

나노 잔류응력 측정을 위한 비등방 압입자의 깊이별 응력환산계수 분석

김원준 · 김영진 · 김영천[†]

안동대학교 신소재공학부 청정에너지소재기술연구센터

Stress Conversion Factor on Penetration Depth of Knoop Indentation for Assessment of Nano Residual Stress

Won Jun Kim, Yeong Jin Kim, and Young-Cheon Kim[†]

School of Materials Science & Engineering, Research Center for Energy and Clean Technology, Andong National University, 1375, Gyeongdong-ro, Andong-si, Gyeongsangbuk-do 36729, Korea

(Received December 6, 2019; Corrected December 24, 2019; Accepted December 26, 2019)

초 록: 연속압입시험법은 기존의 잔류응력 측정기법에 대한 대체기법으로 많은 분야에서 연구되고 있다. Knoop 압입자는 이러한 압입시험에서 잔류응력의 방향성을 결정하기 위해 이용되어 왔다. 기존 연구에 의하면 Knoop 압입자의 두 가지 응력환산계수의 비는 실험적으로 0.34로 고정되어 있는 것으로 알려져 있으나 이에 대하여 정량적인 분석이 부족하고, 깊이에 따른 실험결과는 미비하여 산업현장에 적용하기에 장벽이 존재한다. 본 연구에서는 연속압입시험법을 이용한 잔류응력의 방향성 측정을 위하여 응력환산계수의 비를 유한요소해석을 이용하여 측정하였다. 본 연구에서는 유한요소 해석을 이용하여 압입깊이에 따른 응력환산계수의 비를 분석하고자 하였다. 이론적인 Knoop 압입자와 시편을 모델링하여 일축 잔류응력 상태에서 각각의 응력환산계수를 산출하였다. 압입자 장축 및 단축 방향의 응력환산계수를 주어진 깊이에 따라 예측할 수 있는 모델을 제시하였고, 그 원인을 분석하였다.

Abstract: Nanoindentation has been widely used for evaluating mechanical properties of nano-devices, from MEMS to packaging modules. Residual stress is also estimated from indentation tests, especially the Knoop indenter which is used for the determination of residual stress directionality. According to previous researches, the ratio of the two stress conversion factors of Knoop indentation is a constant at approximately 0.34. However, the ratio is supported by insufficient quantitative analyses, and only a few experimental results with indentation depth variation. Hence, a barrier for in-field application exists. In this research, the ratio of two conversion factors with variation in indentation depth using finite elements method has been attempted at. The magnitudes of each conversion factors were computed at uniaxial stress state from the modelled theoretical Knoop indenter and specimen. A model to estimate two stress conversion factor of the long and short axis of Knoop indenter at various indentation depths is proposed and analyzed.

Keywords: Residual stress, Instrumented indentation, Anisotropy, Knoop indenter

1. 서 론

잔류응력은 소재의 스케일에 관계없이 소재나 부품의 신뢰성에 영향을 미치는 주요한 인자로 인식되고 있다.^{1,4)} 최근 실제 반도체 소자에서 패키징 구조에 이르기까지 미세소자에 대해서도 기계적 극한환경이라고 할 수 있는 폴더블, 스트레처블 등의 제품의 개발과 연구가 널리 이루어지고 있으며,^{5,7)} 제품 제조 공정에서 발생할 수 있는 열응력과 이종 재료 간의 열팽창계수의 차이로 인해 발생하는 잔류응력은 제품의 신뢰성을 떨어뜨릴 수 있으므

로, 잔류응력의 측정 및 제어에 대한 연구는 지속적으로 이루어질 것으로 판단된다.

전통적인 잔류응력 측정기법에는 Hole-drilling, Saw-cutting 등이 있지만 미세소자의 경우에는 시편의 크기가 작다는 제약이 존재하여 적용하기가 불가능하다. 따라서 통상 곡률법, X선 회절법 등의 기법을 활용한다.⁸⁻¹⁰⁾ 곡률법은 상대적으로 간편한 방법이지만 박막 전체의 평균적인 응력을 계산하여 국소 부위의 응력을 알기가 어렵고, X선 회절법은 원하는 부분의 응력을 정확히 계산하여 매핑이 가능하지만 알려지지 않은 소재나 격자상수가 존재

