



## 잔여시간 추정에 따른 ZEM 기반 유도법칙의 특징

김태훈<sup>1</sup>, 박봉균<sup>2</sup>

## Characteristic of ZEM Based Guidance Law with Time-to-go Estimation Methods

Tae-Hun Kim<sup>1</sup> and Bong-Gyun Park<sup>2</sup>

Agency for Defense Development

## ABSTRACT

This paper deals with a ZEM (Zero-Effort-Miss) based guidance law for the interception of moving targets and characteristics of the guidance law according to time-to-go estimation methods. To derive the ZEM vector feedback guidance command, we introduce a polynomial function with unknown coefficient, and then we determine the coefficient to satisfy initial and terminal constraints. Since the directions of the guidance command and ZEM vectors are adjusted by the time-to-go, general time-to-go estimation methods are proposed, which can generate the vertical and horizontal guidance commands with respect to an arbitrary reference frame. By performing various numerical simulations, the performance and characteristics of the proposed methods are investigated.

## 초 록

본 논문에서는 이동표적을 요격하기 위한 ZEM(Zero-Effort-Miss) 기반의 유도법칙과 잔여시간(Time-to-go) 추정에 따른 유도명령의 특징을 살펴본다. 먼저, 가속도 명령을 미지수 계수를 포함한 잔여시간의 다항식 함수로 가정하고 이를 초기/종말 구속조건을 충족하도록 계수를 산출함으로써, 최종적으로 ZEM 벡터 되먹임 형태의 호밍 유도명령을 도출한다. 잔여시간의 추정방법에 따라 ZEM 벡터와 유도명령의 벡터방향이 결정되는 특징을 가지므로, 임의의 기준좌표계에 수직/수평하게 가속도 명령을 발생시키기 위한 일반적인 잔여시간 추정방법을 제안한다. 또한 제안한 유도법칙과 잔여시간 추정기법의 성능과 특징을 분석하기 위해 다양한 수치시뮬레이션을 수행하도록 한다.

**Key Words** : Missile Guidance(유도탄 유도), Zero-Effort-Miss(무기동 잔여오차), Time-to-go Estimation(잔여시간 추정), ZEM Based Guidance(ZEM 기반 유도)

## 1. 서 론

비례항법유도(PNG, Proportional Navigation Guidance) 법칙은 구현이 용이한 간단한 형태를 가지면서 표적 요격성능이 우수하기 때문에 오래전부터 널리 실제

적용되어 오던 호밍 유도기법이다[1-3]. 이를 기반으로 충돌각과 같은 추가적인 종말 구속조건을 충족할 수 있는 변형된 비례항법유도법칙들도 연구되어 왔다[4,5].

비례항법유도는 시선(LOS, Line-of-Sight)에 수직하

† Received : March 12, 2019 Revised : May 25, 2019 Accepted : May 27, 2019

<sup>1</sup> Senior Researcher, <sup>2</sup> Senior Researcher

<sup>1</sup> Corresponding author, E-mail : tehunida@gmail.com, ORCID 0000-0002-4770-3147

계 가속도 명령을 산출하는 True PNG와 탄 속도에 수직하게 명령을 계산하는 Pure PNG로 크게 2가지로 분류되며, 이와 같이 산출된 명령은 좌표변환행렬을 통해 유도탄의 제어 가능한 방향(동체 축방향)으로 유도명령을 변환하여 적용하게 된다. 저속표적에 대해 Head-on 교전이 이뤄지고 받음각의 크기가 충분히 작다면 위와 같은 변환과정을 적용할 수 있지만, 위 교전조건 가정을 만족하지 못하는 상황에서는 좌표변환 과정 중에 제어명령 손실과 이에 의한 유도오차 발생 또는 원하지 않는 축방향 가속도에 의한 호밍시간 변화 등의 부작용이 따를 수 있다. 한 예로, 탐색기가 off-axis 방향을 지향하도록 장착된 THAAD의 Kill Vehicle(KV)의 경우([6]) 고속표적을 추적하기 위해 임의의 자세를 유지해야 함으로써, 탄의 속도벡터와 시선, 동체 자세간의 큰 사잇각을 가지게 되고 이로 인해 앞선 좌표변환에 의한 부작용이 야기될 수 있다. 특히, 제어 에너지와 제어가능시간이 제한될 경우에는 고속표적 요격을 위해서 위의 부작용이 발생하지 않도록 보다 정밀하게 제어 가능한 방향으로의 유도명령 산출이 필요하다.

본 논문에서는 THAAD의 KV과 같이 고고도에서 속도벡터와 무관하게 임의의 자세를 가질 수 있으면서 Divert Control System(DCS)에 의해 임의의 방향의 기동가속도를 발생시킬 수 있는 시스템에 적용할 수 있는 새로운 유도법칙을 제안한다. 먼저 2차원 교전기하 문제에서 잔여시간의 다항식 함수형태의 가속도 명령을 이용하여, 중력과 이동표적 요격을 동시에 고려한 ZEM(Zero-Effort-Miss) 벡터 기반의 유도법칙을 설계한다. 제안한 유도법칙은 잔여시간 추정방법에 따라 유도명령과 ZEM 벡터 방향이 결정되는 특징을 가지므로, 임의의 기준좌표계에 대해 원하는 벡터방향을 형성하기 위한 새로운 잔여시간 추정방법을 설계하고 이에 대한 해석을 수행한다. 또한 제안한 기법들의 성능을 검증하기 위해 다양한 교전시뮬레이션을 수행하도록 한다.

## II. 본 론

### 2.1 ZEM 기반 유도법칙

#### 2.1.1 유도기하 및 운동방정식

본 연구에서는 Fig. 1에 도시된 교전기하를 기준으로 ZEM(Zero-Effort-Miss) 기반 유도법칙을 설계한다. Fig. 1에서 유도탄의 위치, 속도, 중력가속도, 가속도명령은 각각  $\mathbf{r}_m$ ,  $\mathbf{v}_m$ ,  $\mathbf{g}_m$ ,  $\mathbf{a}_m$ 로 나타내어지며, 표적은 등속도로 움직인다는 가정 아래 위치, 속도를  $\mathbf{r}_t$ ,  $\mathbf{v}_t$ 로 표시하였다. 이와 같은 조건 아래, 관성좌표계( $X_I - Y_I$ )를 기준으로 표적-유도탄간의 상대운동을 나타내면 다음과 같다.

