

A reliability measure of three dimensional shapes based on statistical shape analysis

Shin Sang Min^{a,1}

^aDepartment of Management Information Systems, Dong-A University

(Received July 23, 2018; Revised September 13, 2018; Accepted January 24, 2019)

Abstract

The reliability of the data means the overall consistency of the measurement results. Methods for evaluating reliability have been continuously studied because it affects the results of the statistical analysis. Cronbach's α coefficient or intraclass correlation coefficient is used for reliability evaluation; however, these measures cannot be applied to data consisting of three-dimensional coordinates to represent an object. In this study, we propose a measure to evaluate the reliability of three dimensional shapes based on statistical shape analysis that is made possible by extracting the shape information from the measured three dimensional coordinates and decomposing the shape variation.

Keywords: three dimensional shape, reliability, statistical shape analysis, shape variation.

1. 서론

최근 영상과학의 발전으로 인해 3차원 이미지에 대한 관심이 높아지고 있다. 특히, 두개안면골격의 성장발육 및 부정교합과 치아, 턱, 안면의 이상을 예방하며 치료를 담당하는 치과교정학(orthodontics)에서는 기존의 X-선 촬영에 의한 2차원 평면 구조상에서의 측정 및 진단이 아닌 cone beam computed tomography (CBCT) 촬영에 의한 3차원 입체 구조상에서 환부의 정밀한 측정 및 진단이 요구되고 있으며, 이와 같은 3차원 이미지에 대한 정량적인 평가에는 통계적 형상분석(statistical shape analysis)을 활용하고 있다. 통계적 형상분석은 기하적 공간에서 형상점(landmarks)에 의해 표현된 개체들의 형태로부터 크기와 위치, 회전의 효과를 제거한 형상 정보를 추출하여 이들을 기술하고 비교하려는 분석 방법으로 치의학뿐만 아니라 기계공학, 고고학, 생물학 등 다양한 분야에서 활용되고 있다. 여기서 형상점이란, 각각의 개체에 대한 이미지의 특징을 파악할 수 있는 기하적 공간에서의 각각의 좌표점을 의미하며, 다수의 형상점들을 연결하여 표현할 수 있는 개체의 단순화된 이미지를 형태(configurations)라고 할 수 있다. Kendall (1977)은 이러한 형태로부터 크기와 위치, 회전의 효과를 제거한 기하적인 정보를 형상(shapes)이라고 했다. 즉, 형상이란 특정 개체의 외형에 대한 고유한 기하적인 정보라 할 수 있다.

이러한 형상 정보를 활용하여 O'Higgins와 Dryden (1993)은 수컷 고릴라와 암컷 고릴라의 두개골에 대한 형상을 비교하기 위한 통계적 검정방법을 제안하였고, Kim 등 (2010)은 집단 내 개체들의 형상에 대

This work was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korean Government (MSIT) (NRF-2017R1C1B5075646).

¹Department of Management Information Systems, Dong-A University, 225 Gudeok-ro, Seo-gu, Busan 49236, Korea. E-mail: smshin@dau.ac.kr

한 변동을 파악할 수 있는 다양한 통계적 척도를 제안한 바 있다. 그리고 Shin 등 (2015)은 성장기 아동들의 척추(vertebra)에 대한 형상의 변화와 특징을 파악하여 골성숙도(skeletal maturation status)를 추정하는 방안을 제안하였으며, 이를 바탕으로 Kim 등 (2017)은 구순구개열 환자들의 골격 형상을 비교하여 골성숙도를 평가하는 방법을 제안하였다. 이러한 연구들은 2차원 평면구조의 형상을 이용하여 연구가 진행되었는데, Shin 등 (2016)은 부정교합 환자들에 대한 치료 및 예후에 대한 정량적인 평가를 목적으로 환자들의 두개골에 대한 3차원 입체 형상을 이용하여 안면 구조의 대칭성을 측정하고 평가하기 위한 기준평면을 설정하는 방법을 제안하였으며, Han 등 (2018)은 부정교합 환자들의 악관절에 대한 3차원 형상을 이용하여 교합 평면 각도가 악관절 형상에 미치는 영향을 파악한 바가 있다.

통계적 형상분석을 수행하기 위해서는 촬영된 특정 개체의 이미지로부터 형상점을 측정하는 과정이 선행되어야 한다. 일반적으로 형상점은 특정 개체의 외형적 특징을 표현할 수 있는 변곡점(curvature)에 대한 좌표를 획득하게 된다. 그러나 불행하게도 형상점의 측정 과정은 완전한 자동화되어 있지 않은 것이 일반적인 사항이기에 특정 개체의 이미지로부터 형상점을 반복적으로 측정하게 되는 경우 측정결과들이 상이할 수 있다. 따라서 치의학과 같이 정밀한 측정이 요구되는 분야에서는 형상점의 측정결과에 대한 신뢰도(reliability) 문제가 종종 제기되고 있다. 여기서 신뢰도는 측정하려는 대상을 안정적이고 일관성있게 측정할 정도를 의미하며, 일반적인 데이터에 대한 신뢰도 평가는 대표적으로 크론바흐의 알파 계수(Cronbach's α coefficient)나 급내상관계수(intraclass correlation coefficient; ICC)를 이용할 수 있다. 그러나 정육면체의 형상을 표현하기 위해서 8개 모서리에 대한 3차원의 좌표점이 필요하듯, 다수의 형상점들에 의해 하나의 형상을 표현하게되는 통계적 형상분석의 데이터에 대해서는 크론바흐의 알파 계수나 급내상관계수와 같은 일반적인 신뢰도 계수를 적용할 수가 없다. 더욱이 이러한 데이터의 구조적 특징으로 인해 통계적 형상분석에서 형상의 측정결과에 대한 신뢰도 평가와 관련된 연구는 미흡한 수준에 머물러 있다. Kim 등 (2010)이 집단 내 서로 다른 개체들에 대한 형상변동(shape variation)을 파악하고 집단 간의 형상변동을 비교하기 위한 척도를 제안한 바 있지만, 이는 집단 내 개체들의 유사성(similarity)만을 평가할 뿐, 동일 개체의 이미지로부터 형상점을 반복적으로 측정한 경우 측정결과들 사이의 일관성(consistency)을 평가하기에는 부적절하다.

따라서 본 연구는 통계적 형상분석을 이용하여 반복적으로 측정한 형상들이 가지는 변동과 측정결과들 사이의 일관성을 파악하여 3차원 형상의 측정결과에 대한 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하고자 한다. 이를 위해 2절에서는 각각의 개체들에 대한 형태로부터 형상 정보를 추출하고 평균형상(mean shape)을 추정하여 형상들이 가지는 변동을 분해하는 과정을 설명하고 이를 바탕으로 측정결과에 대한 신뢰도를 평가하는 방법을 제안하고자 한다. 그리고 3절에서는 모의실험을 통하여 제안하고자하는 신뢰도 계수의 효용성을 평가할 것이며 마지막으로 4절에서 결론과 향후 연구에 대하여 논의하고자 한다.