[†]Corresponding author
E-mail: kimyc@anu.ac.kr

© 2019, The Korean Microelectronics and Packaging Society

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

하지 않는 고분자 소재 등에는 적용하기가 어렵다. 따라서 최근 연속압입시험법을 이용하여 잔류응력을 측정하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 연속압입시험법은 시험법이 비교적 간편하고, 압입시 하중차를 이용하는 방식으로 인하여 다양한 소재에 적용이 가능하다. 또한 압입깊이를 조절하여 국부적 영역의 평가가 가능하다는 장점이 있다. 잔류응력의 존재 여부에 따라 실험결과로 얻는 압입 하중-변위 곡선이 이동하게 되고, 이때 이동 방향은 인장, 압축 응력에 따라 바뀌며 이동량은 응력의 크기에 비례하게 되는 것이 기본적인 원리로 알려져 있다.¹¹⁾ 잔류응력의 유무에 따른 두 압입 하중-변위 곡선에서 동일한 압입깊이의 하중차를 다음과 같이 정량화할 수 있다.

$$\sigma_R^x = \frac{3}{1+p} \frac{1}{\Psi} \frac{\Delta L}{A} \tag{1}$$

σ_R^x 은 x축 방향의 일축 잔류응력, p는 x축과 y축 잔류응력의 비, Ψ 는 소성구속계수(plastic constraint factor), ΔL 은 하중차, A는 접촉면적을 뜻한다. 그러나 Vickers 및 Berkovich 압입자를 이용하여 실험결과를 분석할 경우에는 압입자의 대칭성에 의하여 상기 수식에서 x축과 y축 잔류응력의 비인 p를 산출하기가 쉽지 않다. 특수한 경우에 대하여 알려진 응력비를 활용하는 경우가 있지만, 이는 제한적이고 미세소자에 적용하기는 어려울 것으로 판단된다. 따라서 잔류응력의 방향을 확인하기 위하여 Knoop 압입자와 같이 x, y축 방향으로 기하학적 비등방인 압입자를 이용하게 된다.¹²⁾

Knoop 압입자의 경우, 장축과 단축 방향의 길이 비가 약 7.11 : 1로서 각 방향에서 잔류응력에 노출되는 투영면적이 상대적으로 크게 차이가 발생하여, 장축 방향으로 받는 잔류응력 영향이 단축 방향보다 크기 때문에 압입 방향에 따른 하중차가 달라진다. 방향별 응력비 p는 변화된 하중차로부터 이론적으로 얻을 수 있다. 이 때 장축과 단축방향으로 다른 잔류응력의 영향을 정량적으로 나타낼 수 있는 인자인 응력환산계수(Stress conversion factor)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹³⁾

$$\alpha = \frac{\Delta L}{\sigma_R} \tag{2}$$

여기서 α 는 응력환산계수, ΔL 은 잔류응력 유무에 따른 특정 압입깊이에서의 하중차를 의미한다. 응력환산계수는 방향에 따라 α_{\perp} (장축과 잔류응력이 수직), α_{\parallel} (장축과 잔류응력이 평행) 등 두 가지가 존재한다. 이 계수를 이용하여 X, Y축 잔류응력의 비, p는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p = \frac{\sigma_R^y}{\sigma_R^x} = \frac{\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} \frac{\alpha_{\parallel}}{\alpha_{\perp}}}{1 - \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} \frac{\alpha_{\parallel}}{\alpha_{\perp}}} \tag{3}$$

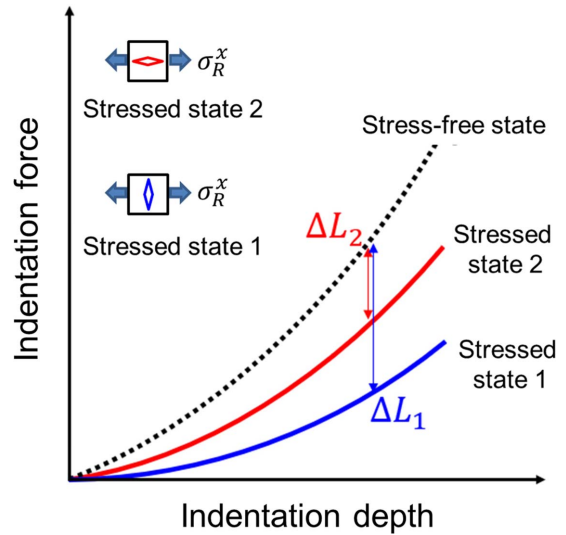


Fig. 1. Schematic diagram of Knoop indentation on stressed specimen.

