는데 어려움이 있다고 볼 수 있었다.

(2) 시각적 매개체의 대인관계적 의미

대인관계적 의미는 상호작용적 참여자로서 교과서 저자의 의도가 반영된 시각적 매개체와 상호작용적 참여자인 학생 간의 관계에서 생성되는데 Halliday의 SFL적 관점에 따라 Kress와 Van Leeuwen (2006)은 독자와 시각적 매개체 간의 관계를 조사하기 위한 분석법을 개발하였다. 그들은 독자와 시각적 매개체 사이의 '접촉(contact)'이라는 개념을 제안하였고 이를 '요구(demand)', '정보제공(offer)'으로 구분하였다. 수학 교과서에서 '요구(demand)'의 범주에 포함된 시각적 매개체는 학생들에게 어떤 행동 또는 어떤 것을 요구하고, '정보제공(offer)'의 범주에 포함된 시각적 매개체는 학생들과 관계없이 진열장에 놓인 장식품처럼 여기며 과제에서 초점이 되는 대상에 대한 정보를 제공한다(Kress & Van Leeuwen, 2006, pp.118-119). 그런데 수학 교과서의 특수성 때문에 두 유형이 결합된 맥락이 주어지기도 하는데 특히 기하 영역에서는 그러한 예를 일반적으로 볼 수 있다. [그림 Ⅳ-3]은 시각적 매개체가 사각형$ABCD$에 대한 구체적인 정보를 제공하고 [그림 Ⅳ-4]은 정보를 제공함과 더불어 학생들에게 x의 값을 구할 것을 요구한다. 본 연구에서는 단지 정보만 제공하는 경우 '정보제공', 시각적 매개체에 '?', 'x' 등과 같이 미지의 값을 요구하는 경우 '요구'로 분석하였다.



[그림 Ⅳ-3] 정보제공(류희찬 외, 2018, p.188)

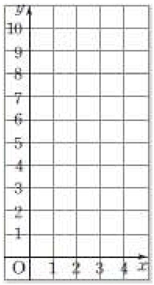
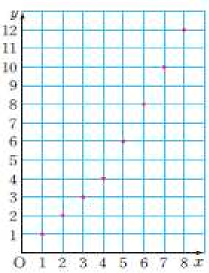
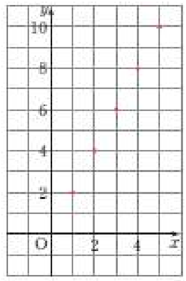


[그림 Ⅳ-4] 요구(류희찬 외, 2018, p.206)

그 결과 <표 Ⅳ-8>처럼 일반적으로 시각적 매개체들은 정보 제공의 역할을 하였으므로 우리나라 교과서는 시각적 매개체를 정보를 압축하여 전달하는 도구로서 강조하였다고 볼 수 있고, 반면에 시각적 매개체가 학생 참여를 유도하기에는 미흡하다고 볼 수 있었다. 교과서의 예시를 살펴보면 [그림 Ⅳ-5]처럼 '요구'는 네모 모양의 빈 칸을 사용하여 학생들이 답을 구하여 적을 수 있는 공간을 제공하는 경우, 단원의 특성 상 그래프를 그리기 위한 좌표평면을 제공하는 경우로 구분할 수 있었다.

한편 시각적 매개체의 제시 순서 또한 학생 참여 활동과 관련이 있다고 볼 수 있었다. 예를 들면 A 교과서 경우 먼저 [A-vm2-3]를 제공하여 학생들이 표를 보고 순서쌍을 만들 수 있도록 점을 좌표평면에 찍는 과정에 대한 정보를 제공하면서 시각적 매개체로서 좌표평면을 함께 제공하여 그래프를 그리도록 요구하고 있으므로 정보제공과 요구의 역할을 모두 갖는다고 볼 수 있다. 이후 학생들의 답안과 비교 할 수 있는 완성된 그래프 [A-vm2-4]를 제공하였다. B 교과서는 과제에서 그래프에 대한 정보를 제공하지 않았고 학생들이 먼저 그래프를 직접 그려본 이후에 완성된 그래프인 [B-vm2-4]를 제공하였다. [C-vm2-3]는 빈 좌표평면을 제공하여 학생들이 먼저 그래프를 그리는 활동을 하도록 요구하고 과제의 정답에 대한 정보는 제공하지 않았다. 그래프 학습

의 활동 유형에는 ‘그래프 그리기’ 뿐만 아니라 ‘번역하기’, ‘축척하기’, ‘축 선택하기’ 등이 포함되는데(김선희, 백희수, 2016; Leinhardt et al., 1990; Mckenzie & Padilla, 1986) [C-vm2-3]가 주어지면 학생들은 표를 바탕으로 ‘번역하기’의 활동을 통해 그래프를 직접 그리는 활동에 참여할 것이고, [B-vm2-4]가 주어지면 학생들은 ‘번역하기’ 활동을 통해 예상한 그래프를 확인해 볼 수 있을 것이다. 또한 단계를 나누어 [A-vm2-3]와 [A-vm2-4]가 순차적으로 제공된다면 ‘번역하기’ 활동의 힌트로서 [A-vm2-3]를 사용할 수 있고 [A-vm2-4]를 통해 예상한 그래프를 확인해 볼 수 있을 것이다.