2. 3차원 형상의 신뢰도 평가

2.1. 형상 정보의 추출과 평균형상

통계적 형상분석에서는 3차원 공간에서 측정된 m 개 형상점에 의한 각각의 형태를 크기가 $m \times 3$ 인 형태행렬(configuration matrix) \mathbf{X} 로 표현하며, Dryden과 Mardia (2016)는 이러한 형태행렬 \mathbf{X} 로부터 크기와 위치의 영향을 제거한 정보를 중심화 사전형상(centered pre-shape)이라 하고 다음과 같이 정의하였다.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{CX}}{\|\mathbf{CX}\|}. \quad (2.1)$$

여기서 $\mathbf{C} = \mathbf{I} - m^{-1}\mathbf{J}$ 는 크기 $m \times m$ 의 중심화 행렬(centering matrix)로, 행렬 \mathbf{I} 는 m 차 단위행

렬(identity matrix)이고 행렬 \mathbf{J} 는 모든 원소가 1인 m 차 정방행렬(square matrix)이다. 그리고 $\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{X}'\mathbf{X})}$ 으로 행렬의 놈(norm) 연산을 의미하며, Dryden과 Mardia (2016)에 따르면 $\|\mathbf{CX}\|$ 를 형태 행렬 \mathbf{X} 의 중심화 크기(centroid size)라고 한다. 더불어 식 (2.1)의 중심화 사전형상에 대해 직교회전(orthogonal rotation)으로 표현되는 $m \times 3$ 행렬들의 집합을 해당 개체의 3차원 형상(shape)이라고 할 수 있다.

다음으로 n 개의 개체들에 대해 $m \times 3$ 행렬로 표현되는 각각의 중심화 사전형상을 $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_n$ 이라 하면, 이들이 가지는 형상변동은 다음의 프로크루스티즈 제곱합(Procrustes sum of squares; PSS)을 최소화하는 방법으로 측정가능하다.

$$\text{PSS}(\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_n) = \sum_{i=1}^n \|\beta_i \mathbf{Z}_i \mathbf{\Gamma}_i - \boldsymbol{\mu}\|^2. \quad (2.2)$$

여기서 $\boldsymbol{\mu}$ 는 평균형상(mean shape)이라 하고, $i = 1, \dots, n$ 에 대해 $\beta_i > 0$ 는 재척도 모수(re-scaling parameter)이며 $\mathbf{\Gamma}_i$ 는 회전 모수(rotation parameter)로 $|\mathbf{\Gamma}_i| = 1$ 을 만족하는 m 차 직교행렬(orthogonal matrix)이다. Gower (1975)는 식 (2.2)의 프로크루스티즈 제곱합을 최소화하는 문제를 해결하기 위하여 다음의 제약조건

$$\sum_{i=1}^n \|\beta_i \mathbf{Z}_i \mathbf{\Gamma}_i\|^2 = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i\|^2 \quad (2.3)$$

하에서 β_i 와 $\mathbf{\Gamma}_i$ 를 추정하는 일반화된 프로크루스티즈분석(generalized Procrustes analysis; GPA)을 제안하였으며, Goodall (1991)은 이를 통계적 형상분석에서 활용하였다. 이러한 GPA는 각각의 중심화 사전형상에 대한 크기 변환 및 직교 회전을 통해 형상들 사이의 최소 차이를 파악하고, 더불어 주어진 형상들에 대한 평균형상을 추정하기 위한 분석방법이라 할 수 있으며, Dryden과 Mardia (2016)의 7장을 참고하여 통계적 형상분석에서의 GPA 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

Step 1. 각각의 프로크루스티즈 적합 형상(Procrustes fitted shape)을 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{Z}_i^p = \beta_i \mathbf{Z}_i \mathbf{\Gamma}_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

그리고 $\hat{\beta}_i = 1$ 과 $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i = \mathbf{I}$ 로 두어 각각의 프로크루스티즈 적합 형상을 초기화한다.

Step 2. n 개의 프로크루스티즈 적합 형상을 이용하여 평균형상의 추정치를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{Z}_i^p.$$

Step 3. i 번째 프로크루스티즈 적합 형상 \mathbf{Z}_i^p 를 평균형상의 추정치 $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ 에 대해 보통의 프로크루스티즈 분석(ordinary Procrustes analysis; OPA)을 이용하여 적합시키고 $\mathbf{\Gamma}_i$ 와 β_i 에 대한 추정치를 다음과 같이 구하여 각각 업데이트한다.

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i', \quad \hat{\beta}_i = \frac{\text{tr}(\hat{\boldsymbol{\mu}}' \mathbf{Z}_i^p \hat{\mathbf{\Gamma}}_i)}{\|\mathbf{Z}_i^p\|^2}, \quad i = 1, \dots, n.$$

여기서, 행렬 \mathbf{U}_i 와 \mathbf{V}_i 는 $\hat{\boldsymbol{\mu}}' \mathbf{Z}_i^p$ 에 대해 비정칙치 분해(singular value decomposition; SVD)

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}' \mathbf{Z}_i^p = \|\mathbf{Z}_i^p\| \|\hat{\boldsymbol{\mu}}\| \mathbf{V} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}'$$

를 이용하여 구할 수 있다. 여기서 $\boldsymbol{\Lambda}$ 는 $\hat{\boldsymbol{\mu}}' \mathbf{Z}_i^p$ 에 대한 m 개의 비정칙치(singular values)를 원소로 가지는 대각행렬(diagonal matrix)이다.

Step 4. $i = 1, \dots, n$ 에 대해 Step 3에서 획득한 $\hat{\beta}_i$ 와 $\hat{\Gamma}_i$ 을 이용하여 각각의 프로크러스티즈 적합 형상 \mathbf{Z}_i^p 와 평균형상의 추정치 $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ 를 다음과 같이 업데이트한다.

$$\mathbf{Z}_i^p = \hat{\beta}_i \mathbf{Z}_i \hat{\Gamma}_i, \quad \hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{Z}_i^p.$$

Step 5. Step 3과 Step 4를 식 (2.2)의 프로크러스티즈 제공합이 수렴할 때까지 반복한다.

위와 같은 GPA 알고리즘에 의해 식 (2.2)의 프로크러스티즈 제공합을 최소화하는 β_i 과 Γ_i 의 추정치를 각각 $\hat{\beta}_i$ 과 $\hat{\Gamma}_i$ 이라 하였을 때, 크기 $m \times 3$ 의 평균형상 $\boldsymbol{\mu}$ 는 다음과 같이 추정 가능하다.