$\Delta L_1, \Delta L_2$ 은 Fig. 1에서 볼 수 있듯이 각각 평면 잔류응력과 Knoop 압입자 사이의 방향에 따른 하중차를 의미한다. 기존 연구¹³⁾에 따르면 두 응력환산계수의 비, $\alpha_{\parallel}/\alpha_{\perp}$ 는 상수이고 실험적으로 약 0.34의 값을 가진다고 알려져 있다. 그러나 이에 대하여 정량적인 분석이 부족하고, 깊이에 따른 실험결과는 미비하여 산업현장에 적용하기에 장벽이 존재한다. 실제 시편 및 실험조건에 따라 압입깊이가 달라질 수 있기 때문에 압입깊이에 따른 응력환산계수의 신뢰도는 측정된 잔류응력의 신뢰도로 직결되어 시급한 개선이 필요한 것으로 판단되고 있다.

본 연구에서는 유한요소해석을 이용하여 압입깊이 별 응력환산계수의 비를 분석하고자 하였다. 임의의 일축 잔류응력 상태를 가정하여 응력 방향과 Knoop 압입자의 장축의 방향이 수직 및 평행을 이루도록 압입을 수행하였다. 해석 결과를 이용하여 각 응력 상태에서의 압입자 하부 응력장 변화를 분석하였고, 압입 깊이에 따른 장축 및 단축 방향의 응력환산계수와 두 계수의 비를 산출하였다. 또한 기존 실험결과와 차이점을 분석하여, 그 원인을 밝히고자 하였다.

2. 유한요소해석 모델링

유한요소해석을 이용하여 분석하기 위해 Fig. 2와 같이 압입자 및 시편을 모델링하였다. 압입자는 잔류응력의 방향성을 확인하기 위해 비등방 압입자인 Knoop 압입자를 선택하였다. Knoop 압입자는 피라미드와 같은 사각뿔 형태이고, 중심각이 각각 172.3°, 130°로 장축과 단축이 7.11 : 1의 비율을 유지하도록 디자인하였다. 시편은 압입깊이를 고려하여 가로, 세로, 높이를 각각 10, 10, 3 mm로 결정하여 해석의 편의를 위해 절반을 모델링하였다. 유한요소해석 소프트웨어는 ABAQUS 6.14-2로 수행하였고, input file은 ABAQUS CAE로 작성되었다. 요소는 압입자

