韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
http://doi.org/10.7468/mathedu.2019.58.2.299
2019. 05. 제 58권, 제 2호, 299-317.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A:
The Mathematical Education
May. 2019, Vol. 58, No. 2, 299-317.

교사연구공동체에서 과제설계를 통한 교사 지식의 변화 : 도함수 활용 영역에서 학생에 대한 지식을 중심으로

이경화(서울대학교 교육종합연구원, 교수) · 송창근(서울대학교 대학원, 학생) · 정혜윤(세종과학고등학교, 교사)†
†교신저자

Change of teacher knowledge through task design in the teacher-researcher community : Focused on knowledge of students in the area of derivatives application

Lee, Kyeong-Hwa(Seoul National University, Center of Education Research, Professor, khmath@snu.ac.kr)
Song, Chang-Geun(Seoul National University, Graduate Student, riquelmes@snu.ac.kr)
Jung, Hye-Yun(Sejong Science High School, Teacher, hy0501@snu.ac.kr)†
†Corresponding Author

초록

이 연구에서는 다양한 경력과 지식을 지닌 교사와 연구자로 구성된 교사연구공동체의 과제설계를 통해, 도함수 활용에서 고등학교 인문계열 2학년 학생에 대한 교사 지식의 변화를 살펴보았다. 연구결과, 첫째, 공동체 구성원들이 지닌 학생에 대한 지식의 차이는 과제 해결 경로에 대한 논의를 이끌었다. 둘째, 과제 해결 경로에 대한 검토를 거쳐 합의에 이르는 과정은 교사 지식의 변화를 가져왔다. 교사와 연구자는 각각 선행연구와 경험에 근거한 지식을 공유함으로써 지식의 변화를 이끌었으며, 이는 궁극적으로 교사교육에 있어 교사와 연구자 공동학습의 필요성을 보여준다.

Abstract

In this study, we analyzed the change of teacher knowledge through task design in the teacher-researcher community focused on knowledge of students in the area of derivatives application. The following subjects were studied. First, we have analyzed the focus of the discussion related to teacher knowledge of students within the teacher-researcher community. Second, we have analyzed the change of teacher knowledge of students according to the focus. The results of this study are as follows. First, community member' different knowledge of students led the discussion on the task solving paths. The main focus of the discussion was the possibility in inducing responses and motivation. Second, the process of reviewing and evaluating task solving paths and reaching consensus led the improvement of teacher knowledge. Teachers and researchers led changes of teacher knowledge by sharing the knowledge based on previous research and experience, respectively. This ultimately shows the necessity of co-learning between teachers and researchers in teacher education.

---

* 주요어 : 교사연구공동체, 과제설계, 교사교육, 학생에 대한 지식, 도함수 활용
* **Key words** : teacher-researcher community, task design, teacher education, knowledge about students, derivatives application
* 이 논문은 2016년 대한민국 교육부와 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2016S1A5A2A01024273)
* This research was funded by Korean Ministry of Education and National Research Foundation of Korea(NRF-2016S1A5A2A01024273)
* **Address**: Sejong Science High School, Seoul, Korea
* **ZDM Classification** : B59
* **2000 Mathematics Subject Classification** : 97B50
* **Received**: March 22, 2019 **Revised**: April 29, 2019 **Accepted**: May 14, 2019

Ⅰ. 서론

수학 학습에서 과제가 학생들에게 학습기회를 제공하는 핵심 자료의 역할을 하며, 학생의 수준에 적절한 과제가 제공되어야 함은 그동안 많은 수학교육 연구자들에 의해 밝혀져 왔다(Grouws et al., 2013; Stein, Grove, & Henningsen, 1996). 그런데, 과제를 설계하는 교사들이 지니는 학생의 이해수준과 반응에 대한 지식에 차이가 존재하며, 지식의 차이는 가설학습경로에 대한 교사의 사고실험에 영향을 미치고, 궁극적으로 과제 설계에 반영된다(Hill, Ball, & Schilling, 2008; Remillard, 1999; Simon & Tzur, 2004). 이는 학생들의 수준에 맞는 적절한 과제가 제공되기 위해서는 학생에 대한 교사의 지식과 전문성이 향상될 필요가 있음을 보여준다. 하지만 그동안 과제 설계에서 교사의 전문성에 대한 논의는 주로 교사의 내용 지식 측면에 초점이 맞추어 졌으며, 학생에 대한 교사 지식과 관련된 논의는 거의 이루어지지 못하였다(Peng & Luo, 2009; Pino-Fan, Godino, & Font, 2018). 이러한 한계점을 개선하고자, 본 연구에서는 교사의 과제 설계 시 요구되는 학생에 대한 교사 지식에 초점을 맞추어, 교사 지식에 따른 과제 설계의 변화 및 과제 설계를 통한 교사의 지식 향상 과정을 살펴보고자 한다.

Edwards(2001)와 Zaslavsky & Leikin(1999, 2004) 등의 선행연구에서는 교사 지식의 변화와 전문성 신장이 교사 개인의 활동 결과로 나타나는 것이 아니라, 교사가 속한 공동체 내의 상호작용에 의해 중재되어 나타난다고 보았다. 이는 사회문화적 관점에 따른 것으로, 교사의 변화를 연구하는 분석 단위가 그 과정과 맥락을 포함하는 단위가 되어야 함을 의미한다. 본 연구에서는 이러한 사회문화적 관점을 받아들여, 교사연구공동체의 과제 설계 과정에서 교사들의 학생에 대한 지식이 어떻게 조정되면서 과제가 설계되어 가는지, 그리고 그 과정에서 교사의 지식이 어떻게 다시 변화되어 가는지 확인하고자 한다. 교사연구공동체의 과제 설계 과정에 대한 분석은 그동안 주로 연구되어 온 설계된 과제 활용 중심의 교사 전문성 신장 논의(Boston & Smith, 2011; Swan, 2007)와 차별화되는 것으로, 과제 설계 과정에서 교사 지식이 어떻게 활성화되고 성장하는지 보여줄 수 있을 것이다.

한편, 도함수의 활용은 학생들이 많은 오개념과 오류를 갖고 있는 내용 영역이다(Asiala, Cottrill, Dubinsky, & Schwingendorf, 1997; Gür & Barak, 2007; Tall, 1992). 교사들은 도함수의 활용을 학습하게 되는 고등학교 인문계열 2학년 학생 수준에 맞추어 의미 있는 도함수 학습을 지도하는데 어려움을 갖는다. 이로 인해, 도함수의 활용 영역에서 학생, 특히 고등학교 인문계열 2학년 학생에 대한 교사의 지식은 학생에 적합한 과제를 설계하는 데 결정적인 영향을 미친다.

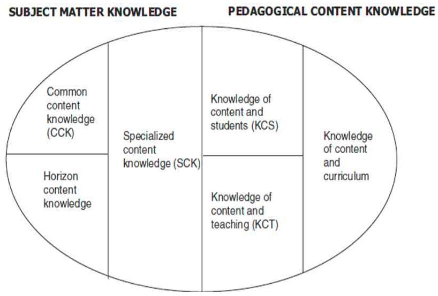
위 논의를 종합하여, 본 연구에서 선정한 구체적인 연구목표는 다음과 같다. 교사연구공동체에서의 과제 설계를 통해, 도함수 활용 영역에서 고등학교 인문계열 2학년 학생에 대한 교사 지식의 변화를 살펴본다.

Ⅱ. 이론적 배경

본 연구에서는 도함수 영역에서 고등학교 2학년 인문계열 학생들의 인지적, 정의적 특징에 대한 교사연구공동체 구성원 간 지식의 차이로부터 발생하는 과제 설계 과정에서의 논의 및 논의 과정에서 변화해 가는 교사의 지식을 살펴보고자 한다. 이를 위해, 이 장에서는 첫째, 과제 설계의 토대가 되는 학생에 대한 교사의 지식을 검토한 뒤, 지식을 토대로 구성되는 과제 해결 경로와 과제 설계 과정을 살펴본다. 둘째, 도함수의 활용에 대한 학생 지식을 분석한 선행연구를 살펴본다. 셋째, 선행연구에서 제시된 학생의 오개념과 잘못된 개념 이미지를 개선하기 위한 과제의 유형으로 예 구성과 그래프 해석 활동의 의미와 특징을 살펴본다.

1. 교사 지식과 과제설계

교수를 위한 과제 설계 시 해당 영역에 대한 교사 지식은 필수적으로 요구된다. 이에 대해 Ball, Thames, & Phelps(2008)은 교사에게 요구되는 지식을 범주화한 바 있다. Shulman(1986)의 모델을 정교화한 Ball 외(2008, p. 403)의 모델은 교사 지식을 구성하는 부분 지식으로 교수학적 내용지식을 제안하며, 그 중 하나로 교수 내용 및 학생에 대한 지식을 제시한다([Fig. 1] 참고).



[Fig. 1] Domain map for mathematical knowledge for teaching(Ball et al., 2008, p. 403)

학생에 대한 지식은 특정 영역에서 과제에 대한 학생들의 예상 반응에 초점을 두며, 오개념[1]에 대한 지식을 포함한다(Hill et al., 2008; Peng & Luo, 2009). 교사는 가르치고자 하는 내용에서 학생들이 어떤 어려움을 갖는지 알아야 한다. 나아가, 과제에 대한 학생의 해결전략을 연결할 수 있어야 한다. 오개념 뿐 아니라 과제에 대한 학생의 예상 반응을 생각할 수 있을 때, 학생들이 어떠한 과정을 거쳐 과제를 해결하고 수학적 개념을 발전시켜 나가는지 알 수 있는 것이다(Hill et al., 2008; Pino-Fan et al., 2018).

Pino-Fan 외(2018)는 학생에 대한 교사 지식을 학생의 인지적 측면뿐 아니라 정의적 측면으로 나누어 제시하였다. 인지적 측면이 학생들의 오개념과 과제 해결전략을 포함한다면, 정의적 측면은 학생의 감정적, 태도적인 측면을 포함한다. 교사는 학생들이 어떤 과제에 대하여 인지적, 정의적으로 어떻게 반응할 것인지, 특히, 어떤 것을 쉽다고 또는 어렵다고 반응할 것인지에 대해 예상하는 것이 필요하다(Sullivan, Clarke, & Clarke, 2016). 위 내용을 종합하면, 학생에 대한 교사 지식은 학생의 인지적 측면으로서 오개념과 과제에 대한 예상 반응, 그리고 정의적 측면으로서 과제에 대한 학생의 감정으로 구성된다.

Sullivan 외(2016, p. 10)는 학생에 대한 교사 지식을 과제 설계와 연결 지어 설명하였다. 이들은 교사의 과제 설계 시 학생들이 어떻게 과제를 대하는지 고려하는 것이 필요하며, 학생들의 인지적 참여와 정의적 참여를 모두 촉진하는 과제를 설계하는 것이 중요하다고 하였다. 나아가 설계 방안으로 학습지원을 위한 발문과 학습 확장을 위한 발문을 제시하였다. 특히, 학습지원을 위한 발문으로 해결 단계의 수 줄이기, 결과 표현 방법을 단순화하기, 더 구체적인 과제로 바꾸기, 더 작은 수를 다루는 과제로 바꾸기 등을 구체적으로 제시하였다. Sullivan 외(2016)의 주장은 Stein 외(1996)의 관점과 이어지는데, Stein 외(1996)는 수학 과제가 수학교사의 학생에 대한 지식에 영향을 받음과 동시에 그 지식을 드러낸다고 하였다. 즉, 설계된 과제는 교사의 지식이 반영된 결과물이며, 설계된 과제를 통해 교사의 지식을 분석할 수 있다.

