



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 47(7), 508-516(2019)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2019.47.7.508

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 지향각, 시선각 정보를 이용한 이동표적의 충돌각 제어

박장성<sup>1</sup>, 이동희<sup>2</sup>, 박상혁<sup>3</sup>, 김윤환<sup>4</sup>

## Impact Angle Control for Non-maneuvering Target with Look Angle Measurements and Line of Sight

Jang-Seong Park<sup>1</sup>, Dong-Hee Lee<sup>2</sup>, Sang-Hyuk Park<sup>3</sup> and Yoon-Hwan Kim<sup>4</sup>

LIG Nex1, PGM Export R&amp;D Group

### ABSTRACT

In this paper, we propose a guidance law to control Impact Angle in consideration of look angle limit of the missile with strapdown seeker on the non-maneuvering target. The proposed law is based on sliding mode algorithm and generates acceleration commands using look angle and line of sight information provided by the strapdown seeker and navigation system. And, target velocity and target path angle are provided by like TADS (Target Acquisition and Designation System) at launch time. We can confirm that the target interception and impact angle control are possible through the convergence of the proposed sliding surface. In addition, it is possible to confirm that the sign of derivative result of the look angle at the maximum and minimum look angle is opposite to the sign of the look angle, so the look angle limit is not exceeded.

### 초 록

본 논문은 이동표적에 대해서 고정형 탐색기(Strapdown Seeker)가 장착된 유도탄의 지향각 제한을 고려하여 충돌각(Impact Angle)을 제어하는 유도법칙을 제안하고 있다. 제안한 유도법칙은 슬라이딩 모드를 기반으로 하고 있으며, 탐색기에서 제공하는 지향각과 항법 정보를 통해 얻을 수 있는 시선각 정보와 발사 초기 표적 획득장비 등을 통해 제공 받는 표적 속도와 표적 이동경로각을 이용하여 가속도 명령을 생성한다. 제안한 슬라이딩 surface의 수렴을 통해 표적 요격과 충돌각 제어가 가능하다. 또한, 최대, 최소 지향각에서 지향각의 미분결과 부호가 지향각의 부호와 반대가 된다는 것을 보임으로써 지향각 제한을 넘지 않는다는 것을 확인할 수 있다.

**Key Words** : Impact Angle Control Guidance(충돌각 제어 유도), Strapdown Seeker(고정형 탐색기), Look Angle Limit(지향각 제한), Sliding Mode Guidance(슬라이딩 모드 유도), Homing Guidance(종말 유도), Look Angle(지향각), Line-of-sight(시선각)

† Received : March 14, 2019    Revised : June 28, 2019    Accepted : June 28, 2019

<sup>1</sup> Research Engineer, <sup>2</sup> Research Engineer, <sup>3</sup> Chief Research Engineer, <sup>4</sup> Chief Research Engineer

<sup>1</sup> Corresponding author, E-mail : jangseong.park@lignex1.com

© 2019 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

## I. 서 론

충돌각 제어 기법(Impact Angle Control Guidance, IACG)은 표적에 대해 정밀한 타격이 가능하여 살상력(Lethality)과 공격 효과도(Effectivity)를 높일 수 있다.

기존 유도탄에는 유도탄의 운동과 관계없이 안정적인 영상 획득이 가능한 김발 탐색기(Gimballed Seeker)를 주로 장착하였지만 최근에는 김발 탐색기보다 저렴하고 구조가 단순한 고정형 탐색기(Strap-down Seeker)를 장착하여 유도탄 단가를 낮추고 있는 추세이다. 그러나 고정형 탐색기는 지향각 제한이 좁아서 곡률이 큰 궤적을 갖게 되고, 이러한 이유로 호밍 단계에서 충돌각 제어 기법(IACG)으로 유도되는 유도탄은 표적을 포착(Lock-On)한 후 놓칠 수 있는 치명적인 단점을 갖게 된다. 따라서 탐색기 제한 조건을 고려한 충돌각 제어 기법에 관한 연구가 활발히 진행 중이다.

현재까지 충돌각 제어 유도 법칙은 다양한 기법을 통해 소개되었다. 참고문헌 [1~5]는 최적 제어 이론을 기반으로 종말 단계 충돌각 제어 유도 기법을 제안하였고, [6~10]은 비례항법(Proportional Navigation Guidance, PNG)을 기반으로 유도기법을 증명하였는데, [6]은 기존 PNG에 바이어스 항(Biased-term)을 추가하여 속도를 가진 표적(Moving Target)이나 외란(Disturbance)에 대하여 강건성(Robustness)을 높였으며 [7,8]은 특정 조건 하에서 바이어스 값을 스위칭(Switching)한 PNG 기법을 적용하였다. [9]는 PNG 유도 중 특정 조건 하에 항법 상수(Navigation Gain) 값을 스위칭하는 방법을 제안하였고 [10]은 이동표적에 대해 시간에 따라 바이어스 값을 변화시킨 PNG 기법을 적용하였다. 이 외에도 슬라이딩 모드를 통해 충돌각 제어 유도법칙을 제안한 참고문헌이 [11~14]에 소개되어 있다. 참고문헌 [15]는 시선각과 시선각 변화율의 곱으로 정의한 횡방향 가속도 명령을 통해 충돌각 제어 유도법칙을 증명하였고, [16]은 PNG와 슬라이딩 모드 기법을 복합적으로 사용하여 증명하였다. 여러 참고문헌에도 나타나 있듯 최근에 탐색기 제한 조건을 고려한 유도기법에 대한 연구가 많이 진행되고 있고 그 중에서 [12~14]는 슬라이딩 모드 기법에 지향각 제한을 고려하여 유도기법을 제안하였는데, 이는 외란에 대한 강건성이 높고 유한시간 내 수렴성이 보장된다. 그 중 [12]는 정지 표적(Stationary Target)에 대하여 알고리즘 내에 유도탄이 최대 지향각에 도달하는 순간 한계를 넘지 않도록 유지시키는 스위칭 로직을 추가하였고, [13]은 이동 및 기동하는(Non-Maneuvering or Maneuvering) 표적에 대해 지향각 제한을 고려한 슬라이딩 모드 유도 기법을 적용하였다. 기동하는 표적 요격을 위해 Nonlinear extended State Observer를 설계하여 기동

