

## 論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 46(10), 814-822(2018)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2018.46.10.814

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 외기권 표적 요격을 위한 제어시간 구속조건을 가지는 일반화된 유도법칙

박봉균\*, 김태훈\*\*

### Generalized Guidance Law with Control Time Constraint for Exoatmospheric Target Interception

Bong-Gyun Park\* and Tae-Hun Kim\*\*

Agency for Defense Development\*,\*\*

#### ABSTRACT

This paper proposes a guidance law for missiles with control time constraint. Because the proposed guidance law is based on a time-to-go polynomial, it has a generalized form. Also, acceleration of the proposed law converges to zero at the end of the control time, which reduces the sensitivity to the time-to-go estimation error and can increase the flight stability when the separation of the missile appears. A prediction method of the time-to-go is proposed for implementing the proposed law, and the possibility of application to the midcourse and terminal guidance phases is dealt with for exoatmospheric interception. The characteristics and performance of the proposed law are analyzed throughout various simulations.

#### 초 록

본 논문은 제어시간이 제한된 유도탄에 적용하기 위한 유도법칙을 제안한다. 제안된 유도법칙은 잔여비행시간에 대한 다항식을 기반으로 설계되어 일반화된 형태를 가지게 된다. 또한 제어 종료시점에서 가속도 명령을 0으로 만들어 잔여비행시간(time-to-go) 추정 오차에 대한 민감도를 줄여주고, 단 분리 등의 이벤트 발생 시 비행 안정성을 증가 시켜줄 수 있다. 제안된 유도법칙을 적용하기 위한 잔여비행시간 추정방법을 제안하고, 고고도 방어 요격탄의 중기 유도 및 종말 유도에 대한 적용 가능성을 제시한다. 다양한 시뮬레이션 수행을 통하여 제안된 유도법칙의 특성 및 성능을 분석한다.

**Key Words** : Polynomial Guidance(다항식 유도), Zero-Effort-Miss(빛나간 거리), Midcourse Guidance(중기 유도), Terminal Guidance(종말 유도), Time-to-go(잔여비행시간)

## I. 서 론

최근 개발되고 있는 유도탄의 경우 표적에 대한 요격 확률을 높이기 위하여 유도 오차에 대한 구속조건 뿐만 아니라 충돌각 및 충돌 시간에 대한 구속조건을 동시에 고려한 유도법칙들이 많이 연구 되고 있다[1-4]. 특히, 탄도탄 방어를 위한 대공 요격탄의 경우 발사 후 대기권을 벗어나게 되면 비행 에너지를 효율적으로 사용하기 위하여 표적을 요격할 때까지 지속적으로 추진기관을 사용하지 않고, 다중 펄스 로켓모터를 가지는 추진기관을 사용하여 로켓모터 연소 구간에서 추력편향제어(thrust vector control)를 통해 표적 근처까지 비행한 후 Kill Vehicle을 분리시켜 표적을 최종적으로 요격하게 된다. 이를 위해서는 중기 유도 시 제어시간에 대한 구속조건을 고려한 유도법칙을 적용해야 한다.

최근 최적제어와 Sliding-Mode 제어 이론을 이용하여 제어시간에 대해 구속조건을 고려한 유도법칙 연구가 이루어지고 있다[5-9]. 참고문헌 [5]에서는 추진기관의 연소 제한시간을 고려한 유도문제를 최적제어 이론을 적용하여 해를 구하고, 추력편향제어에 적용하는 내용을 다루고 있다. 참고문헌 [6]에서는 참고문헌 [5]에서 구성된 문제를 Sliding-Mode 제어 이론을 적용하여 외란에 강건한 해를 구하였다. 그러나 위의 두 논문은 제어 종료시점에서 가속도가 0으로 되지 않아 잔여비행시간 추정 등의 오차가 발생할 경우 유도오차에 크게 영향을 줄 수 있다. 참고문헌 [7]은 다중펄스 로켓모터를 가지는 요격탄에 대해  $N$ 번의 제어 가능한 구간 동안 기동 표적을 요격하는 유도방법을 다루고 있다. 참고문헌 [8]에서는 상대 속도 벡터에 대한 구속조건을 추가적으로 고려하여 최적제어와 Sliding-Mode 제어 이론을 이용해 각각의 해를 구하였다. 일반적으로 외기권에서 운용되는 요격탄은 추력편향제어를 이용하여 자세제어 명령 추종을 통해 예측요격지점으로 비행을 하는데, 참고문헌 [6-8]에서는 제안한 가속도 명령을 추력편향제어를 위한 적용 가능성에 대해서 다루고 있지 않다. 참고문헌 [9]는 종말 비행 경로각에 대한 구속조건을 고려하여 최적제어 이론을 적용해 해를 구하였지만, 요격탄이 종축 및 횡축 모두 제어가 가능하다는 가정을 했기 때문에 추가적인 연구가 필요하다. 제어시간 구속조건을 가지는 요격탄은 일반적으로 고고도 탄도탄 방어 유도탄과 같은 특수한 목적을 가지는 유도탄으로서 일반적인 유도탄에 적용되는 충돌각 및 충돌시간 유도법칙 연구들과 다

르게 출판된 연구 내용들이 많이 없는 것으로 판단된다.