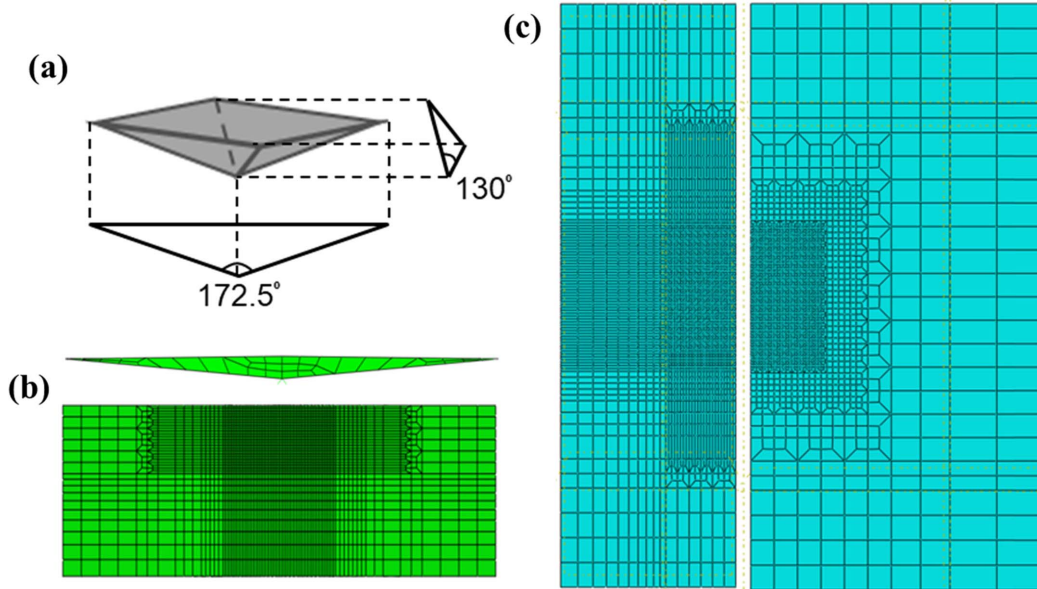


Fig. 2. Schematic diagram of Knoop indenter (a) and modellings for FE analysis: Knoop indenter and specimen (b), (c).

Table 1. Mechanical properties of copper for FE analysis

Elastic modulus (GPa)	Yield strength (MPa)	Poisson's ratio
105.5	242.7	0.3

와 시편 각각 R3D4(linear quadrilateral elements), C3D8 (linear hexahedral elements) 타입으로 총 118개 및 67156 개를 이용하여 해석을 진행하였다. 구리의 정확한 기계적 거동의 모사를 위해서는 항복강도 뿐만 아니라 가공 경화에 따른 특성 또한 필요하지만, 실제 나노 단위의 구리에 대한 인장시험이 어렵고, 응력환산계수의 깊이에 따른 추이를 살펴보기 위한 연구이므로, 항복 이후에는 가공경화가 없는 탄성-완전소성(elastic-perfectly plastic model)을 가정하여 진행하였다. 해석에 사용된 구리의 기계적 특성은 Table 1과 같다.

실험조건 설정을 위해서 최대 압입깊이는 100 nm로 정

하였고, 압입 하중-변위 곡선으로부터 5 nm 마다 분석을 실시하였다. 잔류응력은 한 축으로 발생시켜 각 방향별 응력환산계수의 산출을 용이하게 하였다. 응력의 크기는 독립적으로 계수를 산출하기 위하여 100 MPa로 고정시켜 일축 방향으로 진행하였고, 각 잔류응력이 존재하는 경우마다 장축을 기준으로 평행한 방향과 수직인 방향 2 회 압입을 실시하였다.

3. 결과 및 토의

Fig. 3은 압입자 하부에 발생한 응력장의 형태를 나타낸 유한요소해석의 결과이다. 각 결과는 단축과 장축 방향의 단면으로 나타내었다. 무응력(Stress-free) 상태, 즉, Fig. 3의 (a)와 (d)의 경우, 각각 단축과 장축 방향 모두 응력장이 구형의 형태를 띤다. 이는 공극확장모델(Expanding cavity model)에서 제시한 바와 같이, 압입자 직하부에서

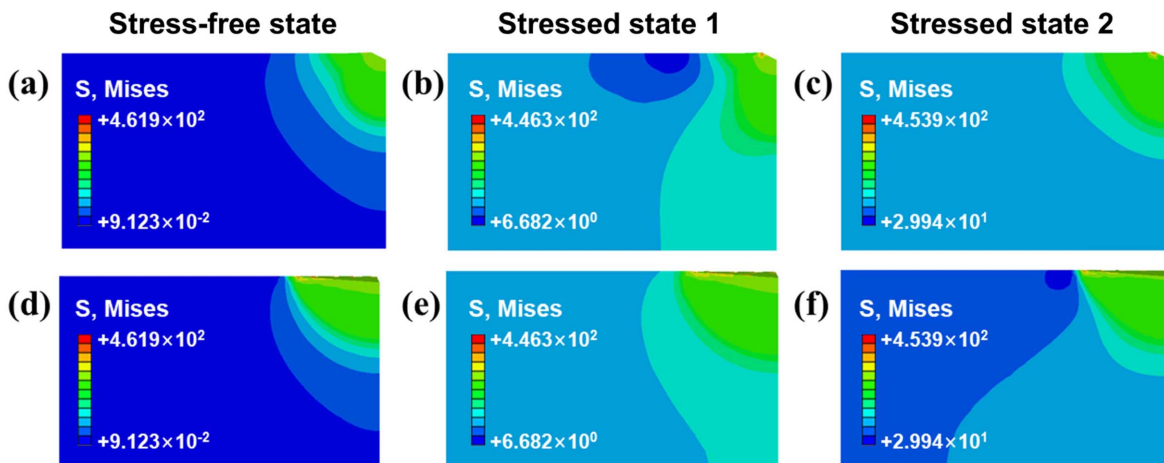


Fig. 3. Stress fields beneath the Knoop indenter for stress-free state (a), (d), stressed state 1 (b), (e) and stressed state 2 (c), (f).