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_i \mathbf{Z}_i \hat{\Gamma}_i.$$

2.2. 형상변동의 분해

본 연구는 3차원 형상의 계측결과에 대한 신뢰도 평가를 목적으로 하고 있다. 앞서 언급한 바와 같이 신뢰도는 측정하려는 대상을 안정적이고 일관성있게 측정한 정도를 의미한다. 따라서 n 개의 개체들로 구성된 표본이 주어졌다하더라도 각각의 개체에 대한 단일 계측 결과만으로는 이를 평가할 수 없다. 식 (2.2)의 프로크러스티즈 제공합에 의해서는 n 개 형상들에 대한 유사성을 평가할 수는 있어도 계측결과의 안정성 및 일관성을 평가할 수는 없기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 설문조사 과정에서 검사-재검사법(test-retest method)과 유사하게 특정 개체의 3차원 이미지에 대해 일정 시간 간격을 두고 2회 이상 반복적으로 형상점을 계측하는 경우를 가정하고자 한다. 즉, 개체의 형태적 변화가 없는 특정 시점에서 획득한 각각의 이미지에 대해 3차원 형상점을 반복적으로 계측하는 경우를 가정하고자 한다.

이와 같은 가정 하에서는 동일 개체에 대한 계측결과들이 상이할 수 있으므로, k 번째 반복계측을 통해 획득한 i 번째 개체에 대한 크기 $m \times 3$ 의 중첩화 사전형상을 \mathbf{Z}_{ik} , $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, r$ 라고 하자. 그러면 전체 nr 개의 형상들이 가지는 전체 형상변동은 식 (2.2)와 GPA 알고리즘에 의해 다음의 프로크러스티즈 제공합을 이용하여 측정가능하다.

$$\text{PSS}(\mathbf{Z}_{11}, \dots, \mathbf{Z}_{nr}) = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \right\|^2. \quad (2.4)$$

여기서 $\hat{\beta}_{ik}$ 와 $\hat{\Gamma}_{ik}$, $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, r$ 는 GPA 알고리즘에 의한 β_{ik} 과 Γ_{ik} 의 추정치이며, 이들에 의해 크기 $m \times 3$ 의 전체 평균형상 $\boldsymbol{\mu}$ 에 대한 추정치는 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{nr} \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik}. \quad (2.5)$$

이 때, i 번째 개체에 대한 r 회 반복계측한 결과가 상이하다면 i 번째 개체의 실제 형상에 대한 추정이 요구된다. 따라서 크기 $m \times 3$ 의 행렬로 표현되는 i 번째 개체의 실제 형상 $\boldsymbol{\mu}_i$ 에 대한 추정치를

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_i = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.6)$$

라고 정의하면, 식 (2.4)의 프로크러스티즈 제공합은 다음과 같이 재표현할 수 있다.

$$\text{PSS}(\mathbf{Z}_{11}, \dots, \mathbf{Z}_{nr}) = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \hat{\boldsymbol{\mu}}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}} \right\|^2 + \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_i \right\|^2. \quad (2.7)$$

증명: 먼저 편이상 $\mathbf{Y}_{ik} = \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik}$, $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, r$ 이라 하면,

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Y}_{ik} - \boldsymbol{\mu}\|^2 &= \|(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot}) + (\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})\|^2 \\ &= \text{tr}[(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot})'(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot})] + \text{tr}[(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})'(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})] + 2\text{tr}[(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot})'(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})] \\ &= \|\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot}\|^2 + \|\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}}\|^2 + 2\text{tr}[(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot})'(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})] \end{aligned} \quad (2.8)$$

와 같이 표현가능하다. 다음으로 $p = 1, \dots, m$, $q = 1, 2, 3$ 에 대해 y_{pqik} 를 행렬 \mathbf{Y}_{ik} 의 (p, q) 번째 원소라 하고

$$\bar{y}_{pqi\cdot} = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r y_{pqik}, \quad \bar{y}_{pq\cdot\cdot} = \frac{1}{nr} \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n y_{pqik}$$

라고 하면, $\bar{y}_{pqi\cdot}$ 와 $\bar{y}_{pq\cdot\cdot}$ 는 식 (2.5)와 식 (2.6)에 의해 각각 $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot}$ 과 $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ 의 (p, q) 번째 원소가 된다. 따라서

$$\text{tr}[(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot})'(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})] = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^3 (y_{pqik} - \bar{y}_{pqi\cdot})(\bar{y}_{pqi\cdot} - \bar{y}_{pq\cdot\cdot})$$

와 같이 표현 가능하다. 여기서 $\sum_{k=1}^r (y_{pqik} - \bar{y}_{pqi\cdot}) = 0$ 이므로

$$\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \text{tr}[(\mathbf{Y}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot})'(\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}})] = 0$$

을 만족하여 식 (2.8)에 의해 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \text{PSS}(\mathbf{Z}_{11}, \dots, \mathbf{Z}_{nr}) &= \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}} \right\|^2 \\ &= \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \|\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}}\|^2 + \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} \right\|^2. \end{aligned}$$

□

식 (2.7)에서 우변의 첫 번째 항

$$\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \|\hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} - \hat{\boldsymbol{\mu}}\|^2$$

은 전체 평균형상 $\boldsymbol{\mu}$ 에 대해 개별 개체의 형상 $\boldsymbol{\mu}_{i\cdot}$, $i = 1, \dots, n$ 들이 가지는 집단 내의 형상변동을 의미한다고 할 수 있다. 그리고 식 (2.7)의 우변 두 번째 항

$$\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \hat{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \hat{\Gamma}_{ik} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{i\cdot} \right\|^2 \quad (2.9)$$

은 i 번째 개체의 형상 $\boldsymbol{\mu}_{i\cdot}$ 에 대해 반복계측을 통해 획득한 중심화 사전형상들 \mathbf{Z}_{ik} , $r = 1, \dots, r$ 이 가지고 있는 변동을 의미한다고 할 수 있다. 따라서 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합이 0에 가까울수록 r 회 반복계측한 결과들이 안정적이고 일관성이 있다라고 할 수 있으므로 형상점의 계측결과에 대한 신뢰도는 높다고 할 수 있을 것이다.

