

Analysis of Korean Baduk rating system and dum

Seonghun Cho^a · Woncheol Jang^{a,1}

^aDepartment of Statistics, Seoul National University

(Received October 31, 2019; Revised November 25, 2019; Accepted December 3, 2019)

Abstract

The current ranking system of the Korean Baduk Association is based on the Elo rating system, which is widely used in the field of chess. Despite the 6.5 point dum (penalty) as compensation for playing as White, many Baduk players still prefer to playing as Black due to Black's higher winning percentage. In this paper, we present the ranking of Baduk players based on the Bradley-Terry model and address the advantage of playing as Black. We compare the ranking from our model with rankings from the Korean Baduk Association.

Keywords: dum, Ranking of Baduk players, Bradley-Terry model, Elo rating system

1. 서론

바둑이나 체스와 같은 선수 대 선수 게임(player-versus-player game; PvP game)에서는 예전부터 선수들 간의 순위를 어떻게 정할 것인가에 대한 논의가 이어져왔다. 한국 기원에서는 기사들의 순위를 정하기 위해 보너스 점수 제도를 사용했었다. 보너스 점수 제도란 각 기전의 타이틀에 보너스 점수를 부여하여, 획득한 보너스 점수에 따라 기사들의 순위를 매기는 제도이다. 이러한 기존의 보너스 제도는 크게 세 가지의 문제점을 갖고 있었다. 첫째, 각 대회마다 보너스 점수가 임의적으로 정해지기 때문에 기사들 간의 보너스 점수 차이가 실력의 차이를 잘 설명해주지 못하였다. 둘째, 매년 기전 수와 대국 수에 따라 보너스 점수의 총합이 달라지기 때문에 서로 다른 년도의 보너스 점수를 비교할 수가 없었다. 셋째, 바둑을 잘 두어 많이 이기는 시기와 그로 인해 보너스 점수를 수여 받는 시기에 평균 6개월 정도 차이가 있었고, 한번 받은 보너스 점수는 1년의 유효기간을 가졌기 때문에, 어느 시기의 보너스 점수가 그 시기의 바둑 실력을 설명해 주지 못하였다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 현재 한국 기원에서는 배태일 박사가 제안한 통계적 점수 제도 (Bai, 2007)를 2009년부터 사용하여 기사들의 순위를 매기고 있다. 통계적 점수 제도는 기존에 체스에서 선수들 간의 상대적인 능력을 계산하기 위해 사용되던 Elo rating system (Elo, 1978)을 바둑에 맞게 변형시킨 것이다. 헝가리 출신의 미국 물리학자 Arpad E. Elo에 의해 만들어진 이 방법은 원래 체스에서 선

This research was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant and a grant of the Korea Health Technology R&D Project through the Korea Health Industry Development Institute (KHIDI) funded by the Korea government (MSIT) and the Ministry of Health & Welfare, Republic of Korea (No. 2017R1A2B2012816, H119C1234).

¹Corresponding author: Department of Statistics, Seoul National University, 1 Gwanak-ro, Gwanak-Gu, Seoul 08826, Republic of Korea. E-mail: wjang@snu.ac.kr

Table 1.1. Levels and stages of professional Baduk tournaments and weights α

Tournament level	Tournament stage		
	Preliminary selection	Final selection	Final round
Level 1	1.5	2.3	3.0
Level 2	1.3	1.9	2.5
Level 3	1.0	1.5	2.0
Limited tournaments and special games	1.0	1.0	1.5

수들의 순위를 정하기 위해 만들어졌지만, 현재는 체스뿐만이 아니라 축구, 농구, 야구와 같은 여러 스포츠와 비디오 게임, e-스포츠 등의 다양한 분야에서 활용되고 있다. 현재 세계 체스 연맹(FIDE)에서는 Mark E. Glickman에 의해 개선된 Glicko rating system (Glickman, 1995)을 사용하고 있다.

Elo rating system의 기본적인 가정은 두 선수간의 경기의 승률 기대치가 두 선수의 rating 점수 차이의 함수로 나타내어진다는 것이다. 선수 A, B의 rating 점수를 각각 R_A , R_B 라 했을 때, Elo rating system에서 선수 A의 승률 기대치 E_A 는 다음과 같이 나타내어진다.

$$E_A = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{R_A - R_B}{400}}}. \quad (1.1)$$

마찬가지로 선수 B의 승률 기대치를 구할 수 있으며, 이를 이용하면 선수 A가 선수 B를 이기는 사건에 대한 로그오즈는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\log_{10} \left(\frac{E_A}{1 - E_A} \right) = \frac{R_A - R_B}{400}. \quad (1.2)$$

한편 Elo rating system에서는 매 경기마다 rating 점수의 업데이트가 다음과 같이 이루어진다.

$$R'_A = R_A + K(S_A - E_A), \quad (1.3)$$

여기서 R_A , R'_A 은 각각 업데이트 전후의 선수 A의 rating 점수이다. K 는 선수의 총 경기 수, rating 점수대, 경기의 중요성에 따라 정해지는 상수로서, 총 경기수가 적을수록, rating 점수가 낮을수록, 경기의 중요성이 클수록 큰 값을 가지게 된다. S_A 는 경기 결과를 나타내는 변수로서, 선수 A가 이기면 1, 지면 0의 값을 갖는다. E_A 는 위에서 구한 선수 A의 승률 기대치이다. 한국 기원에서 2009년부터 채택하여 사용하고 있는 통계적 점수 제도는 위에서 설명한 체스의 Elo rating system을 바둑에 맞게 변형시킨 것이다. 선수 A, B의 rating 점수를 각각 R_A , R_B 라 했을 때, 통계적 점수 제도에서 선수 A의 승률 기대치 E_A 와 선수 A가 선수 B를 이기는 사건에 대한 로그오즈, rating 점수의 업데이트는 각각 다음과 같이 나타내어진다.

$$E_A = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{R_A - R_B}{800}}}, \quad (1.4)$$

$$\log_{10} \left(\frac{E_A}{1 - E_A} \right) = \frac{R_A - R_B}{800}, \quad (1.5)$$

$$R'_A = R_A + \alpha K(S_A - E_A). \quad (1.6)$$

이 제도에서는 점수의 디스플레이션 방지를 위해 졌을 경우엔 0.8의 점수를 더해준다. 상수 K 의 값은 14이며, 기전의 등급과 단계에 따라 Table 1.1과 같은 가중치 α 를 사용하여 계산한다.