중심부(core)에서 공극(cavity)이 확장하듯이 응력장이 퍼져나가는 형태로 기존 연구와 유사한 결과이다.¹⁴⁾ 다만, 장축의 경우 중심부가 형성된 주변으로 응력장이 크게 뻗어나가지 못하는 형상을 보이는데, 이는 Knoop 압입자가 비등방 형태, 즉, 한쪽 방향이 다른 한쪽 방향보다 길어서 단축방향으로의 응력장 확장이 우세하게 발달하여 나타나는 현상으로 판단된다. 잔류응력이 존재할 2가지 경우 중, 장축과 잔류응력이 평행할 경우의 응력장 결과는 Fig. 3의 (d)와 (e)에 단축과 장축 방향이 나타나 있다. 우선 장축 방향은 잔류응력의 영향으로 하부 응력장이 무응력 상태에 비해 좀 더 확장되어 있지만, 압입자 하부 응력장의 형태는 구형을 유지하고 있는 것을 알 수 있다. 반면, 단축 방향의 경우 구형의 형태가 변화하여 압입자 하부의 응력장이 왼쪽 하부로 매우 발달한 것을 볼 수 있다. 잔류응력 또한 응력이므로 물리학적으로 응력의 방향과 수직인 면적에 영향을 미칠 것이라 예상할 수 있다. 압입자 하부에 발생하는 응력장에서 잔류응력의 방향과 수직인 영역을 투영 단면적으로 정의한다면, 장축보다 단축의 응력장 형태에 변화를 야기한 것으로 해석할 수 있다. Fig. 3의 (c)와 (f)는 장축과 잔류응력이 수직인 방향으로 압입했을 경우의 응력장 결과이다. 상기 평행할 경우와는 반대로 단축 방향의 응력장이 구형을 유지하고 있지만, 장축의 경우 응력장이 무응력 상태에 비하여 훨씬 아래쪽으로 확장되어 있다. 이 경우, 잔류응력은 장축과 수직이므로 장축의 투영 단면적에 영향을 미쳐 응력장이 변화한 것으로 판단된다.

Fig. 4는 무응력 상태와 잔류응력이 존재하는 두 가지 경우의 압입 하중-변위 곡선이다. 이는 유한요소해석의 결과를 압입 곡선을 잘 묘사할 수 있는 Kick's law 형태 ($L = kh^m$) 로 근사하여 나타내었다.¹⁷⁾ 인장 잔류응력이 존재하기 때문에 무응력 상태의 곡선보다 같은 압입깊이에서 빨간 선과 파란 선의 하중이 더 낮은 것을 알 수 있다. 또한 잔류응력의 영향은 응력에 노출된 투영 단면적에 비

례하므로,⁸⁾ 장축과 잔류응력이 수직인 경우인 파란선이 상대적으로 가장 낮은 하중을 보인다. 이 결과를 바탕으로 10 nm 마다 산출된 응력환산계수 Fig. 5에 나타내었다. 각 계수는 정의에 의해 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\alpha_{//}(\mu\text{m}^2) = 2432 \times h^{2.259} \tag{4}$$

$$\alpha_{\perp}(\mu\text{m}^2) = 2586 \times h^{2.134} \tag{5}$$

위 두 식에서 h는 압입깊이를 의미한다. 두 계수 모두 압입깊이가 깊어질수록 증가하는 경향을 보인다. 두 응력환산계수 중 장축과 잔류응력이 수직 방향인 α_{\perp} 이 $\alpha_{//}$ 보다 같은 압입깊이에서 절대값이 크게 산출되는 이유는 압입깊이에 따른 압입자 하부의 투영 단면적의 크기에서 차이가 나기 때문인 것으로 보인다. 즉, 상기 언급한 바와 같이 Knoop 압입자는 장축이 단축에 비해 약 7배 길기 때문에 단면적에 있어서도 7배 가량 크다. 응력환산계수의 하중차와 잔류응력 크기의 비를 의미하므로 응력의 크기가 같을 때, 하중차가 더 커지는 수직방향의 환산계수가 더 커진다.