요구		정보 제공	
$\square cm$			
[B-vm2-3]	[C-vm2-3]	[A-vm2-4]	[B-vm2-4]

[그림 Ⅳ-5] 시각적 매개체의 예시

<표 Ⅳ-8> 다이어그램의 사용 패턴

교과서 \ 메타기능			관념적		대인관계적
			전문화	대상화	
A	도입 과제	[A-vm2-1]	삽화	**내러티브**	제공
		[A-vm2-2]	표	개념적	제공
		[A-vm2-3]	다이어그램	**내러티브**	**제공・요구**
	정의	[A-vm2-4]	그래프	개념적	제공
B	도입 과제	[B-vm2-1]	삽화	**내러티브**	제공
		[B-vm2-2]	표	개념적	제공
		[B-vm2-3]	$\square cm$	개념적	**요구**
	정의	[B-vm2-4]	그래프	개념적	제공
C	도입 과제	[C-vm2-1]	삽화	개념적	제공
		[C-vm2-2]	표	개념적	제공
		[C-vm2-3]	좌표평면	개념적	**요구**
	정의		-		-

또한 시각적 매개체의 대인관계적 메타기능이 ‘정보 제공’으로 동일하더라도 그 정보의 질적 차이로 인해 관념적 의미는 다를 수 있었다. 예를 들면 [그림 Ⅳ-5]에서 [A-vm2-4]와 [B-vm2-4]는 모두 ‘정보 제공’의 역할을 하지만 좌표 평면이라는 시각적 매개체로서 구현된 정보가 갖는 관념적 의미는 같다고 볼 수 없었다. 왜냐하면 두 좌표 평면은 축과 축척 측면에서 차이가 있었기 때문인데 먼저 [A-vm2-4]는 제1사분면에서만 구현되었지만

[B-vm2-4]는 두 축이 음수 영역까지 확장되어 모든 사분면이 구현되었다고 볼 수 있다. 그리고 두 좌표 평면 모두 x, y 축의 한 칸이 1을 나타내지만 축 위의 숫자를 보면 [A-vm2-4]의 경우 한 칸 간격으로, [B-vm2-4]의 경우 두 칸 간격으로 명시되어 축척의 표현 방식에는 차이가 있었다.

시각적 매개체가 생성하는 수학적 의미는 관념적, 대인관계적 메타기능을 통해 실현되지만 나아가 서로 다른 시각적 매개체들의 구성 패턴을 통해 다양하게 생성될 수 있었다. Halliday(1985/2004)의 SFL 관점에서는 구조적, 체계적 선택을 통해 언어적 통합체가 실현되는데 이때 구조란 통합체의 구성 요소들 중 어떤 요소와 어떤 요소가 함께 구성되는지에 대한 패턴 또는 규칙이며, 체계는 특정 요소를 또 다른 요소가 대체할 수 있는지에 대한 패턴을 의미한다. 본 연구에서는 이에 시사점을 얻어 다이어그램 사용에 대한 구조적, 체계적 패턴을 <표 Ⅳ-8>를 바탕으로 분석하였다. 패턴의 가독성을 위해 삽화는 ‘a’, 표는 ‘b’, 다이어그램은 ‘c’, 그래프 또는 좌표평면은 ‘d’로 표기 하였다.

그 결과 A 교과서에서 다이어그램의 사용 패턴을 [a+b+c+d]라고 하면, B 교과서의 패턴은 [a+b+c′+d], C 교과서 패턴은 [a′+b+d′]로 나타났다. B 교과서에서 c 대신 c′을 사용한 이유는 A 교과서 다이어그램의 유형(전문화)과 역할(대인관계적 메타기능)이 다르기 때문이다. 그리고 C 교과서에서 a′, d′을 사용한 이유는 동일한 삽화라도 내러티브인지 개념적인지에 따라 구현하는 의미가 다르고, 동일한 그래프라도 정보를 제공하는지 학생들에게 활동을 요구하는지에 따라 생성되는 대인관계적 의미가 다르기 때문이다. 이렇듯 교과서에 따라서 전체 텍스트의 구조와 체계적 패턴이 서로 다르게 나타났다.

2. 단어와 시각적 매개체의 통합 관계

텍스트적 메타기능의 담론적 속성은 담론에서의 통합 측면으로서 시각적 매개체와 언어적 대상의 통합 관계는 어떠한지와 관련이 있다. 수학 담론은 의사소통의 다양한 양식들이 통합체를 이루어 의미를 생성하므로 시각적 매개체와 언어적 대상의 통합적 관계를 분석하는 것은 지식과 그 의미를 구조화하는데 기여한다.

<표 Ⅳ-9> 이미지-텍스트의 관계

관계		설명
정교화	구체화	이미지가 텍스트를 더욱 구체적으로 만든다(illustration).
		텍스트가 이미지를 더욱 구체적으로 만든다(anchorage).
	설명	텍스트가 이미지를 부연하여 설명한다(반대 경우도 성립).
확장	유사	텍스트의 내용이 이미지의 내용과 비슷하다.
	대조	텍스트의 내용이 이미지의 내용과 대조적이다.
	보완	이미지의 내용에 추가적으로 정보가 주어진다(반대 경우도 성립).