현재 Elo rating system을 기반으로 선수들의 순위를 정하고 있는 체스와 바둑은 둘 다 턴제 게임(turn-based game)이라는 점에서 서로 비슷하다고 할 수 있지만, 사실은 약간의 차이점이 존재한다. 턴제 게임에서 두 명의 선수는 먼저 수를 두게 되는 선공과 선공에 이어 수를 두게 되는 후공으로 나뉘며, 일반적으로 선공은 자신이 유리한 쪽으로 경기를 이끌어 나갈 수 있기 때문에 약간의 이점을 가지게 된다. 체스에서는 두 선수가 흰색 기물을 사용하는 “백”과 검정색 기물을 사용하는 “흑”으로 나뉘며, 백이 선공, 흑이 후공을 맡게 된다. 체스의 공식 규정은 흑과 백을 정하는 방법에 대해 다루지 않고 있으며, 각 토너먼트, 경기마다 각기 다른 방법을 사용하여 공평하게 흑과 백을 정하게 된다. 체스에서도 선공인 백은 약간의 이점을 가지고 경기를 하게 되는데, 이러한 이점은 first-move advantage라 불리며 꾸준히 연구되어 왔다. 실제 백의 승률은 통계적으로 52-56% 정도이며 흑의 승률보다 약간 높다. 이와 비슷하게 바둑에서는 두 선수가 흰 돌을 사용하는 “백”과 검은 돌을 사용하는 “흑”으로 나뉘며, 현재 바둑 공식 대국에서는 돌가리기를 통해 무작위로 흑백을 정한 뒤 흑이 선수를 두는 맞바둑을 둔다. 바둑에서도 마찬가지로 선공인 흑은 먼저 수를 놓음으로써 포석의 유리함을 갖게 된다. 선공의 유리함을 보정할 수단이 없는 체스와는 달리, 바둑에서는 이러한 유리함을 보정하기 위해 대국이 끝난 후 계가 때 백에게 6집 반의 덤을 준다. 덤이란 개념이 생겨난 것은 바둑의 역사가 매우 긴데 반해 그리 오래되지 않았다. 근대에 이르러 생겨난 덤은 4집 반부터 시작하여 계속 증가하는 추세이며, 현재 한국과 일본에서는 6집 반, 중국과 대만 등에서는 7집 반의 덤을 사용하고 있다. 이렇듯 바둑에서는 흑이 갖는 이점을 상쇄시키기 위해 백에게 덤을 주지만, 여전히 한국 바둑 기사들 사이에서는 6집 반의 덤을 주고도 흑을 잡는 것이 편하다는 말이 나올 정도로 덤에 대한 의견은 분분하다. 적당한 덤이 크기에 관한 연구는 Kim (2007)에 의해 간단히 다루진 적이 있으며, 본 연구에서는 덤이 6집 반일 때의 흑의 이점에 대해 분석한다.

현대 바둑에서 또 한가지 고려할 점은 바로 제한시간이다. 제한시간이란 대국을 벌이는 두 기사들에게 각각 주어지는 시간으로서, 그 길이는 5분부터 3시간, 길게는 6시간에 이르기까지 다양하며, 기전마다 일정한 시간을 정해두고 사용하고 있다. 본래 바둑은 ‘신선놀음에 도끼자루 썩는 줄 모른다’라는 속담이 있을 정도로 시간이 오래 걸리는 게임이지만, 근대에 이르러 신문 및 방송 기전의 출현과 함께 하나의 대국에 소요되는 시간에 대한 제한이 필요해졌으며, 이로 인해 제한시간 제도가 생기게 되었다. 정해진 기준은 없지만, 보통 제한시간이 10분 이하인 대국을 속기바둑이라 하며, 1시간에서 2시간 정도인 대국을 준속기바둑, 그리고 제한시간이 3시간 이상인 대국을 장고바둑이라고 한다. 제한시간이 극도로 짧은 속기바둑의 경우에는 대국자의 실수로 인한 승부가 자주 일어나며, 생각할 시간이 충분한 장고바둑의 경우에는 두 대국자 간의 몇 수 앞을 내다보는 치열한 수 싸움이 일어난다. 이러한 제한시간의 길이는 앞서 얘기한 흑의 이점이 잘 유지될 수 있는가에 영향을 줄 것이라 판단되며, 본 연구에서는 속기바둑과 비속기바둑(준속기바둑, 장고바둑)으로 나누어 흑의 이점 변화를 측정한다.

본 연구에서는 먼저 Bradley-Terry model를 시작으로 고려할만한 효과들을 추가하여 바둑 기사들의 순위에 대해 분석하고, 현재의 6집 반의 덤이 흑의 이점을 잘 상쇄하고 있는지를 알아본다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서는 분석에 사용된 자료에 대한 간단한 기술을 하고, 제 3절에서는 분석에 사용된 모형과 모형에 추가된 효과에 대해 간략히 소개하고 모형을 사용해 자료를 적합한 결과를 설명한다. 제 4절에는 분석 결과에 대한 간단한 고찰이 포함되어 있다.