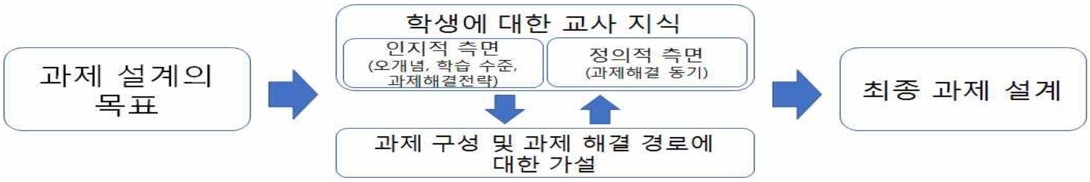
한편, 과제를 이용한 수업 설계 시에는 가설학습경로의 구성이 요구된다. 가설학습경로는 학습 목표, 목표한 학습을 촉진하는 데 사용되는 과제, 과제 해결 과정에 대한 가설로 구성된다(Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004). 이 때, 학습 목표는 과제와 과제 해결 경로를 결정짓는 요소가 되며, 과제와 과제 해결 경로에 대한 가설은 서로 연결되어 있다. 과제 설계를 위해서는 설정된 목표를 토대로, 과제 해결 경로에 대한 가설에 기반하여 과제를 설계하고 다시 설계된 과제를 바탕으로 과제 해결 경로에 대한 가설을 형성하는 과정이 반복된다(Simon & Tzur, 2004).

위의 논의를 종합하여 과제 설계 과정과 과제 설계 과정에서 요구되는 학생에 대한 교사 지식을 [Fig. 2]와 같이 나타낼 수 있다. [Fig. 2]는 교사의 과제 설계에 학생에 대한 교사 지식이 어떻게 반영되는지 보여준다. 더불어, 과제에 대한 과제 해결 경로를 구성함으로써 학생에 대한 교사 지식이 변화할 수 있음을 보여준다.

한편, 위에서 살펴본 학생에 대한 지식과 과제의 설계는 수학의 각 영역에 따라 다르게 나타난다(Hill et al, 2008; Simon & Tzur, 2004). 과제는 특정한 수학적 개념에 대한 학습을 신장시키는 도구로, 교사는 과제 설계 시 특정 영역에 대한 학생의 해결 과정을 예측하고 해당 영역에서 학생의 인지적, 정의적 측면에 대한 지식을 가져야 한다. 본 연구는 도함수 활용 영역을 토대로 하는바, 다음 절에서는 도함수의 활용과 관련된 학생들의 내용 지식을 분석한 선행연구를 살펴본다.

2. 학생의 도함수 지식

[1] 학생의 오개념이란 특정 맥락에서 유용했던 학생의 인지구조의 일부가 새로운 문제 상황이나 더 넓어진 맥락에서 부적합해지는 지식을 일컫는다(Lee & Kim, 2002, p. 118).



[Fig. 2] Teacher's knowledge of student required to design tasks and to make hypothesis about task solving paths

학생들이 도함수에 대해 갖는 이해의 특징적인 측면을 분석한 연구는 주로 학생들이 학습 과정에서 느끼는 어려움과 오개념에 대한 논의로 이어진다. 선행연구는 그 원인을 함께 언급하고 있는데, 주로 대수식 중심의 학습으로 인해 발생한 개념 이미지[2)]를 원인으로 제시하고 있다. 구체적인 내용은 다음과 같다.

첫째, Asiala et al(1997). Orhun(2012) 등의 선행연구에서는 학생들이 도함수 학습 시 그래프 해석의 어려움을 갖는다고 지적한다. 그리고 그래프 해석 시 어려움을 느끼는 원인에 대해, 함수 영역 학습 시 주로 대수식을 다루고 그래프를 잘 다루지 않기 때문에 도함수의 개념 이미지가 식으로 제시된다는 점을 지적한다(Orton, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989). 이에 대해, Orhun(2012)는 함수 학습에서 그래프 해석의 중요성이 높아지고 있는 만큼, 도함수 학습에서도 그래프 해석에 대한 학습이 이루어져야 함을 강조하였다. 또한, 미적분 개념을 처음 접할 때 비형식적, 수치적, 그래프적 탐구를 포함해야 함을 강조하였다.

둘째, Jeon, Shin(2016), Shim, Choi(2009) 등의 선행연구에서는 학생들이 도함수 학습 시 극값의 개념을 미분가능한 함수의 성질과 혼동하는 오개념을 갖는다고 지적한다. 함수식 $f'(x)=0$을 만족하는 x값에서 함수가 극값을 갖는다는 오개념을 갖는 것이다. 이는 극값의 개념에 주목하기보다, 대수식을 이용한 미분가능한 함수의 성질에 주목하여 극값을 절차적으로 이해하는 경향을 보여준다. 이러한 잘못된 개념 이미지에 대한 원인 역시 함수 학습 시 대수식을 주로 다루는 데 기인한다. 이에 대해, Jeon, Shin(2016)은 미분 불가능한 함수의 예를 통해 함수를 해석해보는 기회를 제공해야 함을 제안하였다.

도함수 영역과 관련한 위의 두 가지 사례 외에, Movshovitz-Hadar, Inbar, Zaslavsky(1986)와 Movshovitz-Hadar, Zaslavsky(1987) 등의 선행연구에서는 학생들이 수학 학습 시 갖는 일반적인 오개념과 오류를 제시한 바 있다. 이들에 따르면, 학생들은 대부분 조건을 주의 깊게 고려하지 않고 정리를 적용하려고 함으로써 정리를 정확하게 이해하고 적용하는 데 어려움을 갖는다. 조건을 고려하지 않는 오류는 도함수 영역에서도 관찰되는데, Kye, Ha(2010)는 학생들이 도함수 관련 정리의 활용 시 조건을 간과하는 오류가 발생함을 지적한 바 있다. 이를 극복하는 방안으로, Watson, Mason(2005)은 예 구성 활동을 통해 수학적 문장의 조건과 그 정리의 중요성을 깨닫는 기회를 제공할 것을 제안하였다.

위의 내용을 종합하면, 도함수에 대한 학생의 지식이 그래프보다 대수식을 중심으로 형성되어 있음을 알 수 있다. 그리고 이로 인해 정확한 개념이 아닌 대수식에 의존한 잘못된 개념 이미지가 형성되었음을 알 수 있다. 또한, 정리를 구성하는 조건에 대한 간과가 도함수 성질을 제시하는 정리에 대한 정확한 이해를 방해하고, 잘못된 개념 이미지를 형성하는데 기여했음을 알 수 있다. Lauten, Graham, Ferrini-Mundy(1994)는 학생들에게 제공되는 활동의 제한점들이 학생들의 개념 이미지 형성에 영향을 미친다고 하였다. 교사는 학생들의 오개념과 그 원인을 알고, 이의 개선을 위한 과제를 개발해야 할 것이다(Peng & Luo, 2009; Tirosh, 2000).

3. 예 구성하기와 그래프 해석하기

위에서의 논의로부터, 도함수 영역에서 학생들이 갖는 오개념 및 잘못된 개념 이미지의 원인 중 하나로 대수중심의 학습 및 정리에 제시된 조건의 간과를 들 수 있다. 이에 따르면, 오개념과 잘못된 개념 이미지 개선을 위

---

2) Vinner는 수학의 형식적인 정의를 개념 정의로, 마음속에 연상되는 비언어적 실체를 개념 이미지로 정의하였다(as cited in Chong, 2011, p. 138). 개념 이미지는 시각적 표현일 수도 있고, 인상이나 경험의 집합일 수도 있다(Chong, 2011, p. 138). 잘못된 개념 이미지는 오개념의 원인이 된다(Park, 2011, p. 268).

해 도함수 학습 시 그래프를 도입하고 조건을 확인할 수 있는 다양한 도함수의 예를 접하게 하는 것이 필요하다(Jeon & Shin, 2016; Orhun, 2012; Watson & Mason, 2005). 구체적으로, 그래프 해석과 예 구성 활동이 대안이 될 수 있다.

그래프 해석 활동은 함수 학습의 초점을 대수 중심의 양적, 절차적인 논의로부터 그래프에 제시된 상황을 파악하고 표현하는 질적, 개념적인 논의로 이동시킨다(Kim et al., 2007; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990). 예를 들어, Leinhardt 외(1990)는 학생들이 그래프 해석 활동을 통해 그래프의 형태, 증가와 감소구간, 극단적인 증가와 감소구간 등을 확인할 수 있다고 하였다. 도함수에서도 학생들은 도함수 식을 구하는 대수적 활동에서 벗어나 도함수 그래프를 해석하는 활동을 함으로써, 도함수에 대한 대수 중심의 개념 이미지에서 벗어나게 된다.

여러 선행연구(Aydin, 2014; Dahlberg & Housman, 1997; Meehan, 2007)는 예 구성 활동을 통해 오개념과 잘못된 개념 이미지를 개선할 수 있다고 주장한다. 이때, 예 구성 활동이란 제시된 조건을 만족하는 예를 생성하는 방식으로 이루어지는 활동이다(Watson & Mason, 2005). Watson, Mason(2005)은 극단적인 예 구성을 통해 이전의 잘못된 생각을 깨닫는다고 하였다. 또한, Hazzan, Zazkis(1999)는 예 구성 활동을 통해 개념에 대한 정확한 이해 없이 진행되는 알고리즘의 수행에서 벗어나 개념의 성질에 주목할 수 있다고 하였다. 즉, 학생들은 예 구성 활동을 통해 알고리즘의 단순 획득보다 높은 수준의 수학적 사고를 하게 되며(Meehan, 2007), 개념에 대한 잘못되고 불완전한 이해로부터 벗어날 수 있다.

예 구성 활동은 정리의 성립을 위해 필요한 조건이 있다는 것을 깨닫게 한다(Watson & Mason, 2005). 예를 들어, '한 쌍의 변의 길이가 같은 사각형'과 '한 쌍의 변의 길이가 같고 한 쌍의 변이 평행한 사각형'을 각각 만족하는 서로 다른 예를 구성해 봄으로써 등변사다리꼴이 되기 위한 조건이 무엇인지 확인할 수 있다. 나아가, Liz 외(2006)는 학생들이 예 구성을 통해 조작 가능한 변수의 범위를 알게 됨을 덧붙였다. 예컨대, 위의 등변사다리꼴이 되기 위해 필요한 조건에서 '한 쌍의 변의 길이'의 경우, 예 구성 활동을 통해 길이 자체는 조작이 가능한 변수이나 길이의 동등성은 조작 불가능함을 알게 되는 것이다. 즉, 학생들은 예 구성 활동을 통해 조건의 필요성을 앎과 동시에 조건에 포함된 정확한 범위를 이해하게 된다.

위의 논의를 토대로, 그래프 해석과 예 구성 활동이 학생들의 오개념 개선과 정리의 정확한 이해에 도움을 줄 수 있음을 알 수 있다. 하지만, 해당 활동을 한다고 하여 위의 장점들이 항상 발현되는 것은 아니다. Watson, Mason(2005)이 언급한 바 있듯이, 교사는 세부적인 의도를 가지고 예 구성하기 과제를 활용해야 한다. 교사는 해당 활동을 하기 위해 요구되는 학생들의 학습 수준을 파악하고 있어야 하며, 동일한 활동을 요구할지라도 학생 수준에 따라 과제의 구체성 등이 달라져야 함을 알아야 한다. 말하자면, 예 구성하기와 그래프 해석하기 과제의 설계 시 설계 의도에 맞는 반응을 유도하기 위해서는, 교사가 학생들의 학습 수준과 예상 반응에 대한 지식을 가지고 있어야 한다.

