



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 47(7), 499-507(2019)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2019.47.7.499

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

고정의 무인 항공기 피치 자세의 모델-참조 적응 제어

김병욱¹, 박상혁²

Model-Reference Adaptive Pitch Attitude Control of Fixed-Wing UAV

Byung-Wook Kim¹ and Sang-Hyuk Park²

Korea Aerospace University

ABSTRACT

Despite the well-known mathematical model of fixed-wing aircraft, there are various studies to meet desired performances by considering the modeling errors in the extended flight envelope. This paper proposes a new adaptation mechanism of model-reference adaptive control, which applies the Levenberg-Marquardt algorithm to the pitch attitude control of fixed-wing UAV. In addition, reference model in the adaptation law is set by referring to the dynamic properties of the plant model. The performance of the proposed adaptive control law is verified through simulations and flight tests.

초 록

고정의 항공기의 수학적 모델이 잘 알려져 있음에도 불구하고, 넓은 비행 영역에서 모델링 오차를 고려하여 설계 제어 성능을 달성하기 위한 다양한 연구가 있다. 본 논문은 레벤버그-마퀴트 알고리즘을 적용한 모델-참조 적응 제어 법칙과, 이를 이용한 고정의 무인항공기의 피치 자세 제어에 대한 연구를 소개한다. 또한 모델-참조 적응 제어의 기준 모델을 모델의 동특성에 기인하여 결정함으로써 성능지표를 제시한다. 설계한 적응 법칙의 성능은 시뮬레이션과 비행실험을 통해 검증했다.

Key Words : Model-Reference Adaptive Control(모델-참조 적응 제어), MIT Rule, Levenberg-Marquardt Algorithm(레벤버그-마퀴트 알고리즘), Fixed wing UAV(고정의 무인 항공기), Sherman-Morrison Formula(셔먼-모리슨 공식)

1. 서 론

무인항공기의 역할로써 폭격, 요격 등의 임무부터 감시, 정찰 등의 다양한 연구들이 진행되고 있다. 또한 유인기의 역할을 넘겨받으며, 무인항공기의 운용 범위는 민첩하고 지능적인 움직임이 요구되는 전장으로, 다양한 비행조건으로 확장될 것이다. 이를 위해 실시간으로 변하는 비행 특성과 모델링 오차를

극복하고 원하는 제어 성능을 만족할 수 있는 비선형 제어 법칙들이 요구된다. 또한 여러 임무 알고리즘을 포함한 항법, 유도, 제어 알고리즘은 그 복잡도에 따라 많은 연산 자원을 요구하므로 상대적으로 간단한 구조를 가지면서 적절한 성능을 갖는 제어 알고리즘이 필요할 것이다.

본 논문은 위와 같은 문제를 해결하고자 적응 제어 기법인 모델-참조 적응 제어에 대해 연구했다. 일

† Received : April 18, 2019 Revised : June 26, 2019 Accepted : June 26, 2019

¹ Graduate Student, ² Professor

² Corresponding author, E-mail : park@kau.ac.kr

© 2019 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

반적으로 적응 법칙의 추종 성능을 높이기 위해 적응 이득을 크게 하는데, 높은 적응 이득과 기준 입력의 크기는 시스템의 불안정을 유발할 수 있는 요소 [1,2]이다. 따라서 이 문제를 해결하고자, 적응 속도를 빠르게 하거나 강건성을 부여하는 다양한 연구가 진행되었다. Lyapunov 안정도 이론을 바탕으로 적응 법칙을 설계하거나[3], 적응 법칙을 수정하는 방법으로 가속 항[4] 또는 누설 항[1,5]을 추가하고 Dead-Zone[6]을 만들어서 지속 여기(Persistent Excitation)가 부족할 때 적응을 멈추는 등의 연구가 있다. 최근에는 저역필터를 피드백루프 안에 둬으로써 높은 적응 이득에도 빠른 추종 성능과 적응 속도를 갖는 L1 제어[7]가 제안되었다.

본 연구는 적응 법칙의 식을 변형하지 않고, 모델-참조 적응 제어 기법인 정규화 MIT 법칙(Normalized MIT Rule)[8]에 대해 레벤버그-마퀴트 알고리즘(Levenberg-Marquardt Algorithm)[9]을 적용한 적응 법칙을 제안한다. 레벤버그-마퀴트 알고리즘은 가우스-뉴턴 방법과 경사하강법을 감쇠 계수로 보간하는 방법으로, 감쇠 계수의 갱신 전략을 통해 지역 최소점을 효과적으로 찾는 수치 최적화 알고리즘이다. 정규화 MIT 법칙의 적응 법칙과 레벤버그-마퀴트 알고리즘의 해는 식이 유사하며, 함수의 제곱꼴로 표현되는 평가함수를 최소화하는 같은 목적으로부터 시작한다. 이러한 특성들로부터 감쇠 계수 갱신 전략이 셔먼-모리슨 공식(Sherman-Morrison Formula)[10,11]을 통해 정규화 MIT 법칙의 분모항 계수에 적용될 수 있음을 보인다. 또한 센서 등의 소음으로부터 레벤버그-마퀴트 알고리즘의 최적화 성능을 보완하기 위해, 주기적으로 구간별 평가함수를 비교하는 방식으로 갱신 전략을 수정한다.

또한 적응 법칙의 제어 성능으로 제시되는 기준 모델에 대해, 비행체의 동특성을 바탕으로 간단한 기준 모델을 설정하는 방법과 실제 시스템에 적용하기 위해 여러 계수의 값과 범위를 정하는 방법을 기술한다. 마지막으로, 적응 법칙을 고정익 무인항공기에 적용하여 시뮬레이션과 비행실험을 통해 검증한다.

II. 본 론

2.1 이론 전개

2.1.1 경사하강법 기반 모델-참조 적응 제어

모델-참조 적응 제어는 기준 모델로 제어 성능을 제시하며, 공정 출력 y 에 대한 기준 모델 출력 y_m 의 차이로 모델 오차 ε 를 정의하고 이를 줄이는 방향으로 매개변수를 추정하는 제어 기법이다. 본 논문에서 사용하는 적응 법칙은 경사하강법 기반의 적응 제어 법칙인 정규화 MIT 규칙[8]이다. 이는 모델 오차 ε 의 제곱 꼴로 손실함수 $J(\mathbf{k}) = [\varepsilon(\mathbf{k})]^2/2$ 를 정의할 때, 제

어 변수 열벡터 $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n$ 에 대한 손실함수의 크기를 줄이는 방향으로 제어 변수를 갱신한다.

