한국액체미립화학회지 제24권 제2호(2019)
http://dx.doi.org/10.15435/JILASSKR.2019.24.2.58

항공용 가스터빈 연소기에서의 혼합기 노즐 형상의 단순화가 음향장 해석 결과에 미치는 영향

표영민* · 홍수민* · 김대식*,†

Effects of a Simplified Mixture Nozzle Geometry on the Acoustic Field in an Aero Gas Turbine Combustor

Yeongmin Pyo, Sumin Hong and Daesik Kim

Key Words: Aero gas turbine combustor(항공용 가스터빈 연소기), Combustion instability(연소불안정), Thermoacoustic analysis(열음향 해석), 3D Finite element method(3차원 유한요소방법)

Abstract

A 3D FEM (Finite Element Method) based Helmholtz solver has been commonly used to characterize fundamental acoustic behavior and investigate dynamic instability features in many combustion systems. In this approach, a geometrical simplification of the target system has been generally made in order to reduce computational time and cost because a real combustor and fuel nozzle have a very complicated flow passage. The feasibility of these simplifications is quantitatively investigated in a small aero gas turbine nozzle in term of acoustic characteristics. It is found that the simplification in a nozzle geometry during the 3D FEM analysis process has no great influence on the acoustic modeling results, while the calculation complexity can be improved for a similar modeling accuracy.

기호설명

ρ : 밀도
p : 압력
c : 음속
γ : 비열비
ω : 각진동수
u : 속도
$\bar{}$: 평균량
$\hat{}$:섭동량
x : 길이방향
r : 반경방향
θ : 원주방향
L : 길이방향 음향모드
C : 원주방향 음향모드

(Recieved: 13 May 2019, Recieved in revised form: 4 Jun 2019, Accepted: 8 Jun 2019)
*강릉원주대학교 기계자동차공학부
†책임저자, 회원, 강릉원주대학교 기계자동차공학부
E-mail : dkim@gwnu.ac.kr
TEL : (02)123-1234 FAX : (02)123-1234

1. 서 론

희박 예혼합 연소시스템(Lean Premixed Combustion System)은 연소가 희박 가연 한계(Lean Blow Out) 영역에서 일어나기 때문에, 연료를 적게 사용하며, 높은 효율을 얻을 수 있다. 하지만, 이러한 특성에 의해 외부의 작은 인자에도 당량비 또는 공기 및 연료의 유량변화를 일으키게 되고, 이는 연소실 내부의 열발생 섭동을 일으키게 되며, 이는 다시 연소실 내부의 압력 섭동을 발생

시키게 된다. 결국에는, 이러한 변화의 상호작용으로 인해 지속적인 피드백현상이 나타나게 되고, 이를 연소불안정(Combustion Instability)이라고 한다. 이러한 불안정 특성을 예측하기 위하여 다양한 모델링 접근법이 제시되어 왔다[1-8].

LES(Large Eddy Simulation), RANS(Reynolds Averaged Navier Stokes)등의 CFD(Computational Fluid Dynamics)를 활용한 경우에는 질량, 운동량, 에너지 보존 방정식을 이용하여 연소장과 음향장을 직접 연립하여 풀어내고 유동장까지 해석하게 되므로, 시간과 비용면에 있어서 비교적 큰 소비를 하게 된다[1,4]. 또한, 1차원 네트워크 열음향 모델의 경우에 시스템의 각 구성품을 일련의 네트워크 요소로 정의한 후, 각 요소 간에 각종 지배방정식을 적용함으로써, 계산 시간을 대폭 단축하고, 효율성을 높인 접근 방법이 사용되고 있지만, 이 경우에 복잡한 실제 시스템을 과도하게 단순화하여야 한다는 단점이 존재하게 된다[2,5]. 이에 실제 복잡한 연소 시스템의 음향장 및 열음향 모델링에서 가장 널리 사용되고 있는 방법이 3D 유한요소해석(FEM, Finite Element Method)을 기반으로 하는, 헬름홀츠 솔버(Helmholtz solver)를 이용한 모델링이 가장 주목받고 있다[6-11]. 대표적으로 자체 개발된 3D 열음향 해석 모델[6-8] 또는 상용 음향 해석 도구인 COMSOL Multiphysics[12]를 이용하는 연구들[9-11]이 소개되어 왔다. 이러한 연구 방법은 헬름홀츠 솔버를 통하여 시스템에서의 음향장을 해석하고, 별도로 측정 또는 계산된 화염의 동특성(화염전달함수, flame transfer function)을 결합하는 방식을 적용한다.