표적에 의한 외란을 추정하도록 하였다.

참고문헌 [14]는 고정형 탐색기를 장착한 유도탄이 충돌각 제어 유도기법을 통해 정지 표적으로 호밍하는 문제를 다루고 있다. 슬라이딩 모드에 기반을 두고 설계된 가속도 명령으로 지향각 정보만을 이용한다는 것이 큰 특징이다.

현재, 다양한 충돌각 제어 유도 법칙들이 연구되고 있는데, 최적 제어 이론에 기반한 충돌각 제어 법칙들의 경우 range to go 또는 time to go 등의 정보 예측이 필요하다. 또한, PNG에 기반을 둔 충돌각 제어 법칙들의 경우 고정형 탐색기가 적용된 유도탄에 사용하기 위해서는 유도 필터 등을 사용하여 지향각 정보로부터 시선각속도 정보를 추정해서 사용해야 하는 단점이 있다. [14]의 경우 탐색기 지향각 정보만을 이용하여 충돌각 제어를 수행하고는 있지만 정지 표적에만 적용 가능하다는 한계가 있다. 본 논문에서는 이러한 점을 보완하기 위해 고정형 탐색기를 장착한 유도탄에서 상대 거리 정보와 시선각 변화율 정보 없이 시선각, 지향각, 표적 속도 및 방향 정보를 이용한 충돌각 제어 알고리즘에 대해서 다룬 것으로 대상 표적은 기동이 없는 이동표적(Non-maneuvering Moving Target)이다. 여기서 표적 속도 및 방향 정보는 표적 정보 획득 장치 등을 통해 발사 초기에 획득한다.

2.1절에서는 다루고자 하는 문제의 기하조건 들을 명시하였고, 2.2절에서는 제안하는 충돌각 제어 기법의 가속도 명령에 대하여 설명하였다. 본 논문에서 제안하는 방법은 슬라이딩 모드에 기반하고 있다. 2.3절에서는 제안한 가속도 명령을 사용해서 수렴성을 증명하고 있다. 2.3절의 증명을 통해 상대 거리 정보와 시선각 변화율 정보 없이 이동표적에 대해 지향각 제한을 넘지 않고 충돌각 제어가 가능하다는 것을 확인 할 수 있다. 2.4절에서는 설계된 유도기법을 적용하여 시뮬레이션을 한 결과를 서술하였고 제안한 슬라이딩 모드 기반의 충돌각 제어 유도기법으로 이동표적을 요격하였다.

## II. 본 론

### 2.1 문제 정의

Figure 1은 고정형 탐색기(Strapdown Seeker)를 탑재한 유도탄과 등속으로 이동하는 표적에 대한 교전상황을 2차원 평면상에 나타낸 것이다.

여기서  $M$ 은 유도탄,  $T$ 는 표적을 나타내며  $V_M$ 은 유도탄 속도,  $a_M$ 은 유도탄 속도에 수직한 방향으로의 가속도이다.  $R$ 은 유도탄과 표적의 상대거리를 나타내며  $\gamma_M$ 은 유도탄의 비행경로각(Flight Path Angle),  $\sigma_M$ 은 지향각(Look Angle),  $\lambda$ 은 시선각(Line-of-Sight Angle, LOS Angle),  $V_T$ ,  $\gamma_T$ 는 각각 표적의 속도와 비행경로각, 이동경로각을 나타낸다.

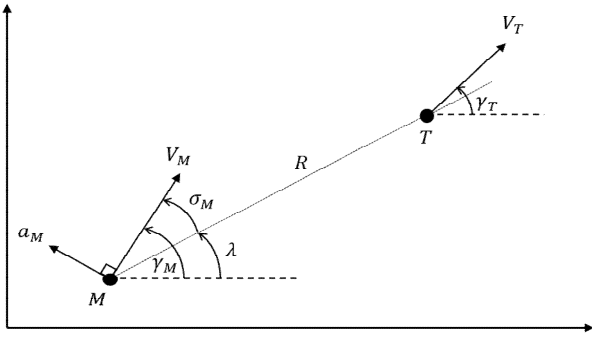


Fig. 1. Engagement Geometry

유도탄과 표적의 상대속도 크기  $V_R$ 는  $\vec{V}_R = \vec{V}_T - \vec{V}_M$ 의 크기로 나타낼 수 있으며 2차원 교전 시나리오에 대한 비선형 지배방정식(Non-linear Governing Equation)은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{R} = -V_R \cos(\lambda - \gamma_R) \quad (1)$$

$$R\dot{\lambda} = V_R \sin(\lambda - \gamma_R) \quad (2)$$

$$\gamma_M = \sigma_M + \lambda \quad (3)$$

여기서  $\gamma_R$ 은  $\vec{V}_R = \vec{V}_T - \vec{V}_M$ 에 의해 식 (4)와 같이 정의되며 두 개체의 속도비  $\nu$ 는 유도탄 속도  $V_M$ 과 표적 속도  $V_T$ 가 일정하다고 가정하고 식 (5)와 같이 정의하였다.