그러나 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합만으로는 형상점의 계측결과에 대한 신뢰도를 정량적으로 평가할 수가 없다. 그 이유는 식 (2.1)에서 정의한 중심화 사전형상은 크기의 효과가 제거되었기 때문

에 각각의 중심화 사전형상에 대한 중심화 크기는 항상 1이 되어, 식 (2.3)의 제약조건 하에서 GPA 알고리즘의 결과로 계산되는 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합은 항상 1보다 작은 값을 가지게 되기 때문이다. 더불어 제곱합의 특성 상 절대적인 수치 해석에는 어려움이 따를 수 밖에 없다. 따라서 다음 절에서는 앞서 파악한 형상변동의 분해를 기반으로 3차원 형상점의 계측결과에 대한 적절한 신뢰도 계수를 제안하고자 한다.

2.3. 형상점의 계측결과에 대한 신뢰도 계수

우선, k 번째 반복계측 과정에서 획득한 n 개 형상들이 가지는 형상변동은 다음과 같은 프로크러스티즈 제곱합으로 표현할 수 있다.

$$\text{PSS}_k(\mathbf{Z}_{1k}, \dots, \mathbf{Z}_{nk}) = \sum_{i=1}^n \left\| \tilde{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \tilde{\Gamma}_{ik} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{.k} \right\|^2, \quad k = 1, \dots, r.$$

여기서, $\tilde{\beta}_{ik}$ 와 $\tilde{\Gamma}_{ik}$ 는 k 번째 반복계측 과정에서 획득한 n 개 형상들에 대한 β_{ik} 와 Γ_{ik} 의 GPA 추정치로, nr 개의 형상을 모두 이용한 식 (2.4)의 GPA 추정치인 $\hat{\beta}_{ik}$ 와 $\hat{\Gamma}_{ik}$ 에 대해서 일반적으로

$$\tilde{\beta}_{ik} \neq \hat{\beta}_{ik}, \quad \tilde{\Gamma}_{ik} \neq \hat{\Gamma}_{ik}, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, r$$

의 관계를 가진다. 그리고 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{.k}$ 는 k 번째 반복계측 과정에서 획득한 n 개 형상들만을 이용한 평균형상 $\boldsymbol{\mu}$ 에 대한 추정치로 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{.k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \tilde{\Gamma}_{ik}.$$

만약 $i = 1, \dots, n$ 에 대해서 $\mathbf{Z}_{i1} = \mathbf{Z}_{i2} = \dots = \mathbf{Z}_{ir}$ 의 관계가 성립한다면 즉, r 회의 반복계측 과정에서 획득한 계측결과들이 각각의 개체별로 완벽하게 일치한다면 식 (2.6)에 의한 $\hat{\boldsymbol{\mu}}_i$ 의 정의에 의해 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합은 0이 되므로

$$\sum_{k=1}^r \text{PSS}_k(\mathbf{Z}_{1k}, \dots, \mathbf{Z}_{nk}) = \text{PSS}(\mathbf{Z}_{11}, \dots, \mathbf{Z}_{nr}) = \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \|\hat{\boldsymbol{\mu}}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}\|^2 \quad (2.10)$$

의 관계가 성립하게 된다. 그러나 적어도 하나의 개체에 대해 r 회의 반복계측 과정에서 상이한 계측결과가 발생하게 되면, 식 (2.7)에 의해 다음의 관계를 만족하게 된다.

$$\sum_{k=1}^r \text{PSS}_k(\mathbf{Z}_{1k}, \dots, \mathbf{Z}_{nk}) \geq \sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \|\hat{\boldsymbol{\mu}}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}\|^2.$$

따라서 본 연구에서는 다음과 같은 프로크러스티즈 제곱합의 비(ratio)를 반복계측을 통해 획득한 3차원 형상점의 계측결과에 대한 신뢰도 계수(reliability coefficient; RC)로 사용할 것을 제안한다.

$$\text{RC} = \frac{\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \|\hat{\boldsymbol{\mu}}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}\|^2}{\sum_{k=1}^r \sum_{i=1}^n \left\| \tilde{\beta}_{ik} \mathbf{Z}_{ik} \tilde{\Gamma}_{ik} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{.k} \right\|^2} \quad (2.11)$$

식 (2.11)의 신뢰도 계수 RC는 식 (2.10)에 의해 1에 가까울수록 3차원 형상점의 계측결과가 동일함을 의미하게 되며, 0에 가까울수록 계측결과가 상이함을 의미하게 된다. 따라서 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합보다 해석이 용이한 장점을 지닌다고 할 수 있다.

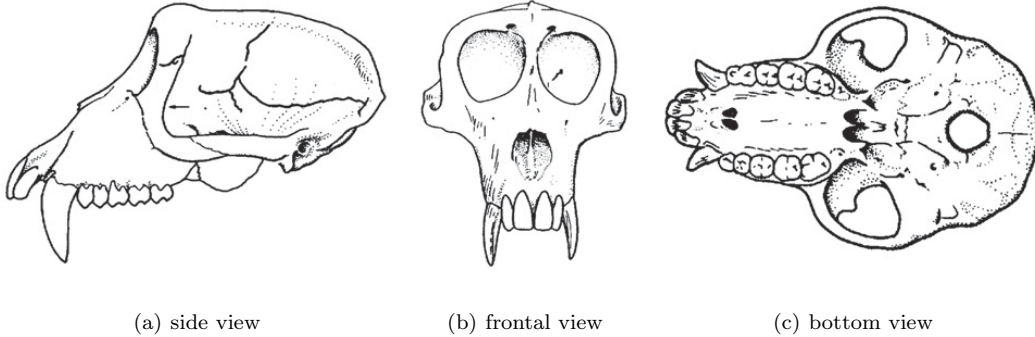


Figure 3.1. A three dimensional macaque skull (Dryden and Mardia, 2016, Chapter 1).

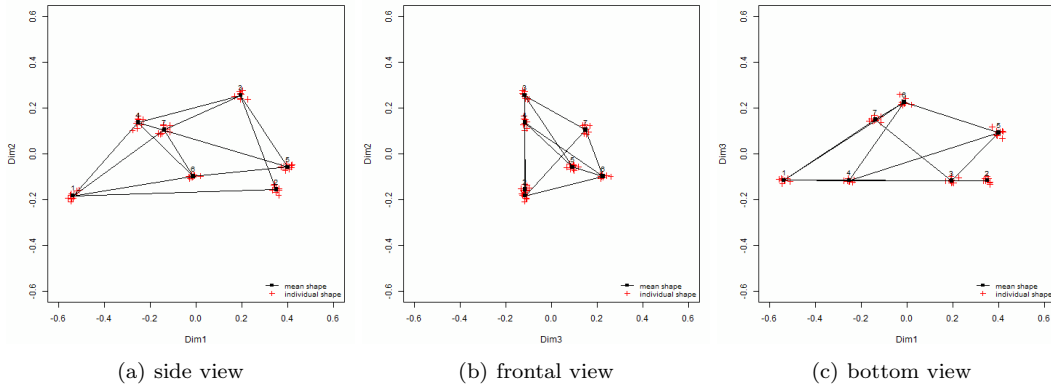


Figure 3.2. A three dimensional mean shape and Procrustes fitted landmarks of macaque skulls.