현대의 가스터빈 연소기(특히, 연료-공기 혼합기의 형성 및 공급을 담당하는 노즐과 예혼합실)는 유해 배출가스 저감, 연비의 향상, 안정적인 연소 특성 확보 등을 목적으로 과거의 연소기 대비 점점 더 복잡한 형상으로 변화하고 있으며, 이러한 연소 시스템의 3차원 음향장 해석에 대한 기존의 연구들[7-11]에서는, 음향학적으로 영향이 작은 부분들에 대하여 유로의 간략화 또는 구성품의 제거를 통하여 계산의 복잡성과 비용을 줄이는 방법을 선택한다. 그러나, 이들의 연구에서 실제 해석 대상 시스템의 간략화가 음향학적으로 무시할 수 있는 수준인지, 또는 어느 정도의 영향을 미칠 수 있는지에 대한 정량적인 분석 결과를 제공하지는 않고 있다. 또한, 이러한 해석 대상의 기하학적 단순화가 음향장 특성에 미치는 영향에 대한 분석 결과는 향후 1D 네트워크 모델 개발시에 어떠한 유로 또는 구성품을 단순화할 수 있는지에 대한 정량적 근거를 제시할 수 있을 것으로 사료된다.

본 연구에서는 한화에어로스페이스에서 개발 중에 있는 친환경 항공용 연소기[13]에 적용되는 연료-공기 노즐에 대하여 COMSOL Multiphysics를 통한 3차원 음향장 해석을 진행하였다. 또한, 복잡한 형상을 가지는 노즐의 음향장 해석시 몇 가지 단계를 거치면서 노즐의 형상을 단순화하여 음향장 해석 결과에 미치는 각각의 영향을 정량적으로 분석하고자 한다.

2. 해석 방법

2.1 해석 모델의 지배방정식

본 연구에 사용된 3차원 FEM 해석기법으로 하는 COMSOL Multiphysics의 Pressure Acoustics Module은 간소화된 1차 헬름홀츠 방정식을 지배방정식으로 하며, 아래의 식과 같다.

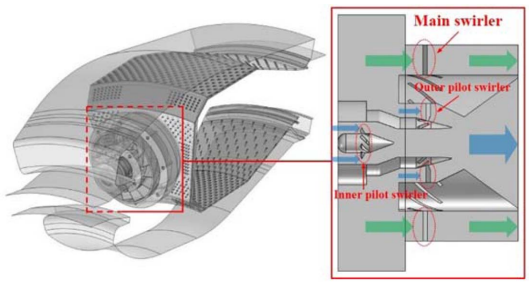
$$\frac{\lambda^2}{c^2}\hat{p}-\bar{\rho}\nabla\cdot\left(\frac{1}{\bar{\rho}}\nabla\hat{p}\right)=-\frac{\gamma-1}{c^2}\lambda\hat{q} \quad (1)$$

여기서 γ, ρ, p, λ 그리고 c는 각각 비열비, 밀도, 압력, 시스템의 고유값 그리고 음속을 의미한다. 이때 λ는 $-i\omega$이며, 또한 $\hat{q}$ 는 연소시에 화염의 진동에 따른 열발생율의 진동에 대한 정보를 제공하나, 본 연구에서는 화염이 없는 냉간 상태(cold flow) 또는 정상 상태(steady state)에서 해석을 진행하였기 때문에 0으로 처리하였다.

2.2 연소기 노즐 음향장 해석

2.2.1 해석대상 연소기 및 노즐

Figure 1(a)은 본 연구에서 선정한 해석 대상 연소기로서, 한화에어로스페이스에서 실제 개발단계에 있는 25



(a) (b)

Fig. 1. (a) Sectional view and (b) nozzle schematics of the aero gas turbine combustor under development.