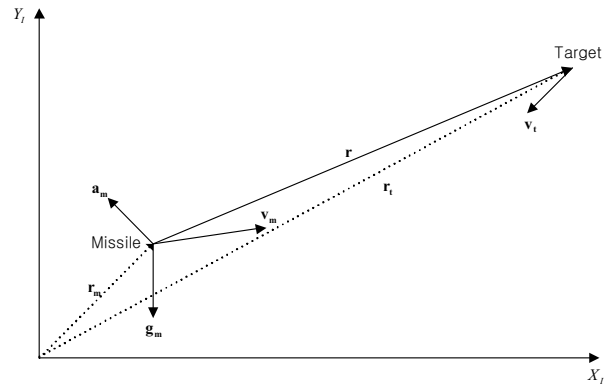


Fig. 1. Engagement geometry

$$\mathbf{r}' = \mathbf{v}', \quad \dot{\mathbf{v}}' = -(\mathbf{a}' + \mathbf{g}_m) \quad (1)$$

위 상대운동 방정식의 초기조건은

$$\begin{aligned} \mathbf{r}'(t_0) &= \mathbf{r}'_t(t_0) - \mathbf{r}'_m(t_0) \\ \mathbf{v}'(t_0) &= \mathbf{v}'_t(t_0) - \mathbf{v}'_m(t_0) \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 정의된다.

위와 같이 도출된 상대운동방정식을 이용하여 ZEM 기반 유도법칙을 도출하도록 한다.

#### 2.1.2 ZEM 기반 유도명령

ZEM 기반 유도법칙은 참고문헌 [7,8]에서 적용한 산출기법을 이용하여 도출할 수 있다. 먼저 유도탄의 유도명령을 잔여시간( $t_{go} = t_f - t$ )의 함수로 다음과 같이 가정한다.

$$\mathbf{a}'_m = \mathbf{c}_n t_{go}^n, \quad n > 0 \quad (3)$$

위와 같은 유도명령 형태를 가정한 이유는 종말시간( $t_f$ )에 "0" 유도명령을 만족하면서 동시에 유일해를 가지기 위해서 1개의 미지수 계수  $\mathbf{c}_n$ 을 정의하였다.

위와 같이 가정한 유도명령을 식 (1)에 대입하여 적분을 수행하면 다음과 같은 식을 도출할 수 있다.

$$\mathbf{v}'(t) = \frac{\mathbf{c}_n}{n+1} t_{go}^{n+1} - \mathbf{g}_m' t + \mathbf{c}_v \quad (4)$$

$$\mathbf{r}'(t) = -\frac{\mathbf{c}_n}{(n+1)(n+2)} t_{go}^{n+2} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_m' t^2 + \mathbf{c}_v t + \mathbf{c}_r \quad (5)$$

여기서 적분상수  $\mathbf{c}_r$ ,  $\mathbf{c}_v$ 는 초기조건 및  $\hat{t}_{go} = t_f - t_0$ 에 의해 아래와 같이 정의된다.

$$\mathbf{c}_r = \mathbf{r}'(t_0) + \frac{\mathbf{c}_n}{(n+1)(n+2)} \hat{t}_{go}^{n+2} + \frac{1}{2} \mathbf{g}_m' t_0^2 - \mathbf{c}_v t_0 \quad (6)$$

$$\mathbf{c}_v = \mathbf{v}'(t_0) - \frac{\mathbf{c}_n}{n+1} \hat{t}_{go}^{n+1} + \mathbf{g}_m^i t_0 \quad (7)$$

표적을 요격하기 위해서는  $\mathbf{r}'(t_f) = \mathbf{0}$  의 조건을 만족하여야 하며, 이를 충족시킬 수 있는 미지수 계수를 식 (5)~(7)을 이용해서 구하면,

$$\mathbf{c}_n = \frac{n+2}{\hat{t}_{go}^{n+2}} \left[ \mathbf{r}'(t_0) + \mathbf{v}'(t_0) \hat{t}_{go} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_m^i \hat{t}_{go}^2 \right] \quad (8)$$

와 같다. 또한 식 (8)과 같이 유도된 계수를 식 (3)에 대입하여 초기  $t_0$  에서의 유도명령을 구하면,

$$\mathbf{a}_m^i(t_0) = \frac{n+2}{\hat{t}_{go}^2} \left[ \mathbf{r}'(t_0) + \mathbf{v}'(t_0) \hat{t}_{go} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_m^i \hat{t}_{go}^2 \right] \quad (9)$$

와 같다. 위 식 (9)는 초기시간에서의 유도명령으로 때 비행순간을 초기조건으로 보아 되먹임 형태로 표현하면 다음과 같이 최종 유도명령 형태를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_m^i(t) &= \frac{n+2}{\hat{t}_{go}^2} \left[ \mathbf{r}'(t) + \mathbf{v}'(t) \hat{t}_{go} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_m^i \hat{t}_{go}^2 \right] \\ &= \frac{n+2}{\hat{t}_{go}^2} \mathbf{ZEM}^i \end{aligned} \quad (10)$$

## 2.2 잔여시간 추정에 따른 특징

앞서 유도한 식 (10)의 ZEM 기반 유도법칙 명령을 살펴보면, ZEM 벡터 방향에 따라 가속도 명령의 방향이 결정됨을 알 수 있다. 또한 ZEM 벡터는 잔여시간  $t_{go}$  에 대한 함수로서  $t_{go}$  에 따라 그 벡터의 크기 및 방향이 결정되어진다. 그러므로  $t_{go}$  를 어떻게 추정하느냐에 따라 ZEM 벡터와 동시에 가속도 명령의 방향이 결정되어진다. 본 장에서는 시선/유도탄 속도에 수직한 유도명령을 생성시키기 위한 잔여시간 추정방법과 임의의 기준좌표계에 대해 수직/수평하게 유도명령을 도출하기 위한 일반화된 잔여시간 추정방법을 살펴본다.