2. 분석에 사용된 자료

한국 기원 웹사이트에서는 매일 공식 및 비공식적으로 이루어지는 대국의 간략한 결과를 제공하며, 이를 토대로 기사들의 rating 점수를 계산한다 (Korean Baduk Association, 2019). 그리고 산출된 기사들의 rating 점수에 따라 매달 높은 순서대로 1위부터 100위까지의 기사 명단을 공개한다. 기사들의 실력은 시간의 흐름에 따라 어느 정도 변화하기 때문에 너무 오래된 자료의 사용은 기사들의 실력 추정에 방해

될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 한국기원 웹사이트에 공개되어 있는 2012년 1월부터 2015년 11월 까지 이뤄진 모든 공식 대국의 결과와 2015년 11월에 한국기원에서 발표한 상위 100명 기사의 명단 및 rating 점수를 분석에 사용한다. 공식 대국 자료에 포함된 변수는 날짜, 승자, 패자, 대회명, 결과이며, 이 중 결과는 승자가 쥐었던 돌의 색깔, 총 몇수만에 대국이 끝났는지, 불계승인지, 몇 집 차이로 이겼는지 등이 포함되어 있다. 4년간의 모든 공식 대국은 20,246회 이루어졌으며, 이 중 상위 100명 기사들 간의 대국은 총 4,598개이다. 그 중에서 결과 값이 무승부인 대국은 3개, 기권승인 대국은 4개, 아무것도 적혀있지 않은 대국은 2개이다. 분석에서 사용되는 모형인 Bradley-Terry model은 무승부를 다루지 못하고, 기권으로 인한 승부는 기사들의 바둑 실력으로 인한 것이 아니며, 결과 값에 아무것도 적혀있지 않은 대국은 승자가 흑인지 백인지를 알 수 없기 때문에, 본 연구에서는 이러한 9개의 대국을 제외한 4,589개 대국 자료를 이용하여 분석하였다.

3. 분석 방법 및 결과

3.1. Bradley-Terry model

Bradley-Terry model은 쌍으로 된 선호도 자료를 분석하기 위한 로지스틱 모형이다. 선수 $1, \dots, m$ 에 대하여 Y_{ijk} 를 선수 i 와 선수 j 의 k 번째 경기의 결과를 나타내는 변수라고 하자. 단, 무승부는 없다고 가정한다. 즉, Y_{ijk} 는 다음과 같이 정의된 베르누이 변수이다.

$$Y_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{if player } i \text{ defeats player } j, \\ 0, & \text{if player } i \text{ is defeated by player } j, \end{cases} \quad \text{with } k = 1, \dots, n_{ij}, \quad (3.1)$$

여기서 n_{ij} 는 선수 i 와 선수 j 가 치룬 경기의 수를 나타낸다. Bradley-Terry model은 선수 i 가 선수 j 를 이기는 사건의 로그오즈가 두 선수의 능력을 나타내는 수치(ability score) β_i, β_j 의 차로 나타내어 진다고 가정한다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\log \left(\frac{P(Y_{ijk} = 1)}{1 - P(Y_{ijk} = 1)} \right) = \beta_i - \beta_j. \quad (3.2)$$

Ability scores β_i ($i = 1, \dots, m$)의 추정에서는 $\beta_1 = 0$ 이나 $\sum_{i=1}^m \beta_i = 0$ 등과 같은 제한 조건을 둔다. R의 BradleyTerry2 package (Turner과 Firth, 2012)에 포함된 함수 BTm은 하나의 모수를 0으로 두고 다른 모수들을 추정한다. 추정된 ability score는 한국 기원에서 발표하는 rating 점수와 scale이 다르므로 이 둘을 비교하기 위해서는 식 (1.5)와 식 (3.2)를 비교하여 같은 scale로 보정할 필요가 있다. 이 연구에서는 각각의 지표에서 두 기사의 점수 차가 같은 확률을 나타내고, 기사들의 평균 점수가 같아지도록 다음과 같이 ability score를 선형변환 해주었다.

$$\tilde{R}_i = \frac{800}{\log 10} (\hat{\beta}_i - \mu_{\hat{\beta}}) + \mu_R, \quad (3.3)$$

여기서 $\hat{\beta}_i, \tilde{R}_i$ 와 R_i 는 각각 i 번째 기사의 추정된 ability score, 변환된 ability score와 한국 기원에서 발표하는 rating 점수이며, $\mu_{\hat{\beta}} = (1/m) \sum_{i=1}^m \hat{\beta}_i$, $\mu_R = (1/m) \sum_{i=1}^m R_i$ 이다. 변환된 ability score 결과는 Figure 3.1과 Table 3.3에 나와있다.

3.2. Bradley-Terry model with dum(덤) effect

축구나 야구와 같은 스포츠에서 home team은 지역 팬들의 열렬한 응원과 함께 익숙한 시설에서 경기를 하게 되기 때문에 away team에 비해 약간의 advantage를 가진다. 이러한 advantage를 home

Table 3.1. Size of the dum and result

Size	Black win	White win	Sum
6.5 points	3107	1414	4521
7.5 points	54	14	68
Sum	3161	1428	4589

advantage라고 하며, 이를 고려한 Bradley-Terry model은 다음과 같다.

$$\ln \left(\frac{P(Y_{ijk} = 1)}{1 - P(Y_{ijk} = 1)} \right) = \beta_i - \beta_j + \delta \cdot z_{ijk}, \quad (3.4)$$

여기서 δ 는 home team이 가지는 advantage를 나타내는 모수이고, z_{ijk} 는 다음과 같은 값을 가지는 변수이다.