kN급 엔진에 적용되는 연소기의 형상이다. 본 연소기는 원주 방향으로 균일하게 배치된 총 12개의 노즐로 구성되며, 각 노즐의 세부 단면도는 Fig. 1(b)와 같다. 주 유동 영역(main flow area)과 보조 유동 영역(pilot flow area)으로 구분될 수 있으며, 각 유동 영역에는 연료와 공기를 혼합 시켜주는 스월러 및 연료 라인을 포함하는 혼합구간이 존재한다. 이때 보조 유동 경로는 혼합구간이 바깥쪽과 안쪽 영역으로 구분되며, 스월러 또한 구분되어 각 영역에 하나씩 존재한다. 해당 연소기는 케이싱 입구로부터 냉각 공기가 주입되며, 냉각된 공기는 노즐의 주 유동경로의 입구 및 보조 유동경로의 입구 그리고 라이너의 벽면으로 이동된다. 형상에 관한 보다 세부적인 정보는 참고문헌[13]에서 확인할 수 있다.

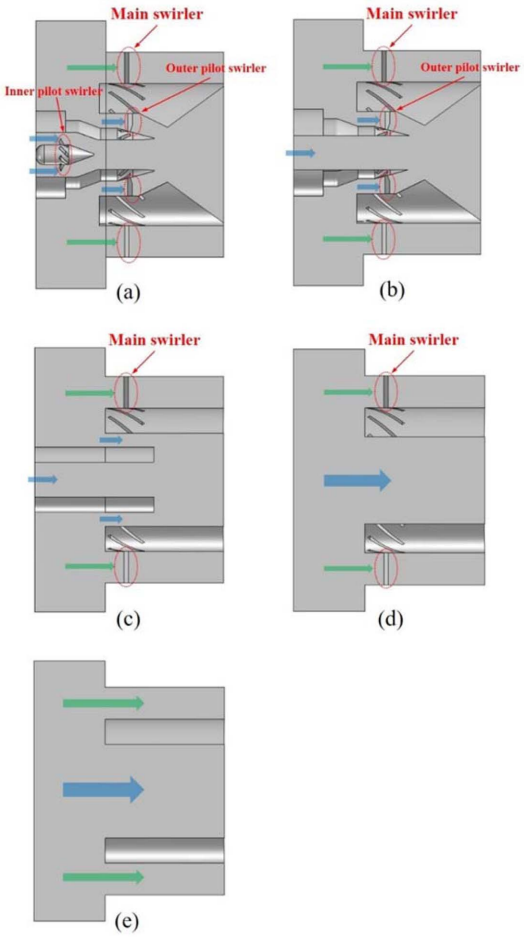


Fig. 2 Simplification steps of the target fuel-air mixture nozzle for 3D acoustic modeling; (a) Case 1, (b) Case 2, (c) Case 3, (d) Case 4, (e) Case 5.

2.2.2 음향장 해석을 위한 노즐 형상 단순화 과정

본 연구의 주된 관심은 실제 복잡한 형상의 노즐을 음향학적으로 단순화하였을 때 미치는 영향을 정량적으로 분석하는 것이다. 이를 위하여 Fig. 2와 같이 형상을 아무런 형상 변경이 없는 원래의 노즐 형상으로부터 단계적으로 단순화하여 해석을 진행하였다. 여기서 Fig. 2(a)는 Case 1으로 정의하였으며, 형상의 변동없이 기존의 노즐 형상 을 의미하고, Fig. 2(b)는 Case 2로서, 주 유동경로의 스월러를 유지한 채, 보조 유동 경로 중 안쪽 스월러를 제거한 후에 동일한 면적의 곧은 덕트 형상으로 구성하였다. 또한 Fig. 2(c)는 Case 3으로 정의하였으며, 마찬가지로 주 유동경로를 유지한 채, 보조 유동경로의 안쪽과 바깥쪽 스월러를 제거하고, 해당 영역과 동일한 면적의 곧은 덕트로 형상을 구현하였다. Fig. 2(d)는 Case 4로서, 주 유동경로를 유지한 채, Case 3에서 구현된 2개의 보조 유동경로의 곧은 덕트를 하나로 합친 후에 이전과 동일한 면적으로 이루어진 하나의 곧은 덕트로 구성하였다. 마지막으로 Fig. 2(e)는 Case 5로 정의하였으며, 이는 Case 4에서 정의된 보조 유동경로에 추가적으로 주 유동경로까지 모두 단순화된 형상으로서, 모든 스월러가 제거된 형상이다. Table 1은 각 경우의 변경된 형상을 정리한 것이다.