### 2.2.1 시선에 수직한 유도명령

식 (10)의 유도명령 방향을 표적-유도탄을 잇는 시선(LOS)벡터에 수직하게 만들기 위해서, 우선 관성좌표계에서 시선각만큼 회전한 시선좌표계( $X_{LOS} - Y_{LOS}$ )를 정의한다. 이 시선좌표계의 X축은 Fig. 2와 같이 항상 시선방향을 향하도록 정의된다. 이와 같이 정의된 시선좌표계를 기준으로 ZEM을 구성하는  $\mathbf{r}$ (상대위치),  $\mathbf{v}_{t_{go}}$ (상대속도에 의한 위치변화),  $-\frac{1}{2} \mathbf{g}_m^i t_{go}^2$ (중력에 의한 위치변화) 벡터들의 합 벡터가 시선좌표계

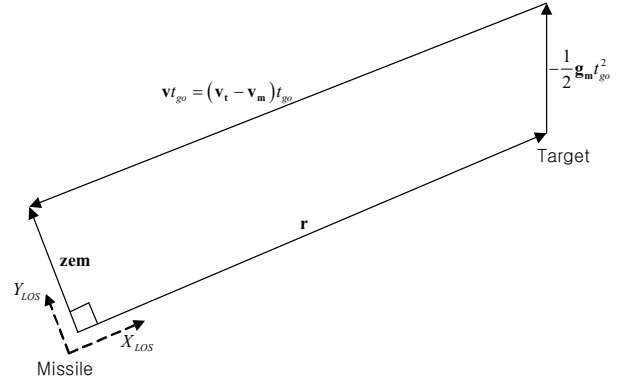


Fig. 2. ZEM vector with respect to LOS frame

Y축 방향을 향한다면 이는 곧 ZEM과 유도명령이 시선에 수직하게 형성되어진다. 이러한 조건을 만족하기 위해서는 아래 식과 같이, 시선좌표계 기준 합벡터의 X축 성분이 영이 되는 관계식이 성립되어야 한다.

$$\mathbf{r}_x^{LOS} + \mathbf{v}_x^{LOS} t_{go} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_{mx}^{LOS} t_{go}^2 = 0 \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{r}_x^{LOS}$ ,  $\mathbf{v}_x^{LOS}$ ,  $\mathbf{g}_{mx}^{LOS}$ 는 시선좌표계 기준의 상대위치, 상대속도, 중력 벡터의 X축 방향 성분이다.

식 (11)의 구속조건을 만족하는 잔여시간  $t_{go}$ 를 산출하고 이를 기반으로 식 (10)의 ZEM 벡터를 계산하면, 이는 시선에 수직하게 되며 결국 유도명령의 방향도 시선에 수직하게 발생된다. 식 (11)은 잔여시간에 대한 2차 방정식 형태로서 2개 또는 1개의 실근, 경우에 따라 허근이 존재하게 된다. 이에 대해서는 2.2.4절에서 좀 더 상세히 살펴보도록 한다.

### 2.2.2 속도에 수직한 유도명령

앞서 기술한 시선에 수직한 유도명령을 도출하는 과정과 유사하게, 유도탄의 속도에 수직한 ZEM 기반 유도법칙 명령을 산출할 수 있다. 이는 Fig. 3과 같이 유도탄의 속도방향을 X축으로 가지는 속도좌표

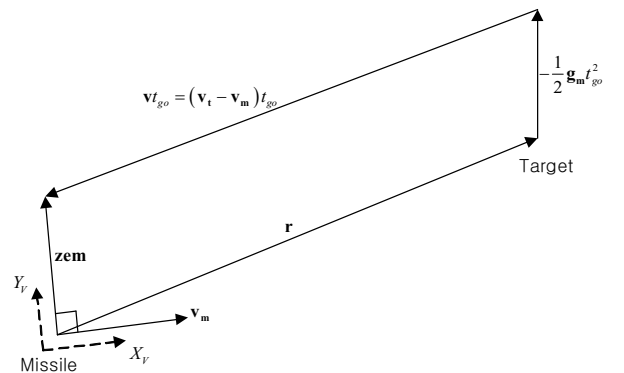


Fig. 3. ZEM vector with respect to velocity frame

계( $X_V - Y_V$ )를 정의하고, 이 좌표계를 기준으로 상대 위치/상대속도/중력가속도를 표현하여 식 (12)를 만족하도록 잔여시간을 산출하면 된다.

$$\mathbf{r}_x^V + \mathbf{v}_x^V t_{go} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_{mx}^V t_{go}^2 = 0 \quad (12)$$

여기서  $\mathbf{r}_x^V$ ,  $\mathbf{v}_x^V$ ,  $\mathbf{g}_{mx}^V$ 는 속도좌표계 기준의 상대위치, 상대속도, 중력 벡터의 X축 방향 성분을 말한다.

**2.2.3 기준좌표계에 대한 수직/수평 유도명령**

앞선 2.2.1절과 2.2.2절에서 논의한 방법을 기반으로 임의의 기준좌표계에 대해 수직 또는 수평하게 유도명령을 생성하는 방법을 도출할 수 있다. Fig. 4에 도시된 것과 같이 임의의 기준좌표계( $X_R - Y_R$ )를 선정하고, 이 좌표계의  $X_R$ 축 방향으로 수평 또는 수직( $Y_R$ 축)하게 ZEM/유도명령 벡터를 형성하기 위해서는 다음의 식을 만족하는 잔여시간을 산출하여야 한다.