$$z_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{team } i \text{ is a home team at the } k^{\text{th}} \text{ game,} \\ 0, & \text{no one is home team at the } k^{\text{th}} \text{ game,} \\ -1, & \text{team } i \text{ is an away team at the } k^{\text{th}} \text{ game.} \end{cases} \quad (3.5)$$

이와 비슷하게 바둑에서도 흑을 잡은 사람은 백을 잡은 사람에 비해 한 수 앞서 둘 수 있으므로 약간의 이점을 가지게 된다. 이를 보정해주기 위해 근대 바둑에서는 덤이라는 제도를 도입했지만, 분석에 사용된 4,589개의 대국 결과 중 흑이 이긴 것은 3,161개이고 백이 이긴 것은 1,428개로, 흑의 유리함은 여전히 존재하는 것으로 보인다. 자료는 크게 덤이 6집반 적용된 대국과 7집반 적용된 대국으로 나뉘며, Table 3.1는 덤의 개수에 따른 흑과 백이 이긴 대국의 개수이다. 덤이 7집반 적용된 대국은 중국에서 열리는 기전에 참가한 한국 기사들 간의 대국이기 때문에 그 수가 많지 않다. 두 경우 모두 흑의 승률이 백의 승률보다 더 우세하였으며, 덤이 7집반일 때는 6집반일 때보다 흑의 승률이 더 낮을 것이라 예상하였지만 오히려 더 높은 값을 나타내었다. 이는 중국과 한국의 계가방식의 차이 때문으로 생각되며, 하나의 예로 제2회 몽백합배 세계바둑오픈전 결승전 제 5국에서 한국식 계가에 의하면 이세돌 9단이 반집차이로 승리하는 대국이었지만, 중국식 계가 방식따라 상대인 커제 9단에게 승리가 돌아갔다. 본 연구에서는 덤이 6집반인 경우에 흑이 유리한 정도를 알아보는 것이 목적이므로 계가 방식이 동일하고 덤이 6집반 적용된 대국 자료를 이용하여 분석하기로 한다. 그리고 덤이 6집반 일 때 흑의 유리함을 dum(덤) effect라 하고, 이를 고려한 다음과 같은 Bradley-Terry model을 생각해 볼 수 있다.

$$\log \left(\frac{P(Y_{ijk} = 1)}{1 - P(Y_{ijk} = 1)} \right) = \beta_i - \beta_j + \delta \cdot z_{ijk}, \quad (3.6)$$

$$z_{ijk} = \begin{cases} 1, & k\text{-번째 대국에서 기사 } i \text{가 흑일 때,} \\ -1, & k\text{-번째 대국에서 기사 } i \text{가 백일 때.} \end{cases}$$

위의 모형을 통해 추정된 ability score 역시 한국 기원에서 발표하는 rating 점수와 scale이 다르므로 식 (3.3)과 같이 선형변환 해주었다. 결과는 Figure 3.1과 Table 3.3에 나와있다. 선형변환 해주기 전의 dum effect 추정값은 $\hat{\delta} = 0.794$ 이며, standard error는 0.0343으로 매우 유의한 값을 나타내었으며, 식 (3.3)을 이용해 선형변환한 값은 275.75로 나타났다. 다시 말해, 흑을 잡은 기사들은 자신의 rating 점수에 275.75점을 더한 후 식 (1.4)를 통해 계산한 승률을 기대할 수 있다. 이는 1위부터 100위까지의 rating 점수가 9,900점부터 8,700점까지 약 1,200점에 걸쳐 분포해 있다는 것을 감안할 때 매우 큰 수치라고 할 수 있다.

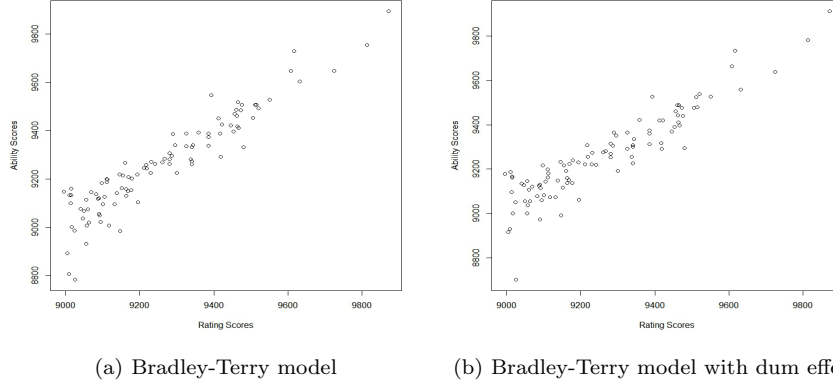


Figure 3.1. Rating scores versus ability scores.

Table 3.2. Game types and black's winning percentages

Game type	Black win	White win	Sum	Black's winning percentage(%)
Quick	1085	700	1785	60.78
Non-quick	2076	728	2804	74.04
Sum	3161	1428	4589	68.88

3.3. Bradley-Terry model with Pace effect

바둑에는 한 수를 놓는 데에 제한시간이 존재하고, 기사들은 이 제한시간을 재량껏 활용하여 대국을 펼치게 된다. 프로 바둑은 제한시간에 따라 크게 속기바둑과 비속기바둑으로 나뉘게 되며, 이러한 분류에 따라 기사들의 전략이 달라지는 것도 부정할 수 없는 사실이다. 비속기바둑은 속기바둑에 비해 여러 수 앞을 내다볼 시간이 충분하기 때문에 흑을 쥔 기사는 흑이 가지는 이점을 계속 이끌어 나가기 쉬운 것이며, 이에 반해 속기바둑에서는 촉박한 시간으로 인해 선수(先手)의 이점은 유지되기 힘들 것이다. 이러한 가정은 Table 3.2와 같이 속기전보다 비속기전에서 흑의 승률이 더 높다는 사실로부터 꽤 합리적이라고 할 수 있다. 즉, 속기 또는 비속기바둑에 따른 dum effect의 변화를 생각해볼 수 있으며, 이러한 변화를 pace effect라 하고 이를 고려한 다음과 같은 Bradley-Terry model을 생각해 볼 수 있다.