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = \gamma [\mu_1 + \varphi \varphi^T]^{-1} \varphi^T \varepsilon \quad (1)$$

γ 는 적응 이득이며, 감도 도함수(Sensitivity derivative) $\varphi \equiv -\partial \varepsilon / \partial \mathbf{k} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 는 행벡터로 제어 변수에 대한 모델 오차의 감도를 나타낸다. μ_1 는 0보다 큰 계수이다.

2.1.2 레벤버그-마퀴트 알고리즘

레벤버그-마퀴트 알고리즘[9]은 최소 자승 문제의 수치 해법 중 하나이다. 열벡터 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 을 매개변수로 하는 미분 가능한 함수 $f(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 에 대해서 비용 함수 $F(\mathbf{x}) = [f(\mathbf{x})]^2/2$ 를 정의할 때, 레벤버그-마퀴트 알고리즘의 해 $\Delta \mathbf{x}_{LM}$ 는 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{x}_{LM} = [\mu I + \mathbf{g}^T \mathbf{g}]^{-1} \mathbf{g}^T f \quad (2)$$

$\mathbf{g} \equiv -\partial f / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 이다. 식 (2)은 감쇠된 가우스-뉴턴 알고리즘의 해이다. 여기서 감쇠 계수 μ 를 조정하면 알고리즘의 최적화 특성을 바꿀 수 있다. 감쇠 계수 μ 가 클 경우 급경사 하강법과, 작을 경우 가우스-뉴턴 방법과 유사한 최적화 성질을 갖는다. 이때 감쇠 계수 μ 의 갱신 전략을 포함한 감쇠된 가우스-뉴턴 알고리즘이 레벤버그-마퀴트 알고리즘이다. 갱신 기준인 이득 비율 ρ 은 다음과 같다.

$$\rho = \frac{F(\mathbf{x}) - F(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x})}{L(\mathbf{0}) - L(\Delta \mathbf{x})} \quad (3)$$

함수 $L(\Delta \mathbf{x})$ 은 벡터 \mathbf{x} 의 주변을 조사를 위한 비용 함수 $F(\mathbf{x})$ 의 2차 근사로 다음과 같이 정의된다.

$$F(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) \approx L(\Delta \mathbf{x}) \equiv F(\mathbf{x}) + \mathbf{c} \Delta \mathbf{x} + [\Delta \mathbf{x}]^T B \Delta \mathbf{x} \quad (4)$$

Marquardt가 제안한 감쇠 계수 갱신 전략의 의사 코드(Pseudo Code)는 다음과 같다.

Marquardt's Updating Strategy

User Define $\mu_0, \mathbf{x}_0,$

While

$\mathbf{x}_{w+1} := \mathbf{x}_w + \Delta \mathbf{x}_w$

If StoppingCriteria

break

Else

$\rho := [F(\mathbf{x}_w) - F(\mathbf{x}_{w+1})] / [L(\mathbf{0}) - L(\Delta \mathbf{x})]$

If $\rho > 0.25$

$\mu := \mu \times 2$

Else if $\rho > 0.75$

$\mu := \mu / 3$

End

End

End

Marquardt의 갱신 전략은 0.25, 0.75의 문턱 값을 갖기 때문에 이득 비율 ρ 의 작은 변화에 둔감하다. 그리고 문턱 값으로 인한 불연속이 감쇠 계수 μ 의 진동을 유발하고 수렴을 느리게 할 수 있어[9], 이에 Nielsen은 새 갱신 전략[9,12]을 제안한다.

Nielsen's Updating Strategy

```
User Define  $\mu_0, \mathbf{x}_0$ 
 $\nu := 2$ 
While
   $\mathbf{x}_{w+1} := \mathbf{x}_w + \Delta \mathbf{x}_w$ 
  If StoppingCriteria
    break
  Else
     $\rho := [F(\mathbf{x}_w) - F(\mathbf{x}_{w+1})] / [L(0) - L(\Delta \mathbf{x})]$ 
    If  $\rho > 0$ 
       $\mu := \mu \times \max\{1/3, 1 - (2\rho - 1)^2\}$ 
       $\nu := 2$ 
    Else
       $\mu := \mu \times \nu$ 
       $\nu := \nu \times 2$ 
    End
  End
End
End
```

2.1.3 변형한 레벤버그-마쿼트 알고리즘

위 갱신 전략들은 계산 회차마다 감쇠 계수를 갱신한다. 이때 공정 출력 y 의 측정에 소음이 있다는 점을 고려하여야 하며, 모델 불확실성으로 인해 모델 오차 동역학을 해석적으로 구하기 어렵다는 문제가 있다. 따라서 갱신 전략을 수정할 필요가 있다.

Nielsen이 제안한 갱신 전략에 대해서 이득 비율 ρ 식 (3)을 식 (6)으로 재정의한다. 아래첨자로 표기한 w 차시에 대해, 감쇠 계수를 갱신하는 시간 간격 T 에서의 손실함수의 구간 적분 U 를 식 (5)과 같이 정의한다.

Modified Updating Strategy

```
User Define  $\mu_0, \mathbf{x}_0$ 
 $\nu := 2,$ 
While
   $\mathbf{x}_{k+1} := \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x}_k$ 
  If StoppingCriteria
    break
  Else
     $\rho := [U_w - U_{w+1}] / U_w$ 
    If  $\rho > 0$ 
       $\mu := \mu \times \max\{1/3, 1 - (2\rho - 1)^2\} / p_T$ 
       $\nu := 2$ 
    Else
       $\mu := \mu \times \nu \times p_T$ 
       $\nu := \nu \times 2$ 
    End
  End
End
End
```

$$U_w = \int_{wT}^{(w+1)T} \mathcal{J}(\varepsilon) dt, \quad w = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$\rho_w = [U_{w-1} - U_w] / U_{w-1} \quad (6)$$

또한 갱신 간격 T 의 크기로 인한 감쇠 계수의 증감을 보완하기 위해 증감 배수 p_T 를 곱하거나 나누도록 한다.