$X_R$ 축에 수직인 유도명령 조건( $Y_R$ 축 방향) :

$$\mathbf{r}_x^R + \mathbf{v}_x^R t_{go\perp} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_{mx}^R t_{go\perp}^2 = 0 \quad (13)$$

$X_R$ 축에 수평인 유도명령 조건( $X_R$ 축 방향) :

$$\mathbf{r}_y^R + \mathbf{v}_y^R t_{go\parallel} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_{my}^R t_{go\parallel}^2 = 0 \quad (14)$$

여기서  $\mathbf{r}_x^R$ ,  $\mathbf{r}_y^R$ ,  $\mathbf{v}_x^R$ ,  $\mathbf{v}_y^R$ ,  $\mathbf{g}_{mx}^R$ ,  $\mathbf{g}_{my}^R$ 는 기준좌표계에서의 상대위치/상대속도/중력가속도 벡터의 X/Y축

성분을 말하며,  $t_{go\perp}$ 와  $t_{go\parallel}$ 는 각각  $X_R$ 축에 수직/수평하게 ZEM과 유도명령을 형성하기 위한 잔여시간을 의미한다.

**2.2.4 잔여시간 결정방법**

식 (11)~(14)와 같이, ZEM 기반 유도법칙의 가속도 명령을 임의의 기준축에 대해 수직/수평방향으로 형성하기 위해서는 잔여시간에 대한 2차 방정식의 해를 구해야한다. 또한 잔여시간의 해에는 항상 양의 실근이 존재하여야 한다. 이와 같은 조건을 만족하기 위해서는 우선 식 (15)의 조건을 충족하도록 기준좌표계의 선정이 필요하다.

$$\mathbf{r}_{(\cdot)} \cdot \mathbf{v}_{(\cdot)} < 0, \mathbf{v}_{(\cdot)}^2 + 2\mathbf{g}_{m(\cdot)} \mathbf{r}_{(\cdot)} \geq 0 \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{r}_{(\cdot)}$ ,  $\mathbf{v}_{(\cdot)}$ ,  $\mathbf{g}_{m(\cdot)}$ 는 임의의 기준좌표계에 대해 X축 또는 Y축 방향의 상대위치/상대속도/중력가속도 성분을 나타내는 일반적인 표현을 말한다. 식 (15)의 첫 번째 조건은 항상 양수의 잔여시간 해가 존재하기 위함이고, 두 번째 조건은 1개 이상의 잔여시간 실근이 존재하기 위한 판별식에 의해 도출된 것이다. 만약 위 조건을 만족하지 못한다면 잔여시간의 해는 허근 또는 음의 실근만을 가지는 경우가 발생되므로, 이를 방지하도록 적절한 기준좌표계의 재정의가 필요하다.

식 (15)의 조건이 만족되는 기준좌표계를 기준으로 ZEM/유도명령 방향을 결정짓는 잔여시간 해를 도출하기 위해, 2차 방정식을 아래와 같이 잔여시간의 2차 함수형태로 다시 표현할 수 있다.

$$f(t_{go}) = \left( \frac{1}{2} \mathbf{g}_{m(\cdot)} t_{go} - \mathbf{v}_{(\cdot)} \right) t_{go} = \mathbf{r}_{(\cdot)} \quad (16)$$

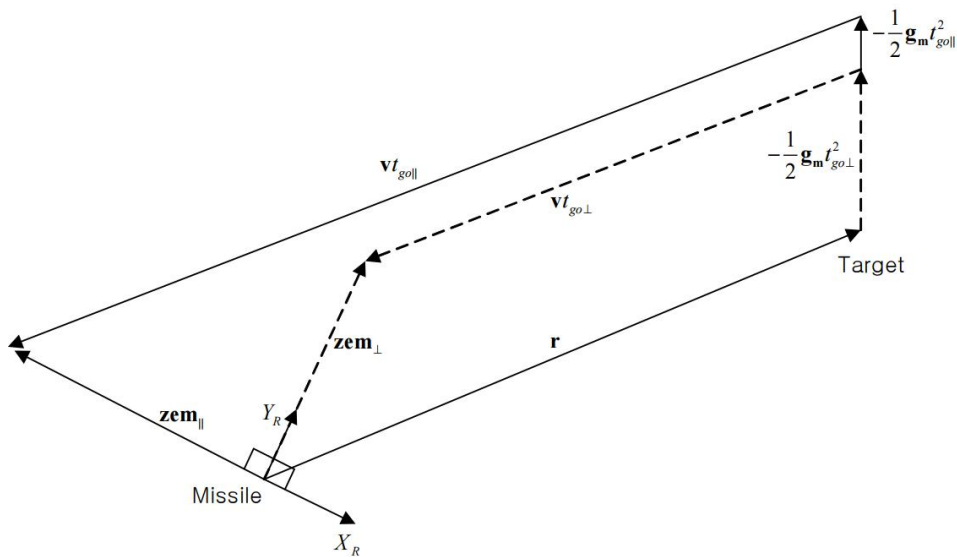


Fig. 4. ZEM vector with respect to reference frame

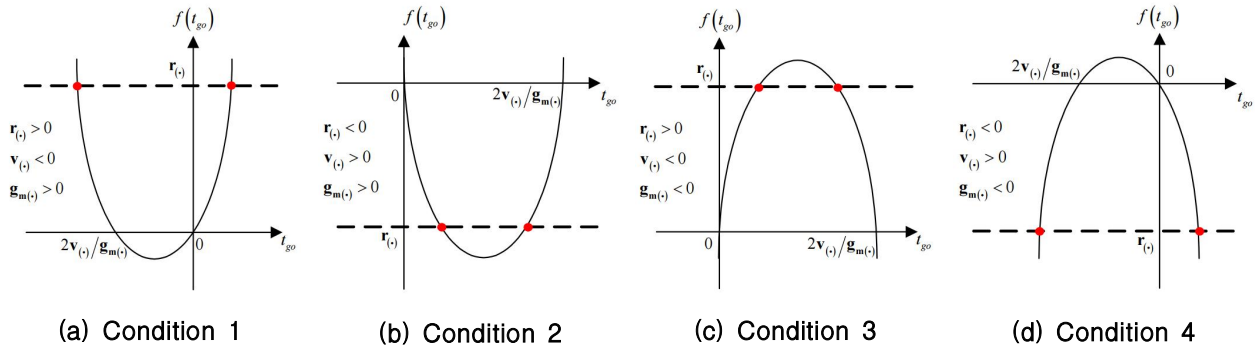


Fig. 5. Time-to-go solutions of the quadratic equation

위 2차 함수를  $g_{m(c)} \neq 0$  조건 아래 Fig. 5와 같이,  $r_c$ ,  $v_c$ ,  $g_{m(c)}$ 의 부호에 따라 4가지의 경우로 나누어 잔여시간 해의 위치를 살펴볼 수 있다.