본 논문에서는 요격탄의 초기 유도단계에서 고도 상승이 이루어진 후 외기권에서 제한된 추진구간 동안 제어를 통해 예측된 요격지점(predicted intercept point)으로 비행할 수 있는 일반화된 유도법칙을 제안한다. 제안하는 유도법칙은 기본적으로 다항식 유도법칙[2]을 기반으로 설계되었고, 제어시간 종료시점에 유도명령을 0으로 만들 수 있도록 다항식을 설정하였다. 또한, 제안된 유도법칙을 요격탄에 적용하기 위하여 실용적인 잔여비행시간(time-to-go) 추정 방법을 제안하였다. 제안된 유도법칙은 예측된 요격지점으로 비행하는 중기 유도뿐만 아니라, 종말 유도단계에서 Kill Vehicle의 DACS (divert and attitude control system) 사용 시 잔여제어시간(time-to-burnout) 보다 잔여비행시간이 클 경우라도 일반적인 비례항법 유도를 적용한 경우와 비교하여 표적을 요격할 수 있는 확률을 증가시킬 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 제어시간 구속조건을 고려한 일반화된 유도법칙을 기술하고, 유도법칙을 적용하기 위한 잔여비행시간 추정방법을 제안한다. III장에서는 다양한 시나리오에 대한 시뮬레이션을 통해서 제안된 유도법칙의 성능을 검증한다. 마지막으로 IV장에서는 결론을 정리한다.

## II. 일반화된 유도법칙

본 장에서는 일반화된 유도법칙을 설계하고, 설계된 유도법칙을 적용하기 위해 필요한 실용적인 잔여비행시간 추정방법을 제시한다.

### 2.1 유도법칙

Figure 1은 요격탄과 표적과의 2차원 교전 기하학을 도시하였고, 고고도의 비행환경으로 대기가 없는 외기권으로 가정한다. 또한, 외기권에서 요격탄은 제한된 시간 내에서 연속적으로 발생하는 추력에 의한 제어만 가능하고, 표적은 중력의 영향만 받아 탄도궤적으로 비행한다고 가정한다.

관성 좌표계에 대한 운동 방정식을 다음과 같이 정의한다.

$$\vec{r}_m = \vec{v}_m \tag{1}$$

$$\vec{r}_t = \vec{v}_t \tag{2}$$

$$\vec{v}_m = \vec{a}_m + \vec{g}_m \tag{3}$$

$$\vec{v}_t = \vec{g}_t \quad (4)$$

여기서  $\vec{r}$ 는 위치 벡터,  $\vec{v}$ 는 속도 벡터,  $\vec{g}$ 는 중력 벡터를 나타낸다. 아래 첨자  $m$ ,  $t$ 는 요격탄과 표적을 각각 나타낸다. 중력 벡터  $\vec{g}$ 의 경우 일반적으로 거리에 대한 함수  $\vec{g}(r)$ 이지만, 해석적인 해를 구하기 위하여 시간에 대한 함수  $\vec{g}(t)$ 로 가정한다[10]. 추력에 의해 발생하는 요격탄 가속도 성분 중 종축 방향에 대한 제어가 불가능하기 때문에  $\vec{a}_m$ 는 다음과 같이 다시 표현한다.

$$\vec{a}_m = \vec{a}_{m,c} + \vec{a}_{m,u} \quad (5)$$

여기서  $\vec{a}_{m,c}$ 는 가속도 제어가 가능한 횡 방향 추력성분이고,  $\vec{a}_{m,u}$ 는 가속도 제어가 불가능한 종 방향 추력성분으로 가정한다.

상대 위치 벡터  $\vec{r} = \vec{r}_t - \vec{r}_m$ , 상대 속도 벡터  $\vec{v} = \vec{v}_t - \vec{v}_m$ , 상대 중력 벡터  $\vec{g} = \vec{g}_t - \vec{g}_m$ 를 각각 다시 정의하여 식 (1)~(4)를 표현하면

$$\vec{r} = \vec{v} \quad (6)$$

$$\vec{v} = -\vec{a}_{m,c} - \vec{a}_{m,u} + \vec{g} \quad (7)$$

와 같다.

초기 시간을  $t_0$ , 종말 시간을  $t_f$ , 그리고 제어 종료시점을  $t_b$  ( $t_0 < t_b < t_f$ )로 정의한다. 여기서 제어 가능한 가속도 성분은

$$\vec{a}_{m,c} = \vec{C}_0 + \vec{C}_1 t_{bo} + \vec{C}_2 t_{bo}^2 + \dots \quad (8)$$

와 형태를 갖는다고 가정하고,  $t_{bo}(=t_b-t)$ 는 잔여제어시간을 나타낸다[2]. 본 논문에서 고려하는

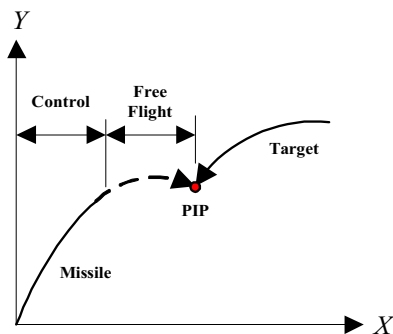


Fig. 1. Engagement geometry

구속조건 중  $t_{bo}$  시점에 가속도를 0으로 만들기 위해 식 (8)에서  $\vec{C}_0 = \vec{0}$ 이어야 하고, 또한 예측된 요격지점으로 유도오차 없이 비행하기 위해서, 즉  $\vec{r}(t_f) = \vec{0}$ , 식 (8)은 다음과 같이 하나의 항만 필요하게 된다.

$$\vec{a}_{m,c} = \vec{C}_m t_{bo}^m \quad \text{where } m > 0 \quad (9)$$

식 (9)에서  $m > 0$ 이면, 제어 종료시점에 가속도 명령을 0으로 만들면서 요격탄의 단 분리 등의 이벤트가 발생할 경우 비행 안정성을 증가시킬 수 있고,  $m > 1$ 이면 가속도 명령의 미분 값을 0으로 만들면서 잔여비행시간 추정 오차에 더 강건한 유도명령을 생성시킬 수 있는 장점이 있다. 즉,  $m$  값을 크게 가져가면 종말에 가속도 변화율을 작게 만들어 잔여비행시간 오차에 좀 더 둔감하게 만들게 된다[11].