2.1.4 최적화 알고리즘 비교

위에서 열거한 최적화 알고리즘에 대하여, 협곡 모양의 Beale 함수로 알고리즘들의 성능을 비교한다. 비교할 최적화 알고리즘은 5개로, 급경사 하강법(SG), 감쇠된 가우스-뉴턴 방법(GN), 레벤버그-마쿼트 알고리즘의 Marquardt, Nielsen, 그리고 본 논문에서 제안한 갱신 전략이다.

Beale 함수는 $-4.5 \leq x, y \leq 4.5$ 에서 정의되며, 식은 다음과 같다.

$$\text{Beale}(x, y) = (1.5 - x + xy)^2 + (2.25 - x + xy)^2 + (2.625 - x + xy)^2 \quad (7)$$

알고리즘을 비교하기 위해 실험 조건을 설정하면, 센서의 소음을 고려하여 함수와 함수의 기울기에 대해 평균 $E(z) = 0$, 표준 편차 $\sigma(z) = 5$ 인 소음 z 를 더하여 반복 계산을 수행했다. 급경사 하강법의 해 $\Delta \mathbf{x}_{SG} = -\gamma_0 \nabla F(\mathbf{x})$ 의 이득은 $\gamma_0 = 10^{-3}$ 으로, 감쇠 계수를 사용하는 알고리즘의 감쇠 계수 초기값 μ_0 은 초기 안정성을 위해 $\mu_0 = 10^{1.5} \approx [\sigma(z)]^2$, 범위 $10^{-1.5} < \mu < 10^{4.5}$ 로 한다. 증감 배수 $p_T = 10$, 계산 주기 $dT = 0.025$, 감쇠 계수 갱신 주기 $T = 1$ 로 한다.

급경사 하강법을 제외한 다른 알고리즘들은 최소점으로 빠르게 접근하는 경향성을 보인다. 감쇠된 가우스-뉴턴 방법의 해를 기반으로 하는 알고리즘들의 초기 수렴 경향성은 유사하나 협곡의 골짜기로 내려오면서 알고리즘 거동의 차이를 볼 수 있다.

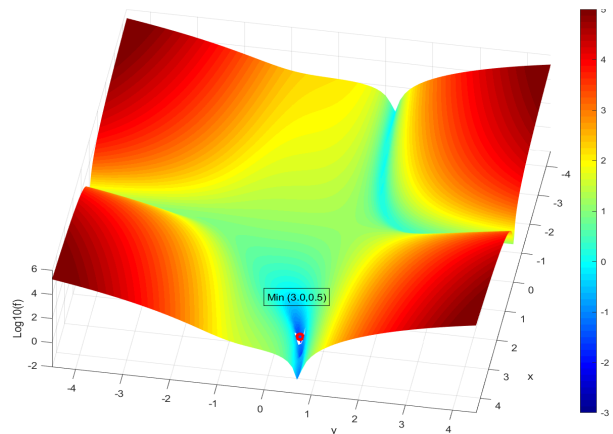


Fig. 1. Log Scale of Beale Function in Domain

Nielsen의 갱신 전략은 계수 ν 로 인해 감쇠 계수를 빠르게 증가시킬 수 있다. 이는 수렴 중에 이동을 크게 제약한다. 이에 반해 Marquardt의 갱신 전략은 증감 배수가 2, 3으로 차이가 있기 때문에, 감쇠 계수 μ 를 줄이려는 경향성이 있다. 본 논문에서 제안한 갱신 전략은 최소점에 가까워졌을 때, 감쇠 계수를 증가시켜 이동을 제한하는 것을 볼 수 있다.

소음을 고려하여 수차례 시뮬레이션 한 결과, Marquardt, Nielsen, 그리고 본 논문의 갱신 전략의 수렴 성능은 유사한 것을 확인했다.