임의의 기준축에서의 상대위치/상대속도/중력가속도가 Condition 1과 Condition 4의 부호관계를 가진다면 잔여시간의 2차 방정식은 항상 양수/음수의 2개의 해가 존재하게 되고, 이들 중 양의 해를 유도명령 생성에 적용하게 되면 원하는 방향의 가속도 벡터를 형성할 수 있다. 만약 Condition 2와 Condition 3의 부호관계를 가진다면 2차 방정식은 항상 2개의 양의 실근 또는 양의 중근을 가지게 된다. 표적 요격을 위한 제어에너지를 최소화시키고  $r_c = 0$ 일 때 잔여시간  $t_{go} = 0$ 을 충족해야 하므로, 2개의 양의 실근 중 크기가 작은 해를 잔여시간으로 적용함으로써 원하는 유도명령 벡터를 형성할 수 있다.  $|g_{m(c)}| \approx 0$ 일 경우에는 위의 2차 함수의 관계가 성립되지 않으며 중력이 잔여시간 산출에 미치는 영향이 미미하므로 일반적인  $t_{go} = |r_c|/v_c$ 의 방법을 이용할 수 있다.

즉, ZEM 기반 유도법칙의 잔여시간은 다음 식 (17)과 같이 추정함으로써, 원하는 방향의 가속도명령 벡터를 만들 수 있게 된다.

$$t_{go} = \begin{cases} |r_c|/v_c & \text{if } |g_{m(c)}| < \varepsilon \\ \min(t_{go1}, t_{go2}) & \text{if } t_{go1} \geq 0, t_{go2} \geq 0, |g_{m(c)}| > \varepsilon \\ \text{positive root} & \text{if } t_{go1} \cdot t_{go2} < 0, |g_{m(c)}| > \varepsilon \end{cases} \quad (17)$$

여기서  $t_{go1}, t_{go2}$ 는 식 (11)~(14)의 2차 방정식의 해를 말하며,  $\varepsilon \ll 1$ 인 설계파라미터이다. 설계파라미터인  $\varepsilon$ 을 임의의 큰 값으로 설정한다면, 중력에 의한 영향이 무시된 채로 잔여시간이 산출되기 때문에 ZEM/유도명령 벡터가 원하는 방향을 형성하지 못하게 된다. 그러므로 충분히 작은  $\varepsilon$ 의 설정이 필요하다.

### III. 수치 시뮬레이션

본 장에서는 수치 시뮬레이션을 통해, 제안한 잔여시간 추정기법에 따른 ZEM 기반 유도법칙의 교전 특성을 살펴보았다. 시뮬레이션 초기조건으로 유도탄은 관성축의 원점에 위치하며 속도벡터는  $v_m^t(t_0) = [500, 0]m/s$ 로 중력을 같이 고려하였다. 표적의 초기 위치는  $r_c^t(t_0) = [5.0, 5.0]km$ 이며, 등속도의  $v_c^t(t_0) = [\cos(250^\circ), \sin(250^\circ)]km/s$ 로 가정하였다. 유도이득  $n=1$ ,  $\varepsilon=1e-3$ 을 사용하였다.

#### 3.1 시선 수직방향 가속도 시뮬레이션(Case #1)

식 (11)과 식 (17)을 이용하여 시선에 수직한 가속도 명령을 발생시키기 위한 잔여시간을 산출하고 이를 식 (10)의 유도명령에 적용하여 교전이 이뤄진 결과는 Figs. 6~7과 같다. 먼저 Fig. 6을 통해 표적으로