$$\gamma_R = \gamma_T + \tan^{-1} \left( \frac{\sin(\gamma_M - \gamma_T)}{\cos(\gamma_M - \gamma_T) - \nu} \right) \quad (4)$$

$$\nu = \frac{V_T}{V_M} < 1 \quad (5)$$

또한, 유도탄 속도방향에 수직으로 가해지는 가속도 명령  $a_M$ 은

$$a_M = \dot{\gamma}_M V_M \quad (6)$$

와 같다.

표적 요격에 대한 조건은 식 (7)과 같고 식 (7)은 식 (2)로부터 얻을 수 있다. 탐색기 제한조건을 고려하여 식 (8a), (8b)와 같은 제한 조건을 갖도록 하였다. 이 때, 하첨자  $f$ 는 요격 시점을 의미한다.

$$V_T \sin(\gamma_{T,f} - \lambda_f) = V_M \sin(\gamma_{M,f} - \lambda_f) \quad (7)$$

$$\sigma_{\min} < \sigma_M(t) < \sigma_{\max} \quad \forall t \in [t_0, t_f] \quad (8a)$$

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} \quad (8b)$$

충돌각( $\theta_{imp}$ )은 식 (9)와 같이 정의되며 이를 식 (7)

을 이용하여 재정리하면 식 (10)과 같다.

$$\theta_{imp} = \gamma_{T,f} - \gamma_{M,f} \quad (9)$$

$$\lambda_f = \gamma_{T,f} - \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_{imp}}{\cos \theta_{imp} - \nu} \right) \quad (10)$$

즉, 유도탄과 표적이 등속으로 이동하고 표적의 기동이 없다면, 충돌각 제어는 요격시점의 시선각 또는 유도탄 비행경로각을 제어하는 것과 동일하다. 또한, 요격 시점의 지향각은 식 (3)에 의해 결정된다. 식 (10)과 식 (3)을 이용하여 요구하는 충돌각을 가지고 요격시점의 지향각이 고정형 탐색기의 지향각 제한을 넘어서는지 확인이 가능하다. 만약 요구하는 충돌각이 지향각 제한을 넘어서면 표적 요격이 어려우므로 충돌각을 조정해야 한다.

## 2.2 충돌각 제어 유도법칙 설계

본 절에서는 이동표적에 대하여 슬라이딩 모드 기법을 기반으로 하여 종말 충돌각을 만족하는 방안을 제안한다. 본 논문에서 가정한 유도탄은 고정형 탐색기를 장착하여 지향각 제한(Look angle limit)이 존재하고 지향각 정보만을 얻을 수 있다.

참고문헌 [6~10]과 같이 PNG 기반의 충돌각 제어 유도 법칙들은 동일 조건에서 시선각속도(LOS Rate) 정보를 사용하였는데, 이를 위해서는 시선각속도 값 추정을 위해 유도필터와 같은 추가적인 기법이 필요하다. 본 논문에서 제안한 유도 기법은 탐색기 지향각과 시선각 정보만을 요구하므로 유도필터와 같은 추가적인 기법이 필요 없는 것이 큰 특징이다.

먼저 본 절에서는 슬라이딩 Surface를 정의하고, 가속도 명령을 제안한다. 그 후, 2.3절에서 제안된 가속도 명령을 이용하여 Surface와 지향각 제한 등의 구속조건을 만족하는지를 확인한다.

### 2.2.1 슬라이딩 Surface 정의

식 (11)은 슬라이딩 모드 기법에 사용되는 Surface를 정의한 것이다[14]. 설계변수  $k_1$ ,  $\phi_1$ 은 제한 범위 내에서 설계자에 의해 조정이 가능하고 요격조건을 만족하기 위해 오차요소  $e_1$ ,  $e_2$ 를 식 (12a), (12b)와 같이 정의하였다. 유도탄은 Surface  $S$ 가 표적 요격 전에 0으로 수렴하도록 유도되며 이 때, 오차 요소  $e_1$ ,  $e_2$  역시 0으로 수렴한다.

$$S(\sigma_M, \lambda) = e_2 - k_1 \operatorname{sgmf}(e_1, \phi_1) \quad (11)$$

$$(0 < k_1 < \sigma_{\max} - |\sigma_{M,f}|, 0 < \phi_1)$$

$$e_1 = \lambda - \lambda_f \quad (12a)$$

$$e_2 = \sigma_M - \sigma_{M,f} \quad (12b)$$

$$\sigma_{M,f} = \gamma_{M,f} - \lambda_f \quad (12c)$$

$$\sigma_{M,f} = -\theta_{Imp} + \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta_{Imp}}{\cos\theta_{Imp} - \nu}\right) \quad (12d)$$

여기서 Sigmoid 함수는

$$sgmf(x, \phi) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \phi^2}} \quad (13)$$

와 같은 연속함수이고  $x \rightarrow \infty$ 이면 1로,  $x \rightarrow -\infty$ 이면 -1로 수렴하며 설계변수  $\phi$  값에 따라서 수렴 속도가 결정된다.