Van Leeuwen(2005)은 <표 Ⅳ-9>처럼 언어와 이미지 사이의 관계를 정교화(elaboration)와 확장(extension)으로 구분하였는데 정교화는 구체화(specification)와 설명(explanation)으로 확장은 유사(similarity), 대조(contrast), 보완(complement) 관계로 세분화하였다.

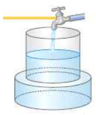
본 연구에서 정교화는 수학적 내용과 직접적인 관련은 없지만 맥락을 이해하는데 도움이 될 수 있는 상세한 정보를 제공하면 구체화로 분류하였고, 언어적 대상에 추가적 정보를 제공하지 않고 단지 이미지화 한 경우 설명으로 구분하였다. 확장은 동일한 정보에 대한 언어적 표현을 수학적 표상으로 변환한 경우 유사로 보았고, 새로운 수학적 표상과 새로운 정보를 동시에 제공하는 경우 보완으로 보았다. 그리고 언어적 정보와 반대되는 시각적 매개체를 활용한 경우는 대조로 구분하였다. 그 결과 <표 Ⅳ-10>와 같이 교과서 별로 차이가 뚜렷했는데

A 교과서는 모두 보완 관계였고, B 교과서는 구체화, 설명, 유사, 보완 관계가 골고루 사용되었고, C 교과서는 설명과 보완 관계가 사용되었다. 즉 A 교과서는 언어적 정보 이외에 시각적 매개체에서 한 가지 이상 추가적인 정보가 제공된다고 볼 수 있다.

<표 Ⅳ-10> 시각적 매개체와 언어적 대상과의 통합 관계

통합 관계 \ 교과서		A	B	C	합계
정교화	구체화	0	1	0	1
	설명	0	1	2	3
확장	유사	0	1	0	1
	대조	0	0	0	0
	보완	4	1	1	6

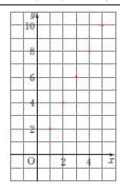
[그림 Ⅳ-6]의 A 교과서 예를 보면 [A-T1]에서 서술된 '용기'를 [A-vm2-1]에서 새로운 표상을 제공하고 그 용기가 원기둥을 두 개 연결해 놓은 모양이므로 일정하게 물을 넣을 때 수면의 높이 즉 'x초 후 물의 높이 $y\,cm$'가 일정하게 높아지지 않을 수 있다는 정보가 포함되어 있다고 볼 수 있으므로 언어적 표현의 확장(보완)으로 보았다. 또한 [A-vm2-2]는 표를 사용하여 매 초 마다 변하는 수면의 높이에 대한 수치적 정보를 추가적으로 제공하였으므로 확장(보완)의 예시로 볼 수 있다.

언어적 표현	[A-T1] 다음 표는 오른쪽 그림과 같은 모양의 **용기**에 일정하게 물을 넣을 때, **x초 후 물의 높이 $y\,cm$**를 나타낸 것이다.	
시각적매개체		(표 아래)
	[A-vm2-1]	[A-vm2-2]

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	2	3	4	6	8	10	12

[그림 Ⅳ-6] A 교과서에서 확장(보완)의 예시

B 교과서는 '원기둥 모양'이라는 언어적 대상을 [B-vm2-1]에서 시각적으로 구체화하여 보여줌으로써 원기둥의 정의를 모르는 학생도 과제의 맥락을 이해할 수 있도록 하였다. [B-vm2-2]에서 시간의 변화에 따른 수면의 높이에 대한 정보를 제공하고, [B-vm2-4]에서는 순서쌍 (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)을 새로운 표상인 좌표평면에 나타내었다. 이렇게 언어적 대상과 시각적 매개체를 통합하기 위해 구체화, 설명, 유사, 보완처럼 다양한 방식을 사용하였다.

	확장(보완)	확장(유사)
언어적 표현	[B-T3] … 1분, 2분, 3분, 4분, 5분 후 수면의 높이는 다음 표와 같다.	[B-T8] … 순서쌍 (x, y)는 (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)이고, 이 순서쌍을 좌표로 하는 점들을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
시각적 매개체	(아래 표)	
	[B-vm2-2]	[B-vm2-4]

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

[그림 Ⅳ-7] B 교과서에서 확장의 예시

C 교과서는 새로운 정보를 제공하기 보다는 언어적 표현에 대한 정교화를 하기 위한 방식으로 시각적 매개체를 통합하였다. 예를 들면, 토마토의 싹을 키우는 맥락을 대표하는 이미지로 토마토 사진을 활용하였고, [C-vm2-3]에서는 '좌표 평면'이라는 단어를 시각적으로 설명하는 방식으로 통합하였다고 볼 수 있다.