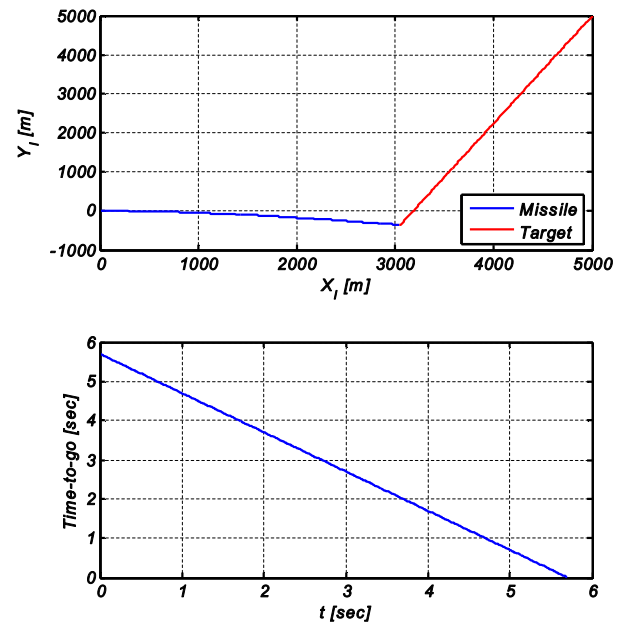


Fig. 6. Trajectory and time-to-go for Case #1

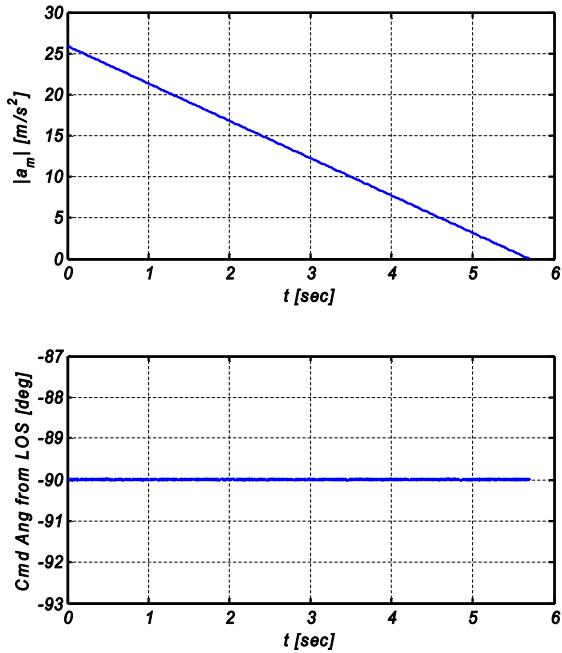


Fig. 7. Acceleration magnitude and direction for Case #1

정상 교전이 이뤄지면서 안정적으로 잔여시간을 추정하는 것을 알 수 있다. Fig. 7을 통해서도 유도 명령 크기가 중력/표적기동이 없는 표적-유도탄 상대 교전조건에서의 전형적인 비례항법유도([1])와 같이 초기 최대치에서 점점 선형적으로 감소하는 특징을 가짐을 알 수 있고, 유도 명령의 방향은 시선에 수직

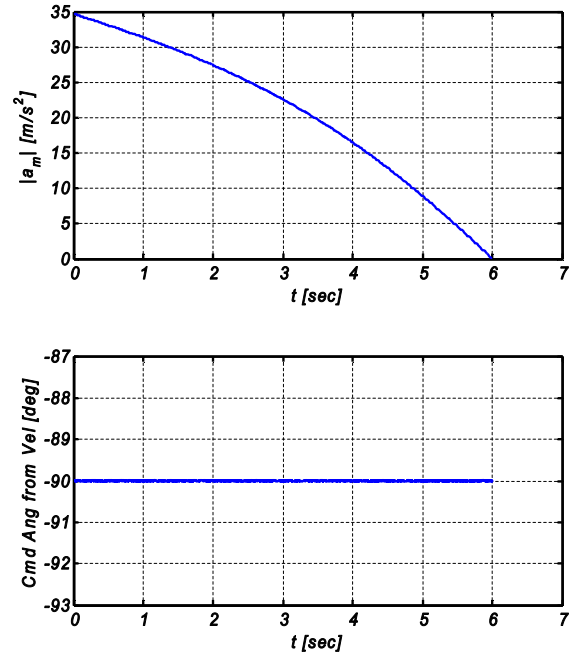


Fig. 9. Acceleration magnitude and direction for Case #2

하게  $-90^\circ$ 를 지속적으로 유지하고 있으므로 제한한 잔여시간 추정기법을 통해 원하는 유도 명령 방향을 결정지을 수 있음을 확인할 수 있다.

3.2 속도 수직방향 가속도 시뮬레이션(Case #2)

식 (12)와 식 (17)을 적용하여 유도탄 속도에 수직 한 유도 명령을 생성하기 위한 잔여시간을 산출하고 이를 ZEM 기반 유도법칙에 적용한 결과를 Figs. 8~9에 도시하였다. 그림을 통해 안정적으로 잔여시간을 추정하면서 정상 교전이 이뤄지고 속도 방향을 기준으로  $-90^\circ$ 의 원하는 속도 수직한 유도 명령 방향을 가짐을 알 수 있다. 또한, 앞선 시선에 수직한 유도 명령 결과와 비교하여 가속도 명령이 크고 포물선을 그리는 비선형적인 시간 변화를 가짐을 볼 수 있다.

3.3 기준좌표계 기준 시뮬레이션(Case #3/#4)

임의의 기준좌표계에 대해 수직/수평한 가속도 명령 방향을 가지는 ZEM 기반 유도법칙의 특징을 살펴 보기 위해, 관성좌표계  $(X_I, -Y_I)$ 를 기준좌표계로 선정 하여 시뮬레이션을 수행하였다. 식 (13)~(14)와 식 (17)을 통해 도출된 잔여시간을 ZEM 기반 유도 명령 계산에 적용하였고, 이에 대한 결과는 Figs. 10~13과 같다.

Figures 10~11은 관성좌표계 X축에 수직한 방향(관성좌표계 Y축 방향/Case #3)으로 유도 명령을 생성하여 교전이 이뤄진 결과로서, 그림을 통해 볼 수 있듯이 안정적으로 잔여시간이 추정되면서 관성좌표계의 X축에  $-90^\circ$ 로 수직하게 가속도 명령이 발생되고 있다.

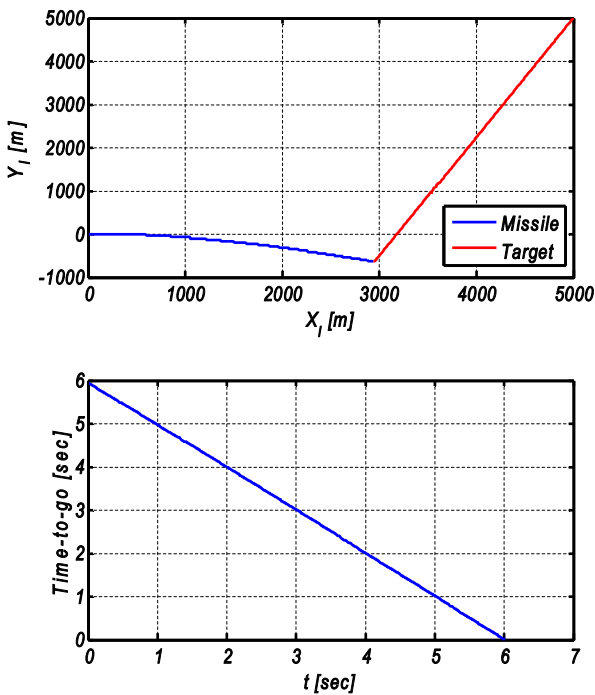


Fig. 8. Trajectory and time-to-go for Case #2

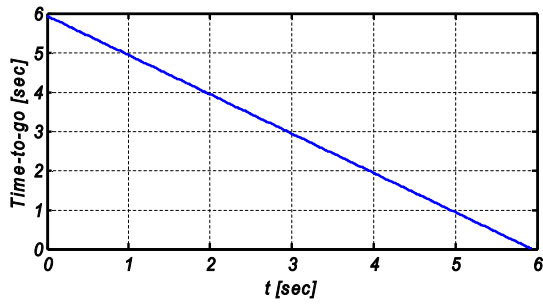
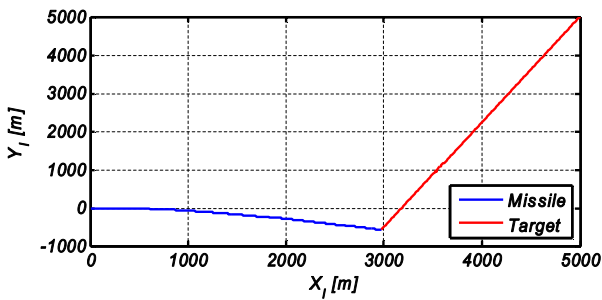