$$\ln \left(\frac{P(Y_{ijk} = 1)}{1 - P(Y_{ijk} = 1)} \right) = \beta_i - \beta_j + (\delta + \gamma w_{ijk}) \cdot z_{ijk}, \quad (3.7)$$

$$z_{ijk} = \begin{cases} 1, & k\text{번째 대국에서 기사 } i\text{가 흑일 때,} \\ -1, & k\text{번째 대국에서 기사 } i\text{가 백일 때,} \end{cases}$$

$$w_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{기사 } i, j\text{의 } k\text{번째 대국이 속기전일 때,} \\ 0, & \text{기사 } i, j\text{의 } k\text{번째 대국이 비속기전일 때.} \end{cases}$$

위의 모형을 통해 추정된 ability score 역시 한국 기원에서 발표하는 rating 점수와 scale이 다르므로 식 (3.3)를 사용하여 보정을 해주었으며, 결과는 Table 3.3에 나와있다. 선형변환 해주기 전의 dum effect와 pace effect 추정값은 각각 $\hat{\delta} = 1.063$, $\hat{\gamma} = -0.625$ 이며, standard error는 각각 0.046, 0.069로 모두 유의한 값을 나타내었고, 선형변환을 취한 값은 각각 369와 -217로 나타났다. 즉, 비속기전에서 흑을 잡은 기사는 자신의 rating 점수가 369점 오르는 효과를 누리는 반면, 속기전에서 흑을 잡은 기사는 이보다 217점 낮은 152점 오르는 효과를 받게 된다고 할 수 있다.

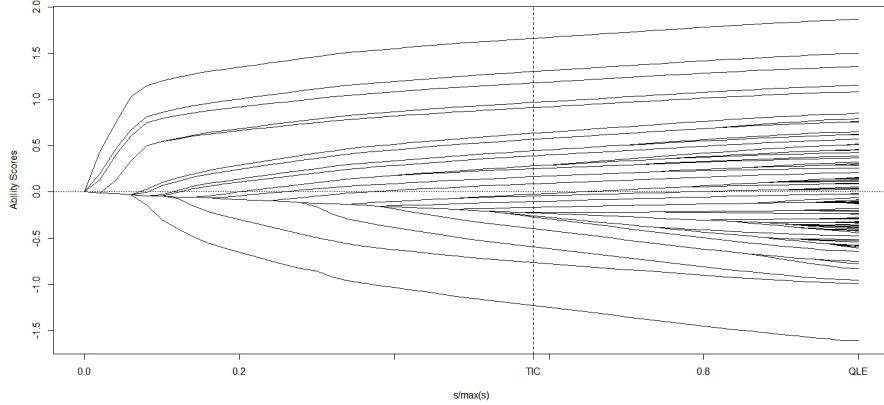


Figure 3.2. Path plot of ranking Lasso.

3.4. Bradley-Terry model with ranking Lasso

Bradley-Terry model의 적합 과정에서 다음과 같이 Lasso penalty (L_1 penalty)를 주게 되면 실력이 비슷한 선수들의 능력치는 하나의 모수로 추정이 될 것이다. 이러한 모형은 Masarotto와 Varin (2012)에 의해 연구되어 졌으며, 그 논문에 첨부된 R code를 통해 이용 가능하다. Ranking Lasso model은 다음과 같다.

$$(\hat{\beta}_s, \hat{\delta}_s) = \underset{\beta, \delta}{\operatorname{argmax}} \ell(\beta, \delta) \quad \text{subject to} \quad \sum_{i < j} w_{ij} |\beta_i - \beta_j| \leq s, \tag{3.8}$$

여기서 $\ell(\beta, \delta)$ 는 dum effect를 고려한 Bradley-Terry model의 likelihood function으로서 다음과 같이 주어진다.

$$\ell(\beta, \delta) = \sum_{i < j} \sum_{k=1}^{n_{ij}} [y_{ijk} (\beta_i - \beta_j + \delta z_{ijk}) - \log(1 + \exp(\beta_i - \beta_j + \delta z_{ijk}))]. \tag{3.9}$$

식 (3.8)에서 w_{ij} 는 pair-specific weights로서, 다음과 같은 값을 사용한다 (Varin 등, 2016).

$$w_{ij} = \left| \hat{\beta}_i^{\text{MLE}} - \hat{\beta}_j^{\text{MLE}} \right|^{-1}, \tag{3.10}$$

여기서 $\hat{\beta}_i^{\text{MLE}}$ 는 식 (3.9)과 주어진 $\ell(\beta, \delta)$ 를 최대로 만드는 maximum likelihood estimate (MLE)이다. 이는 기존의 Bradley-Terry model에서 적합된 두 모수의 차가 크다면 실제로 두 선수의 실력차가 있을 가능성이 높으므로, 두 모수의 차가 penalty의 크기에 주는 영향이 적게 하여 Bradley-Terry model with Ranking Lasso 적합 후에도 서로 다른 값을 가지도록 하기 위한 설정이다. 반대로 원래 모형에서 두 모수가 서로 비슷한 값으로 추정이 되었다면 w_{ij} 값은 매우 커질 것이고 penalty 항에 미치는 영향이 증가하여, 결과적으로는 같은 값으로 추정이 될 것이다. 위 모형의 적합 과정에서는 s 값을 줄여가면서 모수를 추정하는데, 이 논문에서는 Varin 등 (2016)에서와 같이 각각의 s 값에 대해 다음과 같이 정의된 Takeuchi information criterion (TIC) (Takeuchi, 1976)를 계산하여 이를 최소화하는 s 를 선택한다.