결국 수학 담론은 단어와 시각적 매개체의 통합 관계는 지식의 구조와 관련이 있으므로(Alshwaikh, 2016) A와 C 교과서 보다는 B 교과서가 다양한 통합 방식을 적용하였으므로 시각적 매개체와 언어적 대상들 간의 통합 관계를 통한 지식의 구조화의 효과성 측면의 강조하였다고 볼 수 있었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

2015 개정 수학과 교육과정의 중학교 수학1 '그래프 정의'에서 단어와 시각적 매개체의 사용을 통해 이들이 구현하는 구성적 의미와 통합 관계를 분석한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

단어의 사용과 시각적 매개체가 구성하는 의미는 첫째, 관념적 의미 측면에서는 수학 공동체에서 사용되는 전문화와 대상화된 용어와 대수적 기호 그리고 다이어그램의 사용이 강조되어 수학화 과정의 경험을 바탕으로 유의미한 수학 학습을 하는데 어려움을 줄 수 있다. Solomon과 O'Neill은 수학적 발견의 과정이 포함된 "개인적 내러티브"와 대조적으로 "수학적 텍스트"는 수학적 성질과 그들의 관계에 관한 행위자 없는 서술로 구성되는 것이라고 주장하였다. 그러나 이러한 구분은 논쟁의 여지가 있는 수학의 본질에 관한 관점을 반영한다. 담론적 관점에서 수학은 담론적 실행(discursive practice)으로서 수학적 활동의 산물일 뿐만 아니라 그런 결과를 야기하는 과정들과 실행(practice)의 가치도 포함한다(Morgan, 2001). 따라서 수학적으로 추상화된 담론이 강조되면 수학적 의미의 명확성을 추구할 수 있지만 교과서라는 특수한 맥락에서 경험적 과정이 배제된 채 추상화된 형태의 서술은 학생들에게 인식론적 괴리감을 불러올 수 있고 의미의 모호함을 수반할 수 있기 때문에 학교 수학에서는 교사와 학생의 의사소통을 바탕으로 하는 활동을 통해 의미 있는 경험적 지식을 구성해야 할 필요성이 있다(Schleppegrell, 2007). 둘째, 대인관계적 의미 측면에서 학생과 의미의 생산자 즉 교과서 저자들과의 관계에서 학생이 참여할 것으로 예상되는 활동은 수학적 사고보다는 주로 행동(그리기, 연결하기 등) 측면이 강조되고, 이를 요구할 때 교과서 저자들은 독자와의 거리를 좁혀 전달력을 높이기 위해 지시보다는 권유를 하였다(박종훈, 2007). 시각적 매개체를 통해서도 학생들의 참여를 유도하였지만 그 비율이 높지 않았고 주로 정보를 제공하는 데 그쳤다. 또한 학생의 참여를 유도하는 질문은 거의 없었는데 교사의 담론 형성의 바탕이 되는 기초자료로써 교과서가 활용되므로 수학 교과서 과제에 이런 발문이 포함될 필요가 있다.

단어와 시각적 매개체의 통합 관계 측면에서는 다양한 접근을 통한 질적으로 풍부한 수학 의미의 형성을 위해 다양한 통합의 방식을 사용하는 것이 필요할 것으로 보인다. 연구 결과처럼 언어적 설명에 시각적 매개체가 새로운 표상과 정보를 추가적으로 제공하는 '보완'의 방식만 사용한다면 학생들의 인지적 부담을 증가시킬 가능성이 있고, 단지 시각적 매개체가 학생들의 답안을 위해 빈칸을 제공하거나 좌표평면을 제공하는 설명의 방식으로만 통합되면 수학적 의미를 생성하는 핵심적인 요소로서 시각적 매개체를 통한 지식의 구조화의 효과성을 추구하지 못한다고 볼 수 있다.

이와 같은 결론을 바탕으로 다음과 같이 이론적 측면과 실제적 측면에서 논의를 할 수 있다. 이론적 측면에서 두 가지 논의를 할 수 있다. 첫째, 본 연구의 결과 텍스트와 함께 시각적 매개체가 수학적 의미를 생성하는 핵심적인 도구임을 알 수 있다. 이러한 중요성에도 불구하고 교과서의 텍스트에서 언어적 대상들과 함께 생성되는 의미를 분석한 연구는 거의 없었는데 본 연구는 단어와 시각적 매개체가 생성하는 의미를 관념적, 대인관계적 측면에서 각각 분석함으로써 시각적 매개체를 의미 생성의 핵심 요소로서 다루었고, 분석 방법 또한 단어의 분석 방법과 동일한 항목(전문화, 대상화)을 적용하여 시각적 매개체 간, 단어와 시각적 매개체 간 수직적, 수평

적 분석이 가능하도록 재구성하였다. 이를 적용한 결과를 통해 수학 교과서에서 시각적 매개체가 생성하는 의미의 중요성을 제기할 수 있었다. 둘째, 다중양식(multimodal)으로서의 수학 담론을 단어와 시각적 매개체의 통합체로서 고려하여 그들의 통합 관계를 분석하였다. 단어와 시각적 매개체의 통합적 연결성에 관한 분석은 글 전체의 구조 및 체계와 밀접한 관련이 있고 이는 통합체로서의 의미를 생성하므로 중요하지만 이러한 통합 관계에 대한 분석은 거의 없는 실정이다. 본 연구는 교과서에 제시된 각 시각적 매개체와 언어적 대상 사이의 관계를 바탕으로 수학 교과서 담론의 다양성에 대한 구조적 효과성 측면에서의 시사점을 제공하였다.