식 (9)를 이용하여 식 (6)과 식 (7)을 적분하면

$$\vec{v}(t_f) = \vec{v}(t) - \frac{\vec{C}_m}{(m+1)} t_{bo}^{m+1} - \int_t^{t_b} \vec{a}_{m,u}(\gamma) d\gamma + \int_t^{t_f} \vec{g}(\gamma) d\gamma \quad (10)$$

$$\vec{r}(t_f) = \vec{r}(t) + \vec{v}(t)t_{go} + \frac{[t_{bo} - (m+2)t_{go}]t_{bo}^{m+1}}{(m+1)(m+2)} \vec{C}_m - t_{go} \int_t^{t_b} \vec{a}_{m,u}(\gamma) d\gamma + \int_t^{t_b} \int_\tau^{t_b} \vec{a}_{m,u}(\gamma) d\gamma d\tau + \int_t^{t_f} (t_f - \gamma) \vec{g}(\gamma) d\gamma \quad (11)$$

와 같다. 여기서  $t_{go}(=t_f-t)$ 는 잔여비행시간(time-to-go)을 나타낸다. 식 (11)로부터 Zero-Effort-Miss (ZEM)를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\vec{ZEM} = \vec{r}_f - [\vec{r}(t) + \vec{v}(t)t_{go} - t_{go} \int_t^{t_b} \vec{a}_{m,u}(\gamma) d\gamma + \int_t^{t_b} \int_\tau^{t_b} \vec{a}_{m,u}(\gamma) d\gamma d\tau + \int_t^{t_f} (t_f - \gamma) \vec{g}(\gamma) d\gamma] \quad (12)$$

여기서 식 (12)는 현재 시간  $t$  이후부터 제어를 하지 않고, 종말 시간  $t_f$ 까지 비행했을 때 발생하는 유도오차를 의미한다. 식 (12)에서 정의된 ZEM를 식 (11)에 대입하면

$$\vec{ZEM} = \frac{[t_{bo} - (m+2)t_{go}]t_{bo}^{m+1}}{(m+1)(m+2)} \vec{C}_m \quad (13)$$

와 같이 정리할 수 있다. 그리고 식 (13)으로부터 다음과 같이  $\vec{C}_m$ 를 유도할 수 있다.

$$\vec{C}_m = \frac{(m+1)(m+2)}{[t_{bo} - (m+2)t_{go}]t_{bo}^{m+1}} \vec{ZEM} \quad (14)$$

따라서 식 (14)를 식 (9)에 대입하여 정리하면 제어시간 구속조건을 가지는 일반화된 유도법칙을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\vec{a}_{m,c} = \frac{(m+1)(m+2)}{t_{bo}[t_{bo} - (m+2)t_{go}]} \vec{ZEM} \quad (15)$$

참고문헌 [7]에서는 비행 초기부터 종말까지 제어시간을  $N$ 번 나누어서 최종적으로 표적을 요격하는 개념으로 접근하여, 제어가능 구간이 한번일 경우 식 (15)와 유사한 형태를 가지게 된다. 그러나 본 논문은 참고문헌 [7]에서 유도명령을 유도하기 위한 접근 방법과 다르고, 제어가 불가능한 종축 방향 가속도 성분에 대해서는 고려하지 않고 있다. 또한, 유도법칙 적용을 위해 필요한 잔여비행시간 추정방법에 대해서도 다루고 있지 않다. 만일 제어시간에 대한 구속조건이 없다고 하면, 즉  $t_{bo} = t_{go}$ 이면, 식 (15)는

$$\vec{a}_{m,c} = -\frac{N}{t_{go}^2} \vec{ZEM} \quad \text{where } N = m + 2 \quad (16)$$

와 같이 임의의 비례 이득  $N$ 을 가지는 비례항법 유도명령 형태가 된다[12].

## 2.2 잔여비행시간 추정

ZEM 성분 중 요격탄 횡 방향 성분은 제어를 통해 줄어들고, 종 방향의 성분은 제어 불가능한 방향의 비행만으로 줄어들게 된다. 따라서 횡 방향에 대한 기동이 크지 않다고 가정하면, 종 방향에 대한 비행에 대해서 잔여비행시간을 추정할 수 있다.

먼저 상태변수들을 아래와 같이 종 방향 성분에 대해서 표현하자.

$$\vec{r} \rightarrow r^{bx}, \vec{v} \rightarrow v^{bx}, \vec{g} \rightarrow g^{bx}, \vec{a}_{m,u} \rightarrow a_{m,u}^{bx} \quad (17)$$

여기서 동체 좌표계 축은 요격탄의 노즈방향(= 종 방향)을  $x$ 축으로 가지며 관성 좌표계를 기준으로 자세각만큼 회전된 좌표계로 정의한다. 받음각이 작다는 가정하에서는 비행 경로각만큼 회전한 좌표계가 동체 좌표계로 정의되어진다. 위치  $bx$ 는 요격탄의 동체 좌표계에 대한 종 방

향을 나타내고, 제어 가능 시간이 길지 않다고 하면 중력은 일정하다고 가정할 수 있다. 따라서 표적과의 조우조건인  $\vec{r}_f = \vec{0}$ , 그리고 식 (12)와 식 (17)을 통해 종 방향 ZEM 성분이 0이 되도록 하는  $t_{go}$ 에 대한 2차 방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$g^{bx}t_{go}^2 + 2\left[v^{bx} - \int_t^{t_b} a_{m,u}^{bx}(\gamma)d\gamma\right]t_{go} + 2\left[r^{bx} + \int_t^{t_b} \int_\tau^{t_b} a_{m,u}^{bx}(\gamma)d\gamma d\tau\right] = 0 \quad (18)$$