3. 모의실험

3.1. 모의실험의 설계

모의실험은 R 프로그램의 `shapes` 패키지에서 제공하고 있는 `macf.dat`를 활용하여 진행하였다. Dryden과 Mardia (2016)에 의하면 해당 데이터에는 긴꼬리원숭이과에 속하는 마카크(macaque) 원숭이의 두개골에 대한 3차원 형상점이 기록되어 있으며, Dryden과 Mardia (1993)에서 성별에 따른 두개골 형상의 차이를 파악하기 위해 최초 사용되었다고 한다. 이들은 Figure 3.1에 제시되어 있는 마카크 원숭이의 실제 두개골 이미지에 대해 7개의 형상점을 선별하여 연구를 진행하였으며, 본 연구에서 활용하고자 하는 데이터(`macf.dat`)에는 9마리 암컷 마카크 원숭이에 대한 3차원 형상점의 좌표가 기록되어 있다. 형상점들에 대한 의학적 자세한 설명은 Dryden과 Mardia (2016)를 참조할 수 있으며, Figure 3.2는 주어진 데이터에 대한 평균형상과 GPA에 의해 프록러스티즈 적합된 9마리 개체들의 형상점들은 보여준다. 참고로 Figure 3.1(b)와 Figure 3.2(b), Figure 3.1(c)와 Figure 3.2(c)를 각각 비교하면 주어진 7개의 형상점에 의한 형상은 두개골 형상의 절반을 나타내고 있음을 확인할 수 있다. 주어진 데이터는 각각의 개체들에 대한 7개 형상점의 단일계측 결과이기에 다음의 과정을 통해 본 연구의 목적에 맞는 반복계측에 따른 형상점의 좌표들을 인위적으로 생성하여 식 (2.11)의 신뢰도 계수 RC에 대한 효용성을 파악하였다.

우선, 9마리 원숭이들의 두개골에 대한 실제 형상점은 알 수 없으므로, 주어진 데이터 상에서 제공되는 개별 개체의 형태행렬에 대해 식 (2.1)에 따라 획득 가능한 중심화 사전형상을 개별 개체의 형상 $\boldsymbol{\mu}_i$, $i = 1, \dots, 9$ 라고 가정하였다. 이제 주어진 데이터는 개별 개체에 대한 실제 형상의 7개 형상점이 되므로 반복계측 과정 상에서 목표가 되는 형상점이 된다. 다음으로 2.2절의 상황과 동일하게 k 번째 반복계측을 통해 획득한 i 번째 원숭이에 대한 크기 7×3 의 중심화 사전형상을 \mathbf{Z}_{ik} 라고 하자. 그리고 중심화 사전형상 \mathbf{Z}_{ik} 의 7개 형상점을 각각 크기가 3×1 의 벡터인 $\mathbf{z}_{1ik}, \mathbf{z}_{2ik}, \dots, \mathbf{z}_{7ik}$ 이라고 하자. 즉, k 번째 반복계측을 통해 획득한 i 번째 원숭이의 중심화 사전형상과 형상점은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{Z}_{ik} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}'_{1ik} \\ \mathbf{z}'_{2ik} \\ \vdots \\ \mathbf{z}'_{7ik} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 9, \quad k = 1, \dots, r.$$

와 같이 표현 가능하다. 여기서 i 번째 개체에 대해 r 회의 반복계측 과정에서 획득한 계측결과들이 목표가 되는 실제 형상 $\boldsymbol{\mu}_i$ 와 완벽하게 일치한다면

$$\mathbf{Z}_{i1} = \mathbf{Z}_{i2} = \dots = \mathbf{Z}_{ir} = \boldsymbol{\mu}_i, \quad i = 1, \dots, 9$$

의 관계를 만족하게 될 것이다. 그러나 서론에서 언급한 바와 같이 형상점의 계측 과정은 일반적으로 완전 자동화가 되어 있지 않은 상황이기때문에 각각의 형상에 대한 반복계측의 결과 획득 가능한 형상점은 목표가 되는 형상점과는 차이가 발생할 수 있음을 가정하자. 이 때, 각각의 형상점은 3차원 공간에서 계측이 이루어지므로 어느 특정 방향으로만 영향을 받는다고 단정할 수는 없다. 또한 삼각형의 모서리와 같이 계측이 용이한 형상점의 경우에는 비수렴자라 하더라도 형상점의 좌표를 쉽게 계측할 수 있는 반면, 곡면의 가장 볼록한 부분과 같이 정확한 계측이 쉽지 않은 형상점의 경우에는 반복계측을 통해 획득한 계측결과들이 크게 상이할 수 있다고 판단되므로 형상점별 계측 결과의 차이가 가지는 분산에 대해 동질성(homogeneity)을 단정할 수도 없다.

따라서 본 연구에서는 i 번째 개체의 l 번째 형상점에 대한 k 번째 반복계측 과정에서 발생하는 실제 형상과의 차이 $\boldsymbol{\delta}_{lik}$ 에 대해 다음과 같은 3차원의 다변량 정규분포를 가정하였다.

$$\boldsymbol{\delta}_{lik} \sim N_3(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_l), \quad l = 1, \dots, 7, \quad i = 1, \dots, 9, \quad k = 1, \dots, r, \quad (3.1)$$

여기서 $\boldsymbol{\delta}_{lik}$ 에 대한 공분산행렬 $\boldsymbol{\Sigma}_l$ 은 9마리 개체들의 l 번째 형상점에 대한 표본공분산행렬을 이용하여 각각의 형상점이 가지는 변동을 반영하였다. 다음으로 이들 $\boldsymbol{\delta}_{lik}$ 를 각각의 행(row)으로 가지는 크기 7×3 행렬 $\boldsymbol{\Delta}_{ik} = [\boldsymbol{\delta}_{1ik}, \dots, \boldsymbol{\delta}_{7ik}]'$ 를 이용하여 i 번째 개체에 대해 k 번째 반복계측을 통해 획득한 중심화 사전형상 \mathbf{Z}_{ik} 을

$$\mathbf{Z}_{ik} = \frac{\mathbf{C}(\boldsymbol{\mu}_i + \lambda \boldsymbol{\Delta}_{ik})}{\|\mathbf{C}(\boldsymbol{\mu}_i + \lambda \boldsymbol{\Delta}_{ik})\|}, \quad i = 1, \dots, 9, \quad k = 1, \dots, r \quad (3.2)$$

와 같은 방법으로 랜덤하게 생성하였다. 여기서 λ 는 $\boldsymbol{\Delta}_{ik}$ 가 가지는 영향력의 크기로 계측 결과의 불안정한 정도를 나타내며, $\lambda = 0$ 인 경우에는 계측결과들의 차이가 전혀 발생하지 않음을 의미한다. 즉, 계측과정에 대한 숙련자의 경우에는 λ 는 0에 근접함으로써 계측결과들의 차이가 줄어드는 반면, 비숙련자의 경우에는 계측결과들의 차이가 상대적으로 커지는 현상을 반영하였다. 이와 같은 설계 하에서 생성한 중심화 사전형상들에 대해서 GPA 알고리즘을 수행하고 형상변동을 파악하는 모의실험을 1,000회 반복하였다.