압입깊이에 따른 응력환산계수의 비는 Fig. 6에 나타나 있다. 계수의 비는 10 nm에서 약 0.34이고, 점점 증가하는 경향을 보인다. 증가하는 경향은 낮은 압입깊이에서는 계수의 비가 급격하게 커지지만, 압입깊이가 100 nm에 가까워질수록 증가폭이 점차 감소한다. 이는 기존 연구에서 압입깊이와 무관하게 일정한 값인 0.34를 보인다는 것과 상반되는 결과이다. 앞서 언급한 두 응력환산계수의 크기가 압입깊이에 따라 증가하는 경향의 차이가 이러한 원인이라고 볼 수 있다. Kick's law 형태로 근사한 결과 지수인 m은 α_{\perp} 과 $\alpha_{//}$ 각각 2.314, 2.259로 차이가 존재한다. 따라서 압입깊이에 따른 응력환산계수의 비는 깊이에 따라 변화하며 m의 값에 따라 증가하는 경향에 차이를 보인다. 이 때 m은 α_{\perp} 가 $\alpha_{//}$ 가 보다 항상 크므로, 0 과 1사이의 값을 보여 압입깊이가 깊어질수록 증가폭이

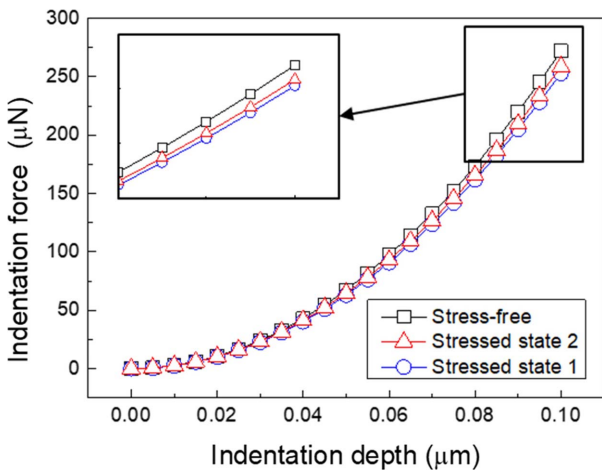


Fig. 4.. Indentation force-depth curves of Knoop indentations on stress-free and stressed state specimen

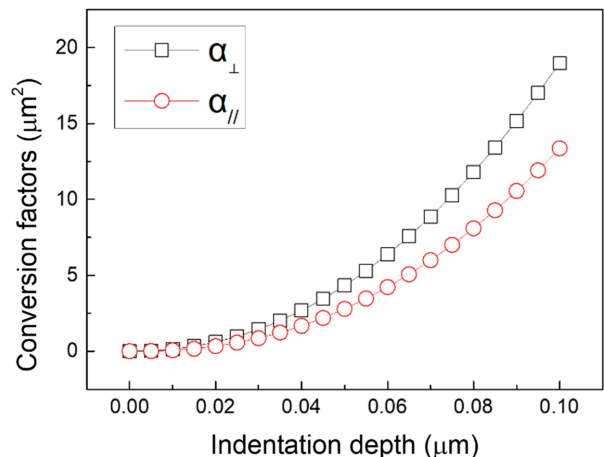


Fig. 5. Parallel and perpendicular conversion factors with various indentation depths.

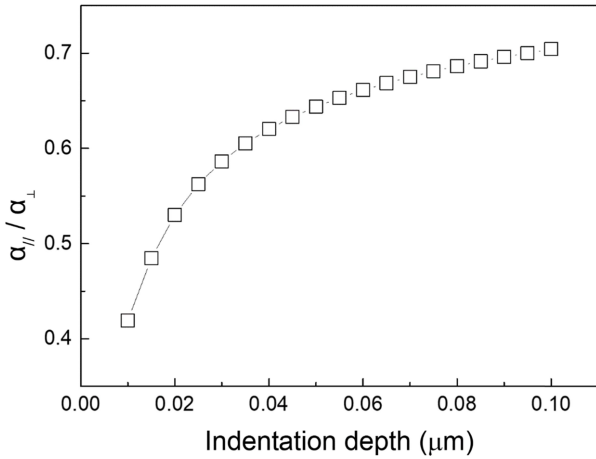


Fig. 6. Ratio of conversion factors with various indentation depths.