식 (18)로부터  $t_{go}$ 는 2차 방정식의 해로서 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$t_{go} = \min \left| \frac{-\left[v^{bx} - \int_t^{t_b} a_{m,u}^{bx}(\gamma)d\gamma\right] \pm \sqrt{D}}{g^{bx}} \right| \quad (19)$$

여기서

$$D = \left[v^{bx} - \int_t^{t_b} a_{m,u}^{bx}(\gamma)d\gamma\right]^2 - 2g^{bx} \left[r^{bx} + \int_t^{t_b} \int_\tau^{t_b} a_{m,u}^{bx} d\gamma d\tau\right] \quad \text{where } D \geq 0 \quad (20)$$

이다. 여기서  $D < 0$ 이면 표적과의 교전조건에서 제한된 가속도를 통하여 요격이 불가능한 것, 즉 표적까지 물리적으로 도달할 수 없다는 것을 의미한다. 또한 유도탄의 제어 에너지 최소화 관점에서 식 (19)의 해 중 크기가 작은 것을 선택하는 것이 적절하다. 식 (19)를 적용하게 되면 종축 방향에 대한 ZEM을 0으로 하는  $t_{go}$ 이기 때문에 식 (15)에서 발생하는 가속도 명령은 횡 방향 성분만 발생하게 된다.

## 2.3 적용 예제

제안된 유도법칙은 고고도 방어 요격탄에 대해 크게 2가지 경우에서 적용 가능하다. 첫 번째는 비행 중 표적정보를 실시간 활용할 수 있는 종말 유도단계와 두 번째 경우 예측요격지점으로 비행하는 중기 유도단계이다.

### 1) 종말 유도

요격탄의 종말 유도에 사용되는 일반적인 Kill Vehicle의 경우 종 방향에 대해서 가속도 발생이 없고, DACS에 의해 횡 방향 가속도가 자세 및 위치 제어를 위해 발생한다. 종말 유도에 사용되는 DACS는 사용 가능시간이 제한되는데, 잔여비행시간  $t_{go}$ 가 잔여제어시간  $t_{bo}$ 보다 클 경우, 즉

$t_{go} > t_{bo}$  일 때, 일반적인 비례항법 유도법칙을 사용하게 되면 표적 요격을 실패하게 된다. 그러나 제안된 유도법칙을 활용하게 되면 잔여비행시간 및 잔여제어시간을 예측하여 충분한 잔여제어시간을 확보하면 비례항법 유도인 식 (16)을 적용하고, 충분한 잔여제어시간을 확보하지 못하면 식 (15)를 활용하면 된다.

종말 유도가 이루어지는 단계에서는 표적과 요격탄의 고도차이가 상대적으로 크지 않기 때문에 중력 가속도는 동일하다고 가정할 수 있다. 즉,

$$\vec{g}_m(t) \approx \vec{g}_t(t) \rightarrow \vec{g}(t) \approx \vec{0} \quad (21)$$

그리고 탐색기를 통해 획득한 표적 정보를 이용하여 유도필터를 통해 표적에 대한 상태정보를 추정할 수 있고, 종 방향에 발생하는 가속도가 없으면 식 (12)는

$$\vec{ZEM} = -[\vec{r}(t) + \vec{v}(t)t_{go}] \quad (22)$$

와 같이 간단히 표현된다. 따라서 Kill Vehicle의 종말 유도에 다음과 같은 유도법칙 적용이 가능하다.

$$\vec{a}_{m,c} = -\frac{(m+1)(m+2)}{[t_{bo} - (m+2)t_{go}]t_{bo}} [\vec{r}(t) + \vec{v}(t)t_{go}] \quad (23)$$

식 (23)은 관성 좌표계에서 표현된 유도명령이기 때문에

$$\vec{a}_{m,c}^b = C_i^b \vec{a}_{m,c}^c \text{ where } \vec{a}_{m,c}^b = [a_{m,c}^{bx} \ a_{m,c}^{by}]^T \quad (24)$$

와 같이 변환 후 식 (24)에서 두 번째 항( $a_{m,c}^{by}$ )이 실제 DACS에 전달되는 유도명령이 된다. 여기서  $C_i^b$ 는 관성 좌표계에서 동체 좌표계로의 좌표 변환행렬이다. 그리고  $\vec{a}_{m,u} = \vec{0}$ 와 식 (21)로부터  $t_{go}$ 는 식 (18)에 의해 다음과 같이 간단히 계산된다.

$$t_{go} = -\frac{r^{bx}}{v^{bx}} \quad (25)$$

## 2) 중기 유도

두 번째 경우, 요격탄이 중기 유도단계에서 예측된 요격지점으로 비행을 하게 되면 표적에 대한 중력 가속도를 무시할 수 있다. 즉,  $\vec{g}_t = 0$ . 또한,  $\vec{a}_{m,u}$ 를 추진구간 동안의 평균 가속도로서 일정하다고 가정하면 식 (12)는

$$\vec{ZEM} = -[\vec{r}(t) + \vec{v}(t)t_{go} - \vec{a}_{m,u}t_{bo}t_{go} + 0.5\vec{a}_{m,u}t_{bo}^2 - 0.5\vec{g}_m t_{go}^2] \quad (26)$$

와 같이 표현 가능하고, 식 (26)을 식 (15)에 대입하여 식 (24)와 동일한 좌표 변환을 통해서 요격탄에 전달되는 중기 유도명령을 생성할 수 있다. 이때, 잔여비행시간은

$$t_{go} = \min \left| \frac{(v^{bx} - a_{m,u}^{bx}t_{bo}) \pm \sqrt{D}}{g_m^{bx}} \right| \quad (27)$$

와 같이 계산되고, 여기서

$$D = (v^{bx} - a_{m,u}^{bx}t_{bo})^2 + 2g_m^{bx}(r^{bx} + 0.5a_{m,u}^{bx}t_{bo}^2) \quad (28)$$

이다. 만일 비행 중  $D < 0$ 일 경우는, 주어진 중력 및 추력조건으로는 물리적으로 표적에 도달할 수 없다는 조건이며, 표적방향으로 비행을 수행하고 있다면  $t_{go} = |r^{bx}/v^{bx}|$ 으로 대체 계산한다.