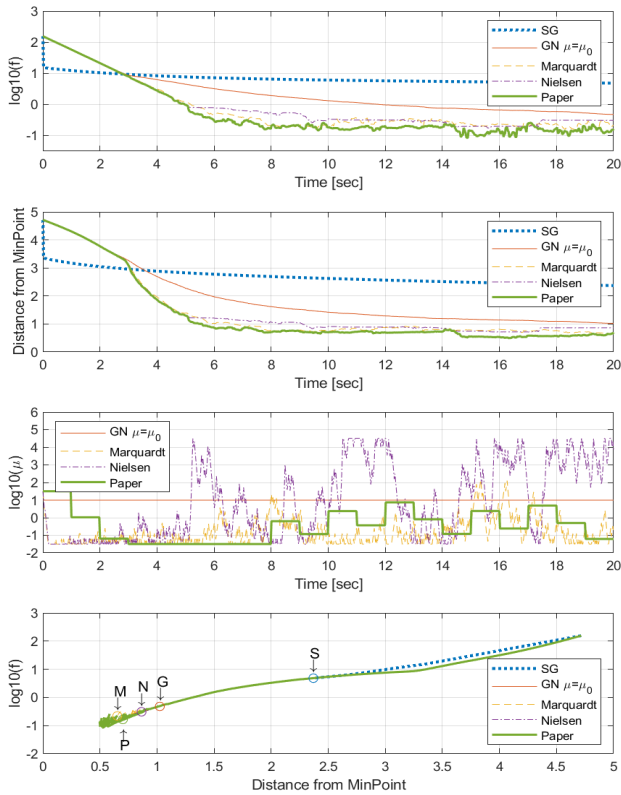


Fig. 2. Transitions of Each Algorithm over Time

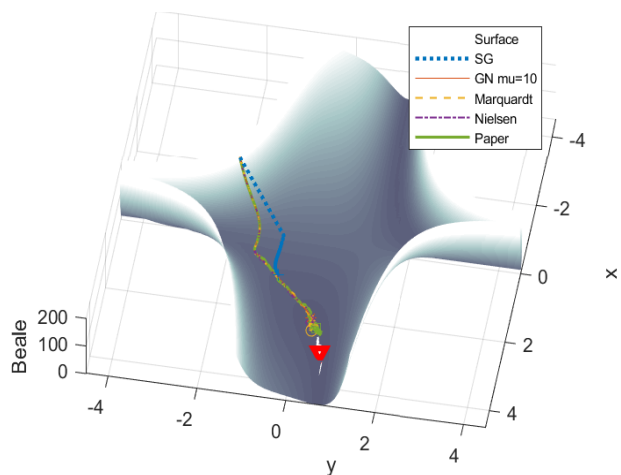


Fig. 3. Transitions of Each Algorithm on the Surface



Fig. 4. Target Fixed-Wing UAV

2.2 고정의 무인항공기로의 적용

2.2.1 대상 비행체 소개

적응 제어 법칙을 적용할 비행체는 순항 속도 16 m/s, 중량 2.7kg이며 Fig. 4와 같다. 비행제어컴퓨터는 제어 주기와 자세 각 출력 주기는 40Hz, GPS 데이터 출력 주기는 4Hz이다.

2.2.2 적응 법칙의 실용적 근사

공정 전달함수 $G(s)$ 에 대해, PI 제어기의 전달함수 $G_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$G_c(s) = k_p + k_i/s \quad (8)$$

정규화 MIT 규칙의 감도 도함수 벡터 φ 는 식 (9)와 같이 풀 수 있다.

$$\begin{aligned} \varphi &= -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{k}} = -\frac{\partial G_L(s)}{\partial \mathbf{k}} u_c \\ &= -\frac{\partial G_c}{\partial \mathbf{k}} \frac{G}{(GG_c + 1)^2} u_c \\ \therefore \varphi &= -\frac{\partial G_c}{\partial \mathbf{k}} \frac{1}{G_c} (1 - G_L) G_L u_c \end{aligned} \quad (9)$$

u_c 는 기준 입력, $G_L(s)$ 는 폐루프 전달함수이다. 이때 공정 출력 y 가 기준 모델 출력 y_m 을 잘 추종한다면 ($\varepsilon \rightarrow 0$), 폐루프 전달함수 G_L 는 기준 모델 전달함수 G_m 로 일부 치환할 수 있다.

$$\varphi = -\frac{\partial G_c(s)}{\partial \mathbf{k}} \frac{1}{G_c(s)} (1 - G_m(s)) y \quad (10)$$

감도 도함수 벡터 φ 는 전달함수 근사를 통해 알고 있는 전달함수 모델로 표현될 수 있다. 이로부터 적응 법칙이 선형 시스템으로 표현할 수 있으며, 디지털 시스템으로 간단히 변환할 수 있다.

2.2.3 적응 법칙의 최적화 알고리즘 적용

모델 오차 $\varepsilon \in \mathbb{R}$, 제어 이득 열벡터 $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, 감도 도함수 행벡터 $\varphi = -\partial \varepsilon / \partial \mathbf{k} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 에 대해 정규화 MIT 규칙의 적응 법칙은 식 (1)이며 다음과 같다.

$$\frac{dk}{dt} = \gamma [\mu + \varphi \varphi^T]^{-1} \varphi^T \varepsilon$$

함수 $f \in \mathbb{R}$, 열벡터 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, 그래디언트 $\mathbf{g} = \partial f / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 에 대해, 레벤버그-마퀴트 알고리즘의 해는 식 (2)로 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{x} = [\mu \mathbf{I} + \mathbf{g}^T \mathbf{g}]^{-1} \mathbf{g}^T f$$

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 가 가역행렬이고, $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 가 열벡터라고 하자. 그러면 $A + \mathbf{u}\mathbf{v}^T$ 의 역행렬이 존재할 필요충분조건은 $1 + \mathbf{v}^T A^{-1} \mathbf{u} \neq 0$ 이다. $A + \mathbf{u}\mathbf{v}^T$ 의 역행렬이 존재한다면 식 (11)의 셔먼-모리슨 공식(Sherman-Morrison Formula)[10,11]이 성립한다.

$$(A + \mathbf{u}\mathbf{v}^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1} \mathbf{u}\mathbf{v}^T A^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T A^{-1} \mathbf{u}} \quad (11)$$

레벤버그-마퀴트 알고리즘의 해인 식 (2)로부터 $\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{g}^T$, $A = \mu \mathbf{I}$ 라고 하자. 역행렬이 존재할 필요충분조건 $\varphi \varphi^T = \|\varphi\|_2^2 \neq -\mu$ 으로부터, 0보다 큰 감쇠 계수 μ 에 의해 항상 역행렬이 존재한다.

$$\begin{aligned} [\mu \mathbf{I} + \mathbf{g}^T \mathbf{g}]^{-1} \mathbf{g}^T &= \left[\frac{1}{\mu} \mathbf{I} - \frac{1}{\mu} \frac{\mathbf{g}^T \mathbf{g}}{\mu + \mathbf{g}^T \mathbf{g}} \right] \mathbf{g}^T \\ &= \frac{1}{\mu} \mathbf{g}^T \left[1 - \frac{\mathbf{g}^T \mathbf{g}}{\mu + \mathbf{g}^T \mathbf{g}} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\therefore [\mu \mathbf{I} + \mathbf{g}^T \mathbf{g}]^{-1} \mathbf{g}^T = [\mu + \mathbf{g}^T \mathbf{g}]^{-1} \mathbf{g}^T \quad (13)$$

따라서 적응 이득 $\gamma = 1$ 일 때, 셔먼-모리슨 공식을 통해서 n 개의 제어 이득을 가진 정규화 MIT 규칙의 분모항 계수 μ_1 에 레벤버그-마퀴트 알고리즘의 감쇠 계수 갱신 전략을 적용할 수 있다.

2.2.4 기준 모델 설정

비행체의 제어 성능은 그 동특성에 의해 제한된다. 그리고 모델 오차 ε 이 0에 수렴한다면 기준 모델은 곧 제어 법칙의 제어 성능이라 말할 수 있다. 그러므로 비행체의 동특성을 바탕으로 최고의 제어 성능을 내는 기준 모델을 설정할 수 있다. 일반적으로 시스템 차수와 동일하게 기준 모델을 설정하지만 고차 시스템은 해석과 그 응답의 예측에 어려움이 있으므로, 1차 전달함수로 기준 모델을 설정한다.