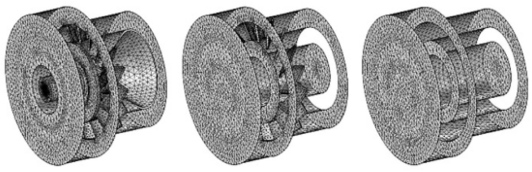
2.2.3 노즐 음향장 해석 조건

앞 절에서 설명한 Case 1부터 Case 5의 노즐 음향장 해석의 경우에는 평균 압력 1 bar, 온도 473 K을 가정한 공기의 물성치(밀도: 0.746 kg/s, 음속: 432 m/s)를 고려하여 해석을 진행하였고, 이때 입구 및 출구의 경계조건은 모두 열린 경계조건(open boundary condition)으로 적용되었다.

Figure 3은 본 연구의 노즐 해석에 사용된 해석격자로써, 대표적으로 Case 1, Case 4 그리고 Case 5의 해석격자를 보여준다. 이때 격자 형성의 기준이 되는 최대 격자

Table 1 Summary of geometrical changes for each case

Case 1	The original geometry
Case 2	Elimination of the inner pilot swirler and simplification of the inner flow path
Case 3	Case2 + Elimination of the outer pilot swirler and simplification of the outer flow path
Case 4	Case3 + Merge of two different pilot passages (inner + outer) into a simple passage with the equivalent sectional area
Case 5	Case 4 + Elimination of the main swirler



(a) (b) (c)

Fig. 3 Schematics of computational mesh: (a) Case 1, (b) Case 4, (c) Case 5

의 크기(maximum element size)는 가장 복잡한 형상을 갖고 있는 Case 1을 기준으로 각 Case별로 격자 테스트를 통해 결정되었다. 여기서 기준이 되는 최대 격자 크기는 2.84 mm이며, Case 1-5의 격자수는 각각 258,687, 169,487, 161,971, 150,445, 145,607개로서, 형상의 단순화가 이루어질수록 격자의 단순화 또한 이루어지므로, 해당 격자의 개수는 이전 보다 작아지며, 이는 참고문헌[10]에서 언급한 것과 같이 해석 시간에 영향을 미칠 수 있다.

2.3 동일한 싱글 노즐이 적용된 Lab-scale 자발 불안정 시험 리그에서의 음향장 모델링

Ahn 등[14]은 앞 절에서 소개한 동일한 형상의 싱글 노즐을 사용하여 Lab-scale의 자발불안정 시험 리그를 구성하였으며, 연소기 전체 길이를 변화시켜 가면서 자발 불안정이 나타나는 주파수를 실험적으로 계측하였다. 해당 시스템에서는 공기 및 연료가 혼합되며 노즐을 포함하는 혼합 영역(plenum)의 길이는 약 0.45 m이며, 연소실을 포함한 화염 튜브의 영역까지의 길이는 1.0 m부터 2.2 m까지 0.3 m 간격으로 변화시킬 수 있도록 구성하였다. 세부적인 연소시스템의 개략도는 Fig. 4와 같다. 본 연구에서는 실험에서 계측된 불안정 주파수 결과와 음향 모델링 결과를 비교하여, 단순화된 노즐의 형상이 음향장에 어떤 영향을 미치는지 결과를 도출하였다.

혼합실(plenum)과 노즐(nozzle)은 연소전의 공기의 물성치가 고려되었고, 연소실(combustor chamber) 및 화염튜브(flame tube)에는 실험에서 측정된 연소가스의 온도에 해당하는 물성치가 고려되었다. 또한 입구 및 출구의 경계조건은 각각 닫힌 경계조건(closed condition)과 열린 경계조건(open condition)이 고려되었다.