정의한 Surface  $S$ 와 각 오차 요소  $e_1, e_2$ 에 대한 수렴성은 2.3절에서 증명하기로 한다.

### 2.2.2 가속도 명령

본 절에서는 유도탄이 슬라이딩 Surface  $S$ 를 따라 유도 후 종말단계에서 원하는 충돌각 제어를 하기 위한 가속도 명령을 제안한다. 먼저, 식 (11)에서 제안한 Surface  $S$ 를 미분하면

$$\dot{S} = \frac{a_M}{V_M} + f_1 \quad (14)$$

이고, 이 때  $f_1, f_2$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$f_1 = (1 + k_1 f_2) \frac{V_R}{R} \sin(n) \quad (15)$$

$$f_2 = (sgmf)' = \frac{\phi_1^2}{(e_1^2 + \phi_1^2)^{3/2}} \quad (16)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{V_R}{R} \sin(n) \quad (17)$$

여기서  $n$ 은  $\gamma_R - \lambda$ 이다.  $f_3$ 를 식 (18)으로 정의, 유도탄과 표적 간의 상대거리  $R$ 은 표적 요격 순간의 상대거리  $R_f$ 보다 항상 크거나 같다는 사실을 이용하면  $f_1$ 는 항상  $f_3$ 보다 작거나 같다( $f_1 \leq f_3$ ).

$$f_3 = (1 + k_1 f_2) \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| \quad (18)$$

식 (19)는 본 논문에서 제안하는 가속도 명령의 형태로 유도탄이 2.2.1절에서 정의한 Surface  $S$ 가 0이 되도록 유도한다.

$$a_M = -V_M \left( f_3 + k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_3 \right) sgn(S) - V_M \left( k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 \right) sgn(e_2) \quad (19)$$

여기서 설계변수  $k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ 는 아래의 조건을 충족한다.

$$1 \leq k_4 < k_2 = k_4 + k_6 \quad (20a)$$

$$0 < k_5 < k_3 = k_5 + k_6 \quad (20b)$$

여기서  $k_4$ 는 1에 가까운 값,  $k_5$ 는 0에 가까운 값을 사용한다.  $k_6$ 는 S의 수렴 시간과 관련된 파라미터로 자세한 설명은 2.3.3절에 나타내었다.  $sgn(\cdot)$ 는 Signum 함수를 의미하며 값이 양수이면 +1, 음수이면 -1, 0이면 0의 값을 반환한다. 제안한 가속도 명령은 지향각 및 시선각 정보만으로 구현된 형태로 탐색기 지향각 제한조건 또한 만족한다.  $k_1$ 에 대한 조건은 2.3.2절에 기술하였다.

### 2.3 유도법칙 증명

앞서 정의한 Surface  $S$ 와 가속도 명령  $a_M$ 이 문제 해결에 적합하게 정의가 되었는지를 증명해야한다. 먼저, 슬라이딩 Surface  $S$ 와 요소들의 안정성을 증명하고 물리적 제한 조건을 만족하는지에 대해 서술한다.

#### 2.3.1 Surface $S$ 의 수렴

슬라이딩 Surface  $S$ 의 수렴성 증명을 위해 Lyapunov 함수를 이용한다. 먼저, Lyapunov 함수  $V_1$ 를  $V_1 = \frac{1}{2}S^2$ 로 정의하면 그 미분 값은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}S^2 \right) \\ &= S \dot{S} \\ &= S (\dot{e}_2 - k_1 (sgmf)') \\ &= S \left( \frac{a_M}{V_M} - (1 + k_1 f_2) \dot{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)에 본 논문에서 제안하는 Surface  $S$ (식 (11))와 가속도 명령  $a_M$ (식 (19))을 대입하면  $\dot{S}$ 는

$$\begin{aligned} \dot{S} &= - \left( f_3 + k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_3 \right) sgn(S) \\ &\quad - \left( k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 \right) sgn(e_2) + f_1 \end{aligned} \quad (22)$$

로 나타낼 수 있다. 이 때,  $S$ 가 양수이면 식 (22)는 음의 값을 갖고  $S$ 가 음수이면 양의 값을 가진다. 여기서  $k_3, k_5$ 는  $n=0$ 인 경우에도 S의 수렴을 보장하기 위해서 필요한 파라미터이다. 따라서 식 (22)에 의해  $\dot{V}_1$ 은  $\dot{V}_1 < 0 (S \neq 0)$  값을 가지고 지향각, 시선각 만으로 정의된  $S$ 의 안정성이 확인되었다. 또한,  $S$ 가 0으로 수렴한 후, 오차항인  $e_1, e_2$  또한 0으로 수렴해야 한다. Lyapunov 함수  $V_2$ 를

$$V_2 = \frac{1}{2}e_2^2$$

로 두면, 식 (23)과 같이 수렴성을 증명할 수 있다.