Ⅲ. 연구방법

본 연구는 구성주의 철학에 연구방법의 토대를 둔다. Creswell(2013)에 따르면, 구성주의적 접근에서 의미 생성은 사회적이며 인간 공동체의 상호작용을 통해 이루어진다. 이로 인해 구성주의적 접근을 하는 연구에서는 질적 연구를 추구하며, 연구자는 현장 수집 자료를 해석하고 의미를 구성한다. 질적 연구의 하나인 사례연구는 자연스러운 맥락에서 드러나는 특정한 사례에 대한 심층적인 이해를 얻기 위해 연구로, 결론보다는 과정에, 특정의 변수보다는 맥락에, 확증보다는 발견에 관심을 둔다(Woo et al., 2014).

본 연구는 교사연구공동체를 이용한 교사교육에 사회문화적 관점을 적용한 것으로, 분석 대상은 교사연구공동체 내의 논의 과정이다. 논의 과정에서 공동체가 갖는 특징으로서 구성원 간 과제의 검토와 평가, 그리고 새로운 합의가 이루어지는 측면이 존재하는데, 이때 과제 설계의 토대가 된 학생에 대한 지식에 초점을 두고 검토하면서 교사 지식이 변화하는 부분을 확인하고자 한다. 즉, 논의의 결과, 변수, 확증보다 과정, 맥락, 발견에 관심을 두고자 하는 본 연구는, 교사연구공동체 내 논의 과정에 대한 해석을 위해 사례연구가 가장 적합하다고 판단하였다. 본 연구에서는 연구자와 교사가 상호협력하면서 과제를 설

계하고 실행한 후 성찰하는 일련의 과정으로 이루어진 연구자-교사 공동체 활동 사례를 분석대상으로 한다.

1. 연구 참여자

교사연구공동체의 참여자는 총 8명으로, 교사 5명과 연구자 3명으로 구성된다. 각 교사들과 연구자들의 경력은 [Table 1]과 같다. 이들 중 T4는 설계된 과제를 이용하여 직접 수업을 하였으며, 교사연구공동체 내 논의를 종합하여 구체적인 과제를 제시하는 역할을 하였다. T4가 구체적인 과제를 제시하긴 하나, 제시된 과제는 공동체 내 논의를 거쳐 설계된 것으로, T4 개인이 아닌 공동체 내 교사들의 합의된 지식이 반영된 결과물이라고 할 수 있다.

[Table 1] Participants of the teacher-researcher community

Participants	career	Participants	career
T1	10 years	T5	2 years
T2	4 years	R1	doctoral degree
T3	4 years	R2	the master's course
T4	3 years	R3	the master's course

교사연구공동체에서의 과제 설계가 이루어지기 전에 각 교사의 사전 지식은 서면 인터뷰 등의 방법으로 수집되었다. 교사연구공동체에 속한 교사들의 도함수 활용에 대한 교과 내용 지식에는 큰 차이가 없으며, 학생들의 오개념에 대해서도 공통된 지식을 갖고 있었다. 그리고 일반적인 고등학교 2학년 인문계열 학생들의 수학에 대한 정의적 태도가 긍정적이지 않고, 인지적 수준이 낮다는 데 공통된 지식을 갖고 있었다. 다만, 이후의 연구결과에서 알 수 있듯이, 학생들의 구체적인 과제 해결 경로 및 동기유발과 관련한 초기 지식에는 차이가 있었다.

2. 연구 맥락

본 연구의 맥락이 되는 교사연구공동체는 교사와 연구자의 공동연구 활동을 지원하는 3년 프로젝트 중 3년 차에 해당한다. 교사연구공동체 내에서 교사와 연구자는 각각 다음의 역할을 수행하였다.

첫째, 연구자는 국내외 문헌을 우선적으로 검토하고 협의회에 참석하였으며, 교사가 제시한 이슈와 관련되거나 이를 이해하는 데에 도움이 되는 문헌을 소개하였다. 문헌 검토 내용은 일상어나 이해하기 편한 언어로 공유하여 교사가 관련 연구를 충분히 이해하고 교육 연구의 결과를 활용할 수 있도록 하였다.

둘째, 교사는 내러티브를 통해 일상어 또는 기존의 언어습관에 따라 논점을 제시하였으며, 연구자는 교사가 제시한 논점과 문헌 검토 내용을 바탕으로 공동체 구성원들이 논점을 구체화할 수 있도록 안내하였다. 연구자는 국내외 문헌에서 논점을 도출하기보다 교사가 제시한 이슈를 바탕으로 문헌을 선택하고 교육 연구의 결과로 교사가 제시한 논점에 대해 비판하거나 평가하지 않도록 주의하였다.

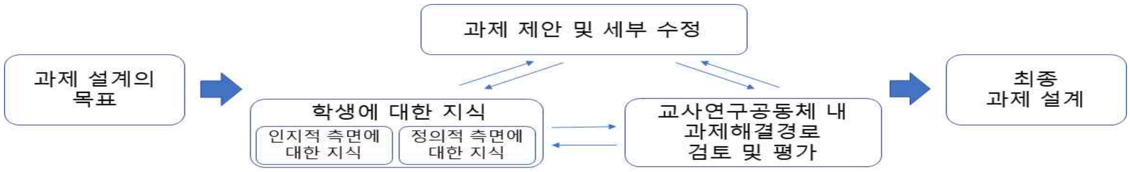
셋째, 연구자는 교사들이 교육 현장에서의 경험을 공유할 때, 암묵적으로 남아있는 자신의 교수학적 변환 과정을 스스로 의식화할 수 있도록 안내하였다.

넷째, 연구자와 교사는 각각 이론과 실제로부터 논점을 도출하여 공유하였으며, 논점을 해결하기 위한 방법을 모색하는 데 기회와 책임을 동등하게 가지고자 노력하였다.

다섯째, 연구자와 교사는 도함수 활용의 교수학적 변환 방법을 개선함에 있어 고려해야 할 측면들을 일상어와 학술어로 충분히 논의하여 개선방향에 대한 합의를 도출하였다. 특히, 학생 반응을 세밀하게 분석하여 교수학적으로 정당화하고, 설계된 과제의 적절성과 수업의 효과에 대해 충분히 논의하고 공동체 활동의 결과를 도출하였다.

위에서 확인할 수 있듯이, 교사연구공동체 내의 교사와 연구자가 학생에 대한 지식을 구성하는 과정에는 차이가 존재한다. 교사들은 주로 경험 기반 접근을 하며, 연구자는 연구 기반 접근을 한다. 이러한 지식 구성과정의 차이는 공동체 내 논의 과정에서 교사와 연구자의 역할을 구분 지으면서 과제 설계 과정에 영향을 미친다. 교사연구공동체 내에서 구체적인 과제 설계와 이에 대한 일차적인 평가는 주로 교사들이 하게 되는데, 이 과정에서 연구자들이 선행연구에 대한 이해를 바탕으로 제시하는 조언은 교사들에게 과제를 새로운 관점으로 검토하고 수정하도록 하는 기회를 제공한다. 결과적으로, 과제 설계 과정에서 학생에 대한 교사 지식의 변화와 향상을 이끄는 원동력은 서로 다른 경험을 가진 동료 교사뿐 아니라 여러 선행연구에 대한 분석 경험을 가진 연구자들과의 논의 과정이라고 할 수 있다.

교사연구공동체의 구체적인 과제 설계 과정은 [Fig. 3]



[Fig. 3] Task design process through discussion within the teacher-researcher community

과 같다. 이는 [Fig. 2]에 제시된 교사의 학생에 대한 지식과 과제 해결 경로를 포함한 과제 설계의 과정을 교사연구공동체로 확장한 것으로, 공동체 내 논의를 통한 과제 해결경로에 대한 검토와 과제 수정의 반복적인 과정이 추가된다. 말하자면, [Fig. 3]은 공동체 내 논의를 통한 과제 설계 과정임과 동시에, 과제 설계의 바탕이 되는 교사 지식(Hill et al., 2008; Pino-Fan et al., 2018; Simon, 1995; Stein et al., 1996)이 변화하는 과정을 보여준다. 이에 따라 자료 분석의 초점은 개인이 아닌 교사연구공동체 내 사회적 상호작용을 통한 과제 설계 과정이 된다.

[Fig. 3]의 첫 번째 단계는 과제 설계의 목표를 선정하는 단계이다. 선정된 목표는 과제 구성의 방향을 결정짓게 된다. 두 번째 단계는 선정된 목표를 토대로 과제가 제안되고 수정되는 과정이다. 교사연구공동체 내 논의를 통해 과제가 제안, 수정된다. 마지막 단계는 논의를 통해 과제가 최종 설계되는 단계이다. 이들 세 단계 중 교사 지식의 변화가 나타나는 단계는 두 번째 단계로, [Fig. 3]의 교사연구공동체 내 논의를 통해 과제를 수정, 보완하는 과정에서 나타날 수 있는 학생의 인지적, 정의적 측면에 대한 교사 지식의 구체적인 변화과정은 다음과 같다.

먼저, 학생에 대한 지식은 학생들이 갖는 오개념, 학습 수준, 동기가 부여되는 과제 유형에 대해 공동체 구성원들이 갖고 있는 지식을 의미한다. 이때, 공동체 구성원들이 갖고 있는 지식은 서로 다른데, 학생에 대한 지식의 차이는 동일한 과제에 대한 서로 다른 과제 해결 경로의 구성을 초래한다. 과제 해결 경로의 차이는 다양한 초점에 대한 교사연구공동체 내 논의를 이끌며, 논의에서는 과제의 구체성, 학생의 동기부여 가능성 등에 대해 구성원 간 구체적인 평가와 의견교환이 이루어진다. 이때, 연구자는 관련 분야의 선행연구에 대한 이해를 바탕으로 논의에 참여하며, 교사는 실제 교수 경험 및 연구자들이 제시하는 선행연구를 교사의 관점에서 재해석한 결과를 바탕으로 논의에 참여한다. 공동체 내 논의 과정에서는 과제 설계 방향, 나아가 과제 설계의 토대가 되는 학생에 대한 지식을 함께 검토하고 평가하며, 궁극적으로 새로운 합의를 이루게 된다. 새로운 합의가 이루어지는 과정에서 과제를 다른 관점으로 평가하고 학생의 수준을 다각도로 살펴보는 과정은 교사 지식의 변화를 이끈다. 공동체 내 합의의 결과는 새로운 과제의 제안 혹은 제안된 과제의 세부적인 수정으로 나타난다.

[Fig. 3]의 순환 과정은 여러 번에 걸쳐 발생한다. 여러 번의 논의를 통해 과제 세부 사항이 수정되며, 그 과정에서 학생들이 지닌 오개념, 학습 수준, 과제해결전략 등에 대한 구성원 간 지식의 차이가 논의를 이끈다. 구성원 간 지식의 차이로 인한 과제 해결 경로의 차이가 과제 점검의 계기가 되었다면, 과제 점검이 진행되는 논의는 과제 설계를 위한 교사 지식의 변화와 과제 해결 경로의 변화 및 이들 간의 순환성을 자극하는 원동력이 된다. 이는 Zaslavsky, Leikin(2004)이 공동체 내 반성의 기회가 전문성 향상을 이끈다고 언급한 것과 같은 맥락이다.

3. 자료 수집과 분석

본 연구의 타당성과 신뢰성을 높이기 위해서는 자료 출처의 다양화가 필요하다(Creswell, 2013). 이를 위해 첫째, 교사연구공동체의 전 회의 과정을 녹음한 뒤 모두 전사한다. 교사연구공동체 회의 및 과제 설계는 2018년에 진행되었다. 구체적인 일정은 [Table 2]와 같다.