3. 결과 및 고찰

3.1 노즐 고유의 음향해석 결과

Figure 5(a)는 기준이 되는 Case 1에 대한 노즐 고 의

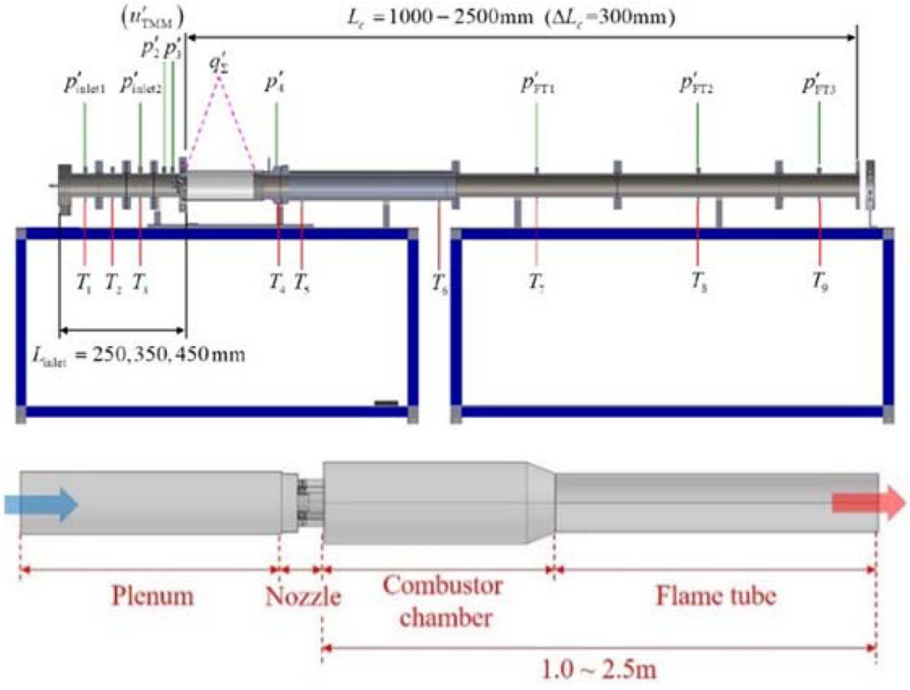


Fig. 4 Schematics of lab-scale gas turbine combustor for the experiments[14] (top) and the numerical simulation (bottom).

Table 2 Operating conditions and gas properties

	Unburnt gas	Burnt gas 1 (Combustor chamber)	Burnt gas 2 (Flame tube)
Operating condition			
Temperature (K)	473	1,953	1,223
Operating pressure (bar)	1		
Gas properties			
Density (kg/m^3)	0.746	0.181	0.289
Speed of sound (m/s)	432	836.2	681.3
Specific heat ratio	1.387	1.322	1.247

3D 음향 해석 결과로서, 각각 첫번째 모드의 길이 방향 (1st longitudinal, 1L)과 원주 방향 (1st circumferential mode, 1C)의 동압 분포를 나타낸 것이다. 특히 노즐 입구와 출구를 음향학적으로 열린 경계 조건을 적용하였기 때문에 입출구에서 압력 노드(pressure node)가 존재하는 것을 확인할 수 있다. 기준이 되는 Case 1의 해석 결과, 1L은 4,241 Hz, 1C는 4,925 Hz로 계산되었다. 또한 Fig. 5(b)는 Case 1과의 동압 분포를 비교하기 위해 도식화한 것으로서, Case 1과 유사한 1L, 1C 음향 모드를 갖는 것을 확인할 수 있다.

Table 3은 노즐의 단순화 과정이 3D 음향 해석을 통하여 얻어진 공진 주파수에 미치는 영향을 요약한 결과이다. 표에서 보이듯이, Case 1에서부터 Case 5로 갈수록 해석 대상의 구조가 단순해 지고, 이에 따라 격자수가 감소함으로써, 해석에 소요되는 시간이 비례하여 줄어듬을 확인할 수 있다. 또한, 보조 유동 경로 및 동일

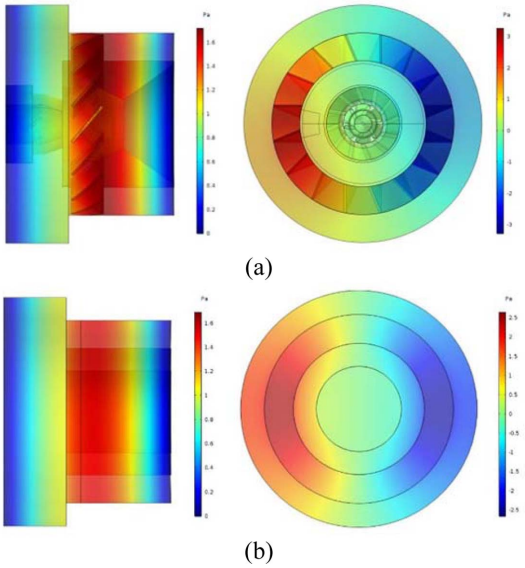


Fig. 5 Calculation results of 1st longitudinal and 1st circumferential modal shape for (a) Case 1 and (b) Case 5