셋째, 실제적 측면에서 담론적 관점의 조작적 정의를 바탕으로 우리나라 수학 교과서를 분석할 수 있는 새로운 분석 방법을 위한 기초를 마련하였다. 의사소통학적 관점에서 Park(2016)은 미국의 미적분학 교과서에서 극한, 미분 과정이 수학적 대상으로 대상화되는 과정을 단어와 시각적 매개체를 함께 고려하여 Sfard(2008)의 "구현화(realizations)"개념을 바탕으로 분석하였다는데 의미가 있지만 대상화 과정 중 과정을 대상으로 변환하는 사물화 과정만 다루었다는 제한점이 있었다. 국내에서는 전수경과 조정수(2015)가 Halliday의 SFL을 바탕으로 이차함수와 이차방정식의 관계에 대한 교과서 텍스트와 교사의 수업 담론을 비교 분석하였는데 수학 담론을 의미와 문법의 층위로 구분하여 어휘문법적 변화를 통해 생성되는 의미를 분석하였다는데 의미가 있지만 시각적 매개체 보다는 텍스트 언어의 문법적 특징의 변화에만 초점을 두었고, 관념적 의미와 텍스트적 의미만 분석하였다는 제한점이 있었다. 국외 연구 중 Alshwaikh(2016)는 EDSM 프로젝트에서 담론적 관점을 바탕으로 개발된 분석틀을 팔레스타인 교과서의 기하영역에 적용하여 분석의 예시를 보였고 특히 영어와 아랍어의 언어적 차이에 대한 이슈를 제기하였다는데 의미가 있지만 영어와 아랍어의 차이처럼 이 분석틀을 적용하여 우리나라 교과서를 분석하기에는 언어적, 문화적 제한점이 있다. 따라서 수학 담론의 실행을 위한 개념적, 방법적 통합 구조를 바탕으로 각 이론의 강점들을 살린 담론적 관점을 조작적으로 정의하고 이를 바탕으로 우리나라 수학 교과서를 분석한 연구는 없었으므로 본 연구는 담론적 관점에서 수학 교과서 담론을 분석할 수 있는 방법적 기초를 제공하였다.

이와 같은 본 연구의 결론을 바탕으로 다음과 같은 제언을 할 수 있다.

첫째, 교사들은 단어와 시각적 매개체가 생성하는 의미와 그 통합 관계를 바탕으로 학생들과 소통하여 의미를 발전시킬 수 있는 담론적 역량을 개발할 필요가 있다. 단어와 시각적 매개체는 구조와 체계를 통해 다양한 의미를 생성하므로 교사는 주어진 수업에서 상황적 맥락에 맞게 이를 적용하여 담론을 개발할 필요가 있다. 전수경과 조정수(2015)의 연구에서도 교과서 텍스트를 수업 맥락에 맞게 변환하여 사용하였는데 이처럼 교사의 담론적 역량에 따라 동일한 텍스트도 다양한 의미로 생성될 수 있으므로 교사는 의미 생성 도구로서 단어와 시각적 매개체의 기능과 실현 가능한 의미에 대한 이해가 필요하고 나아가 학생들의 참여를 이끌어 수학적으로 유의미한 담론을 개발할 수 있도록 노력해야 할 것이다.

둘째, 학생들은 스스로 역동적, 가변적인 활동과 과정을 포함하는 수학에 참여자로서 인식할 필요가 있다. 수학의 본질은 정적이고 추상적인 대상이 아니라 역사적, 사회적, 문화적 맥락에서 형성된 인간 활동의 산물이므로 이런 과정의 능동적 참여자로서 인식하는 것은 수학 학습을 위해 중요하다. 학생 스스로 수학적 활동의 주체성을 인식하기 위해서는 실제 활동에 참여하는 경험이 필요한데 단어와 시각적 매개체를 통해 명시적으로 참여를 유도하여 수학 담론의 생성 과정에 참여하는 기회를 확대할 필요가 있다.

셋째, 교과서 저자들은 교과서를 집필할 때 다양한 담론의 생성을 위해 단어와 시각적 매개체의 통합 관계의 다양성과 학생이 수학적 활동에 주체적으로 참여할 수 있도록 해야 한다. 우리나라 교과서 과제의 각 문항은 개념적 연결성과 구조적 연결성을 바탕으로 구성되어 독자가 그 의미를 파악하기 어려울 수 있다. 또한 과제와 함께 제공된 시각적 매개체들도 그들 간의 연결 관계나 질문과의 연결성이 드러나지 않을 수 있다. 따라서 단어와 시각적 매개체의 통합 관계를 다양하고 명시적으로 표현할 필요가 있다. 그리고 학생이 수학적 활동의 주체로 인식할 수 있도록 교과서 텍스트에서 주어를 명시적으로 표현할 필요가 있다. 그런데 한국어의 특성 상 주어를

생략하는 경향이 있으므로 주어를 사용하는 경우 문장이 어색해 질 수 있다. 이러한 경우 주체를 명시적으로 표현할 수 있도록 ‘우리’라는 1인칭 복수인칭대명사를 사용하여 문맥을 자연스럽게 할 수 있다. 나아가 ‘우리’라는 단어는 교과서 저자들과 학생이 공동체 구성원이라는 잠재적인 의미를 가지므로 학생에게 소속감과 주체성을 갖게 해줄 수 있는 요소로 볼 수 있다(Morgan & Sfard, 2016).