Fig. 10. Trajectory and time-to-go for Case #3

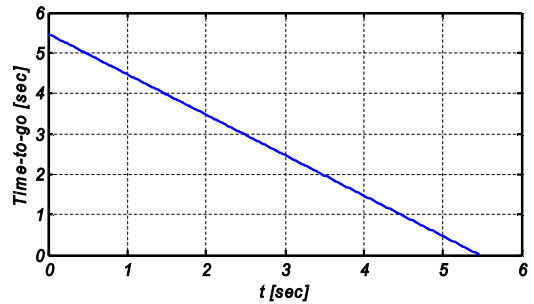
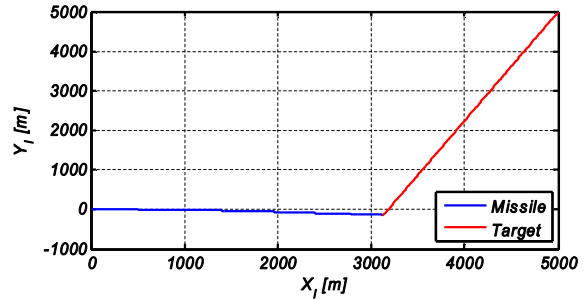


Fig. 12. Trajectory and time-to-go for Case #4

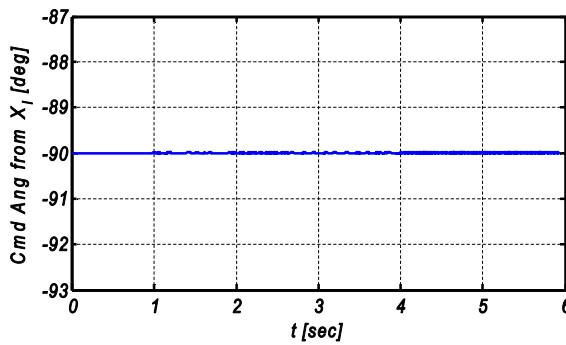
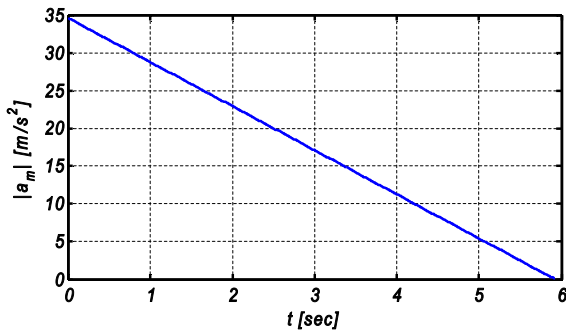


Fig. 11. Acceleration magnitude and direction for Case #3

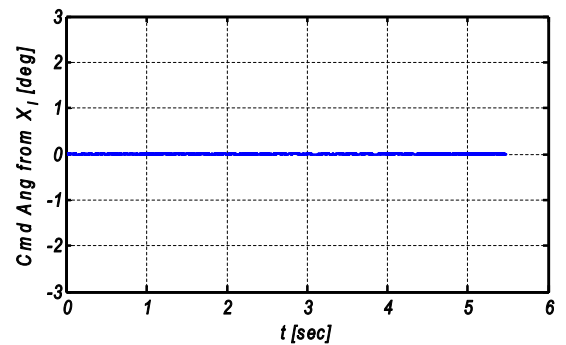
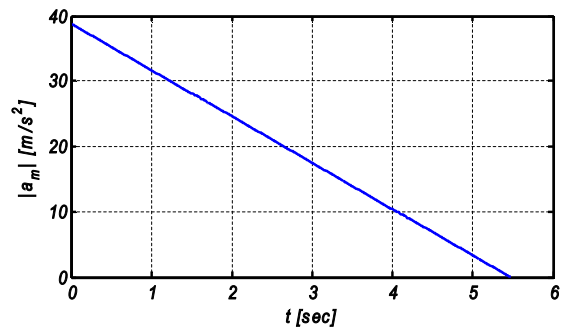


Fig. 13. Acceleration magnitude and direction for Case #4

Figures 12~13은 관성좌표계 X축에 수평한 방향 (Case #4)으로 유도명령을 생성하여 호밍된 결과로서, 이 결과 또한 정상적으로 잔여시간 추정이 이뤄지고 명령 방향은 관성좌표계 X축에 0°로서 수평을 유지하고 있음을 볼 수 있다.

Figures 10~13을 통해, ZEM 기반 유도법칙의 가속도 명령 방향에 따라 호밍시간과 발생하는 가속도

크기, 교전 비행궤적에 차이가 있음을 알 수 있다. 이는 다시 말해, 임의의 좌표계를 기준으로 잔여시간을 추정하는 방법에 따라 호밍되는 유도특성이 달라진다는 것을 의미한다.