공간에서의 스월러를 단순화한 Case 4까지는 Case 1으로부터 공진주파수의 큰 차이없이(1L모드의 경우 -1.4%, 1C 모드의 경우 +1.6%) 계산 시간을 단축할 수 있는 장점이 있는 것으로 나타났다. 하지만 주유동 경로에서의 스월러를 제거할 경우 (Case 5), 특히 원주 방향 모드에서 주파수 차이가 커지는 것을 확인하였다. 이는 상대적으로 보조유동 유로(pilot flow path)에 비하여 넓은 면적을 차지하는 주유동 유로(main flow path)의 스월러가 차지하고 있던 공간의 유무에 따라, 원주 방향으로 전파하는 음파의 이동 거리에 더 큰 영향을 미치기 때문이라고 판단된다. Table 3의 결과로부터 계산의 복잡성,

Table 3 Simplification effects of nozzle geometry on the predicted resonance frequency and required calculation time

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5
	1st Longitudinal Mode				
Resonant frequency (Hz)	4,241	4,233	4,230	4,180	4,127
Error (%)	-	-0.2	-0.2	-1.4	-2.7
	1st Circumferential Mode				
Resonant frequency (Hz)	4,925	4,926	4,961	5,006	5,143
Error (%)	-	0.0	+0.7	+1.6	+4.4
Required calculation time	1	0.87	0.63	0.50	0.43

소요 시간과 정확도 등을 고려하였을 때, 본 형상의 노즐에서는 Case 4가 가장 적절한 선택이라고 보여진다. 단, 이 경우에도 실제 노즐의 형상을 그대로 음향 해석하였을 때와 비교할 때, 1C 모드에서 최대 1.6%의 오차가 존재하게 된다.

3.2 Lab-scale 연소기 리그에서의 음향해석 결과

앞 절의 결과로부터 실제 노즐인 Case 1과 단순화된 Case 4의 노즐 형상을 이용하여, 자발 불안정 Lab-scale에서의 실험 데이터와 비교하였다.

Table 4는 본 절의 결과를 나타낸 것으로서, 실제 실험[14]에서 화염 튜브와 연소실의 길이를 1.6 m부터 0.3 m 간격으로 2.5 m까지 변화시켰을 때, 각 길이에서 자발 불안정 실험을 통해 길이 방향의 첫번째 모드인 불안정 공진 주파수의 값을 얻었고, 이를 비교하는 값으로 표기하였다. 또한 Case 1의 노즐과 Case 4의 노즐을 적용하여 계산한 공진주파수가 두가지 경우 모두 동일한 값을 얻는 것을 확인함으로써, 실제 해석에 있어 노즐 형상의 단순화가 미치는 영향이 적다는 것을 정량적으로 확인할 수 있었으며, 이때의 모드 형상 또한 각 길이에 대해 길이방향으로 첫번째 음향모드가 동일하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 대표적으로 Fig. 6에서는 연소기 길이 1.9 m일때의 모드 형상을 나타낸 것이며, 다른 연소기 길이에서도 동일한 모드 형상이 예측되었다. 이때 Case 1과 Case 4의 해석 결과는 동일한 모드에서 동일한 주파수가 계산되는 것으로 나타났다. 반면에 노즐 형상을 단순화함으로써, 계산시 소요되는 시간은 20 % 이상 줄어들게 되었다.

그러나, Table 4에서 보이듯이 노즐 단순화에 따른 해석 결과의 차이는 없었지만, 실험 결과와 Case 1과 4의 주파수는 연소실 길이에 따라 변화하지만 최대 24% 수준의 오차가 있는 것으로 나타났다. 이러한 실험과 현재의 모델링 결과에 있어서 주파수 차이의 주된 원인 중에 하나로는 본 결과에 적용된 반사계수의 영향이 클 것으로 판단된다. Kim 등[8]의 연구에서 보이듯이 연소 불안정 모델링시에 입출구 음향 경계 조건은 불안정의 주요 특성(예, 주파수, 성장률)의 예측 정확도에 매우 큰 영향을 미치는 변수이다. 현재의 연구에서는 참고문헌[14]의 결과에서 반사계수의 측정 결과가 제시되어 있지 않은 관계로, 임의의 입구 닫힌 경계 및 출구 열린 경계 조건을 가정하고 해석하였으나, 이에 대한 정확한 측정 데이터가 제시될 수 있다면 현재의 주파수 예측 오차는 크게 개선될 수 있을 것으로 기대된다. 또다른 오차의 원인으로서, 참고문헌의 실험에서 계측된 불안정 주파