이때 식 (26)에서  $\vec{r}$ 와  $\vec{v}$ 는

$$\vec{r} = r_{PIP} - r_m \quad (29)$$

$$\vec{v} = -\vec{v}_m \quad (30)$$

와 같이 표현되고,  $\vec{r}_{PIP}$ 는 예측요격지점을 나타낸다.

## III. 수치 시뮬레이션

본 장에서는 제안한 유도법칙의 성능 검증을 위해 다양한 조건에서 시뮬레이션을 수행한다. 첫 번째는 제안한 유도법칙의 기본적인 특성을 파악하기 위해 참고문헌 [5]에서 제시한 유도법칙 및 비례항법 유도와 성능비교를 수행한다. 두 번째는 종말 유도단계에서 표적 정보를 실시간 이용하여 표적을 요격하는 것이다. 마지막으로 예측된 요격지점으로 중기 유도를 수행하는 것이다. 본 논문에서 수행된 시뮬레이션의 비행환경은 대기가 없는 외기권으로 가정하고, 요격탄과 표적에 대한 상태정보는 정확히 안다고 가정한다.

### 3.1 예제1: 기본 특성

제안한 유도법칙의 기본적인 특성을 파악하기 위하여, 참고문헌 [5]와 비례항법 유도인 식 (16)을 이용하여 1차원 선형 시뮬레이션을 수행하였

다. 참고문헌 [5]에서 제안한 유도법칙은 다음과 같다.

$$\vec{a}_{opt} = -3 \frac{t_{go}}{t_{bo}(3t_{go}^2 - 3t_{go}t_{bo} + t_{bo}^2)} \vec{ZEM} \quad (31)$$

여기서 아래 첨자  $opt$ 는 참고문헌 [5]에서 제시한 유도법칙을 나타낸다. 시뮬레이션 초기조건으로서 초기 상대 거리는  $r_0 = 2 \text{ km}$ , 초기 상대 속도는  $v_0 = 400 \text{ m/s}$ , 제어 종료시점은  $t_b = 15 \text{ sec}$ , 종말 시간은  $t_f = 30 \text{ sec}$ 이다. 제안한 유도법칙의 이득은 참고문헌 [5]와 동일한 유도이득 3을 만들도록  $m = 1$ 로 설정하였고, 비례항법 유도의 경우  $t_f$ 까지 제어 가능하다고 가정하였다.

Figures 2~4는 선행 시뮬레이션을 수행한 결과로서, 상대거리, 가속도, ZEM를 각각 도시하고 있다. Fig. 2에서 종말시간에 모두  $r = 0$ 이 되는 것을 확인할 수 있다. Fig. 3에서 제어 종료시점  $t_b = 15 \text{ sec}$ 에서 제안된 유도법칙은 0으로 수렴하지만, 참고문헌 [5]의 유도법칙은 일정한 가속도 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 또한 비례항법 유도의 경우는  $t_f = 30 \text{ sec}$ 일 때 유도명령이 0이 되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 제어 가능한 시간이 지난 직후 단 분리 등의 이벤트가 발생할 경우, 제안한 유도법칙이 탄의 기동을 0으로 만들어 줌으로써 비행 안정성을 더 확보할 수 있는 것을 확인할 수 있다. Fig. 3에서 ZEM는 비례항법 유도는 종말 시점에, 다른 유도법칙의 경우는 burnout 시점에서 0으로 수렴하여 나머지 잔여비행시간 동안 탄도 궤적을 형성하면서 표적을 요격할 수 있는 것을 알 수 있다. 또한 제안한 유도법칙이 초반에 더 큰 가속도를 사용하면서 ZEM을 빨리 0으로 수렴시키는 것을 알 수 있다.