$$\text{TIC}(s) = -2\hat{\ell}(s) + 2\text{tr} \{ \mathbf{J}(s) \mathbf{I}(s)^{-1} \}. \tag{3.11}$$

Table 3.3. 모형에 따른 Ability score 적합 결과

Ranking ¹	Ranking ²	Name	Rating	B-T model	B-T model with dum effect	B-T model with pace effect	B-T model with ranking Lasso
1	1	박정환	9871	9892.85	9910.58	9923.06	9835.84
2	2	이세돌	9813	9754.59	9782.51	9792.31	9711.38
3	5	김지석	9617	9729.62	9733.55	9731.92	9668.86
4	6	최철한	9608	9648.12	9662.67	9676.51	9594.78
5	3	박영훈	9725	9646.40	9638.62	9622.24	9575.78
6	4	강동윤	9632	9602.61	9557.64	9572.91	9478.39
7	8	원성진	9520	9492.41	9537.92	9534.58	9455.57
8	7	안성준	9550	9528.22	9527.58	9538.97	9455.57
9	27	김승재	9393	9546.13	9525.49	9519.34	9455.57
10	10	신진서	9512	9506.48	9524.64	9513.61	9455.57
11	16	조환승	9465	9518.13	9488.99	9479.65	9412.80
12	19	나현	9461	9485.20	9488.49	9486.75	9412.80
13	9	이지현(남)	9514	9507.02	9479.47	9475.97	9412.80
14	11	윤준상	9505	9453.17	9476.45	9487.18	9412.80
15	14	홍성지	9472	9483.23	9476.21	9469.09	9412.80
16	20	백홍석	9456	9468.73	9460.00	9471.77	9393.48
17	18	허영호	9462	9461.82	9441.38	9447.11	9355.61
18	13	이영구	9476	9506.25	9439.84	9442.91	9355.61
19	31	이창호	9358	9393.05	9422.72	9432.62	9355.61
20	26	한상훈	9413	9450.42	9419.54	9441.15	9355.61
21	23	목진석	9421	9425.99	9418.96	9414.86	9355.61
22	17	김정현	9464	9416.76	9410.23	9430.03	9355.61
23	15	이동훈	9467	9410.04	9396.95	9389.92	9346.37
24	21	변상일	9453	9397.02	9389.11	9373.71	9346.37
25	28	강유택	9386	9387.31	9374.05	9369.94	9315.93
26	22	김명훈	9446	9421.22	9368.92	9364.78	9315.93
27	38	김세동	9325	9387.80	9365.78	9373.00	9315.93
28	41	이원영	9290	9386.31	9364.10	9362.09	9315.93
29	29	김현찬	9385	9373.88	9361.38	9365.31	9315.93
30	40	강승민	9296	9339.61	9351.28	9341.99	9315.93
31	32	류민형	9343	9338.83	9334.64	9330.00	9289.22
32	25	진시영	9417	9388.94	9317.74	9344.96	9250.34
33	43	한태희	9281	9306.41	9315.71	9309.59	9250.34
34	29	민상연	9385	9337.00	9312.52	9321.40	9250.34
35	52	김주호	9217	9257.70	9307.89	9326.49	9250.34
36	33	김기용	9341	9331.45	9306.83	9335.20	9250.34
37	42	윤찬희	9287	9296.30	9306.24	9303.95	9250.34
38	35	박민규	9340	9272.09	9301.15	9299.34	9250.34
39	12	안국현	9480	9331.42	9295.19	9306.76	9250.34
40	37	박승화	9326	9335.91	9292.99	9297.54	9250.34
41	24	신민준	9419	9290.94	9291.60	9290.53	9250.34
42	46	이태현	9267	9282.78	9279.69	9282.02	9244.67
43	47	류수향	9261	9269.62	9274.97	9298.23	9244.67
44	49	홍민표	9231	9271.09	9273.50	9272.65	9244.67
45	43	한응규	9281	9280.45	9269.48	9292.53	9244.67
46	36	박정상	9338	9280.47	9256.37	9268.30	9223.65
47	51	안조영	9219	9244.64	9254.89	9257.83	9223.65
48	43	이호범	9281	9262.75	9253.36	9261.86	9223.65
49	56	은소진	9179	9202.73	9240.32	9241.49	9202.04
50	66	이형진	9146	9218.02	9232.01	9227.31	9202.04
51	55	안형준	9193	9217.79	9230.18	9241.29	9202.04

(Continued)

(Continued)