이 과정에서 필요한 가속도 명령 값과 각 설계변수들은 2.2.2절에서 정의하는 값을 적용하였다.  $S=0$  이기 때문에 관련된 항들은 모두 0이 되고 식 (20a), (20b)에서 정의된 설계 변수 범위와  $R_f \leq R$ 에 의해  $\dot{V}_2$ 은 0보다 작다. 따라서,  $S$ 가 0으로 수렴할 때  $e_2$ 가 0으로 수렴하며  $S = e_2 - k_1 \text{sgmf}(e_1, \phi_1)$ 에 의해  $e_1$ 역시 0으로 수렴한다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} e_2^2 \right) \Big|_{S=0} \\ &= e_2 \dot{e}_2 \Big|_{S=0} \\ &= e_2 \left( \frac{a_M}{V_M} - \dot{\lambda} \right) \Big|_{S=0} \\ &= - \left( k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 \right) |e_2| + e_2 \frac{V_R}{R} \sin(n) \\ &< 0 \end{aligned} \quad (23)$$

### 2.3.2 지향각 제한 구속조건

본 절에서는 오차요소  $e_2$ 를 이용하여 유도탄이 운용되는 동안 지향각이 탐색기 제한조건 내 존재하는지를 검증하며 이 과정에서 식 (11)에서 정의한 설계변수와  $k_1$ 에 대한 제한 범위를 아래 식과 같이 고려한다.

$$\sigma_{\max} - |\sigma_{Mf}| > k_1 > 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{\sigma}_M \\ &= - \left( f_3 + k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_3 \right) \text{sgn}(S) \\ &\quad - \left( k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 \right) \text{sgn}(e_2) + \frac{V_R}{R} \sin(n) \end{aligned} \quad (25)$$

유도탄 지향각  $\sigma_M$ 이 탐색기 지향각 제한조건을 만족하는지를 확인하기 위해  $\sigma_M = \sigma_{\max}$ 인 순간을 가정하면  $S(\sigma_{\max}, \lambda) > 0$ ,  $e_2 > 0$  이므로 식 (25)에 의해서 지향각 미분 값은,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_M(\sigma_M = \sigma_{\max}) &= -f_3 - k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| - k_3 \\ &\quad - k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| - k_5 + \frac{V_R}{R} \sin(n) \\ &< 0 \quad (n \neq 0) \end{aligned} \quad (26)$$

이다.  $k_4$ 가  $k_2$ 보다 작고 유도탄과 표적 간 상대거리  $R$ 은 요격 시점에서의 상대거리  $R_f$ 보다 항상 크거나 같다. 따라서  $\sigma_M = \sigma_{\max}$ 에서 지향각 미분 값은 음수를 가지므로 지향각은 지향각 제한보다 큰 값을 갖지 않는다. 동일한 방법으로  $\sigma_M = \sigma_{\min}$ 인 경우에는  $S(\sigma_{\max}, \lambda) < 0$ ,  $e_2 < 0$  이고,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_M(\sigma_M = \sigma_{\min}) &= f_3 + k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_3 \\ &\quad + k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 + \frac{V_R}{R} \sin(n) \\ &> 0 \quad (n \neq 0) \end{aligned} \quad (27)$$

이다.  $\sigma_M = \sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$ 에서 지향각 미분 값이 양이기 때문에 지향각은 최솟값보다 작은 값을 갖지 않는다. 따라서 유도탄은 지향각, 시선각 정보만으로 가속도 명령을 통해 슬라이딩 Surface  $S$ 를 따라 유도되며 탐색기 지향각 제한을 넘지 않고 원하는 충돌각으로 표적을 요격할 수 있다.

### 2.3.3 유한 시간 수렴

본 절에서는 슬라이딩 surface  $S$ 가 유한한 유한 시간 안에 '0'으로 수렴하는지를 살펴본다.

식 (22)를 식 (21)에 대입하면 아래와 같은 식이 나온다.

$$\begin{aligned} \dot{S} &= - \left( f_3 + k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_3 \right) |S| \\ &\quad - \left( k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 \right) \text{sgn}(e_2) S + f_1 S \end{aligned} \quad (28)$$

$f_1 \leq f_3$ 라는 점과 위식을 이용하면 아래와 같은 관계식을 찾을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{S} &\leq - \left( f_3 + k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_3 \right) |S| \\ &\quad + \left( k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_5 \right) |S| + f_3 |S| \\ &= \left\{ -k_2 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| + k_4 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| \right\} |S| \\ &\quad + \{-k_3 + k_5\} |S| \end{aligned} \quad (29)$$

위 식은 식 (20a,b)에 의해 아래와 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} (29) &= \left\{ -k_7 \frac{V_R}{R_f} |\sin(n)| - k_6 \right\} |S| \\ &\leq -k_6 |S| \end{aligned} \quad (30)$$

위 식을  $V_1, t$ 에 대해서 각각 적분하면,

$$V_1^{1/2}(t) \leq \frac{-k_6}{\sqrt{2}} t + V_1^{1/2}(t_0) \quad (31)$$

이를 통해 아래와 같이  $V_1(t)$ 가 유한한 시간  $t_r$  안에 0으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

$$t_r \leq \frac{\sqrt{2}}{k_6} V_1^{1/2}(t_0) = \frac{S(\sigma_{M0}, \lambda_0)}{k_6} \quad (32)$$

Table 1. Simulation Condition

Initial Relative Range	3000m
Missile Velocity	200m/s
Initial Missile Flight Path Angle	0, 10deg
Initial Line of Sight	0deg
Look Angle Limit	±45deg
Acceleration Limit	±60m/s <sup>2</sup>
Target Path Angle	90deg
Target Velocity	30m/s
Terminal Impact Angle	60, 75, 90deg
$k_1$	$(\sigma_{max} -  \sigma_{M,f} )$
$k_2, k_3, k_4, k_5$	1.001, 0.002, 1.0, 0.001
$k_6$	0.001
$\phi$	0.1
$R_f$	0.5m

## 2.4 수치 시뮬레이션

### 2.4.1 시뮬레이션 조건

제한한 유도기법의 성능을 확인하기 위해서 2차원 평면상에서의 교전상황을 고려하였다. 사용된 유도탄 및 표적 모델은 시뮬레이션 전 구간에서 동일하며, 표적의 경우 기동이 없다고 가정하였다. Table 1은 시뮬레이션 조건을 정리한 것이다.