[Table 2] Meeting date and topics

date	topics
1st(7.30)	topic selection for task design
2nd(8.16)	determine task types, the method of activity, and timing of introduction
3rd(8.26)	discussion of designed tasks 1
4th(8.26)	discussion of designed tasks 2
5th(8.31)	discussion of designed tasks 3
6th(9.2)	discussion of designed tasks 4

교사연구공동체에서 논의된 영역은 함수의 그래프를 그리는 데 필요한 함수의 증가감소, 극대극소 관련 영역이다. 실제로 각각 50분씩 진행되는 총 4차시 분량의 수업을 위한 과제를 설계하였다. 과제는 고등학교 2학년 인문계열 학생들을 대상으로 한다. 이때, 교사는 T1, T2 등으로, 연구자는 R1, R2 등으로 기록한다. 전사 번호는 '회의 순서-발언 순서'로 기록한다. 예를 들어, T1이 네 번째 회의에서 204번째로 '그래프로 그려보는 건 어때요?'라는 발언을 했다면, '4-204 T1: 그래프도 그려보는 건 어때요?'로 전사한다. 둘째, 회의에서 논의된 설계되는 과정 중의 과제를 모두 수합한 뒤 스캔한다. [Table 2]에서 알 수 있듯이, 구체적으로 설계된 과제는 세 번째 회의에서 처음으로 제시되었으며 이후 논의 과정에서 지속적으로 수정되었다. 초기에 제시된 과제와 수정된 과제, 최종 과제 모두 수합하여 스캔한다. 셋째, 회의 자료로 제공된 고등학교 교과서와 논문 등의 자료를 수합하여 스캔하다. 넷째, 회의 과정에서 공동체 구성원들이 필기한 자료를 수합하여 스캔한다. 요약하자면, 본 연구에서는 녹음한 회의 전사자료, 회의 중 제안 및 수정된 모든 과제, 회의 자료로 제공된 교과서와 논문, 회의 중 구성원들이 필기한 자료로 자료 수집의 출처를 다양화하였다.

위와 같이 수합한 자료를 선행연구(Creswell, 2013; Woo et al., 2014)에서 제시하는 사례분석 절차를 토대로 다음과 같이 분석한다. 첫째, 모든 자료를 읽고 확인한다. 둘째, Saldaña(2012, pp. 142-144)의 총체적 코딩 전략을 활용하여 교사연구공동체 내 논점을 확인한다. 이때, 총체적 코딩 전략이란 자료에서 드러나는 주제 혹은 이슈를 이해하기 위해 자료를 하나의 전체로서 통합하여 분석하는 방법을 의미한다. 셋째, 도출한 논점을 중심으로 교사연구공동체 내의 논의를 검토한다. 하나의 논점 내에서 논의가 이루어지는 과정을 [Fig. 3]에 근거하여 분석한다.

연구의 타당성과 신뢰성을 높이기 위하여 자료 출처의 다양화 외에 분석 과정에 대한 풍부한 서술을 제시한다(Creswell, 2013). 또한, 동료 보고와 연구 참여자 보고를 실시한다(Woo et al., 2014). 해석 결과에 대해 의견이 불일치하는 부분은 녹음 자료 재검토, 동료 혹은 연구 참여자와의 논의 후 해석 결과에 대한 합의를 거쳐 조정한다.

Ⅳ. 결과 분석 및 논의

본 연구에서 설계된 과제는 고등학교 인문계열 2학년 학생을 대상으로 한다. 교사들은 일반 고등학교 인문계열 2학년 학생들에 대해, 수학 교과에 대한 인지적, 정의적 측면이 모두 높지 않다고 판단하고 있었다. 학생들에 대한 이러한 인식은 과제 설계에 영향을 미쳤으며, 과제 설계 과정에서의 논의는 주로 제시된 과제가 학생의 인지적, 정의적 수준에 비추어 봤을 때 적절한지 여부에 초점이 맞추어졌다.

위의 사실을 견지하면서, 이 장에서는 [Fig. 3]의 과정을 토대로 과제 설계 과정에서 관찰된 교사연구공동체 구성원 간의 논점과 논점에 대한 논의 과정을 다음의 절차로 제시한다. 먼저, 사례별로 과제 설계의 목표를 확인한다. 그 뒤 교사연구공동체 구성원들이 추측하는 서로 다른 과제 해결 경로를 확인한 후, 이로부터 발생하는 논의의 초점을 명확히 한다. 논의의 원인이 되는 구성원들의 학생에 대한 서로 다른 지식을 분석한 뒤, 마지막으로 과제의 검토 및 평가를 거쳐 합의가 이루어지는 과정에서 교사 지식이 변화된 부분을 확인한다.

이 연구의 목적은 교사연구공동체의 과제 설계가 아니며, 과제 설계 과정에서 나타나는 학생에 대한 교사 지식의 변화를 확인하는 데 있다. 이를 위해, 교사연구공동체에서 설계된 과제 자체가 아닌 과제 설계 과정을 통해, 교사들이 '잘하지 못한다.'고 생각할 뿐 학생들의 구체적인 수준을 파악하지 못하는 상태에서 '결과 표현 방법의 단순화가 필요한 수준이다.'라고 학생들의 구체적인 수준을 파악하는 등 학생에 대한 지식이 어떻게 변화해 나가는지 살펴본다.

1. 사례1. 그래프 해석하기 과제 설계

교사연구공동체는 학생들이 갖는 오개념 개선 방안으로 그래프 해석하기와 예 구성하기 과제를 제안하고, 함수의 증가, 감소, 극대, 극소 영역의 과제 설계에 적용하였다. 나아가, 그래프 해석 활동의 필요성을 강조하며 독립된 과제를 추가하였다. 이 절에서는 독립된 과제로 제시된 그래프 해석하기 과제의 설계 과정을 살펴본다.

1) 과제 설계의 목표

그래프 해석하기 과제 설계의 목표는 대수식 중심의 도함수 지식으로부터 그래프 구성 및 해석을 거쳐 최종

적으로 도함수에 대한 개념적 이해를 증진시키는 것이다. 교사연구공동체 구성원들은 각자의 교수 경험 혹은 연구 경험에 기초한 그래프 해석의 필요성을 공유하면서, 기존의 대수 중심의 학습이 아닌 그래프 중심의 학습으로 과제 설계의 방향을 결정지었다. 논의 과정에서 교사들은 학생들의 대수식 위주의 도함수 학습 시 나타나는 문제점을 지적하고 그 대안으로 그래프 해석 활동을 제안하였다(1-53, 1-54). 이는 그래프 해석하기 과제를 통해 그래프에 제시된 상황을 파악하고 표현함으로써 도함수에 대한 이해를 높일 수 있다고 본 Leinhardt et al(1990)의 연구결과와 연결된다. 연구자는 교사들의 의견을 받아들이고 그래프 해석 활동을 통해 개선될 수 있는 장점을 추가로 제시하였다(1-63).

1-53 T1: ...대수식만 계산해서 극댓값이 얼마다...
1-54 T3: ...시험문제 하나 냈는데.. 결국엔 한 명도 그래프도 못 그리거든요.
1-63 R1: ...이럴 때(식 위주일 때)는 그래프랑 개형이랑 아무리 연결을 지어봤자 계속 테크닉 느낌이 나는데... 해석 활동? 그게 conceptual understanding을 목표로 하는 게 되니까...

다음 절에서 제시되는 과제 해결 경로에 대한 논의는 이러한 그래프적 활동의 필요성을 전제로 한다. 다만, 학생들의 인지적, 정의적 측면에 따른 과제 해결 경로를 고려했을 때, 과제가 제시되는 적절한 순서에 대한 논의가 이루어졌다.

2) 과제 제시를 위한 학생의 인지적, 정의적 측면 논의 : 과제 제시 순서의 변경

구체적인 과제가 제시되기 전에 진행된 교사연구공동체 논의의 초점은 과제 배열순서와 관련된 것으로, 학생의 인지적, 정의적 측면을 고려한 검토가 이루어졌다. 구체적으로, 그래프 해석하기 과제의 순서와 관련하여, 해당 과제를 도함수 활용에 속한 세부 주제 학습이 끝난 후에 제시할지 혹은 시작 전에 제시할지에 대한 논의가 이루어졌다. 논의 초반에는 세부 주제 학습이 끝난 후에 제시되어야 한다는 데 큰 이견이 존재하지 않았다(1-98, 1-105, 1-115, 1-121). 교사와 연구자 모두 자연스럽게 개념학습이 끝난 후 활용 영역에서 '파편화되어 있는 지식을 종합'하기 위해 그래프 해석 활동이 필요하다는 데 동의하였다(1-122).

1-98 T4: 활용을 다 배우고 해야 하니까.
1-105 T3: 마무리하는 상황으로 제시하는 게 제일 최선 아닌가.
1-115 T5: 미적분을 활용해서 상황을 해석할 수 있는 문제.
1-121 R1: ...미적분학을 배우고 나서 정작 그런 상황을 만났을 때,,, 상황에서 나타나는 일들을 미적분의 언어로 풀어내고 그래프로 나타내고 이런 식으로 활용을 좀 이렇게 진행하는 걸로 해볼까? ...여러 표현을 허용하면서 아까 말한 해석 경험이라든지...
1-122 T1: 기존하고 다른 건 어쨌든 개념학습을 위함인데 다르지 않을까. 파편화되어 있는 걸 종합...

하지만, 이후 학생들의 구체적인 과제 해결 경로를 구성하는 과정에서, T1은 학생들의 교과 내용 지식을 고려했을 때 과제의 순서가 이상한 것 같다는 의문을 제기하였다(2-92). T1은 이미 개념을 알고 있는 상황에서 그래프 해석 활동을 제시하면 그래프 해석을 통한 개념의 이해보다 이미 형성된 개념의 확인에 그칠 수 있다고 보고, 학생 스스로 개념을 구성할 수 있는 상황으로 그래프 해석 과제를 제시하는 것이 필요함을 제안하였다(2-93). 특히, 평균값 정리 등의 내용이 학생 수준에 비추어 어려우므로 평균값 정리 등의 학습 시에는 그래프 해석 활동이 큰 도움이 되지 않을 것이라는 지식을 가지고, 과제 제시 순서의 변경이 필요함을 제안하였다(2-98). 이와 같은 제안은 비수치적이고 개략적인 그래프를 보고 해석하는 활동에 주목하는 방식으로 함수 학습을 지도하는 것이 바람직하다는 Verstapapen과 Krabbendam의 주장과도 일치한다(as cited in Chong, 2011, p. 133).

2-92 T1: ...약간 순서가 좀 이상한 것 같아. 극대 극소를 정의해 놓고 아는 그래프에서 찾아보고...
2-93 T1: 그래프가 되게 많은 상태에서 애들이 찾는다... 예를 들어 올라갔다 내려가는 그 지점,.. 이 부분을 극대, 극소로 우리가 naming을 한다.
2-98 T1: 평균값 정리랑 롤의 정리랑 사실 너무 수학적이고 너무 어려운 내용이고,.. 거기를 좀 뒤집어 봐도 재미있지 않을까?

T1이 제시한 새로운 관점의 사고는 구성원의 관점을 전환하고 사고를 자극하는 계기가 되었다(2-99). T1의 사고에 덧붙여, T3, T4, T5는 개념 구성 활동으로 그래프 해석하기 과제를 수행하게 될 경우의 과제 해결 경로를 구성하였다(2-101, 2-104, 2-106, 2-108). 구성원들의 지

식이 누적적으로 공유됨으로써 집단 내 사고가 확장된 것이다. T1은 학생들의 학습 수준을 고려했을 때 그래프를 이용한 개념 이미지 형성의 필요성을 다시 강조하였으며(2-110), 이에 대해 T3는 그래프 해석하기 과제의 순서가 도함수 활용 시작 시 제시되어야 함을 구체적으로 제안하였다(2-112). R1과 T3가 학생들의 인지적 수준에 맞추어 과제 순서의 적절성을 다시 한번 확인한 뒤, 도입 순서가 결정되었다(2-113, 2-137, 2-138).

