



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 47(7), 535-540(2019)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2019.47.7.535

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

적합직교분해법을 이용한 항공기 날개 스킨 복합재 샌드위치 구조의 다분야 최적화

박찬우¹, 김영상²

Multi-disciplinary Optimization of Composite Sandwich Structure for an Aircraft Wing Skin Using Proper Orthogonal Decomposition

Chanwoo Park¹ and Young Sang Kim²

Department of Aerospace and Software Engineering, Gyeongsang National University

ABSTRACT

The coupling between different models for MDO (Multi-disciplinary Optimization) greatly increases the complexity of the computational framework, while at the same time increasing CPU time and memory usage. To overcome these difficulties, POD (Proper Orthogonal Decomposition) and RBF (Radial Basis Function) are used to solve the optimization problem of determining the thickness of composites and sandwich cores when composite sandwich structures are used as aircraft wing skin materials. POD and RBF are used to construct surrogate models for the wing shape and the load data. Optimization is performed using the objective function and constraint function values which are obtained from the surrogate models.

초 록

MDO(Multi-disciplinary Optimization)를 위한 서로 다른 모델 간의 결합은 계산 프레임 워크의 복잡성을 크게 증가시키는 동시에 CPU 시간과 메모리 사용을 증가시킨다. 이러한 어려움을 극복하기 위해 POD(Proper Orthogonal Decomposition)와 RBF(Radial Basis Function)를 사용하여 복합 샌드위치 구조가 항공기 날개 스킨 재료로 사용될 때 복합재와 샌드위치 코어의 두께를 결정하는 최적화 문제의 해를 구했다. POD와 RBF를 사용하여 날개 형상과 하중 데이터에 대한 대리 모델을 만들었으며 대리 모델에 의해 얻어진 목적 함수 및 제약 함수 값을 사용하여 최적해를 구하였다.

Key Words : Multidisciplinary Optimization(다분야최적설계), Proper Orthogonal Decomposition(적합직교분해), Radial Basis Function(방사기저함수), Aircraft Wing(항공기 날개), Sandwich Structure(샌드위치 구조)

1. 서 론

다분야최적설계(MDO, Multi-disciplinary Optimization)

를 위한 서로 다른 모델 간의 결합은 계산 프레임 워크의 복잡성을 크게 증가시키는 동시에 CPU 시간과 메모리 사용량이 매우 커지는 문제가 발생한다. 이를

† Received : March 26, 2019 Revised : June 18, 2019 Accepted : June 26, 2019

¹ Professor, ² PhD student

¹ Corresponding author, E-mail : parkcw@gnu.ac.kr, ORCID 0000-0003-4043-2441

© 2019 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

해결하기 위하여 축소된 모델을 사용할 수 있다. 본 논문의 목적은 항공기 날개 예제 문제를 통하여 다분야 최적화를 위하여 축소된 모델을 사용하는 방법을 연구하는 것이다.

항공기 날개의 공력해석과 구조해석 등을 연계한 다분야 최적설계를 수행할 때 과도한 해석 소요 시간은 가장 큰 어려움이며 이를 극복하기 위한 다양한 연구가 수행되었다[1-4]. 이러한 어려움을 극복하는 효율적인 방법으로 적합직교분해법이 사용될 수 있다 [5]. 적합직교분해법은 일반적으로 감소차수(reduced order) 모델을 이용하여 복잡한 문제를 해석할 때 계산상 효율성과 경제성을 얻기 위하여 사용된다. 적합직교분해법은 감소 차수를 얻는 것 외에도 임의의 상태에서 해석 결과를 예측하는데도 사용될 수 있는 큰 장점이 있다. 적합직교분해법으로 구한 모델은 원래의 훈련 데이터 세트에 포함되지 않은 설계점에서의 상태 벡터에 대한 근사값을 제공하지 않는다. 즉 적합직교분해 모델 자체는 전체 설계 공간에 걸쳐 상태값을 예측하는 기능이 없다. 그러나 적합직교분해로 구한 기저 벡터(base vector)에 대한 계수들을 임의의 설계점에 대한 함수로 표현하면 전체 설계 공간에 대한 예측을 수행할 수 있다. 이 작업을 수행하기 위해서 RBF 보간법을 사용하였다.