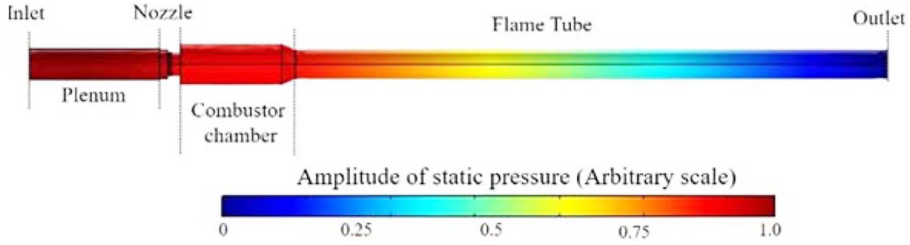


Fig. 6 Calculation result of 1st longitudinal modal shape at combustor length of 1.9 m.

Table 4 Frequency prediction results in a lab-scale combustor rig

1st Longitudinal Mode		Combustor Length			
		1.6 m	1.9 m	2.2 m	2.5 m
Resonant frequency (Hz)	Exp.	111	99	88	81
	Case 1	94	80	69	61
	Case 4				
Error (%)	Case 1& 4	-15	-19	-21	-24
Required calculation time	Case 1	1			
	Case 4	0.75			

수는 연소실의 음향학적 특성과 화염의 동특성이 결합된 폐회로(closed loop) 시스템의 불안정 결과인 반면에 해석상에 나타난 주파수는 단순하게 음향학적 특성만을 분석한 해당 연소기 길이에서의 공진 주파수를 의미한다. Yoon 등[5]은 폐회로 시스템에서의 불안정 현상은 주로 음향학적 특성에 의하여 결정되나, 해당 모드에서의 주파수는 화염의 동특성과 결합시에 서로 영향을 주고받게 되어, 실제 불안정이 발생하는 주파수와 화염이 없는 상태에서의 공진 모드의 주파수는 차이가 있을 수 있다고 밝힌 바가 있다. 끝으로, 현재의 모델링에서 연소실의 온도는 Table 2에서 제시된 일정한 온도값이 적용되었고, 이에 따른 균일한 연소실 내의 가스 물성치(밀도 및 음속 등)가 적용되었다. 그러나 Kim 등[8]의 연구에서는 연소실에서 화염면 이후로 반응장과 냉각공기의 영향으로 연소실 전체에 걸쳐서 온도 구배가 존재하고, 이는 가스물성치에 영향을 미치게 되며 연소불안정 주요 인자들(특히, 주파수)에 큰 영향을 초래할 수 있다고 보고한 바가 있다. 이상에서 언급한 오차의 주된 원인들은 향후 연구를 통하여 더욱 구체적으로 분석 및 개선해 나갈 예정이다.

4. 결 론

본 연구는 개발단계에 있는 항공용 가스터빈 연소기의 열음향적 특성 해석을 위한 사전 연구 결과물로서, 단순화된 연소기 노즐의 형상이 음향장에 미치는 영향에 대하여 상용 음향장 모델링 프로그램인 COMSOL Multiphysics를 사용하여 해석을 진행하였다. 이를 위하여 노즐의 형상을 단계적으로 단순화해 가면서 음향장에 미치는 영향을 분석하였다. 해석 대상인 노즐의 단순화 과정을 통하여 해석에 요구되는 격자개수 및 계산시간과 계산 정확도를 종합하여, 실제 구조 대비 음향해석을 위하여 최적화된 노즐의 형상을 제시할 수 있었다. 현재 대상 노즐의 경우에 보조 유동(pilot flow) 경로는 대폭 단순화하여도 정확도에 큰 차이가 없었던 반면에, 주유동(main flow) 경로의 단순화는 상대적으로 음향 예측 결과에 더욱 큰 영향을 미치는 것으로 나타났다. 이번 연구에서 얻어진 음향 해석을 위한 노즐 형상 최적화 과정의 결과물은 향후 실제 엔진의 연소기 음향해석과 1D 네트워크 열음향 모델 개발시에 기초 자료로서 활용할 예정이다.