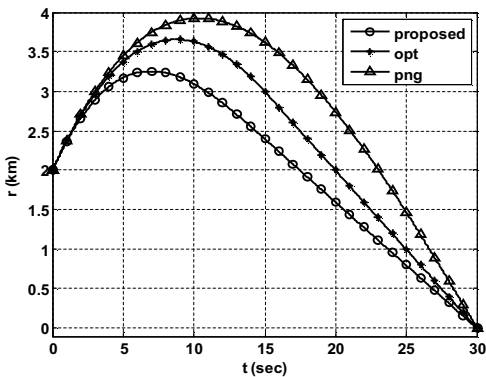


Fig. 2. Relative range for example 1

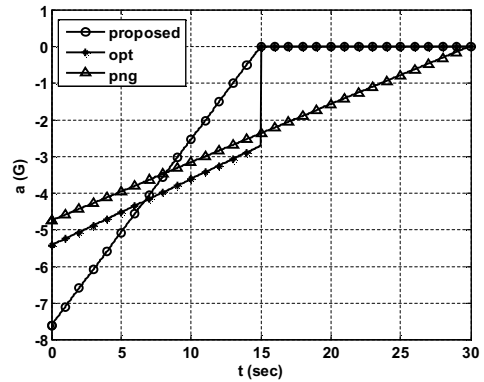


Fig. 3. Acceleration for example 1

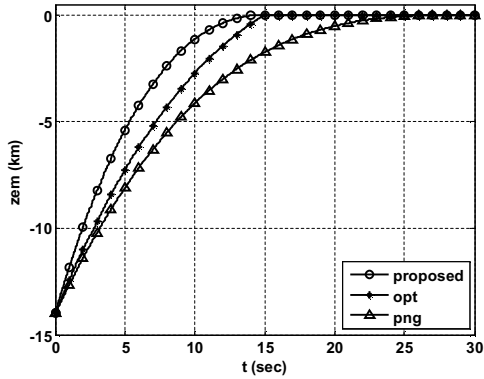


Fig. 4. ZEM for example 1

### 3.2 예제2: 종말 유도

두 번째 시뮬레이션은 제안한 유도법칙을 요격탄의 종말 유도단계에 적용한 것이다. 시뮬레이션 조건으로서 요격탄 초기 위치는  $x_{m_0} = 0, y_{m_0} = 0$ , 초기 비행 경로각은  $\gamma_{m_0} = 60^\circ$ , 초기 속력은  $v_{m_0} = 1 \text{ km/s}$ 이다. 표적 초기 위치는  $x_{t_0} = 15 \text{ km}, y_{t_0} = 15 \text{ km}$ , 초기 비행 경로각은  $\gamma_{t_0} = 200^\circ$ , 초기 속력은  $v_{t_0} = 1 \text{ km/s}$ 이다. 제어 종료시점은  $t_b = 6, 8, 10 \text{ sec}$ 로 설정하였다. 종말 유도단계에서 적용된 유도법칙은 식 (23)~(25)이다.

시뮬레이션 결과는 Table 1 및 Figs. 5~7에 각각 정리되어있다. 먼저 Table 1에서와 같이 제안된 유도법칙의 유용성을 확인하기 위하여 제어 종료시점  $t_b$ 까지 비례항법 유도를 적용한 경우와 결과를 비교해 보았다. 제안된 유도법칙의 경우  $t_b$ 에 상관없이 표적을 정확히 요격하는 것을 확인할 수 있고, 비례항법 유도를 적용한 경우에는  $t_b$ 시점에 정확히 ZEM를 0으로 만들 수 없기 때

Table 1. Miss-distance compared with only PNG

	Proposed Law	PNG
$t_b=10 \text{ sec}$	< 0.001 m	6.1 m
$t_b=8 \text{ sec}$	< 0.001 m	61.4 m
$t_b=6 \text{ sec}$	< 0.001 m	221.9 m

문에 제어 가능한 시간이 짧을수록 더 큰 유도오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5에서는  $t_b = 8 \text{ sec}$ 인 경우 요격탄과 표적과의 비행 궤적을 도시하였다. Fig. 6에서는 가속도 프로파일을 나타내고,  $t_b$ 가 작을수록 초반에 더 큰 유도 명령을 생성시켜, Fig. 7에서와 같이 더 빨리 ZEM을 감소시킴으로써 제한된 제어시간 내에 ZEM을 0으로 수렴시키는 것을 확인할 수 있다.

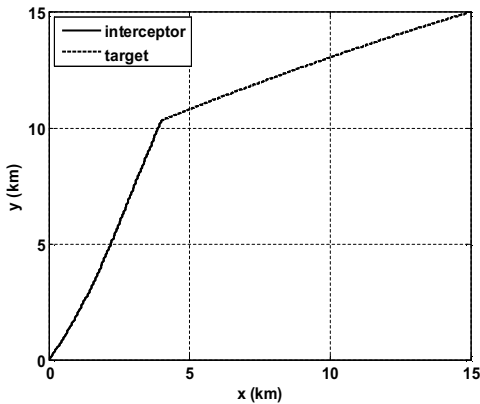


Fig. 5. Trajectory of  $t_b = 8 \text{ sec}$  for example 2

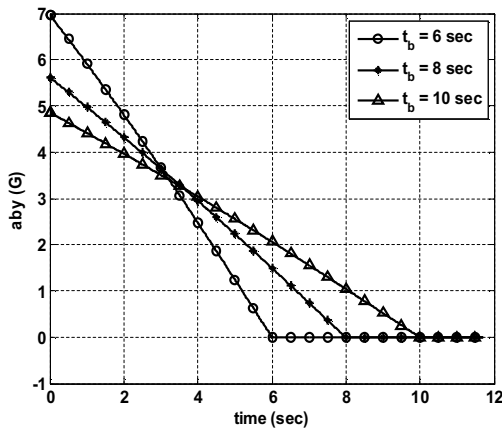


Fig. 6. Acceleration for example 2

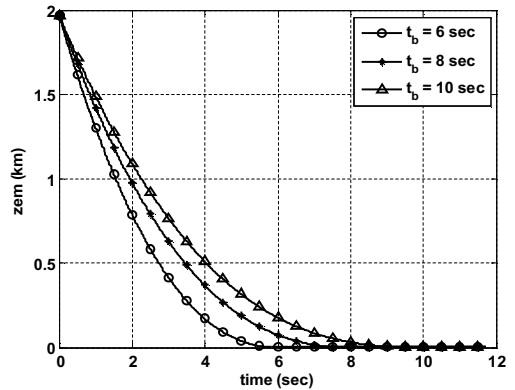


Fig. 7. ZEM for example 2

3.3 예제3: 중기 유도

세 번째 시뮬레이션은 요격탄의 중기 유도에 적용한 것이다. 시뮬레이션 초기 조건으로 요격탄 초기 위치는  $x_{m_0} = 0, y_{m_0} = 0$ , 초기 비행 경로 각은  $\gamma_{m_0} = 70^\circ$ , 초기 속력은  $v_{m_0} = 600 \text{ m/s}$ 이다. 평균 추력 크기는  $a_{m,u} = 10 \text{ G}$ 이고, 제어 종료시점은  $t_b = 10 \text{ sec}$ , 예측된 요격지점은  $x_{pip} = 20 \text{ km}, y_{pip} = 20, 30, 40 \text{ km}$ 로 설정하였다. 중기 유도에 적용된 유도법칙은 식 (15), 식 (24)와 식 (26)~(28)을 활용하였다.