2-99 T3: T1이 말한 거랑 비슷한 것 같은데, 그래프를 묘사해 보는 활동은 재미있을 것 같아요.
2-101 T5: 한 명 나와서 그래프를 그려보고, 설명해 봐라 하고...
2-104 T1: ...올라갔다 내려갔다, 이런 말을...
2-106 T3: 3, 4 사이에서 값이 제일 작아 이런...
2-108 T4: 그 사이에서 그래프에서 필요한 것을 뽑아낼 수 있겠네요...
2-110 T1: ...문과생이고... 이미지만 가져가도 애들이 많이 아는 건데, 그것조차 공부를 안해서
2-112 T3: 그러려면 처음에 이거로 도입을 해야
2-113 T1: 그렇지 도입을 해야되는 거지~
2-137 R1: 거기 애들은 괜찮겠지?
2-138 T3: ...(2-99가) 제일 애들이 막 도전해 볼 만한 활동인 거 같기는 해요...

도입 순서에 대한 논의가 진행되면서, 학생들의 정의적 측면에서 그래프 해석하기 과제의 제시 순서가 검토되었다. T2는 학생들의 정의적 측면에 대한 지식을 토대로, 해당 과제가 학생의 학습 결과에 미치는 영향보다 그래프 해석 활동 자체가 학생들의 흥미와 내적 동기부여에 미치는 영향에 초점을 두고 도함수의 활용 시작 시 제시할 것을 제안하였다(2-196, 2-198). T2의 제안에 이어서, T5는 동기부여가 될 수 있는 구체적인 활동을 구성하였으며, T2는 구체적인 예를 들면서 T5의 제안을 보충하였다(2-199, 2-204). 다른 구성원들이 이에 동의함으로써(2-205, 2-206), 그래프 해석하기 과제의 순서는 기존의 개념학습 후에서 전으로 변경되었다.

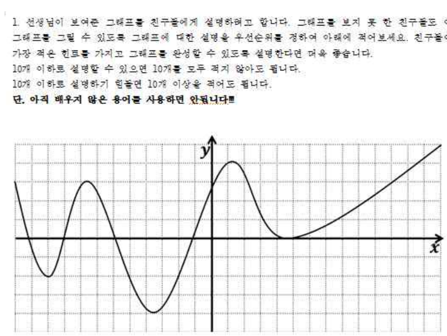
2-196 T2: ...뒤에 나오면 좀 흥미가 떨어지는...
2-198 T2: ,..동기부여 될 수 있게 아예 초반에서 나와 버리는 게, 한 차시 그냥 써서.
2-199 T5: ...한 차시 해서 약간 게임하듯이 하고, 거기에 나온 설명들을 빼서 용어 정리하고...
2-204 T2: ...그라운드 액티비티 하는 걸 여기서... 한 차시가 앞에 들어가는 것
2-205 T1: 되게 신선한데?
2-206 R1: 응, 그 한 차시는 굉장히 좋을 것 같아...

논의 과정에서 변화된 과제 제시 순서를 정리하면 [Table 3]과 같다. 과제 제시 순서의 변화과정에서 논의된 분석의 초점은 교사 지식의 변화를 이끌었다. 인지적 측면에서의 검토는 학생들의 학습 수준이 파편화되어 있는 지식을 종합할 수 있을 정도로 높지 않으며, 정확한 개념 학습을 이유로 복잡한 사례를 이용한 접근을 하기보다 그래프와 언어적 표현을 이용한 비교적 쉬운 수준에서의 올바른 개념 이미지 형성이 필요함을 알게 해 주었다. 이는 개념 이미지를 이용한 개념의 이해라는 학습의 긍정적인 측면을 고려한 것이기도 하다(Park, 2011, p. 268). 정의적 측면에서의 검토는 학생들의 수학 교과에 대한 흥미가 이미 학습한 내용을 통합하는 활동보다 아직 학습할 개념을 모르는 상태에서 게임 형태의 활동을 할 때 더 높게 나타남을 자각시켜 주었다.

[Table 3] The change in the tasks sequence

	beginning	final
order	after learning the concept for concept summarization	before learning the concept for concept introduction

위의 논의 과정을 거쳐 최종적으로 제시된 과제는 [Fig. 4]과 같다. [Fig. 4]의 그래프에는 극대, 극소, 증가, 감소 개념이 반영되었다. 학생들은 4인 1조가 되어, 조별로 주어지는 그래프를 해석하고 구성하는 활동을 하게 된다.



[Fig. 4] Graph interpretation task

2. 사례2. 함수의 증가, 감소 과제 설계

1) 과제 설계의 목표

과제 설계의 목표는 학생들이 어려움을 갖는 $f'(x)=0$일 때 증가하는지 감소하는지 여부 판단, 즉, 미분계수와 증가, 감소의 관계에 대한 오개념을 개선하기 위함이다. 과제 설계의 목표는 다음과 같이 과제 설계 과정에서 언급되었다.

4-19 T3: 미분계수가 0이 되지만 증가하는 함수가 있다, 이런 거를 개선하고 싶은 건데...
4-49 T4: '증가 혹은 감소하지만 미분계수가 0인 경우가 있다'는 내용에 대해서 학생들이 어떤 그런 그래프의 형상을 갖게 하는게 목표...

과제 설계의 목표는 과제 설계의 방향을 결정짓는 기초가 되었다. 다음 절에서 논의될 과제 해결 경로에 대한 논의 역시 궁극적으로 어떤 방향의 과제 설계가 학생들의 오개념 개선에 더 효과적인지에 대한 논의로 볼 수 있다. 다만, 오개념에 대한 공통된 인식과 과제 설계 목표에도 불구하고 설계된 과제의 해결 경로에 대한 가설은 구성원에 따라 다르게 나타났다.

2) 과제 해결 경로에 대한 논의

[Fig. 5]는 $f'(x)=0$이 되는 지점에서 증가, 감소를 판단할 수 없음을 학생 스스로 발견하게 하는 예 구성하기 과제이다.

지난 시간에 배운 함수의 증가와 감소에 대한 내용은 다음과 같이 정리할 수 있다.

함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 미분가능하고 이 구간에 속하는 임의의 x에 대하여 ① $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다. ② $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

1. 열린구간 $(-1, 2)$에서 증가하는 함수의 예를 하나 찾아봅시다

또 다른 예를 하나 더 찾아봅시다

위에서 찾은 함수를 제외하고 열린구간 $(-1, 2)$에서 증가하면서 $f'(x)=0$인 x값이 열린구간 $(-1, 2)$에서 존재하는 함수의 예를 하나 찾아봅시다

[Fig. 5] Exemplification of increasing function when $f'(x)=0$

이는 예 구성하기 과제를 통해 정리가 성립하기 위해 필요한 조건을 확인할 수 있다는 Watson & Mason(2005)의 관점을 교사연구공동체 구성원들 역시 지니고 있음을 보여준다. [Fig. 5] 과제를 중심으로 진행된 교사연구공동체 내 논의의 초점은 인지적, 정의적 측면 모두에 맞추어졌다. 인지적 측면과 관련된 과제의 의도한 반응유도 가능성에 대한 논의가 먼저 이루어졌으며, 정의적 측면과 관련된 과제의 동기부여 가능성에 대한 논의가 추가적으로 이루어졌다.

(1) 예 구성하기 과제 해결을 위한 학생의 인지적 측면 논의 : 의도한 반응유도 가능성과 해결단계 축소

[Fig. 5]에서 요구하는 예 구성에 대하여, 교사들은 학생의 과제 해결 경로를 다르게 구성하였다. T4는 학생들이 단계적인 예 구성을 통해 과제가 의도한 예(즉, $y=x^3$)를 찾을 것이라고 예상하였다(4-17). 반면, T1은 학생들이 다양한 형태의 함수가 아닌, $y=x$, $y=2x$와 같이 가장 쉬운 수준에서 동일한 형태의 함수를 답할 것이며, 궁극적으로 과제가 의도한 답을 제시하기 어려울 것으로 예상하였다(4-16). T1과 T4가 구성한 과제 해결 경로의 차이는 학생들의 함수 구조 관련 인지적 수준에 대한 교사의 서로 다른 지식을 보여준다. 세 번의 예 구성으로 과제에서 의도한 예를 제시할 수 있다고 예상한 T4는 학생들이 일차함수보다 더 복잡한 구조의 함수를 생각해낼 수 있다고 평가하고 있으며, T1에 비해 학생들의 학습 수준을 좀 더 높게 평가하고 있다고 볼 수 있다.

4-16 T1: ...이렇게 물어보면 난 $y=x$, $y=2x$... 그냥 막 때려서 할 것 같아.
4-17 T4: ...아이들이 첫 번째 두 번째에서 여러 예를 생각해서 $y=x, y=x^2$, 이렇게 뭐 여러 가지 찾겠죠...

학생들의 학습 수준에 대한 T1과 T4 지식의 차이로부터 유도된 과제 해결 경로의 차이는 과제의 의도한 반응유도 가능성에 대한 공동체 내 논의를 이끌었다. 논의 과정에서 공동체 구성원들은 각각 학생 수준을 반영한 과제 해결 경로를 구성함으로써 과제와 학생의 학습 수준을 점검하고 이해해 나가는 모습을 보였다. T2와 T5는 과제 자체를 이해하지 못하는 낮은 수준의 학생이 존재할 수 있다고 평가했으며(4-33, 4-44), T3는 과제의 높은 개방성으로 인해 학생들이 해당 과제를 해결하기에 어려

움이 있을 것이라는 평가를 하였다(4-52).

> 4-33 T5: ...앞에서 사실 '0보다 클 때 증가한다.'라고 돼 있어서 '0일 때 증가한다.'라는 게 들어가는 것 자체로 학생들이 되게 이상할 것 같아요. 모르는 학생이면...
> 4-44 T2: ...이거는 알면 쓰고 아니면 못 쓰는 그런 거 같아서.
> 4-52 T3: 애들이 굳이 예를 만들 필요까지는 없는.. 여기서는 원하는 예가 너무 넓어서...

구성원들은 학생 수준과 비교했을 때 [Fig. 5] 과제의 높은 개방성이 과제가 의도한 반응을 유도하지 못하는 원인이 된다고 최종 평가하였다. 그리고 학생 수준에 맞추어 과제의 높은 개방성을 개선하고 구체성을 높이는 방향으로 과제를 수정해 갔다. 다만, 이 경우에도 학생 수준에 비추어 어떠한 유형의 과제가 원래 의도한 반응을 유도할 수 있을지에 대한 구성원 간 견해차가 존재하였다. T3는 예 고르기(4-45)를, T1은 명제의 역 제시하기(4-53)를, R1은 $f'(0)=0$인 함수 구성하기(4-65)를 제안하였으며, 이러한 구성원들의 지식은 공동체 내에 누적되고 공유되었다.

> 4-45 T3: 함수를 좀 많이 주고 그 중에 해당하는 걸 고르게 해야 할 것 같아요...
> 4-53 T1: ...어떤 명제 이거 하나를 증명해서 알았고 그 역을 생각을 해보는 건... 그걸 모티브로 해서 점점 뭔가 해보는 게 어떤가...
> 4-65 R1: ...지금 구간 따지고 거기서 또 증가 따지고 중간에 쉬어가는 target을 딱 정해놓고 막 이렇게 하다 보니까 너무 복잡해서. 그냥 $f'(0)=0$인 함수 찾아봐라...클 때도 있고 증가할 때도 있고 감소할 때도 있고 경우가 여러 가지라서 말할 수가 없다...