넷째, 담론적 관점의 교과서 분석을 바탕으로 현장 연구를 수행할 필요가 있다. 단어와 시각적 매개체가 생성하는 다양한 의미의 차이는 학생들의 수학에 대한 관점, 수행, 문제 대처 역량 등에 영향을 줄 수 있으므로 (Morgan, 2016; Morgan & Sfard, 2016; Morgan & Tang, 2016) 실제로 학생과 교사가 어떻게 인식하는지, 나아가 이를 통해 정의적, 행동적, 인지적 측면의 변화가 일어나는지 조사할 필요가 있다. 특히 텍스트에서 동일한 단어와 시각적 매개체의 사용 방식이 구조적, 체계적으로 변화되었을 때 실제 현장에서 실행되는 방식을 분석한다면 교과서 분석틀을 타당화하고 확장하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (2015). 수학과 교육과정(교육부 고시 제 2015-74호 별책 8), 세종: 교육부.

The Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum,* Se Jong: The Ministry of Education.

국립국어원 편 (2018). 표준국어대사전(web version), 국립국어원.

National Institute of Korean Language (2018). *Standard Korean Language Dictionary(web version),* National Institute of Korean Language. Retrieved from http://stdweb2.korean.go.kr/main.jsp#

권석일・박교식 (2011). 초등학교 수학 교과서에서의 용어 사용과 정의 방식에 관한 비판적 분석, 한국초등수학교육학회지, 15(2), 301-316.

Kwon, S. & Park, K. S. (2011). A Critical Analysis on Usage and Defining Methods of Terms in Elememtary Mathematics Textbooks in Korea Centered on Some Examples, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 15(2), 301-316.

권유미・안병곤 (2005). 초등 수학 교과서에 사용되고 있는 수학 용어에 대한 학생들의 이해도 분석, 한국초등수학교육학회지, 9(2), 137-159.

Kwon, Y. M. & An, B. G. (2005). The Analysis on Students′ Understanding of Mathematics Terms Being Used in Elementary School Mathematics Textbooks, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea,* 9(2), 137-159.

김남희・나귀수・박경미・이경화・정영옥・홍진곤 (2016). 예비교사와 현직교사를 위한 수학교육과정과 교재연구, 서울: 경문사.

Kim, N. H. et al. (2016). *Study of mathematics curriculum and teaching materials for pre-service teachers and in-service teachers,* Seoul: Kyungmoonsa.

김선희・백희수 (2016). 사회와 과학 및 외국 교과서 분석을 통한 중학교 수학과 함수의 그래프 교육의 방향 탐색. 학습자중심교과교육연구, 16(6), 445-468.

Kim, S. H. & Paik, H. S. (2016). An exploration of the direction of a graph in middle school mathematics education, *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction,* 16(6), 445-468.

김선희・이준열・서승현・서동엽・박문환・강은주・강성권・이태석 (2015). 용어·기호 이해도 제고 수학 교과서 개선 방안 연구, 한국과학창의재단 BD16010002.

Kim, S. H. et al. (2015). *A study to reform the mathematics textbooks that enhance the understanding of terms and*

symbols, KOFAC BD16010002.
김원경 외(2018). 중학교 수학1, 비상교육.
Kim, W. K. et. al. (2018). *Middle School Mathematics 1,* Seoul: Vi sang Textbook Publishers.
김채연・신재홍 (2018). 학생들의 비정형 그래프 구성 및 해석에 관한 사례연구, 학교수학, 20(1), 107-130.
Kim, C. & Shin, J. (2018). A Case Study of Students' Constructions and Interpretations of Informal Graphs, *School Mathematics,* 20(1), 107-130.
류희찬 외 (2018). 중학교 수학1, 천재교육.
Lew, H. C. et. al. (2018). *Middle School Mathematics 1,* Seoul: Chun Jae Textbook Publishers.
마민영・신재홍 (2016). 대수 문장제의 해결에서 드러나는 중등 영재 학생간의 공변추론 수준 비교 및 분석, 학교수학, 18(1), 43-59.
Ma, M. & Shin, J. (2016). Gifted Middle School Students' Covariational Reasoning Emerging through the Process of Algebra Word Problem Solving, *School Mathematics,* 18(1), 43-59.
박교식 (2013). 우리나라 초등학교 1~2학년 수학 교과서/익힘책에서의 용어 사용 실태 분석, 학교수학, 15(4), 833-846.
Park, K. S. (2013). An Analysis on Real State of Using Terms in Grade 1~2 Math Textbook/Workbook in Korea: Centered on 'Product', 'Place Value', 'Multiplication Stairs', 'Numeral', *School Mathematics,* 15(4), 833-846.
박교식・임재훈 (2005). 초등학교 수학 교과서에서 사용되는 무정의 용어 연구, 수학교육학연구, 15(2), 197-213.
Park, K. S. & Yim, J. H. (2005). A Critical Examination of Undefined Mathematical Terms Used in Elementary School Mathematics Textbooks of Korea, *The journal of educational research in mathematics,* 15(2), 197-213.
박선화・변희현・주미경 (2011). 중학교 학생의 수학과 학습 특성 연구, 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2011-5.
Park, S., Byun, H., & Ju, M. (2011). *Study on the Mathematics and Learning Characteristics of Middle School Students,* KOFAC RRI 2011-5.
박종훈 (2007). 설명 화법의 언어 형식화 교수・학습 방안, 화법연구, 10, 143-166.
Park, J. H. (2007). A Study on Teaching-Learning for Linguistic Realization in Informative Speech, *Journal of Speech Communication,* 10, 143-166.
방정숙・권미선・김정원 (2017). 초등학교 5~6학년군 수학 교과서와 익힘책의 어휘 적정성 분석, 수학교육학연구, 27(3), 329-350.
Pang, J. S., Kwon, M., & Kim, J. W. (2017). Analysis of the Adequacy of Vocabulary in Elementary Mathematics Textbooks and Workbooks for Grades 5 and 6, *The journal of educational research in mathematics,* 27(3), 329-350.
안가영・권오남 (2002). 함수 그래프 과제에서의 오류분석 및 처치, 수학교육논문집, 13(1). 337-360.
An, K. Y. & Kwon, O. N. (2002). Error analysis and treatment in function graph task, *J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Communications of Mathematical Education,* 13(1). 337-360.
양성현 (2017). 고등학교 수학 교과서에서 사용되는 어휘와 수학 기호 표현의 다양성에 대한 소고, 한국학교수학회논문집, 20(3), 211-237.
Yang, S. H. (2017). A View on the Diversity of the Word and Mathematical Notation Expression Used in High School Mathematics Textbooks, *Journal of the Korean School Mathematics Society,* 20(3), 211-237.
이정아・맹승호・김찬종 (2007). 초등 과학 교과서 시각 이미지의 사회-기호학적 분석: '날씨'와 '일기예보'를 중심으로. 한국지구과학회지, 28(3), 277-847.
Lee, J. A., Maeng, S. H., & Kim, C. J. (2007). The Socio-semiotic Analysis of Visual Images in Elementary Science Textbooks: Focused on Weather and Forecast, *The Journal of The Korean Earth Science Society,* 28(3),