Table 3.1. The variation of Procrustes sum of squares of 7 landmarks with changes in r and λ (mean \pm sd)

λ	r			
	2	3	4	5
0.0	0.00000 \pm 0.00000	0.00000 \pm 0.00000	0.00000 \pm 0.00000	0.00000 \pm 0.00000
0.1	0.00023 \pm 0.00003	0.00048 \pm 0.00006	0.00072 \pm 0.00006	0.00093 \pm 0.00007
0.2	0.00095 \pm 0.00015	0.00190 \pm 0.00020	0.00286 \pm 0.00026	0.00379 \pm 0.00028
0.3	0.00215 \pm 0.00028	0.00428 \pm 0.00046	0.00631 \pm 0.00054	0.00852 \pm 0.00059
0.4	0.00371 \pm 0.00057	0.00734 \pm 0.00072	0.01129 \pm 0.00100	0.01513 \pm 0.00107
0.5	0.00606 \pm 0.00089	0.01167 \pm 0.00114	0.01769 \pm 0.00165	0.02353 \pm 0.00172
0.6	0.00834 \pm 0.00141	0.01683 \pm 0.00182	0.02523 \pm 0.00213	0.03369 \pm 0.00268
0.7	0.01128 \pm 0.00167	0.02319 \pm 0.00275	0.03483 \pm 0.00298	0.04613 \pm 0.00350
0.8	0.01503 \pm 0.00216	0.03001 \pm 0.00314	0.04525 \pm 0.00393	0.06047 \pm 0.00458
0.9	0.01945 \pm 0.00277	0.03773 \pm 0.00378	0.05685 \pm 0.00491	0.07592 \pm 0.00609
1.0	0.02340 \pm 0.00316	0.04654 \pm 0.00494	0.06977 \pm 0.00561	0.09393 \pm 0.00785
1.1	0.02815 \pm 0.00359	0.05677 \pm 0.00506	0.08562 \pm 0.00773	0.11379 \pm 0.00896
1.2	0.03323 \pm 0.00456	0.06738 \pm 0.00734	0.10023 \pm 0.00853	0.13401 \pm 0.00999
1.3	0.03947 \pm 0.00532	0.07884 \pm 0.00899	0.11872 \pm 0.01081	0.15964 \pm 0.01183
1.4	0.04595 \pm 0.00688	0.09238 \pm 0.00976	0.13663 \pm 0.01170	0.17981 \pm 0.01232
1.5	0.05165 \pm 0.00734	0.10466 \pm 0.01213	0.15917 \pm 0.01505	0.21398 \pm 0.01668
1.6	0.06065 \pm 0.00963	0.11811 \pm 0.01230	0.17983 \pm 0.01560	0.23919 \pm 0.01587
1.7	0.06821 \pm 0.01048	0.13494 \pm 0.01645	0.20197 \pm 0.01682	0.27021 \pm 0.02129
1.8	0.07360 \pm 0.01167	0.14990 \pm 0.01556	0.22549 \pm 0.01989	0.29917 \pm 0.02171
1.9	0.08576 \pm 0.01345	0.16726 \pm 0.01644	0.25072 \pm 0.02146	0.33330 \pm 0.02473
2.0	0.09237 \pm 0.01337	0.18108 \pm 0.01970	0.27744 \pm 0.02617	0.37107 \pm 0.02897

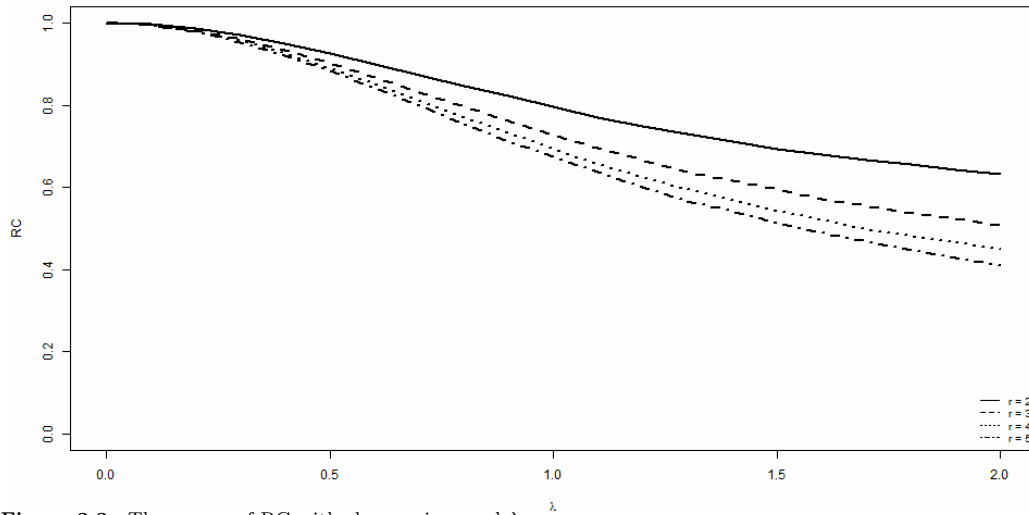
3.2. 모의실험의 결과

Table 3.1은 각각의 개체별로 r 회 반복하여 랜덤하게 생성한 형상들, \mathbf{Z}_{ik} 의 7개 형상점들이 가지는 변동을 파악하기 위하여 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합을 계산한 결과이다. Table 3.1의 결과를 보면, 임의의 $\lambda > 0$ 를 기준으로 반복횟수 r 이 증가함에 따라 프로크러스티즈 제곱합의 평균과 표준편차가 증가함을 확인할 수 있다. 또한, 임의의 r 을 기준으로 λ 가 증가함에 따라 프로크러스티즈 제곱합의 평균과 표준편차가 증가함을 확인할 수 있다. λ 는 목표가 되는 실제 형상 μ_i 에 대해 추가되는 Δ_{ik} 가 가지는 영향력의 크기이므로, λ 가 증가함에 따라 각각의 개체에 대해 반복계측한 결과들이 상이해짐을 의미한다고 할 수 있다. 따라서 λ 가 작을수록 각각의 개체에 대해 반복계측한 결과들이 동일함을 의미하게 되어 신뢰도가 높다고 판단할 수 있을 것이다. 그러나 2.2절에서 언급한 바와 같이 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합은 항상 1보다 작은 값을 가지며, 제곱합의 특성 상 절대적인 수치해석에 어려움이 따른다. 이에 각각의 상황별로 본 연구에서 제안하고자 하는 식 (2.11)의 신뢰도 계수 RC의 변동을 파악한 결과가 Table 3.2에 제시되어 있다.