요격탄의 중기 유도는 공기가 없는 외기권에서 추력편향제어에 의해 이루어진다. Fig. 8은 추력편향제어에 대한 기하학을 나타낸다. 여기서  $\theta$ 는 요격탄 자세각으로서 추력벡터 방향과 일치한다고 가정하고,  $\theta_c$ 는 추력편향제어를 위한 자세각 명령,  $\gamma_m$ 는 요격탄의 비행 경로각을 나타낸다. 추력편향제어 모델은 1차 시간 지연시스템으로 가정하여 다음과 같이 모델링하였다.

$$\dot{\theta} = \frac{1}{\tau}(\theta_c - \theta) \tag{32}$$

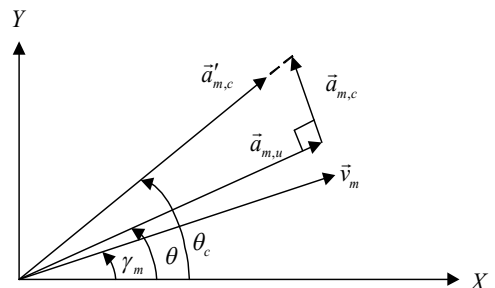


Fig. 8. Thrust vector control geometry

여기서  $\tau$ 는 자세 응답 시상수로서 0.5 sec로 설정하였고,  $\theta_c$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\theta_c = \theta + \tan^{-1} \left( \frac{a_{m,c}^{by}}{a_{m,u}} \right) \quad (33)$$

여기서  $a_{m,u} = |\vec{a}_{m,u}|$ 이다. 이때 Fig. 8에서와 같이  $\vec{a}_{m,c}$ 를 정확히 제어하기 위해서는

$$\vec{a}'_{m,c} = \vec{a}_{m,u} + \vec{a}_{m,c} \quad (34)$$

와 같은 식이 성립해야하지만,  $\vec{a}_{m,c}$ 가 작다고 가정하면 식 (34)를 근사식으로 사용하여 식 (33)을 적용할 수 있다. 즉, 추력편향제어로서 정확한 측방향 가속도 제어가 어렵지만, 근사적으로 자세 제어를 통해 제어 종료시점에 ZEM를 0으로 만드는 것이다.

Figures 9~14는 시뮬레이션 결과로서 비행 궤적, 속도, 자세각, 가속도, ZEM, 잔여비행시간 추정 오차를 각각 나타낸다. Fig. 9에서 요격탄은 예측된 요격지점으로 정확히 비행하는 것을 확인

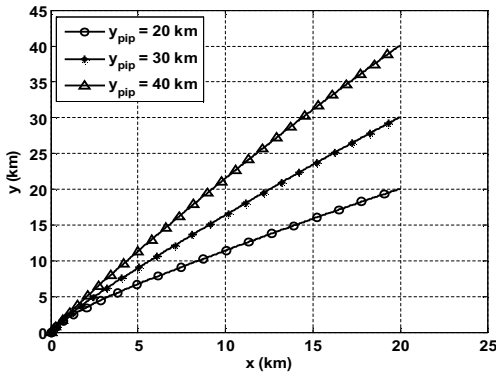


Fig. 9. Trajectory for example 3

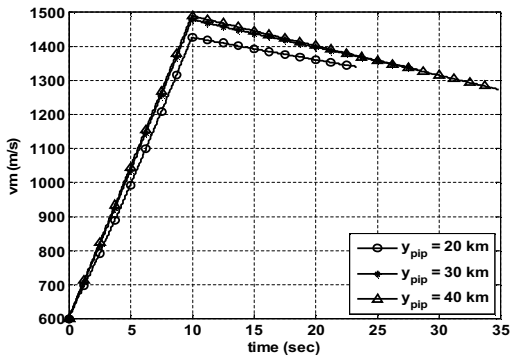


Fig. 10. Speed for example 3

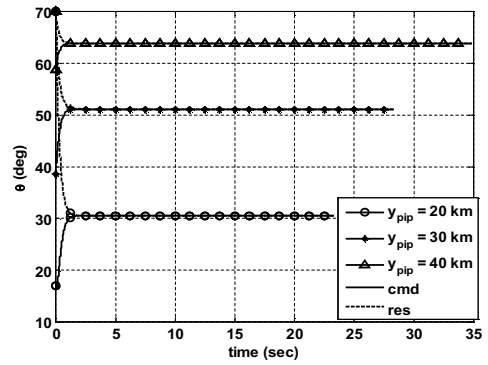


Fig. 11. Attitude for example 3

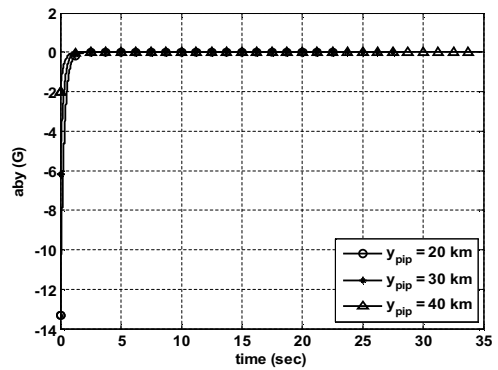


Fig. 12. Acceleration for example 3

할 수 있다. Fig. 10에서 비행 속력은 제어 종료 시점  $t_b = 10 \text{ sec}$ 까지 평균 약 1.45 km/s까지 증가하다가 이후 중력에 의해서 점점 줄어드는 것을 알 수 있다. Fig. 11에서 요격탄의 자세각은 Fig. 12에서 생성된 가속도 명령과 식 (33)을 이용하여 계산된 자세각 명령으로 제어되는 것을 알 수 있다. 이를 통해  $t_b = 10 \text{ sec}$  이전에 Fig. 13에서와 같이 ZEM를 0으로 수렴시켜 잔여비행시간 동안