후 기

이 논문은 2019년도 강릉원주대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 수행되었음. 또한 연소기의 형상을 제공해 준 ㈜한화에어로스페이스의 가스터빈 연소기 개발팀과 실험 데이터를 제공해 주신 KAIST 김규태 교수님과 학생들에게도 감사드립니다.

참고문헌

(1) Y. Huang, H. G. Sung, S. Y. Hsieh, and V. Yang, “Large-Eddy Simulation of Combustion Dynamics of Lean-Premixed Swirl-Stabilized Combustor”, Journal of Propulsion and Power, Vol. 19, No. 5, 2003, pp. 782-794.

(2) Y. Pyo, J. Kim, and D. Kim, “Time Lag Analysis Using Phase of Flame Transfer Function”, Journal of ILASS-Korea, Vol. 21, No. 2, 2016, pp. 104-110.

(3) K.T. Kim, G. L. Lee, H. J. Lee, B. D. Quay, and D. A. Santavicca, “Characterization of Forced Flame Response of Swirl-Stabilized Turbulent Lean-Premixed Flames in a Gas Turbine Combustor”, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 132, No. 4, 2010, pp. 41502-41510.

(4) P. Wolf, R. Balakrishnan, G. Staelbach, L. Y. M. Gicquel, and T. Poinsot, “Using LES to Study Reacting Flows and Instabilities in Annular Combustion Chambers”, Flow, Turbulence and Combustion, Springer Verlag, Germany, Vol. 88, 2012, pp. 191-206.

(5) M. G. Yoon and D. Kim, “Acoustic Transfer Function of a Combustion System with Premixing Chamber”, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 31. No. 12, 2017, pp. 6069-6076.

(6) C. F. Silva, F. Nicoud, T. Schuller, D. Durox and S. Candel, “Combining a Helmholtz Solver with the Flame Transfer Function to Assess Combustion Instability in a Premixed Swirled Combustor,” Combustion and Flame, Vol. 160, No. 9, 2013, pp. 1743-1754.

(7) S. Jang, D. Kim, S. Joo, and Y. Yoon, “Combustion Instability Modeling in a Partially-Premixed Gas Turbine Combustor Using Finite Element Method”, Journal of ILASS-Korea, Vol. 23, No. 1, 2018, pp. 16-21.

(8) S. K. Kim, D. Kim, and D. J. Cha, “Finite Element Analysis of Self-Excited Instabilities in a Lean Premixed Gas Turbine Combustor”, International Journal

of Heat and Mass Transfer, Vol. 120, 2018, pp. 350-360.

(9) A. Andreini, B. Facchini, A. Giusti, and F. Turrini, “Assessment of Flame Transfer Function Formulations for the Thermoacoustic Analysis of Lean Burn Aero-Engine Combustors”, Energy Procedia, Vol. 45, 2014, pp. 1422-1431.

(10) A. Andreini, B. Facchini, A. Giusti, F. Turrini and I. Vitale, “Thermo-Acoustic Analysis of an Advanced Lean Injection System in a Tubular Combustor Configulation”, The proceeding of the COMSOL European Conference, 2012.

(11) M. Knadler, “Validation of a Physics-Based Low-Order Thermo-Acoustic Model of a Liquid-Fueled Gas Turbine Combustor and its Application for Predicting Combustion Driven Oscillations”, Ph.D. Dissertation, Dept. of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, University of Cincinnati, November 2017.

(12) Comsol, Comsol Multiphysics 5.3a, www.comsol.com.

(13) D. Kim, S. Jung, and H. Park, “Design of Acoustic Liner in Small Gas Turbine Combustor Using One-Dimensional Impedance Models”, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 140, No. 12, 2018, pp. 121505-121515.

(14) B. Ahn, J. Lee, S. Jung, and K. T. Kim, “Low-Frequency Combustion Instability of an Airblast Swirl Injector in a Liquid-Fuel Combustor”, Combustion and Flame, Vol. 196, 2018, pp. 424-438.