R1의 제안은 논의의 계기가 된 [Fig. 5] 과제의 높은 개방성과 다단계에 걸친 복잡성을 해결하기 위한 방안으로, 예 구성 활동을 유지하면서도 과제의 구체성을 높이고 단계의 축소를 제안한다. 이후 공동체는 R1의 방안이 논의의 계기가 된 원인을 해결할 수 있을 것이라는 데 합의하였다. 결과적으로, 최종 설계된 과제는 [Fig. 6]와 같다. [Fig. 6]는 '예 구성하기'라는 과제의 구조를 유지함과 동시에, [Fig. 5] 과제의 높은 개방성과 다단계에 걸친 복잡성으로 인해 의도된 반응을 유도하는 데 발생하는 어려움을 극복하기 위하여, 요구하는 예의 특징을 $f'(0)=0$로 구체화하였다.

3. $f'(0)=0$인 함수를 가능한 많이 찾아보자.

[Fig. 6] The final task of [Fig. 5]

논의 과정에서 수정된 과제와 변화의 초점을 정리하면 [Table 4]와 같다. 이때, Stein 외(1996)가 주장하였듯이, [Table 4]에 나타난 과제의 변화는 교사연구공동체에 속한 교사 지식의 변화를 의미한다고 볼 수 있다.

[Table 4] The change of the task

	beginning	final	change
task	[Fig. 5]	[Fig. 6]	specification

[Fig. 5] 과제 변화의 핵심은 과제의 구체화이며, Sullivan 외(2016)에 따르면 이는 학습지원을 위한 발문에 해당한다. 본 연구에 참여한 교사들은 $f'(x)=0$일 때 함수의 증가 여부에 대한 학생들의 오개념 및 일반적인 학생의 인지적 수준이 높지 않다는 지식을 갖고 있었음에도, 오개념 개선을 위한 예 구성하기 과제를 수행할 때 요구되는 필요한 학생의 인지적 수준을 정확하게 예측하는 데 어려움을 갖고 있었다. 공동체 내 논의를 통한 과제의 구체화는 고등학교 인문계열 2학년 학생들에 대한 교사 지식이 추상적이고 모호한 상태에서 과제의 구체화가 필요한 수준이라는 구체적인 수준으로 변화했음을 보여준다.

(2) 예 구성하기 과제 해결을 위한 학생의 정의적 측면 논의 : 동기유발의 어려움과 흥미를 제공하는 상황

학생의 학습 수준을 반영한 구체적인 과제 설계 방향에 대한 구성원 간의 논의는 학생의 동기부여 방안에 대한 검토로 이어졌다. 앞의 논의 과정에서 T1은 과제 수정의 방향으로 명제의 역 제시하기를 제안하였는데, T1은 수학에서 명제의 역을 생각해보는 활동이 구체성을 강화할 뿐 아니라 활동의 모티브가 된다고 평가하였다(4-53). 이에 대해 T3와 T5가 동의하며 구체적으로 과제의 수정 방향을 제시하는 등 과제 수정과정에서 동기부여 가능성을 의식하는 모습을 보였다(4-57, 4-60). 결과적으로, T1의 제안은 동기부여 측면으로 관점을 확장시키

는 계기가 되었다.

4-54 R2: x^3이라는 특수한 예를 찾았으면 하는 거고... 그 명제와 관련성을 좀 더 높이기 위해서 뒤에 역인 명제를 가져오자는 그런 거죠?
4-57 T5: ...두 개가 다르니까. '증가하면 0 이상이라 했고. 0 초과면 증가라고 했다. 그러면 0일 때는 우리가 어떻게 해야 되나?'...
4-60 T3: 뒤에서 역을 다룰 거면 역을 먼저 제시하는 게 좋을 것 같아.

과제 수정과정에서 연구자들은 논의내용을 정리하면서 과제의 의미를 정리하기도 하였으며, 선행연구에 대한 해석을 바탕으로 새로운 과제를 제안하기도 하였다. 예를 들어, R2는 지금까지의 논의를 정리하여 이후 과제 설계의 방향을 명확히 하였다(4-54). 또한, R1은 논의의 초점을 종합적으로 반영한 과제를 제안하였다(4-65).

4-65 R1: ...$f'(0)=0$인 함수 찾아봐라...
4-66 T3: 왜 0인 걸 찾으라고 하지? 라고 생각...
4-67 R1: ...굳이 역으로 생각하지 않아도 왜 이걸 0보다 클 때와 작을 때로만 생각을 하는지... 조건명제일 때 빠진 조건은 무슨 일이 일어나는 걸까....
4-68 T3 : 모티베이션이 될 수 있다.
4-69 T1 : 0일 때 증가할 수도, 아닐 수도 있다.
4-70 R1 : 그렇지!

R1은 논의에서 지속적으로 언급된 학생의 학습 수준과 동기유발 가능성을 동시에 고려하여 $f'(0)=0$인 함수의 예 구성하기 과제를 제안하였다. R1의 제안은 예 구성 활동이 학생들에게 제시된 과제의 수학적인 구조에 주목하게 하는 동기를 유발하고, 직관을 점검하게 한다는 Watson, Mason(2005)의 관점을 따른다. R1이 제안한 과제에 대해 T3는 학생의 동기유발 가능성을 고려하면서 과제를 검토하는 모습을 보였다(4-66). 그리고 이어진 R1의 설명으로부터 T3와 T1은 과제가 동기유발 가능성을 가진다는 평가를 내렸다(4-67, 4-68, 4-69).

논의 과정에서 관찰된 학생의 정의적 측면에 대한 교사의 인지 부분을 정리하면 [Table 5]와 같다. 이는 연구 초기에 교사가 지녔던 고등학교 인문계열 2학년 학생들의 정의적 태도가 부정적이라는 추상적이고 모호한 상태의 지식이 학습 동기를 유도할 수 있는 과제 유형을 점검하는 등 학생의 정의적 수준에서 상황에 대한 흥미를 파악하는 구체적인 수준으로 변화했음을 보여준다.

[Table 5] Student's affective aspect perceived by teacher in the course of the revision of the task

speaking	- I think students might think "why do you want me to find solutions of $f'(0)=0$" - It can be motivation.
affective aspect	awareness of the situations in which students are interested

3. 사례3. 함수의 극대, 극소 과제 설계

1) 과제 설계의 목표

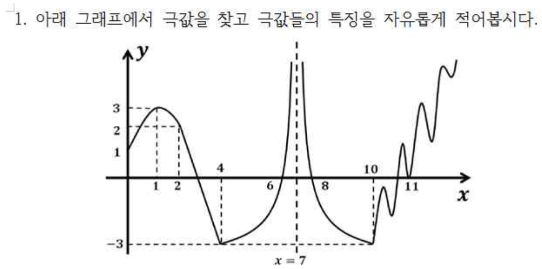
과제 설계의 목표는 미분가능한 함수만 극값을 갖는다는 학생들의 오개념, 구체적으로는 $f'(x)=0$을 만족하는 지점에서 극값이 존재한다는 오개념을 개선하기 위함이다. 과제 설계의 목표는 다음과 같이 과제 수정과정에서 언급되기도 하였다(4-164, 4-165).

4-164 T4: ...미분가능한 점뿐만 아니라, 그렇지 않은 점에 대해서도 극값을 얘기를 하는 거니까. ...
4-165 T5: ...미분이 불가능하면 극값이 아니라고 생각하는 애들도 많기 때문에...

과제 설계의 목표에 대한 이견은 없었다. 다음 절에서 논의될 과제 해결 경로에 대한 논의 역시 궁극적으로 어떤 방향의 과제 설계가 학생들의 오개념 개선에 더 효과적인지에 대한 논의로 볼 수 있다. 다만, 오개념에 대한 공통된 인식과 과제 설계 목표에도 불구하고 설계된 과제의 해결 경로에 대한 가설은 구성원에 따라 다르게 나타났다.

2) 과제 해결 경로에 대한 논의

[Fig. 7]은 극값의 특징을 확인하고 미분 불가능한 점에서도 극값이 존재함을 학생 스스로 발견하게 하는 그래프 해석하기 과제이며, [Fig. 8]은 동일 목적의 예 구성하기 과제이다. 두 과제를 중심으로 진행된 교사연구공동체 내 논의와 그에 따른 과제 수정의 초점은 주로 학생의 인지적 수준과 관련한 반응유도 가능성에 맞추어졌다.



[Fig. 7] Interpretation task about graph which has extreme value

2. 극값을 갖는 함수의 예를 하나 찾아봅시다.

[Fig. 8] Exemplification of functions which have extreme value

(1) 그래프 해석하기 과제 해결을 위한 학생의 인지적 측면 논의 : 다양한 반응유도의 어려움과 결과 표현 방법의 단순화

[Fig. 7]은 다양한 표현을 유도하여 그래프를 해석하는 과정에서 극값과 미분가능성, 그리고 미분계수의 관계를 이해함을 목적으로 한다. 하지만, 다양한 표현이 제시될 것이라는 의견과 그렇지 않을 것이라는 의견이 대비되면서, 학생의 인지적 수준에 따른 과제의 다양한 반응유도 가능성에 대한 검토가 이루어졌다.

T4는 해당 과제에 대한 학생들의 예상 반응이 다양할 것으로 추측하였다. 해당 과제를 통해, 학생들이 그래프를 해석하면서 일상적 언어 표현, 수학적 표현을 제시할 수 있으며, 특히, 미분계수를 이용한 표현을 할 수 있을 것이라는 과제 해결 경로를 제시하였다. 하지만 다른 구성원들은 증가감소가 바뀐다는 표현 외에 다양한 표현이 나오지 않을 것이라는 반대 의견을 제시하였다. 구성원들이 구성한 과제 해결 경로의 차이는 학생의 함수적 표현 관련 학습 수준에 대한 구성원들의 서로 다른 지식을 보여준다.

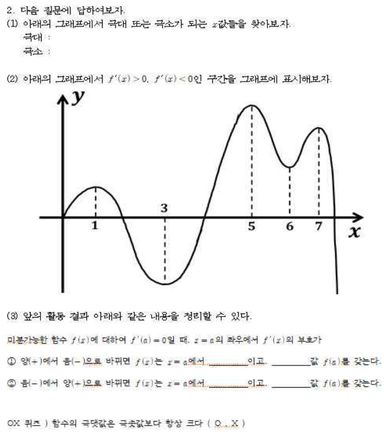
학생들의 학습 수준에 대한 구성원 간 지식의 차이는 서로 다른 과제 해결 경로의 구성을 이끌었으며, 다시 과제의 적절성 평가와 과제 수정 방향에 대한 논의로 이어졌다. 학생들이 다양한 표현을 이용한 문제 해결 전략을 취할 수 없다면, 구체적으로 어떤 표현을 유도하는 것이 적절한가에 대한 논의가 이루어졌다. T1과 T5는 미분계수의 부호를 찾는 과제를 제안하였다(4-147, 4-150). 다양한 반응 제시가 어렵다는 사실을 인지하고, [Fig. 7] 과제의 의도를 직접 제시하는 전략을 제안한 것이다. 또한, T3는 특징을 찾으라는 질문을 삭제할 것을 제안하기도 하였다(4-159). 학생 수준에 비추어 보았을 때 미분가능 함수와 불가능 함수를 나누어 극값의 특징을 발견하기 어려울 것이라는 판단에 근거한 것이다. 논의 과정에서 T4는 T3과 T5의 의견에 동의하였다(4-160). 논의 과정에서 구성원들의 지식이 누적되고 공유된 것이다.