본 논문에서는 항공기 날개 스킨 재료로 복합재 샌드위치 구조물을 사용할 경우 복합재 적층 두께 및 샌드위치 코어의 두께를 결정하는 최적화 문제의 해를 구하였다. 적합직교분해 모델을 구성하기 위한 스냅샷(snapshot) 데이터를 구성하기 위해 훈련점을 설정하고 각 훈련점에 대한 날개의 변형과 그 때의 하중을 계산하였다. 계산의 정확성을 위하여 자동화된 공력-구조 연계 시스템[2]을 사용하였다. 훈련점 외의 임의의 설계점에서 날개의 변형과 그 때의 하중을 구하기 위하여 적합직교분해법과 RBF 보간을 사용함으로써 임의의 설계점에 대한 변형된 날개 형상과 그때의 하중 데이터를 근사화 하는 대리근사모델(surrogate model)을 구성하였다. 대리 근사모델을 사용하여 해석하면 설계최적화에 필요한 목적함수와 구속조건 값들을 구할 수 있으며 이를 사용하여 최적화 문제의 해를 구하였다.

II. 적합직교분해법

적합직교분해법을 설명하는 자료는 매우 많으나 Iuliano[5]에 의해 기술된 내용을 기본으로 설명하면 다음과 같다.

적합직교분해법은 스냅샷 데이터로 표현되는 고차의 자유도를 갖는 모델에 대해 특이치 분해(SVD, Singular Value Decomposition)를 수행하여 이로부터 지배적인 영향을 미치는 기저 벡터를 찾아서 저

차 모델을 구성하고 이를 이용하여 전체 시스템을 추론하는 기법이다.

적합직교분해법을 설명하기 위해서 식 (1)과 같은 물리적 시스템에 대한 수학적 모델을 고려한다.

$$R(w, s(w)) = 0 \quad (1)$$

이때, $w \in R^t$ 는 설계변수 벡터이고, $s \in R^N$ 는 상태변수(위치, 속도, 압력 등)이다. 이때 t 는 설계변수의 개수, N 은 상태변수의 개수이다. 적합직교분해법을 사용하면 상태변수 s 에 대한 근사값 \hat{s} 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{s} = \alpha_1 \phi_1 + \dots + \alpha_M \phi_M = \Phi \cdot \alpha \quad (2)$$

이때, $\Phi = \{\phi_1, \dots, \phi_M\} \in R^{N \times M}$ 은 기저벡터이고, $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_M\} \in R^M$ 는 적합직교분해 계수, N 은 상태변수의 차수, M 은 스냅샷 개수이다.

설계점 w_1, \dots, w_M 에 대해서 공력 및 구조해석 등의 방법을 통해 구한 스냅샷 벡터를 s_1, \dots, s_M 이라고 할 때, 스냅샷 편차 행렬(snapshot deviation matrix) p 를 다음과 같이 구한다.

$$p = (s_1 - \bar{s}, s_2 - \bar{s}, \dots, s_M - \bar{s}) \quad (3)$$

이때, 스냅샷 벡터의 평균값은 $\bar{s} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M s_j$ 이다.

스냅샷 편차 행렬에 대하여 특이치 분해를 수행하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$p = U \Sigma V^T = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_M \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} V^T \quad (4)$$

이때 $U \in R^{N \times N}$, $V \in R^{M \times M}$ 이고 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_M \geq 0$ 은 특이값이다. 행렬 U 의 M 개의 행이 기저 벡터 ϕ 이다. 적합직교분해 계수 $\alpha_i(w_j)$ 는 스냅샷 벡터를 기저 벡터에 투영시킨 다음의 식으로 구한다.

$$\alpha_i(w_j) = (s_j - \bar{s}, \phi_i) \quad (5)$$

차수 감소에 따른 스냅샷 벡터의 근사값은 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$s_j \cong \bar{s} + \sum_{i=1}^{\hat{M}} \alpha_i(w_j) \phi_i \quad (6)$$

이때, \hat{M} 는 선택된 감소 차수이다.

설계점 w_1, \dots, w_M 이 아닌 임의의 위치 w 에 대한 적합직교분해 계수 $\alpha(w)$ 는 다음과 같은 RBF 보간식으로 구할 수 있다.

$$\alpha(w) = \sum_{i=1}^M f_i r(\|w - w_i\|, \theta_i) \quad (7)$$

식 (7)에서 RBF 보간 계수 f_i 는 설계점에 대한 다음의 식 (8)로부터 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r(0, \theta_1) & \dots & r(\|w_1 - w_M\|, \theta_M) \\ r(\|w_2 - w_1\|, \theta_1) & \dots & r(\|w_2 - w_M\|, \theta_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r(\|w_M - w_1\|, \theta_M) & \dots & r(0, \theta_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_i(w_1) \\ \alpha_i(w_2) \\ \vdots \\ \alpha_i(w_M) \end{bmatrix} \quad (8)$$

이 식에서 일반적으로 많이 사용되는 RBF는 다음과 같다.