Table 3.2와 Figure 3.3은 식 (3.2)의 λ 와 r 의 변화에 따른 신뢰도 계수 RC의 평균과 표준편차에 대한 변동을 보여준다. $\lambda = 0$ 인 경우는 Table 3.1의 결과로부터 r 회의 반복계측 과정에서 개체별 형상의 차이가 발생하지 않은 경우를 의미하므로, 반복횟수 r 과 무관하게 모든 RC의 값이 1로 나타나 식 (2.10)의 관계를 확인할 수 있다. 그리고 임의의 $\lambda > 0$ 를 기준으로 r 이 증가함에 따라 신뢰도 계수 RC의 평균은 감소함을 확인할 수 있다. 이는 Table 3.1에서 임의의 $\lambda > 0$ 를 기준으로 반복횟수 r 이 증가함에 따라 식 (2.9)의 프로크러스티즈 제곱합의 평균이 증가하는 현상과 대응되므로, 반복계측 시에 개체별 계측결과들의 차이가 커질수록 신뢰도가 낮아지는 현상을 나타낸다고 할 수 있다. 참고로, 이러

Table 3.2. The means and standard deviations of RC with changes in r and λ (mean \pm sd)

λ	r			
	2	3	4	5
0.0	1.000 \pm 0.000	1.000 \pm 0.000	1.000 \pm 0.000	1.000 \pm 0.000
0.1	0.997 \pm 0.001	0.995 \pm 0.001	0.995 \pm 0.000	0.995 \pm 0.000
0.2	0.987 \pm 0.002	0.982 \pm 0.002	0.980 \pm 0.002	0.978 \pm 0.002
0.3	0.971 \pm 0.005	0.961 \pm 0.004	0.956 \pm 0.004	0.953 \pm 0.004
0.4	0.950 \pm 0.008	0.934 \pm 0.007	0.926 \pm 0.007	0.920 \pm 0.006
0.5	0.926 \pm 0.012	0.902 \pm 0.011	0.890 \pm 0.010	0.882 \pm 0.009
0.6	0.900 \pm 0.016	0.868 \pm 0.015	0.851 \pm 0.013	0.841 \pm 0.012
0.7	0.873 \pm 0.020	0.831 \pm 0.018	0.811 \pm 0.018	0.798 \pm 0.016
0.8	0.847 \pm 0.024	0.795 \pm 0.022	0.770 \pm 0.020	0.754 \pm 0.018
0.9	0.822 \pm 0.028	0.762 \pm 0.026	0.731 \pm 0.023	0.712 \pm 0.023
1.0	0.795 \pm 0.031	0.726 \pm 0.028	0.694 \pm 0.027	0.674 \pm 0.025
1.1	0.771 \pm 0.036	0.696 \pm 0.032	0.657 \pm 0.029	0.637 \pm 0.027
1.2	0.750 \pm 0.037	0.667 \pm 0.034	0.625 \pm 0.031	0.601 \pm 0.029
1.3	0.731 \pm 0.040	0.638 \pm 0.037	0.595 \pm 0.035	0.567 \pm 0.031
1.4	0.712 \pm 0.043	0.616 \pm 0.038	0.568 \pm 0.035	0.541 \pm 0.032
1.5	0.693 \pm 0.046	0.594 \pm 0.041	0.542 \pm 0.036	0.512 \pm 0.034
1.6	0.679 \pm 0.045	0.572 \pm 0.042	0.521 \pm 0.036	0.490 \pm 0.034
1.7	0.667 \pm 0.047	0.555 \pm 0.042	0.498 \pm 0.037	0.467 \pm 0.034
1.8	0.655 \pm 0.047	0.538 \pm 0.042	0.481 \pm 0.038	0.447 \pm 0.036
1.9	0.643 \pm 0.049	0.523 \pm 0.043	0.465 \pm 0.042	0.428 \pm 0.036
2.0	0.633 \pm 0.049	0.509 \pm 0.045	0.449 \pm 0.040	0.411 \pm 0.037

**Figure 3.3.** The means of RC with changes in r and λ .

한 결과는 반복횟수가 증가할수록 신뢰도가 낮아진다는 것을 의미하는 것이 아니다. 본 연구의 모의실험 설계상 동일한 개체에 대해서 각각의 반복 시 생성된 데이터가 상이하기 때문에 $r = 2$ 인 경우에 비해 $r = 5$ 인 경우의 신뢰도 계수 RC가 낮게 나타나는 것이다. 즉, 동일 개체에 대해 상이한 계측 결과들이

많을수록 신뢰도가 낮아지는 현상을 나타낸다고 할 수 있다.

다음으로 Table 3.2와 Figure 3.3으로부터 임의의 r 을 기준으로 λ 가 증가함에 따라 신뢰도 계수 RC의 평균이 작아지는 것을 확인할 수 있다. 여기서 λ 는 식 (3.2)의 Δ_{ik} 가 가지는 영향력의 크기를 나타내므로 λ 가 증가한다는 것은 Δ_{ik} 의 영향이 증가하여 i 번째 개체에 대한 r 회 계측결과들의 변동이 커짐을 의미한다. 따라서 본 연구에서 제안하고자 하는 신뢰도 계수 RC가 계측 결과들의 변동이 커짐에 따라 계측 결과에 대한 신뢰도가 낮아져야 하는 현상을 잘 반영한다고 판단할 수 있다. 즉, 본 연구를 통해 제안하고자 하는 신뢰도 계수 RC는 계측결과가 안정적이지 못한 경우 신뢰도가 낮아져야 하는 현상을 적절하게 반영한다고 판단할 수 있다.