Ranking ¹	Ranking ²	Name	Rating	B-T model	B-T model with dum effect	B-T model with pace effect	B-T model with ranking Lasso
52	33	박진솔	9341	9259.94	9226.29	9236.15	9202.04
53	58	한승주	9169	9208.78	9222.70	9213.60	9202.04
54	53	김성진	9212	9246.15	9221.27	9232.80	9202.04
55	50	이춘규	9229	9225.74	9220.74	9201.29	9202.04
56	48	송태근	9241	9261.48	9220.14	9214.34	9202.04
57	75	최기훈	9097	9183.26	9216.33	9223.91	9202.04
58	63	박시열	9154	9213.70	9215.81	9236.49	9202.04
59	71	김진휘	9111	9187.02	9199.15	9197.03	9185.16
60	62	황재연	9161	9265.64	9192.67	9189.60	9185.16
61	39	김동호	9300	9225.90	9191.91	9189.54	9185.16
62	97	이상훈	9011	9133.56	9187.40	9198.97	9185.16
63	70	이희성	9113	9198.48	9179.40	9187.99	9185.16
64	100	박승현	8995	9147.60	9178.85	9187.91	9185.16
65	94	백찬희	9015	9161.10	9165.61	9111.32	9185.16
66	71	송상훈	9111	9200.41	9161.61	9138.94	9185.16
67	94	최현재	9015	9132.83	9161.08	9156.15	9185.16
68	61	홍기표	9163	9130.99	9159.51	9173.81	9185.16
69	59	김민호	9168	9149.24	9149.79	9144.33	9185.16
70	67	조인선	9138	9141.83	9147.80	9165.51	9185.16
71	86	김수용	9056	9113.34	9146.66	9144.36	9185.16
72	73	진동규	9105	9125.60	9144.27	9158.39	9185.16
73	57	이원도	9177	9153.23	9138.20	9110.98	9185.16
74	60	김형우	9164	9158.15	9137.42	9114.65	9185.16
75	90	박병규	9040	9076.25	9134.48	9140.59	9185.16
76	78	박준석	9090	9119.49	9131.10	9132.11	9185.16
77	89	강창배	9047	9035.98	9129.01	9134.01	9185.16
78	80	신윤호	9087	9117.62	9125.75	9121.18	9185.16
79	82	유병용	9069	9146.19	9122.16	9094.44	9185.16
80	64	강병권	9151	9161.82	9117.69	9098.62	9185.16
81	77	최 정	9091	9049.01	9113.50	9107.03	9185.16
82	84	한종진	9060	9075.39	9108.45	9109.17	9185.16
83	96	최명훈	9014	9099.11	9095.35	9102.18	9177.51
84	74	이상현	9101	9095.85	9082.73	9066.52	9177.51
85	81	이현호	9082	9137.57	9078.66	9058.59	9177.51
86	69	이정우	9117	9007.17	9073.66	9071.34	9177.51
87	68	유창혁	9132	9094.94	9072.85	9050.13	9177.51
88	54	고근태	9195	9104.41	9062.59	9041.60	9177.51
89	76	이재용	9094	9022.64	9060.32	9058.00	9177.51
90	88	오장욱	9049	9068.55	9056.09	9050.62	9177.51
91	83	최재영	9063	9019.39	9055.03	9076.51	9177.51
92	92	박정근	9024	8987.00	9050.37	9043.02	9177.51
93	85	정두호	9057	9006.51	9036.10	9005.01	9175.19
94	93	박영룡	9016	9001.86	9001.23	9010.57	9129.50
95	86	이법진	9056	8932.39	8999.53	9042.97	9129.50
96	65	조훈현	9147	8985.47	8991.36	8979.34	9129.50
97	78	박하민	9090	9055.71	8972.07	8943.39	9129.50
98	98	전영규	9009	8806.83	8929.36	8923.69	9061.26
99	99	양우석	9004	8892.10	8916.45	8904.99	9000.46
100	91	박건호	9025	8783.06	8701.20	8695.77	8840.71
				Dum effect	275.75	369.23	273.61
				Pace effect		-217.29	

ranking¹은 B-T model with Dum effect 적합 결과에 따른 순위, ranking²는 한국 기원에서 발표한 rating에 따른 순위.
B-T model = Bradley-Terry model.

위 식에서 $\hat{\ell}(s) = \ell(\hat{\beta}_s, \hat{\delta}_s)$ 이며, $\mathbf{J}(s) = \text{var}\{\nabla\ell(\beta, \delta)\}|_{\beta=\hat{\beta}_s, \delta=\hat{\delta}_s}$ 이고 $\mathbf{I}(s) = -E\{\nabla^2\ell(\beta, \delta)\}|_{\beta=\hat{\beta}_s, \delta=\hat{\delta}_s}$ 인데, Varin 등 (2016)에서와 같이 이 모형에서는 $\mathbf{J}(s) = \phi\mathbf{I}(s)$ 이므로 TIC는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{TIC}(s) = -2\hat{\ell}(s) + 2\phi p_s \quad (3.12)$$

위 식에서 p_s 는 주어진 s 에 값에서 서로 다른 그룹 ($\hat{\beta}_{s,i}$ 가 같은 값을 가지는 기사들의 집합)의 갯수이며, dispersion parameter ϕ 는 다음과 같이 squared Pearson residuals로 추정 가능하다 (Varin 등, 2016).

$$\hat{\phi} = \frac{1}{M - m + 1} \sum_{i < j} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \frac{(c_{ijk} - t_{ijk} \hat{\pi}_{ijk})^2}{t_{ijk} \hat{\pi}_{ijk} (1 - \hat{\pi}_{ijk})}. \quad (3.13)$$

위 식에서 $\hat{\pi}_{ijk}$ 는 $P(Y_{ijk} = 1)$ 에 대한 추정량이며, c_{ijk} 와 t_{ijk} 는 각각 i, j 번째 기사의 k 번째 대국의 결과 (기사 i 가 승리하면 $c_{ijk} = 1$, 패배하면 $c_{ijk} = 0$)와 그 기댓값을 나타내고, M 은 전체 대국수를 나타낸다. 이러한 모형을 통해 추정된 ability score 역시 한국 기원에서 발표하는 rating 점수와 scale이 다르므로 보정을 해주었다. 결과는 Figure 3.2와 Table 3.3에 나와있으며, Table 3.3에 표시되어 있는 가로선으로 구분된 구획 내의 기사들은 ability score가 같은 값으로 추정되었다. 100명의 기사는 총 24개의 그룹으로 구분되었으며, 최상위 6명과 최하위 3명은 모두 다른 그룹으로 나뉘어져 이들 간의 실력차가 뚜렷하다고 할 수 있다.