Figure 5는 구동기, 모터 모델을 포함한 엘리베이터-피치 각 전달함수의 영, 극점 선도이다. 피치 자세 제어에서 고려할 동특성은 주로 고주파 특성의 단주기 모드이다. 따라서 단주기 모드 자연주파수 $\omega_{sp,n}$ 역수의 2배로 기준 모델의 시상수 τ_θ 를 결정한다.

$$\tau_\theta = 2 / \omega_{sp,n} \quad (14)$$

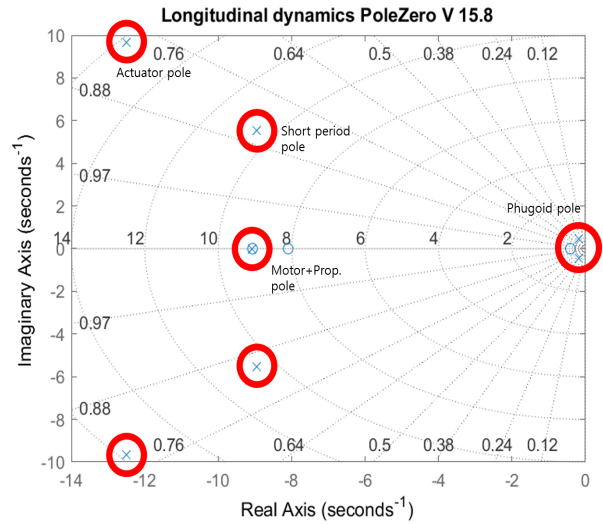


Fig. 5. Pole-Zero map of elevator-pitch dynamics

2.2.5 적응 법칙의 초기값과 범위 선정

적응 법칙에서 제어 이득의 변화율은 적응 이득 γ 뿐만 아니라 감쇠 계수 μ 에 의해 달라질 수 있다. 또한 최적화의 관점에서 비용 함수의 경향에 따라 감쇠 계수를 조정함으로써 수렴을 빠르게 할 수 있는 이점이 있다. 이때, 식 (2)의 항 $[\mu \mathbf{I} + \varphi^T \varphi]^{-1}$ 에서 감쇠 계수 μ 와 감도 도함수의 제곱 항 $\varphi^T \varphi$ 의 비율이 최적화 성질을 결정한다.

따라서 감도 도함수 φ 의 거동을 조사하여, 감쇠 계수 μ 의 범위와 초기 적응 안정성을 위한 감쇠 계수의 초기값 μ_0 을 설정했다. 이를 위해 이득계획법을 이용한 비행실험을 진행했다.

총 비행시간 약 94분, 5회의 비행실험을 실시하였으며, 각 비행실험에서 얻은 $\varphi^T \varphi$ 의 제곱평균제곱근(RMS)과 최대값은 각각 $\text{RMS}(\varphi^T \varphi) = 0.0005195$, $\max(\varphi^T \varphi) = 0.01669$ 이다. 이로부터 감쇠 계수의 초기값을 $\mu_0 = 10^{-3.0}$, 범위를 $10^{-2.0} \leq \mu \leq 10^{-4.0}$ 으로 설정한다.

2.3 시뮬레이션 및 비행실험

2.3.1 시뮬레이션

비행 영역에서의 적응 성능을 알아보기로 하자, 센서의 소음과 GPS를 모델링하고 2.5m/s의 일정한 바람을 가정하고 200m 반경의 원형 궤적을 그리는 비행 시뮬레이션을 구성했다. 그리고 비행 속도를 바꾸어 제어 이득의 수렴 경향을 보았다. 실험 대상은 고정 감쇠 계수를 갖는 정규화 MIT 법칙(NMIT)과 본 연구의 적응 법칙(NMIT-LM)이다. 갱신 전략의 시간 간격 $T = 10[s]$, 증감 배수 $p_T = 5$ 이다.

소음과 풍속을 고려하여 총 구간에 대해 모델 오차 e 와 제어 오차 e 의 RMS 10회 평균을 구했다.