$R_f$ 의 경우 작을수록 유도오차가 증가하지만, 가속도 명령에  $R_f$ 가 분모로 들어가기 때문에 작으면 너무 큰 가속도 명령을 생성할 수 있다. 충돌각 유도를 수행하는 경우 대다수의 표적이 탱크나 배 등 그 크기가 크고, 표적 속도가 유도탄 속도 대비 빠르지 않다는 점을 고려하여 0.5m 정도로 설정하였다.

시뮬레이션에 사용된 가속도 명령은 채터링 문제를 보완하기 위해 식 (19)의 sgn 함수 대신 tanh 함수를 적용하였다[14,17].

$$\tanh(ax) = 2 \left( \frac{1}{1 + \exp^{-2ax}} - \frac{1}{2} \right) \quad (33)$$

$a$ 의 경우 10을 적용하였다.

### 2.4.2 시뮬레이션 결과

Figures 2~5는 Table 1의 조건으로 시뮬레이션을 수행한 결과로 순서대로 유도탄과 표적의 궤적, 표적의 경로각과 유도탄 비행경로각의 차이(요격시점의 충돌각), 지향각, 가속도를 보여준다.

Figure 3에서 LA는 초기 지향각(초기 경로각과 동일, 시선각 0deg 기준)을 의미한다.

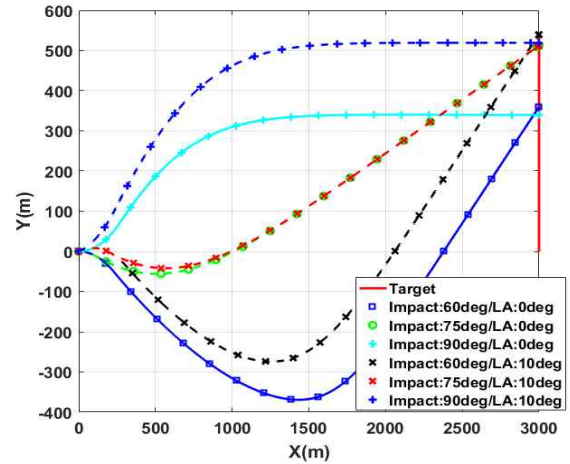


Fig. 2. Missile and target trajectory

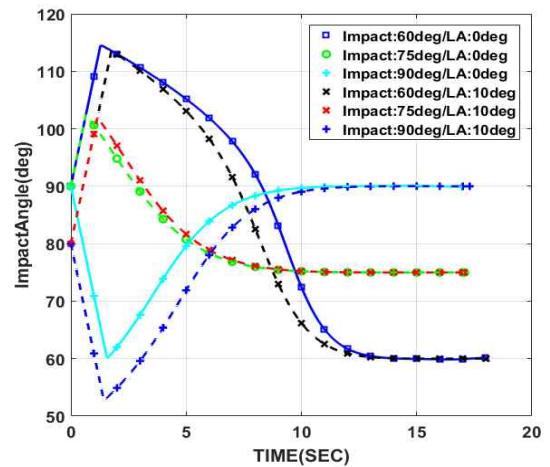


Fig. 3. Impact angle

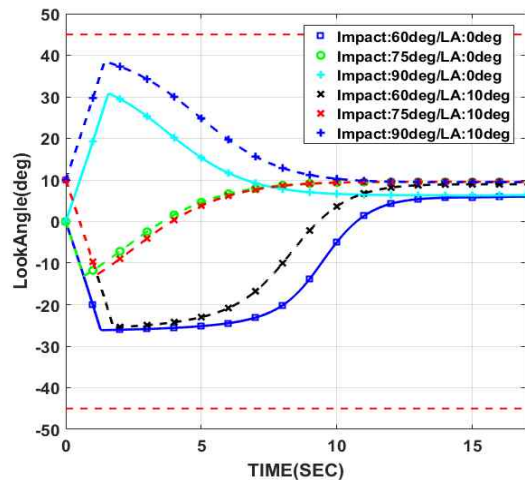


Fig. 4. Look Angle

Figures 4~5를 보면 지향각 및 가속도 제한을 충족하면서 요구하는 충돌각으로 표적을 요격하는 것을 확인할 수 있다.

다음은 동일한 조건에서 가속도 명령과 가속도 응답 사이에 1차 지연이 있는 상태에서의 결과를 살펴 보았다. 여기서 사용한 1차 지연 값은 0.3s이다.