감소할 것으로 예측할 수 있다. 깊이에 따른 계수의 비는 유한요소 해석 결과를 바탕으로 다음과 같은 식을 따르는 것으로 정리할 수 있다.

$$\frac{\alpha_{\parallel}}{\alpha_{\perp}} = 0.9404 \times h^{0.125} \quad (6)$$

또한 기존 연구에 따르면 계수의 비가 실험적으로 약 0.34이지만, 본 연구에서는 0.34에서 점차 크기가 증가하여 100 nm에서는 약 0.7로 두 배 가량 큰 값을 보인다. 이는 다양한 해석이 존재할 수 있다. 우선 잔류응력의 영향을 받는 투영면적의 정의가 명확하게 결정되지 않았다는 점이다. 투영면적은 압입자 하부의 응력장 중 탄성영역을 제외한 소성영역이 잔류응력의 방향에 따른 면적으로 제시한 연구가 존재하지만,⁸⁾ 실험적으로 충분히 검증되지 못하여 논란이 있을 수 있다. 소성영역 내에서도 공극 확장모델의 이론을 정확히 따라서 소성이 일어난 영역을 의미하는 지에 대한 여부도 밝혀지지 않은 상태이다.

압입이 발생하는 시편과 압입자 사이의 형상 변화 또한 이러한 문제를 야기할 수 있다. 시편 표면에는 크게 탄성 및 소성 변화가 존재하는 데, 소성 변화의 대표적인 현상이 소성쌓임(pile-up)이다. 이는 압입자에 의해 사라진 시편의 부피가 압입 하부 및 주변으로 밀려나는 유동현상에 의한 것으로 소재에 따라 압입자 주변에 쌓이는 정도가 달라진다. 실제 Fig. 7과 같이 소성쌓임이 발생하면 실제 시편과 압입자가 접촉한 압입 깊이와 면적이 달라지고, 압입자 하부의 응력장의 크기 또한 변화되므로 정확한 예측이 어려워진다. 또한, 이론적으로 해석이 가능

한 탄성변화와는 다르게, 소성쌓임에 영향을 미치는 인자는 산출할 수 있지만 정확한 이론적 모델링이 힘들기 때문에 대부분의 연구자들은 실험적으로 접근하여 예측해 왔다.^{15,16)} 따라서 소성쌓임 현상으로 인하여 잔류응력에 노출된 투영면적의 크기에 변화가 있을 것으로 예상할 수 있으므로 이러한 왜곡 현상에 대한 추가적인 후속 연구가 필요할 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 연속압입시험법으로 잔류응력의 방향성을 측정하기 위한 Knoop 압입자의 응력환산계수의 비를 압입깊이에 따라 분석하기 위하여 유한요소해석을 이용하였다. 해석결과 압입자 하부의 응력장은 일축 인장 잔류응력에 의하여 확장되었으며, 방향에 따라 확장되는 정도가 달라지고, 응력장의 형태 또한 구형에서 특정 방향으로 늘어나는 결과를 보였다. 이는 압입 하중-변위 곡선에서 무응력 상태에 비하여 같은 압입깊이에서 낮은 하중을 나타내는 원인이 되었고, Knoop 압입자의 장축이 응력의 방향과 수직일 경우에 더 하중이 낮아졌다. 압입 깊이에 따른 응력환산계수 및 두 계수의 비는 깊이에 따라 증가하였고, 상대적으로 낮은 깊이에서는 증가폭이 큰 반면, 깊어질수록 감소하는 추세를 보였다. 이와 같은 결과를 이용하여 압입깊이별 응력환산계수의 비를 예측할 수 있는 실험적 관계를 제시하였다.

감사의 글

이 논문은 안동대학교 기본연구지원사업에 의하여 연구되었습니다.

References

1. S.-H. Lee, and J.-H. Lee, "Electroplating of High Wear Resistant Rhodium using Pulse Current Plating Method", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 26(2), 51 (2019).
2. S.-Y. Cheon, Y.-M. Rhym, and J.-H. Lee, "The Effects of Additives and Residual Stresses on the Electroless Nickel Plating on Carbon Substrate", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 18(4), 43 (2011).
3. C. Kim, H. Choi, M. Kim, and T.-S. Kim, "Packaging Substrate Bending Prediction due to Residual Stress", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 20(1), 21 (2013).