4. 결론

Bradley-Terry model 적합을 통해 얻은 기사들의 순위와 실제 순위가 비슷한 경향을 보이므로 통계적 점수 제도는 잘 작동하고 있는 것으로 결론 내릴 수 있다. 그러나 Bradley-Terry model with Dum effect 적합 결과에서 Dum effect에 해당되는 δ 가 매우 유의하다고 나타난 것으로부터 6집 반의 덤을 백에게 주고도 여전히 흑이 유리하다는 결론을 내릴 수 있었으며, Bradley-Terry model with Pace effect 적합 결과에서는 Pace effect에 해당되는 γ 가 매우 유의하여 속기전과 비속기전에서 흑을 잡음으로써 생기는 이점에 차이가 난다는 결론을 내릴 수 있었다. 이러한 결론으로부터 이를 반영한 개선 방안이 필요할 것으로 보인다. 가능한 해결 방안으로는 현재 한국 바둑에서 사용되는 덤의 크기를 증가 시키는 것, 또는 속기전 여부에 따라 덤의 크기에 차이를 두는 것 등이 있을 것이다. 한 예로 FIFA (2016)는 여자 축구 팀의 순위를 Elo rating system을 사용하여 결정하며 홈팀이 가지는 이점을 고려하여 rating 점수를 업데이트한다. 더불어 덤의 크기에 따른 흑의 이점의 추정에 관해서는 덤이 7집 반 적용되는 중국의 공식 대국 결과를 이용하여 추가적인 연구가 가능할 것으로 보이나, 계가 방식의 차이에 따른 효과도 같이 고려해주어야 할 것이다. 또한 Bradley Terry model에서 기사들의 순위를 결정하는 점수에 속기전, 비속기전 여부가 중요한 변수로 작용하게 될 경우 기사들의 참여자체(비속기전의 경우 참가 주저)에도 영향을 미칠 수 있다고 생각되어서는 pace effect 자체를 주효과로 고려하지 않았다. 현재 모형은 속기전과 비속기전의 덤에 대한 기준을 달리하는 방식으로 기사들의 점수에 대한 보완을 의미하고 있습니다. Bradley-Terry model with Ranking Lasso의 적합 결과에서는 최상위권 기사들간의 실력차가 뚜렷하며, 최상위권을 제외한 기사들의 바둑 실력이 상당히 근접하다는 결론을 내릴 수 있다. 그 중에서 김승재 6단은 한국 기원의 12월 순위 발표에 의하면 27위를 기록하였지만, Bradley-Terry model with Ranking Lasso의 적합 결과에서는 공동 7위를 기록하였다. 이는 김승재 6단의 실력이 2012년 70전 52승 18패, 2013년 71전 45승 26패, 2014년 69전 47승 22패, 2015년 46전 25승 21패로 점점 하향세를 보이고 있기 때문으로 보인다. 한국 기원의 랭킹 시스템은 기사의 현재 바둑 실력에 따라 수정을

거듭하는 반면, Bradley-Terry model은 기본적으로 모든 대국 자료를 동등하게 여기기 때문에 실력의 변화를 감지해내기 어렵다. 이를 보완하기 위해서는 대국 자료에 시간 순서에 따른 가중치를 부과한 새로운 모형이 필요할 것이다.

References

- Bai, T. I. (2007). Principal and application of Baduk rating system, *Journal of Baduk Studies*, **4**, 73–91.
- Elo, A. E. (1978). *The Rating of Chessplayers Past and Present*, Arco, New York.
- FIFA (2016). <http://www.fifa.com/fifa-world-ranking/procedure/women.html> [Accessed 7 March 2016]
- Glickman, M. (1995). The glicko system, Boston University.
- Kim, J. H. (2007). A study on the optimal size of dum in professional Baduk, *Korean Journal of Applied Statistics*, **20**, 245–255.
- Korean Baduk Association (2019). <http://www.baduk.or.kr/> [Accessed 21 November 2019]
- Masarotto, G. and Varin, C. (2012). The ranking lasso and its application to sport tournaments, *The Annals of Applied Statistics*, **6**(4), 1949–1970.
- Takeuchi, K. (1976). Distribution of informational statistics and a criterion of model fitting, *SuriKagaku*, **153**, 12–18.
- Turner, H. and Firth, D. (2012). Bradley-Terry models in R: the BradleyTerry2 package, *Journal of Statistical Software*, **48**, 1–21.
- Varin, C., Cattelan, M., and Firth, D. (2016). Statistical modelling of citation exchange between statistics journals, *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, **179**, 1–63.

한국기원 기사 랭킹과 덤에 관한 분석

조성훈^a · 장원철^{a,1}

^a서울대학교 통계학과

(2019년 10월 31일 접수, 2019년 11월 25일 수정, 2019년 12월 3일 채택)

요약

현재 한국기원의 기사랭킹제도는 체스 계에서 널리 사용되는 Elo rating system에 기반을 두고 있다. 또한 대국에서 6집반의 덤에도 불구하고 여전히 많은 기사들이 흑을 선호하며 실제로 흑을 둔 기사가 높은 승률을 보이고 있다. 이 연구에서는 Bradley-Terry model을 통하여 실제 흑의 효과를 고려한 랭킹을 산출하여 현재 사용되고 있는 Elo rating system과 비교 분석한다.

주요어: 덤, 바둑기사 랭킹, Bradley-Terry model, Elo rating system

본 연구는 정부(과학기술정보통신부)의 재원 및 한국연구재단의 지원 보건복지부의 재원으로 한국연구재단 및 한국보건산업진흥원의 보건의료기술연구개발사업 지원에 의하여 이루어진 것임 (No. 2017R1A2B2012816, H119C1234).

¹교신저자: (08826) 서울특별시 관악구 관악로 1, 서울대학교 통계학과. E-mail: wcjang@snu.ac.kr