500초간 시뮬레이션을 진행했을 때, 피치 각 제어

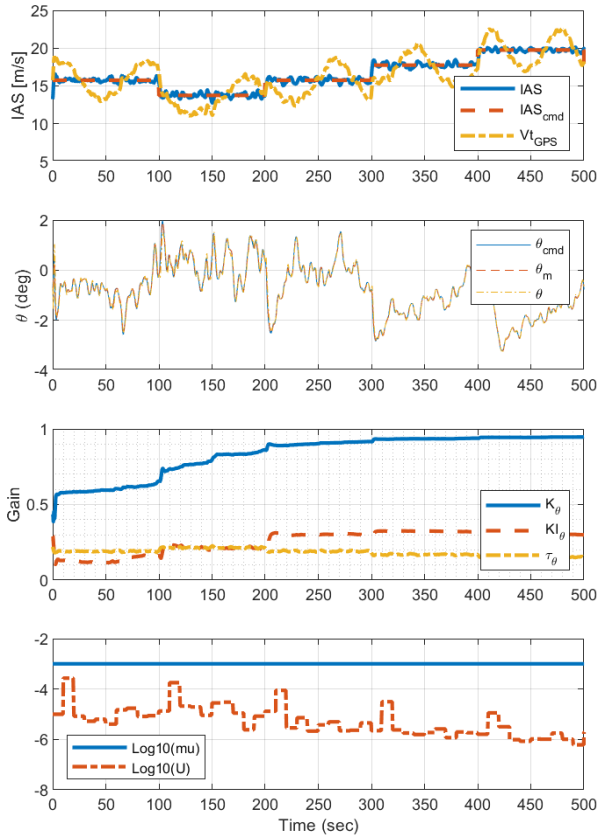


Fig. 6. NMIT Simulation Response

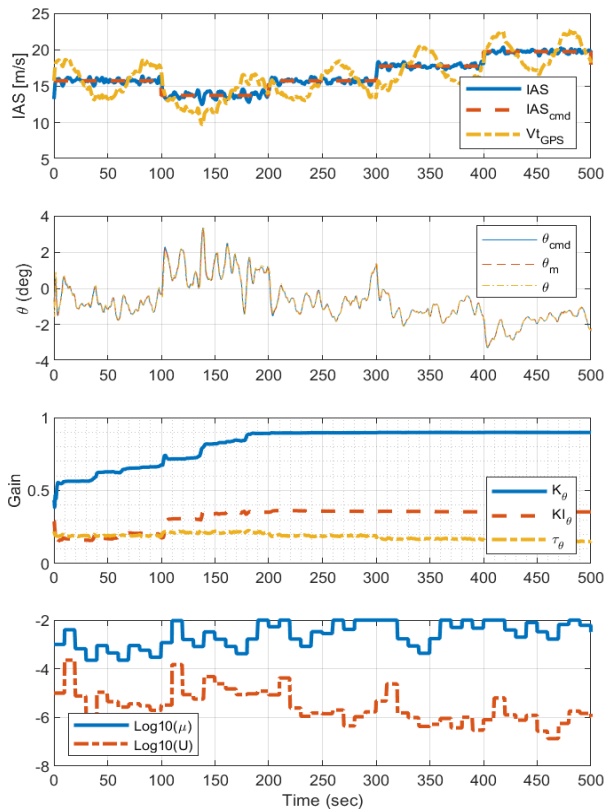


Fig. 7. NMIT-LM Simulation Response

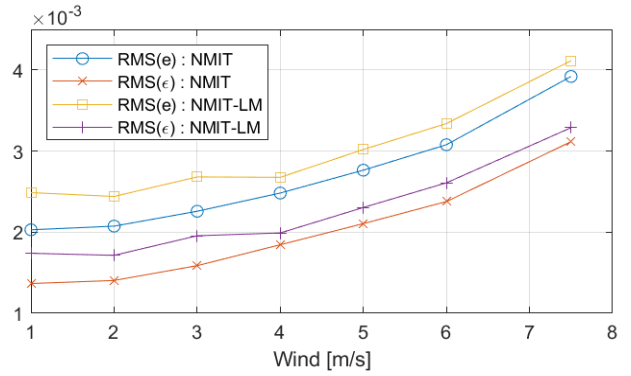


Fig. 8. The Tendency of RMS Errors about the Wind

이득은 각각 $k_p \approx 0.4$, $k_i \approx 0.2$ 에서 $k_p \approx 0.9$, $k_i \approx 0.3$ 로 도달했다. 순항속도에서 이득에 따른 응답은 다음과 같다. 이득 증가로 응답 특성이 개선된 것을 볼 수 있다. 또한 일정 이상의 풍속이 있는 상황에서 적응 법칙의 모델 오차 ϵ 의 RMS가 급격히 커지는 것을 볼 수 있다.

속도 증가에 따라 비행 특성이 좋아지기 때문에 손실함수의 구간적분이 감소하기도 하며, 손실함수의 구간적분이 이득 증가로 인해 감소하는 경향이 있다. 초기 이득과 수렴한 이득을 비교하고자, 모델링한 전달함수를 이용하여 수렴한 이득에 대해 피치 각 명령에 대한 피치 각 응답의 주파수 선도를 그리면 Figs. 11~13과 같다.

모델 오차 ϵ 을 줄이고자 이득을 증가시켜, 페루프 시스템의 위상을 끌어올린 것을 확인할 수 있다. 그러나 피크 주파수가 약 8 rad/s 부근에 있으므로, 단위 계단 응답의 오버슈트가 있을 것이다.