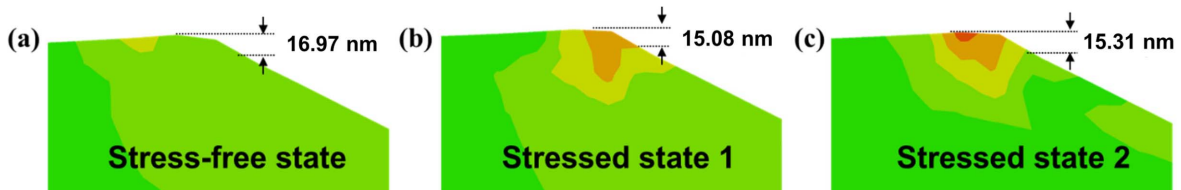


Fig. 7. Pile-up heights around indents after Knoop indentations.

4. N. E. Yeo, W. K. Cho, D.-I. Kim, and M. Y. Jeong, "A Study on Enhanced of Anti-scratch performance of Nanostructured Polymer Surface", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 24(3), 41 (2017).
5. J.-G. Seol, and B.-J. Kim, "Electrical Reliability of ITO Film on Flexible Substrate During bending Deformations and Bending Fatigue", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 24(4), 47 (2017).
6. Y. Y. Kwon, and B.-J. Kim, "Mechanical and Electrical Failure of ITO Film with Different Shape during Twisting Deformation", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 24(4), 53 (2017).
7. J.-Y. Choi, D.-W. Park, and T. S. Oh, "Variation of Elastic Stiffness of Polydimethylsiloxane (PDMS) Stretchable Substrates for Wearable Packaging Applications", *J. Microelectron. Packag. Soc.*, 21(4), 125 (2014).
8. G. G. Stoney, "The Tension of Metallic Films Deposited by Electrolysis", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 172 (1909).
9. I. C. Noyan, and J. B. Cohen, "Residual stress measurement by diffraction and interpretation", *Materials Research and Engineering*, Springer-Verlag New York Inc. (1987).
10. S. Y. Baek, and D. H. Bae, "Fracture Mechanics Approach to X-Ray Diffraction Method for Spot Welded Lap Joint Structure of Rolled Steel Considered Residual Stress", *The Korans Society of Mechanical Engineers*, 35(11), 7 (2011).
11. Y.-H. Lee, and D. Kwon, "Estimation of biaxial surface stress by instrumented indentation with sharp indenters", *Acta Mater*, 52, 1555 (2004).
12. Y.-C. Kim, H.-J. Ahn, D. Kwon, and J.-Y. Kim, "Modeling and experimental verification for non-equibiaxial residual stress evaluated by Knoop indentations", *Metals and Materials International*, 22(1), 12 (2016).
13. M.-J. Choi, S.-K. Kang, I. Kang, and D. Kwon, "Evaluation of nonequibiaxial residual stress using Knoop indenter", *J. Mater. Res*, 1, 121 (2012).
14. K.-H. Kim, "Evaluation of Multi-scale Indentation Tensile Properties of Metallic Materials Considering Strain Hardening Characteristics and Stress Field Analysis", in Ph.D. Thesis, Seoul National University, Seoul (2015).
15. S. H. Kim, B. W. Lee, Y. Choi, and D. Kwon, "Quantitative determination of contact depth during spherical indentation of metallic materials – a FEM study", *Materials Science and Engineering*, 415, 59 (2006).
16. S.-K. Kang, Y.-C. Kim, J.-W. Lee, D. Kwon, and J.-Y. Kim, "Effect of contact angle on contact morphology and Vickers hardness measurement in instrumented indentation testing", *International Journal of Mechanical Sciences*, 85, 104 (2014).
17. J.-H. Kim, H.-J. Ahn, S.-W. Jeon, J. S. Lee, M.-J. Choi, K.-H. Kim, D. Ro, and D. Kwon, "Estimation of Stress-Free State From Hardness Ratio for Evaluation of Residual Stress Using Instrumented Indentation Testing (IIT)", *ASME Pressure Vessels and Piping Conference*, 5 (2015).