### 3.4 True PNG와의 비교

앞선 시뮬레이션 조건과 유도탄 속도에 수직방향

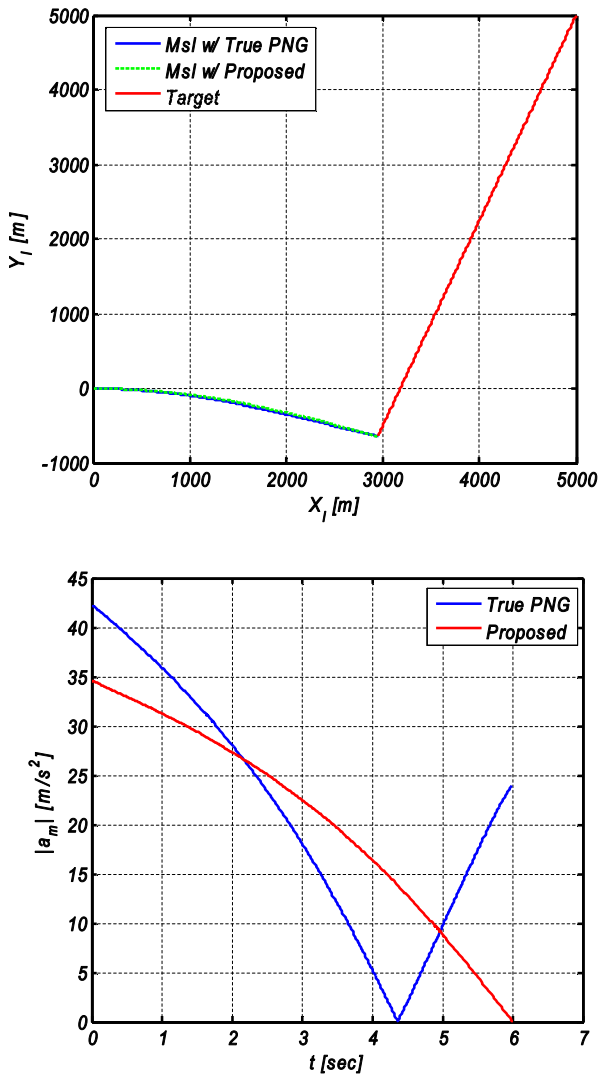


Fig. 14. Trajectory and acceleration magnitude compared with True PNG

으로 가속도 제어가 이뤄진다는 가정 아래(Case #2와 동일), 전형적인 True PNG를 적용하여 제안한 유도법칙과 비교하였다. True PNG는 아래 식처럼 속도 수직방향으로의 명령 좌표변환과 함께 중력 보상을 추가하여 적용하였다.

$$a_m^{TPN} = \frac{3V_c \dot{\lambda}}{\cos \sigma} + g \cos \gamma_m \quad (18)$$

여기서  $V_c$ ,  $\dot{\lambda}$ 은 접근속도, 시선각속도이며,  $\sigma$ 는 지향각(시선과 속도벡터간의 사잇각),  $\gamma_m$ 은 관성측기준의 비행경로각, 그리고  $g$ 는 중력상수이다.

이를 적용하여 비교한 결과는 Fig. 14와 같으며 그림을 통해 전체적인 비행궤적은 서로 유사하지만, 제안한 유도법칙은 최대 요구기동력이 True PNG보다 작으면서 종말단계에서는 0으로 수렴함을 볼 수 있

다. 또한 제어에너지 관점에서  $J = \int_{t_0}^{t_f} |a_m|^2 dt$ 의 가격합수를 서로 비교하였으며, True PNG는  $J=3643$ 이고 제안한 유도법칙은  $J=3178$ 로서, 제안한 유도법칙은 보다 적은 제어에너지를 요구함을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 먼저 잔여시간의 다항식 함수를 이용하여, 중력이 고려된 상태에서 표적요격을 위한 ZEM 벡터기반의 일반화된 유도법칙을 도출하였다. 본 연구에서는 2차원 평면 기하에서 유도법칙을 설계하였지만, 이는 3차원 운동기하로 손쉽게 확장할 수 있다. 제안한 유도법칙은 잔여시간의 추정방법에 따라 ZEM 벡터와 유도명령 벡터가 결정되어지는 특징을 가지므로, 임의의 기준좌표계에 대해 수직/수평하게 유도명령을 발생시키기 위한 2차 방정식 구속조건과 그 해를 기반으로 잔여시간을 추정하는 새로운 방법을 제안하였다. 제안한 잔여시간 추정기법과 그에 의한 ZEM 기반 유도법칙의 가속도 명령 방향에 따른 교전특성을 살펴보기 위해 다양한 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과를 통해 안정적으로 잔여시간을 추정하면서 원하는 유도명령을 형성할 수 있음을 알 수 있었고, 동일 교전 조건하에서 유도명령 방향에 따라 비행궤적, 호밍시간, 가속도 명령 크기에 차이가 있음을 확인하였다. 추후, 제어에너지 최소화 관점에서 ZEM 기반 유도법칙의 최적 유도명령 방향을 결정하는 추가 연구를 수행할 예정이다.

#### References

- 1) Zarchan, P., "Tactical and Strategic Missile Guidance," 6<sup>th</sup> Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston VA, 2012.
- 2) Chakravarthy, A., and Ghose, D., "Capturability of Realistic Generalized True Proportional Navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 32, No. 1, Jan. 1996, pp. 407~418.
- 3) Oh, J. H., and Ha, I. J., "Capturability of the 3-Dimensional Pure PNG Law," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, No. 2, Apr. 1999, pp. 491~503.
- 4) Kim, T. H., Park, B. G., and Tahk, M. J., "Bias Shaping Method for Biased Proportional Navigation with Terminal Angle Constraint," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 6, Nov. 2013, pp. 1810~1815.



5) Lee, C. H., Kim, T. H., and Tahk, M. J., "Interception Angle Control Guidance Using Proportional Navigation with Error Feedback," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 5, Sep. 2013, pp. 1556~1561.

6) He, Y., and Qiu, Y., "THAAD-Like High Altitude Theater Missile Defense: Strategic Defense Capability and Certain Countermeasures Analysis," *Science and Global Security*, May 2003, pp. 151~202.

7) Min, B. M., Tahk, M. J., et al., "Guidance law for vision-based automatic landing of UAV," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 8, No. 1, May 2007, pp. 46~53.

8) Kim, T. H., Lee, C. H., and Tahk, M. J., "Time-to-go polynomial guidance laws with terminal impact angle/acceleration constraints," *In Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, Aug. 2011.