그리고 $\lambda = 1$ 인 경우는 식 (3.1)과 식 (3.2)로부터 Δ_{ik} 가 각각의 형상점들이 가지는 형상변동내에서 발생함을 의미한다고 할 수 있다. Table 3.2로부터 $\lambda = 1$ 인 경우 신뢰도 계수 RC의 평균은 0.795($r = 2$), 0.726($r = 3$), 0.694($r = 4$), 0.674($r = 5$)로 높은 수준이 아님을 확인할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제안하고자 하는 신뢰도 계수 RC가 0.9이상으로 높게 나타나기 위해서는 $r = 2$ 인 경우에는 λ 가 0.6 이하로 낮아져야만 하고 $r = 3$ 인 경우에는 λ 가 0.5 이하이어야 하며, $r = 4$ 와 $r = 5$ 인 경우에는 λ 가 0.4 이하이어야 한다. 즉, 계측결과들의 차이가 형상점들이 가지는 고유한 변동에 비해 절반 수준으로 작아져야만 신뢰도 계수 RC가 0.9 이상으로 높게 나타날 수 있음을 확인할 수 있다.

4. 결론

데이터에 대한 신뢰도는 측정하려는 대상을 안정적이고 일관성있게 측정할 정도를 의미한다. 일반적으로 데이터에 대해 신뢰도를 평가할 때는 크론바흐의 알파 계수나 급내상관계수 등이 주로 이용되지만, 3차원 형상에 대한 신뢰도 평가에서는 개별 형상에 대한 정보를 단일 수치값으로 표현할 수 없는 데이터의 구조적 특성으로 인해 해당 계수들을 이용할 수 없다. 본 연구에서는 통계적 형상분석을 이용하여 각각의 개체를 측정된 형태로부터 본질적인 형상 정보를 추출하고 개체 내에서의 형상변동과 개체 간의 형상변동을 분해하여 3차원 형상에 대한 신뢰도를 평가할 수 있는 신뢰도 계수를 제안하였다.

모의실험을 통해 제안하고자 하는 신뢰도 계수의 효용성을 파악한 결과, 반복계측의 과정에서 상이한 결과들이 많거나 계측결과들이 가지는 변동이 커질수록 제안하는 신뢰도 계수가 낮아지는 것을 확인할 수 있었다. 즉, 제안하고자 하는 신뢰도 계수는 계측결과가 안정적이지 못한 경우 신뢰도가 낮아져야 하는 현상을 적절하게 반영한다고 판단할 수 있었다. 따라서 본 연구에서 제안하는 신뢰도 계수를 이용하면 3차원 형상에 대한 신뢰도 평가가 가능할 것으로 기대할 수 있으며, 치과교정학과 같이 3차원 이미지를 이용한 정밀한 측정 및 진단과 관련된 분야에서 기존 방법보다 정밀한 진단 및 치료 방법이 개발될 수 있을 것으로 기대할 수 있다.

그러나 본 연구에서 제안하는 신뢰도 계수는 개체별 단일계측을 한 결과에 대해서는 적용할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 또한 제안하고자 하는 신뢰도 계수를 이용하여 데이터의 신뢰도 수준을 평가할 수 있는 적절한 가이드라인에 대한 추가적인 연구가 필요하다고 할 수 있다.

References

- Dryden, I. L. and Mardia, K. V. (1993). Multivariate shape analysis, *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A*, **55**, 460–480.
- Dryden, I. L. and Mardia, K. V. (2016). *Statistical Shape Analysis: With Applications in R*, John Wiley & Sons, New York.
- Goodall, C. (1991). Procrustes methods in the statistical analysis of shape, *Journal of the Royal Statistical Society*.

- Society. Series B (Methodological)*, **53**, 285–339.
- Gower, J. C. (1975). Generalized procrustes analysis, *Psychometrika*, **40**, 33–51.
- Han, S., Shin, S. M., Choi, Y. S., Kim, S. Y., Ko, C. C., and Kim, Y. I. (2018). Morphometric analysis for evaluating the relation between incisal guidance angle, occlusal plane angle, and functional temporomandibular joint shape variation, *Acta Odontologica Scandinavica*, **76**, 287–293.
- Kendall, D. G. (1977). The diffusion of shape, *Advances in Applied Probability*, **9**, 428–430.
- Kim, J. G., Choi, Y. S., and Shin, S. M. (2010). Shape variability and classification using PS, MPS and RMS in statistical shape analysis, *Far East Journal of Applied Mathematics*, **42**, 49–60.
- Kim, S. H., Choi, Y. K., Shin, S. M., Choi, Y. S., Yamaguchi, T., Takahashi, M., Maki, K., Park, S. B., and Kim, Y. I. (2017). The estimation of skeletal maturity of patients with cleft lip and palate using statistical shape analysis: a preliminary study, *Dentomaxillofacial Radiology*, **46**, 20160491.
- O’Higgins, P. and Dryden, I. L. (1993). Sexual dimorphism in hominoids: further studies of craniofacial shape differences in Pan, Gorilla and Pongo, *Journal of Human Evolution*, **24**, 183–205.
- Shin, S. M., Kim, Y. I., Choi, Y. S., Yamaguchi, T., Maki, K., Cho, B. H., and Park, S. B. (2015). The skeletal maturation status estimated by statistical shape analysis: axial images of Japanese cervical vertebra, *Dentomaxillofacial Radiology*, **44**, 20140323.
- Shin, S. M., Kim, Y. M., Kim, N. R., Choi, Y. S., Park, S. B., and Kim, Y. I. (2016). Statistical shape analysis-based determination of optimal midsagittal reference plane for evaluation of facial asymmetry, *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, **150**, 252–260.

통계적 형상분석을 이용한 3차원 형상의 신뢰도 계수

신상민^{a,1}

^a동아대학교 경영정보학과

(2018년 7월 23일 접수, 2018년 9월 13일 수정, 2019년 1월 24일 채택)

요약

데이터에 대한 신뢰도는 측정결과의 전반적인 일관성을 의미한다. 이러한 신뢰도는 분석결과에 영향을 미치므로 측정된 데이터에 대한 신뢰도를 평가하는 방법은 지속적으로 연구되고 있으며, 일반적으로 크론바흐의 알파 계수(Cronbach's α coefficient)나 급내상관계수(intraclass correlation coefficient; ICC) 등이 신뢰도 평가에 주로 이용되고 있다. 그러나 특정 개체를 입체적으로 표현하기 위해 3차원 좌표로 구성되는 데이터에 대해서는 기존의 신뢰도 평가 척도를 적용할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 통계적 형상분석을 이용하여 측정된 3차원 좌표로부터 개체들의 형상정보를 추출하고 그들의 형상변동을 분해하여, 3차원 형상에 대한 신뢰도를 평가할 수 있는 척도를 제안하고자 한다.

주요용어: 3차원 형상, 신뢰도, 통계적 형상분석, 형상변동

이 성과는 2017년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (NRF-2017R1C1B5075646).

¹(49236) 부산광역시 서구 구덕로 225, 동아대학교 부민캠퍼스, 경영정보학과. E-mail: smshin@dau.ac.kr