4-147 T5: ...구간별로 미분계수의 부호 적어봐라.
4-150 T1: 지점을 주고 f' 값을 생각을 해보게 한다던가. 구간 말고 이제 지점을 주고...
4-159 T3: 극값을 찾는 정도로만.
4-160 T4: 극값을 찾아보자. 괜찮은 것 같아요.
4-166 R1: ...'극값을 찾고 그것이 극값인 이유를 설명해라.'...애들이 미분가능 할 때만 뭐 신경을 쓰고 안 쓰고 이거까지는 좀 어려울 것 같은데...계속 그 정의를 이유로 제시를 하게 되는 건데...
4-167 R3: 정의를 갖고 있으면 가능하다 불가능하다 할 수 있는데, 극값이 되는 x를 잡고 열린 구간을 잡아보게 하는 활동도 필요할 것 같기는 해요...

이후 R1은 두 가지 과제 수정 방향과 그 속에 내포된 학생들의 오개념 가능성 및 다양한 표현을 이용한 그래프 해석 가능성을 모두 고려하면서, 극값의 특징이 아닌 극값인 이유를 제시할 것을 제안하였다(4-166). 그래프 해석 활동을 유지하면서 극값의 정의에 주목하도록 함으로써, 잘못된 개념 이미지의 형성을 방지하고자 한 것이다. 학생들은 이유를 찾기 위해 스스로 열린 구간을 찾게 되고, 극값을 대수적 절차가 아닌 개념적으로 이해하게 된다(4-167). 연구에 기반한 연구자들의 비판적 과제 검토 및 수정 방향 제안은 학생 수준에 맞춘 오개념 개선을 위한 과제 수정의 방향을 '정리의 정확한 이해'로부터 '개념에 충실한 이해'로 이동, 확장해 주었다. 이는 구성원들의 지식이 누적적으로 공유됨으로써 집단 내 사고가 확장된 것으로 볼 수 있다.

결과적으로, 교사연구공동체 내 논의를 통해 최종 설계된 과제는 [Fig. 9]과 같다. [Fig. 9]은 과제 수정 방향에 대한 논의에서 제시된 공동체 내 의견을 종합적으로 고려하여 제시된 것으로, 극값을 찾고 미분계수의 부호에 맞추어 열린구간을 찾아보는 그래프 해석 활동을 제공한

다. [Fig. 7]과 달리 [Fig. 9] 과제는 결과 표현 방법을 단순화하여, 단답형의 명시적인 답을 유도한다.



2. 다음 질문에 답하여보자.
(1) 아래의 그래프에서 극대 또는 극소가 되는 x값들을 찾아보자.
극대 :
극소 :

(2) 아래의 그래프에서 $f'(x)>0$, $f'(x)<0$인 구간을 그래프에 표시해보자.

(3) 앞의 활동 결과 아래와 같은 내용을 정리할 수 있다.

미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

① 양(+)에서 음(−)으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 ______이고, ______값 $f(a)$를 갖는다.

② 음(−)에서 양(+)으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 ______이고, ______값 $f(a)$를 갖는다.

OX 퀴즈) 함수의 극댓값은 극솟값보다 항상 크다 (O , X)

[Fig. 9] The final task of [Fig. 7]

논의 과정에서 수정된 과제와 과제에 드러난 과제 유형의 변화를 정리하면 [Table 6]과 같다. 이때, [Table 6]에 나타난 과제 유형의 변화는 교사가 제공하는 학습기회의 변화를 의미하며, 이는 곧 학생에 대한 교사 지식의 변화를 의미한다(Stein et al., 1996)

[Table 6] The change of the task

	beginning	final	changes
task	[Fig. 7]	[Fig. 9]	simplification of the representation method of graph analysis result

[Table 6] 과제의 수정과정에서 변화된 결과 표현 방법의 단순화는 Sullivan 외(2016)가 제시한 학습지원을 위한 질문 유형 중 하나이다. 그래프 해석 활동을 유지하면서도 학생의 인지적 측면에 대한 교사 지식에 조정이 이루어졌음을 보여준다. 예컨대, 특징을 제시하라는 다소 추상적이고 다양한 표현을 요구하는 발문으로부터 미분계수의 부호에 따라 열린 구간을 표현하라는 구체적이고 단일한 표현을 포함한 발문으로의 변화는 고등학교 인문계열 2학년 학생들의 학습 수준이 높지 않다는 추상적인 지식으로부터, 다양한 표현을 어려워하며 결과 표현 방법의 단순화를 통해 지원가능한 수준이라는 구체적인 수준으로 지식이 변화하였음을 보여준다.

(2) 예 구성하기 과제 해결을 위한 학생의 인지적 측면 논의 : 반응유도의 어려움과 과제의 구체화

[Fig. 8]은 학생 스스로 예 구성 활동을 통해 미분 가능한 함수의 경우 극값에서 $f'(x)=0$을 만족하지만, $f'(x)=0$을 만족한다고 하여 극값이 되진 않음을 보여주고 미분 불가능한 경우에도 극값을 가질 수 있음을 깨닫게 하기 위함이다. 이에 대해, T4는 예 구성이 잘 이루어질 것으로 예상하였다. 반면, T5는 T4와 달리 예 구성이 힘들 것으로 예상하였다. 예 구성 활동을 통해 미분가능성, 극값, 미분계수 등 여러 개념을 다양하게 연결 짓도록 요구하는 것이 학생들에게 부담될 것(Hazzan & Zazkis, 1999)으로 판단한 것이다. 구성원 간 지식의 차이는 서로 다른 과제 해결 경로를 초래하였으며, 다시 과제에서 의도한 반응유도 가능성과 관련한 [Fig. 8] 과제의 검토를 이끌었다.

4-219 R1: ...막연하게 '극값을 갖는' 하니까 좀 그래서. 어차피 $x=0$에서 극값을 갖는 함수의 예를 하나 찾아봅시다. 요렇게 하는 게 좋을 것 같고...
4-229 R1: ...0에서 미분가능 불가능을 열어두고 그냥 함수의 예를 가능한 한 많이 찾아라, 그러면 이제 미분가능인 것도 나오고, 불가능인 것도 나오면... 미분가능 불가능을 비교해 보고....

논의 과정에서, T5는 교사가 구체적인 예들을 제시하고 학생들은 예를 관찰할 것을 제안하였다. R1은 T5의 우려가 학생 수준에 비해 [Fig. 8] 과제의 수준이 높은 데서 비롯된다고 보고, 학생 수준을 고려하면서 동시에 예 구성 활동이 지닌 장점들(Aydin, 2014; Hazzan & Zazkis, 1997; Watson & Mason, 2005)을 반영하기 위하여, 과제의 구체성을 높이는 방향을 제안하였다(4-219). 더불어, 오개념 개선이라는 과제의 의도에 맞는 반응을 유도하기 위하여, 하나의 예보다 다양한 예를 제시하는 방향을 제안하였다(4-229). R1의 제안을 받아들여 수정된 과제는 [Fig. 10]와 같다.

1. $x=0$에서 극값을 갖는 함수를 가능한 많이 찾아봅시다.

[Fig. 10] Revision of [Fig. 8]

R1이 제안한 과제의 구체성 검토는 이후에도 지속적인 논의의 초점이 되었다. T5는 [Fig. 10]의 과제가 [Fig. 8]에

비해 구체성이 높아졌지만, 여전히 학생들 수준에는 과제의 초점 찾기가 어렵다고 보고 구체성 강화를 위해 극값이 아닌 극댓값을 갖는 함수의 예를 찾는 과제를 제안하였다. 제안에 대한 공동체 내 합의가 이루어졌으며, 결과적으로 [Fig. 8]의 초기 과제는 [Fig. 11]과 같이 학생들에게 요구하는 답의 구체성을 높이는 방향으로 최종 설계되었다.

1. $x=0$에서 극댓값을 갖는 함수를 가능한 많이 찾아봅시다.

[Fig. 11] The final task of [Fig. 8]

다만, T3는 다양한 예를 찾는다고 하여 학생들이 미분불가능한 경우의 예까지 찾기는 어려울 것이며 오개념 개선을 위한 대책이 추가로 필요하다고 보았다(6-471). T3의 지적은 예 구성 활동의 설계 시 학생들의 예 공간에 따라 선택의 여지가 얼마나 있는지에 대한 고려가 요구되어야 함을 보여준다(Watson & Mason, 2005). 이후, T3가 학생들의 예 공간이 협소할 경우 지도 교사가 직접 정리해 줄 필요성이 있음을 제안하자, T4가 이에 동의하여 학생들의 예 공간이 협소할 경우를 대비하는 모습을 보였다(6-472).

6-471 T3: ...0에서 극값을 가능한 한 많이 찾아본다 했을 때... 오히려 미분 가능한 경우에 함수만 나올 거 같아서 걱정이어서, T4가 미분 불가능한 경우에서도 된다 라는걸 설명해주고,..
6-472 T4: ...아이들이 첨점 같은 거나, 그런 것들이 안 나오면 제시를 하고 뒤로 넘어 가는....

논의 과정에서 수정된 과제와 과제에 드러나 과제 유형의 변화를 정리하면 [Table 7]과 같다. 동일한 활동을 요구할지라도 학생 수준에 따라 과제의 구체성이 달라져야 하는바, [Table 7]에 나타난 과제 변화는 학생 수준에 대한 교사 지식의 변화를 보여준다.

[Table 7] The change of the task

	beginning	final	change
task	[Fig. 8]	[Fig. 11]	specification

과제의 구체화는 Sullivan 외(2016)가 제시한 가능 프롬프트 중 하나로, 학습지원을 위한 질문 유형에 해당한다. 즉, 학생들의 학습 수준에 대한 조정이 이루어졌음을 보여준다. 나아가, 초기와 달리 학생들에게 추가적인 설명을 제시한다는 계획을 세운 점은 학생들의 수준에 맞추어 과제 해결전략을 좀 더 구체화한 것으로 볼 수 있다. 이는 학생의 인지적 수준이 높지 않다는 막연한 지식으로부터 과제의 구체화와 교사의 추가 설명이 필요한 수준이라는 구체적인 수준으로 지식이 변화하였음을 보여준다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 교사연구공동체의 과제 설계 시 발생하는 논의 과정에서 교사 지식이 변화될 수 있음을 확인하였다. 공동체 구성원들은 학생의 인지적, 정의적 측면에 대한 서로 다른 지식으로 인해 서로 다른 과제 해결 경로를 구성하였다. 서로 다른 과제 해결 경로는 공동체 내 검토와 평가의 대상이 되었으며, 검토와 평가를 거쳐 합의에 이르는 과정에서 교사 지식의 변화를 이끌었다. 논의 과정에서 드러난 특징은 다음과 같다.

첫째, 논의의 초점과 관련하여, 학생의 인지적, 정의적 측면에 대한 논의가 이루어졌다. 학생의 인지적 측면에서는 주로 과제에 대한 반응유도 가능성에 맞추어졌다. 아래의 [Table 8]에서 확인할 수 있듯이, 주로 과제에 반응할 수 있는지, 있다면 의도한 반응을 할 수 있는지, 다양한 반응을 보일 수 있는지 등 학생들이 과제에 접근할 수 있는지 여부에 대한 검토와 평가가 이루어졌다. 정의적 측면에서는 동기부여 가능성에 대한 검토와 평가가 이루어졌다. 다만, 정의적 측면에 대한 논의는 인지적 측면에 비해 상대적으로 과제 설계에 직접적인 영향을 미치지 못하였다. 사례 1에서도 확인할 수 있듯이, 논의의 초점은 주로 인지적 측면에 맞추어졌으며, 정의적 측면은 인지적 측면에 대한 논의가 진행되는 와중에 추가적으로 검토되는 수준에 머물렀다. 이러한 논의의 초점은 고등학교 수학 교사들이 학생들의 정의적 측면을 의식하고 있기는 하나 과제에 우선적으로 반영하는 데에는 어려움이 있음을 보여준다.