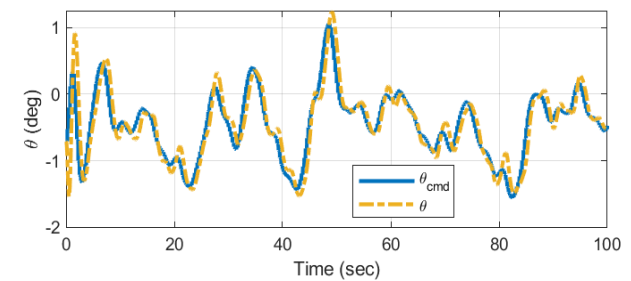


Fig. 9. Simulation Response Before Convergence

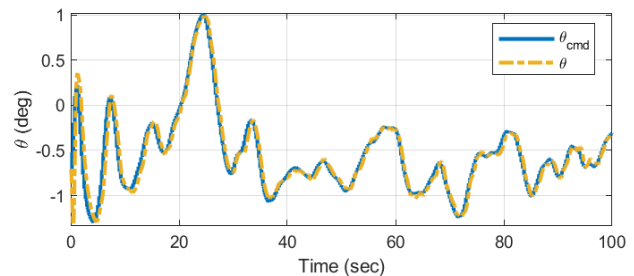


Fig. 10. Simulation Response After Convergence

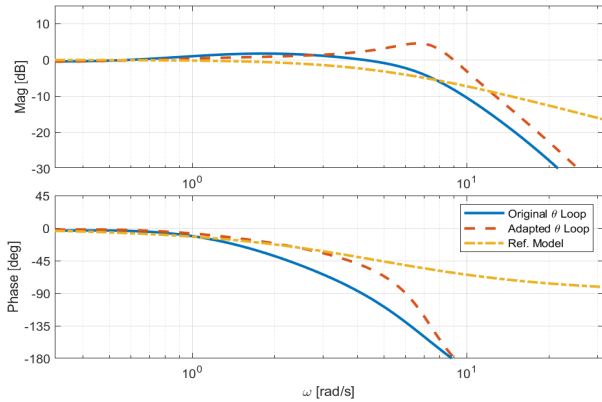


Fig. 11. Frequency Response @ IAS=14m/s

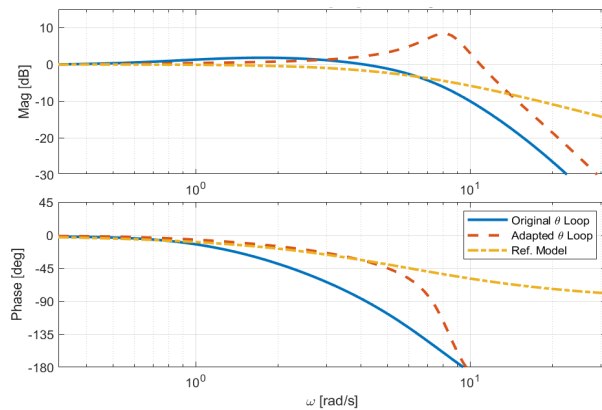


Fig. 12. Frequency Response @ IAS=18m/s

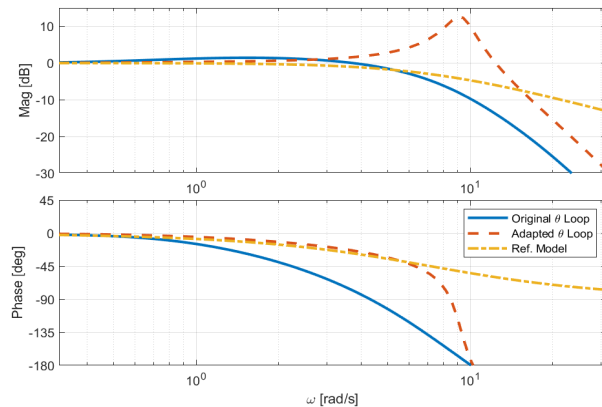


Fig. 13. Frequency Response @ IAS=22m/s

2.3.2 비행실험

시뮬레이션과 같은 실험 조건으로 비행실험을 구성하고 항공대 활주로에서 실험을 진행했다. 평균 풍속은 GPS와 피토센서를 이용하여 추정[13]했다. 비교를 위해 이득계획법을 이용한 실험도 추가했다.

소음, 돌풍 등을 고려하여 평가하기 위해 수 회 실험을 진행하였으며, 실험 조건과 제어 오차 e , 모델 오차 e 의 RMS를 Table 1로 나타냈다.

정규화 MIT 법칙과 본 논문의 적응 법칙 모두 손실함수를 줄이는 이득으로 수렴하는 경향이 있다.

Table 1. Flight Test about Each Control Law

Control Law	Date [YY.MM.DD]	Time [sec]	Wind [m/s]	RMS(e) [rad]	RMS(e) [rad]
G.S.	18.12.17	723	4.3	0.02817	-
	18.12.19	1224	1.3	0.02129	-
	19.01.02	852	3.4	0.02469	-
NMIT	18.12.20	1095	1.2	0.00711	0.00676
	19.01.02	1148	3.5	0.00476	0.00321
	19.01.09	965	0.8	0.00536	0.00380
	19.01.09	964	0.7	0.00568	0.00373
	19.01.10	859	4.1	0.00640	0.00482
	19.01.10	701	3.4	0.00617	0.00458
	19.01.14	876	2.1	0.00467	0.00368
	19.01.16	886	2.3	0.00787	0.00530
Avg.				0.00600	0.00449
NMIT-LM	18.11.02	1643	2.9	0.00579	0.00510
	18.11.28	1133	4.7	0.00455	0.00251
	19.01.11	717	0.5	0.00698	0.00472
	19.01.14	903	1.1	0.00632	0.00438
	19.01.16	895	1.5	0.00518	0.00362
Avg.				0.00576	0.00407

비행 구간에 대한 전체적인 제어 성능 평가를 위해 오차들의 RMS를 나타내었으며, 두 모델-참조 적응 제어 기법은 비슷한 제어 성능을 가지고 있다고 볼 수 있다. 그러나 바람에 대해, NMIT-LM 경우 시뮬레이션 예측과 반대로 풍속이 작을수록 값이 커졌다. 이는 실제 비행 시 일정 방향의 바람뿐만 아니라 돌풍 같은 외란이 모델 오차를, 그리고 입출력 신호를 풍부하게 만들어 적응 성능에 영향을 주기 때문에 풍속에 따른 경향성이 나타나지 않을 수 있다.

본 논문의 적응 법칙에 적용된 감쇠 계수 갱신 법칙으로 이득의 이동 크기가 크게 다른 것을 확인할 수 있다. 이로 인해 상대적으로 이득이 초기에 빠르게 수렴하고, 수렴 후 이득 변화가 작다.

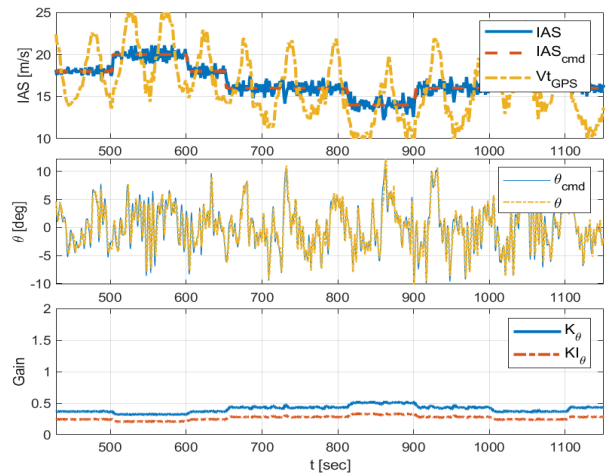


Fig. 14. Flight Test by Gain Scheduling @ Jan.02, 2019

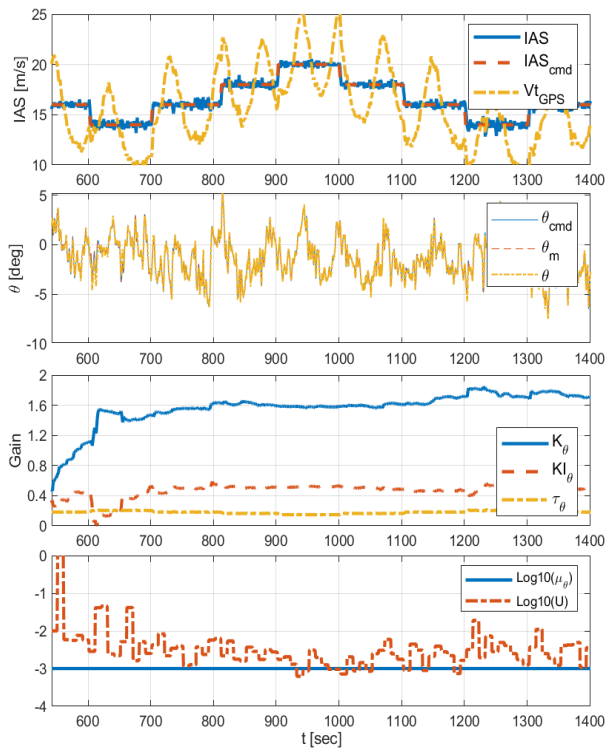


Fig. 15. Flight Test by Normalized MIT Rule with Fixed Damping Parameter @ Jan.10, 2019