277-847.
이종희·김부미 (2003). 교수학적 처방에 따른 중학생들의 일차함수 오개념의 변화와 그 효과 분석, 학교수학, 5(1), 115-133.
Lee, C. H. & Kim, B. M. (2003). Analysis of the Error-Remedial Effect and Change of the Students' Misconception on the Learning of Linear Function, *School Mathematics*, 5(1), 115-133.
이준열 외 (2018). 중학교 수학1, 천재교육.
Lee, J. Y. et al. (2018). *Middle School Mathematics 1,* Seoul: Chun Jae Textbook Publishers.
장혜원·임미인·유미경·박혜민·김주숙·이화영 (2017). 비와 비율에 대한 초등 수학 교과서 비교 분석, 한국초등수학교육학회지, 21(1), 135-160.
Chang, H. et al. (2017). A Comparative Analysis of Ratio and Rate in Elementary Mathematics Textbooks, *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 21(1), 135-160.
전수경 (2017). 수학적 대상의 측면에서 고등학교 수학 교수실행의 구조 분석에 대한 체계기능언어학적 고찰, 영남대학교 대학원 박사학위논문.
Jeon, S. K. (2017). *A Systemic Functional Linguistic Study on Analyzing the Structure of Teaching Practice of High School Mathematics Lessons from the Perspective of Mathematical Objects(PhD Thesis),* Department of Mathematics Education, Graduate School Yeungnam University.
전수경·조정수 (2015). 고등학교 수학교과서의 설명텍스트와 교사 설명담화에 대한 체계기능언어학적 비교 분석. 수학교육학연구, 25(4), 525-547.
Jeon, S. K. & Cho, C. S. (2015). A Study on the Written Texts of a High School Mathematics Textbook and Teacher's Classroom Discourse, *Journal of Educational Research in Mathematics,* 25(4), 525-547.
전영옥 (2006). 구어의 단위 연구, 한말연구, 19, 271-299.
Jeon, Y. O. (2006). A Study on Unit of Spoken Language, *Korean Language Research*, 19, 271-299.
최윤선 (2014). 비판적 담화분석: 담화와 담론이 만나는 장. 서울: 한국문화사.
Choi, Y. S. (2014). *Critical discourse analysis,* Seoul: Hankookmunhwasa.
Alshwaikh, J. (2011). *Geometrical diagrams as representation and communication: A functional analytic framework (PhD Thesis).* Institute of Education, University of London, London.
Alshwaikh, J. (2016). Investigating the geometry curriculum in Palestinian textbooks: towards multimodal analysis of Arabic mathematics discourse. *Research in Mathematics Education,* 18(2), 165–181.
Bezemer, J. & Kress, G. (2008). Writing in multimodal texts: A social semiotic account of designs for learning. *Written Communication,* 25(2), 166-195.
Department for Education. (2013). *National curriculum in England: Mathematics programmes of study – key stage 3.* Retrieved from https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/239058/SECONDARY_national_curriculum_-_Mathematics.pdf
Dimopoulos, K., Koulaidis, V., & Sklaveniti, S. (2003). Towards an Analysis of Visual Images in School Science Textbooks and Press Articles about Science and Technology. *Research in Science Education,* 33, 189–216.
Halliday, M. A. K. (1961). Categories of the theory of grammar. *Word,* 17(3), 242–292.
Halliday, M. A. K. (1975). *Language as social semiotic: towards a general sociolinguistic theory.* Columbia: Hornbeam Press.
Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning.* London: Edward Arn.