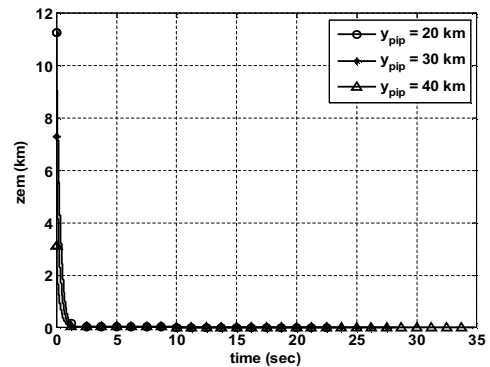


Fig. 13. ZEM for example 3



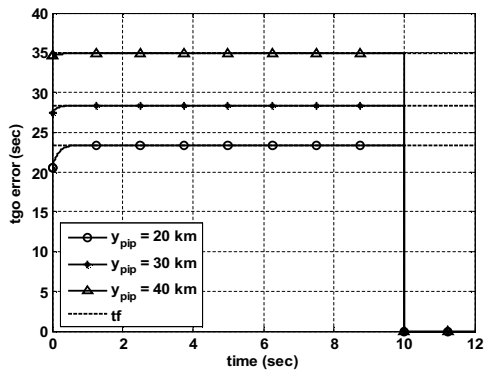


Fig. 14. Time-to-go error for example 3

탄도궤적을 통해서 예측된 요격지점으로 비행하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 14에서 점선은 실제 종말 시간  $t_f$ 이고, 실선은 추정 종말 시간  $\hat{t}_f$  ( $= t_{go} + t$ )을 나타냄으로써  $t_{go}$ 에 대한 추정오차를 보여주는데 짧은 시간에 정확히  $t_{go}$  추정이 이루어지는 것을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 제어시간 구속조건을 고려한 다항식 기반의 일반화된 유도법칙을 설계하였고, 실용적인 잔여비행시간 추정방법을 제안하였다. 설계된 유도법칙은 제어 종료시점에 가속도 명령을 0으로 만들어 요격탄의 단 분리와 같은 이벤트 발생 시 비행 안정성 확보를 할 수 있는 장점을 지닌다. 제안된 유도법칙은 요격탄의 중기 유도 및 종말 유도에 적용이 가능하고, 다양한 시뮬레이션을 통해서 그 성능을 확인해 보았다.

제안된 유도법칙은 연소시간 추정 및 가속도 제한에 대한 민감도 분석, 6 자유도 운동 모델을 고려한 시뮬레이션 검증 등이 추가적으로 필요할 것으로 판단되고, 향후에 이에 대한 연구를 추가적으로 수행해 나갈 것이다.

#### References

- 1) Ryoo, C. K., and Cho, H., and Tahk, M. J., "Optimal Guidance Laws with Terminal Impact Angle Constraint," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, 2005, pp. 724-732.
- 2) Tahk, M. J., Min, B. M., and Shim, D. H.,

"Study on the  $t_{go}$ -Polynomial Guidance Law," KSAS 07-1405, 2007, pp. 459-462.

3) Jeon, I. S., Lee, J. I., and Tahk, M. J., "Impact-Time-Control Guidance Law for Anti-Ship Missiles," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 12, "2006", pp. 260-266.

4) Lee, J. I., Jeon, I. S., and Tahk, M. J., "Guidance Law to Control Impact Time and Angle," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 43, No. 1, 2007, pp. 301-310.

5) Massoumnia, M., "Optimal Midcourse Guidance Law for Fixed-Interval Propulsive Maneuvers," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 3, 1995, pp. 465-470.

6) Bahrami, M., and Ebrahimi, B., "Optimal Sliding-Mode Guidance Law for Fixed-Interval Propulsive Maneuvers," *IJE Transactions A: Basics*, Vol. 21, No. 2, 2008, pp. 105-112.

7) Jalai-Naini, S. H., and Ebrahimi, B., "Modified Guidance with N-Fixed-Interval Propulsive Maneuvers," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, AIAA 2002-4951, 2002.

8) Ebrahimi, B., Bahrami, M., and Roshanian, "Optimal Sliding-Mode Guidance with Terminal Velocity Constraint for Fixed-Interval Propulsive Maneuvers," *Acta Astronautica*, Vol. 62, No. 10-11, 2008, pp. 556-562.

9) Morgan, R. W., "Midcourse Guidance with Terminal Handover Constraint," *American Control Conference*, July 2016, pp. 6006-6011.

10) Guo, Ya., Hawkins, M., and Wie, B., "Application of Generalized Zero-Effort-Miss /Zero-Effort-Velocity Feedback Guidance Algorithm," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 3, 2013, pp. 810-820.

11) Lee, C. H., Kim, T. H., Tahk, M. J., and Whang, I. H., "Polynomial Guidance Laws Considering Terminal Impact Angle and Acceleration Constraints," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 49, No. 1, 2013, pp. 74-92.

12) Zarchan, P., *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 5th Edition, Vol. 219, AIAA, Reston, VA, 1997.