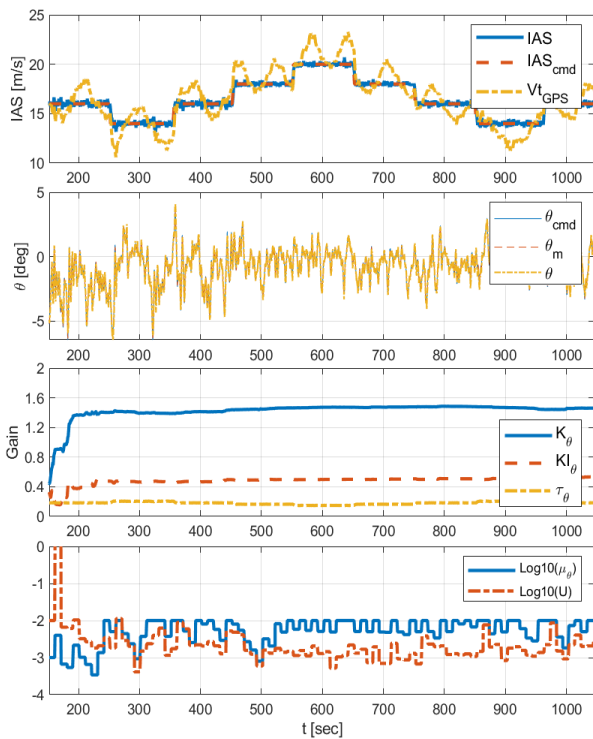


Fig. 16. Flight Test by Normalized MIT Rule with New Updating Strategy of Damping Parameter @ Jan.16, 2019

III. 결 론

본 논문은 레벤버그-마쿼트 알고리즘을 적용한 모델-참조 적응 제어 법칙의 설계에 대해 다루었다. 위 적응 법칙은 PI 제어를 사용하는 고정익 무인항공기에 적용되었으며, 이를 바탕으로 시뮬레이션과 비행실험을 진행했다.

정규화 MIT 법칙의 적응 법칙과 레벤버그-마쿼트 알고리즘의 해가 유사하다는 점으로부터, 셔먼-모리슨 공식을 통해 감쇠 계수 갱신 전략이 정규화 MIT 법칙에 적용할 수 있음을 보였다. 그리고 소음을 고려하여 감쇠 계수 갱신 전략을 수정, 적용했다.

시뮬레이션을 통해서 설계된 적응 법칙이 이득의 수렴으로 제어 시스템의 위상을 높이며, 비행실험으로부터 감쇠 계수 갱신 전략이 적응 초기의 적응 속도를 가속하고, 수렴 후 이득의 안정성이 높은 것을 볼 수 있다. 따라서 본 적응 법칙은 초기 조건이 주어진 단일 입출력 시스템에 대해, 비행영역에 대해서 간단하면서도 안정적인 제어 성능을 갖는 적응 제어 법칙으로 제시될 수 있을 것이다.

후 기

본 연구를 위한 비행 시험에 많은 도움을 준 김도영에게 감사드립니다.

References

- 1) Ioannou, P. A., and Kokotovic, P. V., "Instability Analysis and Improvement of Robustness of Adaptive Control," *Automatica*, Vol. 20, No. 5, 1984, pp. 583~594.
- 2) Mareels, I. M. Y., Anderson, B. D. O., Bitmead, R. R., Bodson, M., and Sastry, S. S., "Revisiting the MIT Rule for Adaptive Control," *Proceeding of the 2nd IFAC Workshop on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, 1986, pp. 161~166.
- 3) Parks, P. C., "Liapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 11, No. 3, 1966, pp. 362~367.
- 4) Price, C. F., "An Accelerated Gradient Method for Adaptive Control," *Proceeding of the 9th IEEE Symposium on Adaptive Processes, Decision, and Control*, 1970, pp. IV.4.1~10.
- 5) Narendra, K. S., and Annaswamy, A. M., "A New Adaptive Law for Robust Adaptation without Persistent Excitation," *IEEE Transaction on Automatic*

Control, Vol. 32, No. 2, 1987, pp. 134~145.

6) Peterson, B., and Narendra, K., "Bounded Error Adaptive Control," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 27, No. 6, 1982, pp. 1161~1168.

7) Cao, C., and Hovakimyan, N., "Design and Analysis of a Novel L1 Adaptive Control Architecture With Guaranteed Transient Performance," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 53, No. 2, 2008, pp. 586~591.

8) Åström, K. J., and Wittenmark, B., *Adaptive Control*, 2nd Ed., Dover, New York, 2008, pp. 185~199.

9) Madsen, K., Nielsen, H. B., and Tingleff, O., *Methods for Non-Linear Least Squares Problems*, 2nd

Ed., Technical University of Denmark, 2004, pp. 5~29.

10) Petersen, K. B., and Pedersen, M. S., *The Matrix Cookbook*, Technical University of Denmark, 2012, p. 18.

11) Golub, G. H., and Loan, C. F. V., *Matrix Computation*, 3rd Ed., Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996, p. 50.

12) Nielsen, H. B., *Damping Parameter in Marquardt's Method*, Technical University of Denmark, 1994.

13) Park, S. H., "Wind and Airspeed Error Estimation with GPS and Pitot-static System for Small UAV," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 18, No. 2, 2017, pp. 334~351.