Halliday, M. A. K. (1985/2004). *An introduction to functional grammar, 3rd edition*. Revised by Matthiessen, M. I. M., London : Hodder Education.

Halliday, M.A.K. & Martin, J. R.(1993). *Writing Science: Literacy and Discursive Power*. London: the Falmer Press.

Halliday, M. A. K. & Matthiessen, C. M. (1999) *Construing Experience through Meaning: A Language Based Approach to Cognition*. London: Cassell.

Hong Kong Special Administrative Region Government. (2015). *Mathematics curriculum and assessment guide (Secondary 4‐6)*. Hong Kong: HKSARG. Retrieved from http://www.edb.gov.hk/ attachment/ en/curriculum-development/kla/ma/curr/Math_CAGuide_e_2015.pdf

Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* New York, NY: Oxford University Press.

Kress, G. & Van Leeuwen, T. (2006). *Reading images: The grammar of visual images*. London: Routledge.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing : tasks, learning, and teaching, *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.

Lemke, J. L. (2003). Mathematics in the middle: Measure, picture, gesture, sign, and word. In A. Saenz-Ludlow, S. Sellweher, & V. Scifarelli(Eds.), *Educational perspectives on mathematics as semiosis: From thinking to interpreting to knowing* (pp. 215‐234). Ottowa: Legas Publishing.

McKenzie, D. L. & Padilla, M. J. (1986). The construction and validation of the test of graphing in science(TOGS). *Journal of Research in Science Teaching*, 23(17), 571-579.

Morgan, C. (1996). *Writing mathematically: The discourse of investigation*. London: Falmer Press.

Morgan, C. (2016). Studying the role of human agency in school mathematics. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 120‐141.

Morgan, C. & Sfard, A. (2016). Investigating changes in high-stakes mathematics examinations: a discursive approach. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 92‐119.

Morgan, C. & Tang, S. (2016). To what extent are students expected to participate in specialised mathematical discourse? Change over time in school mathematics in England. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 142‐164.

O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical Discourse: Language, Symbolism and Visual Images*. London: Continuum.

O'Halloran, K. L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *Journal of Mathematical Behavior*, 40, 63‐74.

Park, J. (2016). Communicational approach to study textbook discourse on the derivative. *Educational Studies in Mathematics*, 91(3), 395‐421.

Queensland Studies Authority. (2013). *Year 7 mathematics – Australian curriculum in Queensland*. Brisbane: Queensland Studies Authority.

Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139-159.

Sfard, A. (2000). On reform movement and the limits of mathematical discourse. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(3), 157-189.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.

Solomon, Y. & O'Neill, J. (1998). Mathematics and narrative. *Language and Education,* 12(3), 210 - 221.

Van Leeuwen, T. (2005). *Introducing social semiotics*. London: Routledge.

Vygotsky, L. S. (2011). *생각과 말, (배희철, 김용호 역).* 서울: 살림터. (러시아어초판은 1934년, 영어초판은 1986년 출판).

Wagner, D. (2004). *Silence and Voice in the Secondary Mathematics Classroom*. unpublished doctoral dissertation. University of Alberta, Edmonton, Canada.

Wagner, D. (2007). Students' critical awareness of voice and agency in mathematics classroom discourse. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 31-50.

Wittgenstein, L. (1953/2003). *Philosophical investigations: The German text, with a revised English translation(3rd ed., G. E. M. Anscombe, Trans.)*. Malden, MA: Blackwell.

A discursive approach to analysis of definition of graph in first year middle school textbooks

Kim, Won
Korea University Graduate School
E-mail : wonny00901@hanmail.net

Choi, Sang-Ho
Korea University
E-mail : shchoi83@hanmail.net

Kim, Dong-Joong†
Korea University
E-mail : dongjoongkim@korea.ac.kr

In order to analyze textbooks from a discursive approach, the purpose of this study is to structuralize an analytic framework based on previous literature review and apply it to analyzing the meanings and their syntheses developed by words and visual mediators appeared in the definition of graph in first-year middle school textbooks. The discursive approach consists of the communicational approach developed by Sfard(2008) and the systemic functional linguistics developed by Halliday(1985/2004). In this study, ideational meta-functions for ideational meanings and interpersonal meta-functions for interpersonal meanings were employed to analyze the meanings produced by words and visual mediators in textbooks, whereas textual meta-functions for textual meanings were used for analyzing the synthesized relationships between words and visual mediators. Results show that first, density in mathematical discourse was very high and subjects in mathematical activities were ambiguous in the ideational meanings of words, and behavior aspect was more emphasized than thinking aspect in the interpersonal meanings of words which request student participations. In the case of ideational meanings of visual mediators, there was a lack of narrative diagrams, whereas there were qualitative differences in the case of offer. Second, there was a need for promoting a wide range of diverse synthetic relationships between words and visual mediators for developing enriched mathematical meanings through the varying uses like specification, explanation, similarity, and complement. These results are so important that they provide a new analytic framework from a discursive approach to textbook analysis because not only words, but also visual mediators are analyzed as tools for producing meanings in mathematics textbooks and their synthetic relationships are also examined.

* ZDM Classification : U23
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20
* Key words : communicational approach, social semiotics, discursive approach, textbook analysis, definition of graph
† corresponding author