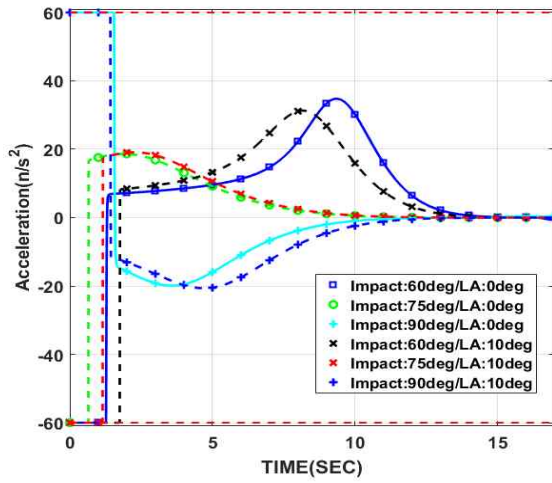


Fig. 5. Acceleration

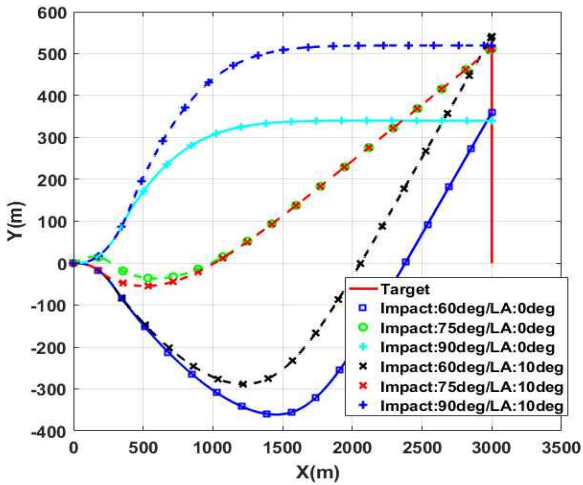


Fig. 6. Missile and target trajectory

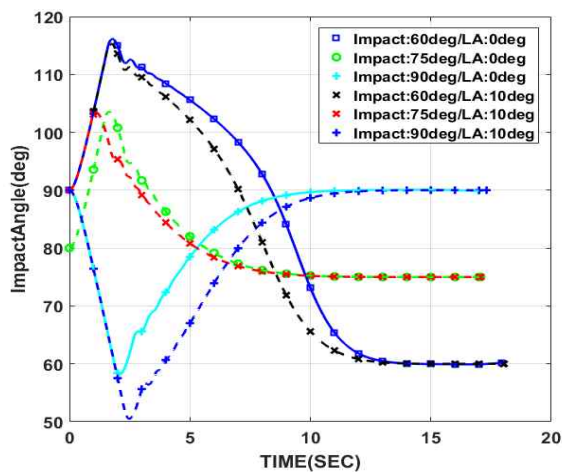


Fig. 7. Impact Angle

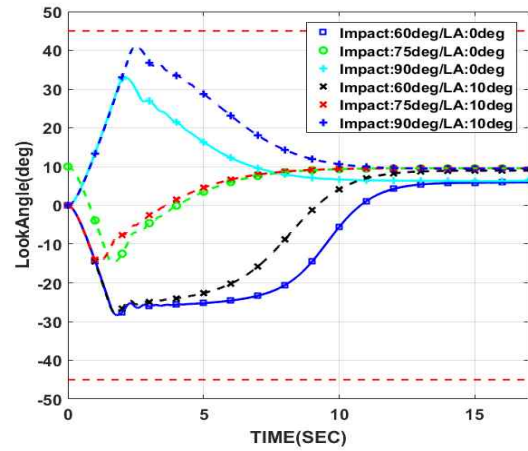


Fig. 8. Look Angle

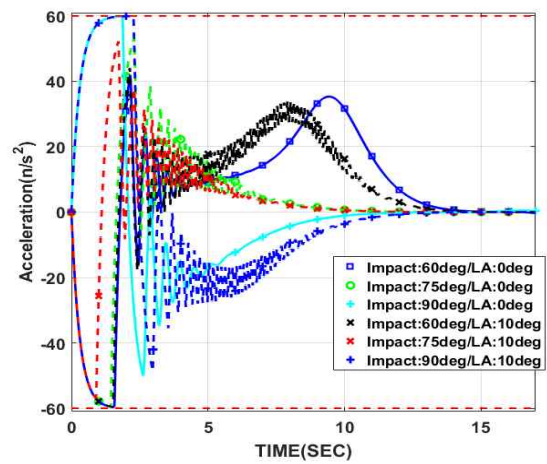


Fig. 9. Acceleration

가속도 명령과 가속도 사이에 1차 지연이 있어도 지향각 및 가속도 제한을 충족하면서 요구하는 충돌 각으로 요격하는 것을 확인할 수 있다. 단, 1차 지연이 존재하는 경우 초기에 가속도가 진동하는 경향이 있지만 5초 이내에 경향이 사라지고 안정적으로 변하는 것을 볼 수 있다.

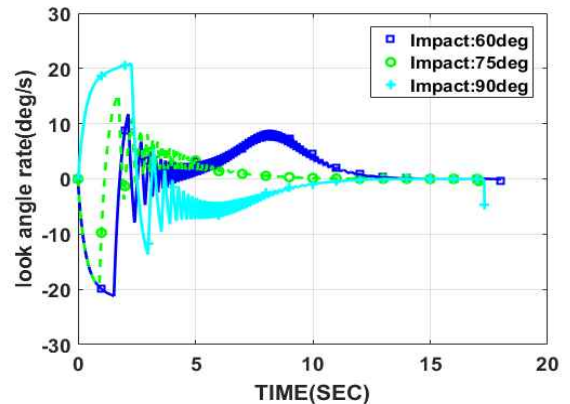


Fig. 10. Look angle rate

Figure 10은 위 시뮬레이션 조건에서의 지향각 변화율이다. 이는 가속도 진동에 의해 발생하는 지향각 변화율로 인해 고정형 탐색기가 표적을 놓칠 수 있는지 확인하기 위한 것으로, SAL 탐색기의 경우 진동에 대한 영향이 미비하고, IIR 탐색기의 경우 문제가 발생할 소지가 있다. Fig. 10을 보면 초반을 제외하고는 거의 10deg/s 이하로 영향이 크지 않다는 것을 확인할 수 있다.