둘째, 과제 수정 및 학생에 대한 교사 지식의 변화와 관련하여, 논의의 초점을 중심으로 과제 수정이 이루어졌으며 [Table 8]의 수정된 최종 과제는 교사 지식의 변화를

[Table 8] Focus of discussion and changes of tasks revealing changes of teacher knowledge according to focus

subject	beginning	task type	focus of discussion		final	changes
graph interpretation		graph interpretation	cognitive	conceptualization, integration	[Fig. 4]	change in task presentation order (after concept learning → before)
			affective	motivation		
increasing and decreasing functions	[Fig. 5]	exemplification	cognitive	possibility in inducing intended responses	[Fig. 6]	specification and awareness of situations in which students are interested
increasing and decreasing functions	[Fig. 7]	graph interpretation	affective	difficulty in inducing motivation	[Fig. 9]	simplification of the representation method of graph analysis result
local maximum and minimum of functions	[Fig. 8]	exemplification	cognitive	difficulty in inducing various responses	[Fig. 11]	specification
			cognitive	difficulty in inducing response		

보여준다(Stein et al., 1996). 공동체 내 구성원들의 지식의 차이로부터 제기된 논의의 초점은 과제 수정의 방향을 제시하였다. 그리고 이에 맞추어 교사의 지식이 집단 내 공유되고 누적되면서 모호성을 지닌 교사의 지식이 구체성을 갖추는 방향으로 변화되었다. 요약하자면, 과제 설계 과정은 교사 지식의 변화를 가져왔으며, 교사 지식의 변화는 다시 과제 설계에 반영되었다. 논의의 초점에서 제시된 새로운 관점은 학생에 대한 교사 지식을 변화시키는 계기가 되었으며, 수정된 과제는 변화된 지식의 결과물로 볼 수 있다.

이상의 결과는 교사연구공동체 활동을 통해 학생에 대한 교사 지식이 향상되는 실질적인 증거를 보여줌으로써 교사교육이 사회문화적 관점에서 논의되어야 할 필요성을 보여준다. 이때, 교사연구공동체에서 연구자와 교사의 역할은 논의과정에서 관찰된 연구자와 교사의 모습을 통해 다음과 같이 제안할 수 있다.

첫째, 연구자는 선행연구에 대한 지식을 토대로 논의를 중재하거나 과제에 대한 논의의 관점을 전환시키는 역할을 하였다. 특히, 과제 개선의 방향을 제안함으로써 학생들의 수학적 표현 수준과 오개념 개선 전략을 검토할 수 있는 기회를 제공하였다. 결과적으로, 연구자의 적절한 개입은 교사 전문성 향상에 도움이 되었다. 이러한 연구자의 역할은 교사와 연구자의 공동학습의 필요성을 보여주는 것으로, 수학 수업 전문성 신장을 위해 대학과 학교의 학습공동체를 제안한 Park(2011)의 연구와 그 맥락을 같이한다.

둘째, 교사는 경험 기반 지식을 토대로 학생들에 대한 다양한 지식을 공유함으로써 지식의 외연을 확장시키는 역할을 하였으며, 특히 경력 교사의 경우 과제에 대한 논의를 제기하는 역할을 하였다. Zaslavsky, Leikin(2004)이 교사교육에 있어 교사 스스로의 적극적인 역할을 주문하였듯이, 교사연구공동체를 통해 교사 지식이 누적되고 공유되는 과정은 교사 스스로 교사 전문성 향상에 기여할 수 있음을 보여준다. 교사들의 경험 기반 지식은 연구자들의 연구 기반 지식과 함께 교사 지식의 폭을 넓히는데 기여하였다. 이러한 연구결과는 교사의 경험에 기반한 능동적 학습 가능성을 제시한 Park(2011), Sunwoo & Pang(2014) 등의 연구결과를 뒷받침하는 것이기도 하다.

이와 함께, 학생에 대한 교사 지식과 관련하여, 교사교육과 후속 연구 시 다음의 측면에 초점을 둘 것을 제안한다. 첫째, 본 연구의 결과로부터 교사 대상 고등학교 인문계열 2학년을 위한 과제 설계 교육의 초점을 과제의 반응유도 가능성에 둘 것을 제안한다. 본 연구에서 관찰된 대부분의 논의가 반응 자체의 유도 가능성, 의도한 반응유도 가능성, 다양한 반응유도 가능성 등 반응유도 가능성에 대한 논의에 맞추어졌다. 그리고 그 결과, 과제를 구체화하거나 단순화하는 방향으로 과제가 수정되었다. 이는 학생의 인지적 수준이 높지 안다고 판단되는 경우 과제 설계의 방향이 반응유도 가능성에 맞추어져야 함을 보여준다.

둘째, 본 연구의 후속 연구로서 정의적 측면을 고려한 과제설계 및 이에 대한 교사 교육 방안 모색을 제안한다. 학생의 정의적 측면에 대한 지식은 그 중요성에도 불구하고, 대학 입시와 학습 수준 차이 등의 현실적인 어려움

으로 인해 인지적 측면에 비해 상대적으로 고려되지 못했던 것이 사실이다. 하지만, 정의적 측면에 대한 지식 역시 수업 설계에 영향을 미치는바, 학생의 정의적 측면에 대한 지식을 넓힐 수 있는 교사교육과 연구가 필요하다.

학습자의 지식과 환경을 해석하고 학생들이 이해할 수 있는 방향으로 과제를 설계하는 일은 높은 숙련도를 요구한다(Edwards, 2001). 교사연구공동체 내 논의는 숙련도를 높이고 학생에 대한 교사 지식을 향상시키는 대안이 될 수 있을 것이다. 이 연구가 향후 교사연구공동체를 통한 교사교육의 토대가 될 수 있길 기대한다.

참 고 문 헌

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior, 16*(4), 399-431.

Aydin, S. (2014). Using example generation to explore students' understanding of the concepts of linear dependence/independence in linear algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 45*(6), 813-826.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Boston, M. D. & Smith, M. S. (2011). A 'task-centric approach' to professional development: Enhancing and sustaining mathematics teachers' ability to implement cognitively challenging mathematical tasks. *ZDM, 43*(6-7), 965-977.

Chong, Y. O. (2011). Function. In N. H. Kim, G. S. Na, K. M. Park, K. H. Lee, Y. O. Chong, & J. G. Hong (Eds). *Mathematics curriculum and textbook research* (pp. 113-180). Seoul: Kyungmoonsa.

Creswell, J. W. (2013). *Qualitative Inquiry & Research Design*. 질적연구방법론. (Cho H. S., Jung S. O., Kim J. S., & Kwon J. S. Trans.). Seoul: Haksisa. (Original work published 2007).

Dahlberg, R. P. & Housman, D. L. (1997). Facilitating learning events through example generation. *Educational Studies in Mathematics, 33*(3), 283-299.

Edwards, A. (2001). Researching pedagogy : A sociocultural agenda. *Pedagogy, Culture and Society, 9*(2), 161-186.

Grouws, G. A., Tarr, J. E., Chavez, O., Sears, R., Soria, V. M., & Taylan, R. D. (2013) Curriculum and implementation effects on high school students' mathematics learning from curricula representing subject-specific and integrated content organizations. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(2), 416-463.

Gür, H. & Barak, B. (2007). The erroneous derivative examples of eleventh grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice, 7*(1), 473-479.

Hazzan, O. & Zazkis, R. (1999). A perspective on "give an example" tasks as opportunities to construct links among mathematical concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(4), 1-14.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4), 372-400.

Jeon, T. H. & Shin, J. K. (2016). An error analysis of the misconceptions occurring in the application of derivatives in 12th grade high school natural science track in Korea. *CNU Journal of Educational Studies, 37*(4), 125-147.

Kim, N. H., Na, G. S., Park, K. M., Lee, K. H., Chong, Y. O., & Hong, J. K. (2007). *A Study on the Curriculum and Textbooks of Mathematical Education*. Seoul: Kyungmoonsa.

Kye, S. H. & Ha, K. C. (2010). A critical analysis on an explanation for monotonicity and local extrema of functions in korean mathematics textbooks. *The Mathematical Education, 49*(2), 247-257.

Lauten, A. D., Graham, K., & Ferrini-Mundy, J. (1994). Student understanding of basic calculus concepts: Interaction with the graphics calculator. *The Journal of Mathematical Behavior, 13*(2), 225-237.

Lee, C. H. & Kim, B. M. (2003). Analysis of the error-redemial effect and change of the students' misconception on the learning of linear function. *School Mathemtics, 5*(1), 115-133.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research, 60*(1), 1-64.

Liz, B., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A., & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in mathematics education. *In Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 126-154).

Meehan, M. (2007). Student generated examples and the transition to advanced mathematical thinking. In M. Bosch(Ed.), *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* (pp. 2349-2358).

Movshovitz-Hadar, N., Inbar, S., & Zaslavsky, O. (1986). Students' distortions of theorems. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 8*(1), 49-57.

Movshovitz-Hadar, N. & Zaslavsky, O. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(1), 3-14.

Orhun, N. (2012). Graphical understanding in mathematics education: Derivative functions and students' difficulties. *Procedia-Social and Behavioral Science, 55*, 679-684.

Orton, A. (1983). Students′ understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics, 14*(3), 235-250.

Park, K. M. (2011). Derivatives and Integrals. In N. H. Kim, G. S. Na, K. M. Park, K. H. Lee, Y. O. Chong, & J. G. Hong (Eds). *Mathematics curriculum and textbook research* (pp. 255-311). Seoul: Kyungmoonsa.

Park, Y. H. (2011). Reporting the activities of professional development system for enhancing elementary mathematical teaching professionalism. *Communications of Mathematical Education, 25*(1), 47-61.

Peng, A. & Luo, Z. (2009). A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis. *For the Learning of Mathematics, 29*(3), 22-25.

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, Vicenç (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: The case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*(1), 63-94.

Remillard, J. T. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers′ curriculum development. *Curriculum Inquiry, 29*(3), 315-342.

Saldaña, J. (2012). *The coding manual for qualitative researchers*. Thousand Oaks CA: Sage.

Shim, S. K. & Choi, J. G. (2009). An analysis on errors of students in science and engineering in extremum value of functions. *Communications of Mathematical Education, 23*(3), 583-597.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research, 15*(2), 4-14.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 114-145.

Simon, M. & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 91-104.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M.(1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal, 33*(2), 455-488.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2016). *Teaching with tasks for effective mathematics learning.* (이경화, 김동원 역. 원저는 2013년). Springer Science & Business Media.

Sunwoo, Jin. & Pang, J. S. (2014). An analysis of strengths and weaknesses in the study of elementary mathematics lessons via teacher learning community. *Education of Primary School Mathematics, 17*(3), 189-203.

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers′ practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*(4-6), 217-237.

Tall, D. (1992). Students′ difficulties in calculus. In proceedings of working group 3 on students′ difficulties in calculus. ICME-7. Québec, Canada. 13-28.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 5-25.

Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 356-366.

Watson, A. & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity.* Lawrence Erlbaum Associates.

Woo, J. H., Chong, Y. O., Park, K. M., Lee, K. H., Kim, N. H., Na, G. S. & Yim, J. H. (2014). *Resesarch methodology in mathematics education.* Seoul: Kyungmoonsa.

Zaslavsky, O. & Leikin, R. (1999). Interweaving the training of mathematics teacher educators and the professional development of mathematics teachers. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1,* (pp. 143-158).

Zaslavsky, O. & Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: Growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 7*(1), 5-32.