### III. 결 론

본 논문에서는 고정형 탐색기를 사용하는 유도탄이 기동 없이 이동하는 표적에 대하여 충돌각 제어 유도를 수행 할 때 유도탄의 지향각과 시선각 정보만을 사용하는 형태의 유도법칙을 제안하고 있다. 제안한 유도법칙은 슬라이딩 모드에 기반을 두고 있으며, 두 개의 Lyapunov 함수를 이용하여 슬라이딩 Surface의 수렴과 시선각 및 지향각 수렴을 증명하였다. 또한 지향각 제한을 넘지 않는다는 것을 보이기 위해 최대 지향각 지점에서 지향각의 변화율이 지향각의 부호와 반대가 된다는 것을 보였다. 이는 시선각속도, time-to-go 등의 추가적인 정보 없이 충돌각 제어가 가능하다는 것을 의미한다. 또한, 다양한 교전 조건에서의 비선형 시뮬레이션을 통해 성능을 확인하였다.

### References

- 1) Ryoo, C. K., Cho, H. J., and Tahk, M. J., "Optimal Guidance Laws with Terminal Impact Angle Constraint," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, 2005, pp. 724~732.
- 2) Ryoo, C. K., Cho, H. J., and Tahk, M. J., "Time-to-Go Weighted Optimal Guidance With Impact Angle Constraints," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 3, 2006, pp. 483~492.
- 3) Park, B. G., Kim, T. H., and Tahk, M. J., "Optimal Impact Angle Control Guidance Law Considering the Seeker's Field-of-View Limits," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 227, No. 8, 2013, pp. 1347~1364.
- 4) Park, B. G., Kim, T. H., and Tahk, M. J., "Range-to-Go Weighted Optimal Guidance With Impact Angle Constraint and Seeker's Look Angle Limits," *IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems*, Vol. 52, No. 3, 2016, pp. 1241~1256.

- 5) Li, R., Wen, Q. Q., Tan, W. C., and Zhang, Y. J., "Adaptive Weighting Impact Angle Optimal Guidance Law Considering Seeker's FOV Angle Constraints," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, Vol. 29, No. 1, 2018, pp. 142~151.
- 6) Kim, B. S., Lee, J. G., and Han, H. S., "Biased PNG Law for Impact with Angular Constraint," *IEEE Transactions On Aerospace And Electronics Systems*, Vol. 34, No. 1, 1998, pp. 277~288.
- 7) Ezer, K. S., and Merttopcuoglu, O., "Indirect Impact-Angle-Control Against Stationary Targets Using Biased Pure Proportional Navigation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 35, No. 2, 2012, pp. 700~703.
- 8) Kim, T. H., Park, B. G., and Tahk, M. J., "Bias-Shaping Method for Biased Proportional Navigation with Terminal-Angle Constraint," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 6, 2013, pp. 1810~1815.
- 9) Tekin, R., and Ezer, K. S., "Switched-Gain Guidance for Impact Angle Control Under Physical Constraints," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 38, No. 2, 2015, pp. 205~216.
- 10) Park, J. S., Kwon, H. H., Park, S. H., Kim, Y. Y., and Park, B. G., "Impact Angle Control with Time Varying Continuous Biased PNG for Non-Maneuvering Target," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 46, No. 9, 2018, pp. 742~751.
- 11) Lee, C. H., Kim, T. H., and Tahk, M. J., "Design of Impact Angle Control Guidance Laws via High-Performance Sliding Mode Control," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 227, No. 2, 2012, pp. 235~253.
- 12) He, S., and Lin, D., "A Robust Impact Angle Constraint Guidance Law with Seeker's Field-of-View Limit," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 37, No. 3, 2014, pp. 317~328.
- 13) Wang, X., Zhang, Y., and Wu, H., "Sliding Mode Control Based Impact Angle Control Guidance Considering the Seeker's Field-of-View Constraint," *ISA Transactions*, Vol. 61, 2015, pp. 49~59.
- 14) Kim, H. G., Lee, J. Y., and Kim, H. J., "Look Angle Constrained Impact Angle Control Guidance Law for Homing Missiles with Bearings-Only Measurements," *IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems*, Vol. 54, 2018, pp. 3096~3107.



- 15) Ratnoo, A., "A Non-Switching Guidance Law with Terminal Constraints," *International Federation of Automatic Control*, Vol. 49, No. 1, 2016, pp. 7~11.
- 16) Lee, C. H., Hyun, C., Lee, J. G., Choi, J. Y., and Sung, S. K., "A Hybrid Guidance Law for a Strapdown Seeker to Maintain Lock-on Conditions against High Speed Targets," *Journal of Electrical Engineering And Technology*, Vol. 8, No. 1, 2013, pp. 190~196.
- 17) Kumar, S. R., Rao, S., and Ghose, D., "Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance with Impact Angle Constraints," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, No. 4, 2014, pp. 1114~1130.