Gaussian : $r(d, \theta) = \exp(-d^2/2\theta^2)$

Multi-quadratic : $r(d, \theta) = \sqrt{1 + d^2/\theta^2}$ (9)

Inverse Quadratic : $r(d, \theta) = 1/(1 + d^2/\theta^2)$

이 식에서 폭계수(width parameter)라 불리는 θ_i 의 값은 적합직교분해 계수 $\alpha(w)$ 의 정확도에 영향을 미치는 중요한 값이다. 폭계수가 너무 작거나 너무 크면 RBF 근사값의 오차가 커진다는 것이 알려져 있다 [6,7]. 또 폭계수가 지나치게 커지면 조건수(condition number)가 커져서 조건수가 나쁜(ill-conditioned) 문제가 되어 근사값의 오차가 매우 커진다.

본 논문에서는 설계변수가 폭계수이고 LOOCV (Leave one out cross validation)[8]의 에러를 최소화 하면서 조건수가 너무 커지지 않는 제약조건을 만족시키는 최적화 문제를 구성하여 이 문제의 전역적 최적해를 구함으로써 폭계수의 값을 결정했다.

III. 항공기 날개 샌드위치 구조 다분야 최적설계

3.1 최적화 문제 구성

최적화를 수행하기 위한 기준이 되는 모델은 독일 Flight Design 사의 CTLS 항공기의 날개로, 스패น 길이는 28 feet, 가로세로비 7.29이며, 에어포일은 NACA 2414를 사용하였으며 해면 고도에서의 비행속도 150 km/h, 받음각 14°의 비행 조건에서 해석하였다. 항공기 날개 스킨은 샌드위치구조로 Fig. 1과 같이 총 9개의 층(layer)으로 구성되었으며 상부 면재는 4개의 층으로 0°, 45°, -45°, 90° 방향으로 적층되었고, 중앙 코어는 1개의 층이고, 하부 면재는 4개의 층으로 90°, -45°, 45°, 0°로 상하부 면재가 서로 대칭되게 적층되었다. 항공기 날개 스킨의 샌드위치 구조 최적화를 위해 대칭 스킨의 각 층별 두께 4개($x_1 \sim x_4$)와 코어의 두께 1개(x_5) 총 5개를 설계 변수로 선택하였다. 설계변수의 상하한은 다음과 같이 설정하였다.

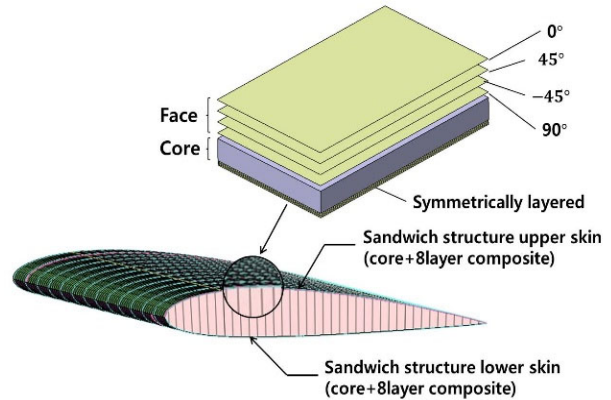


Fig. 1. Built-up sequence of skin layer

$$0.15 \leq x_1 \sim x_4 \leq 2.5, 0.15 \leq x_5 \leq 20 \quad (10)$$

항공기의 날개 무게를 목적 함수로 선정하여 최소화 하였다. 제약조건으로 날개의 변위와 전역적 파괴 조건에 대한 조건을 설정하였다. 먼저 날개의 최대 변위가 허용치보다 크지 않도록 하였다.

$$Wing\ tip\ max.\ displacement \leq \delta_{allow} \quad (11)$$

전역적 파괴는 Tsai-Wu failure index가 허용치보다 크지 않도록 하였다.

$$Tsai - Wu\ failure\ Index \leq FI_{allow} \quad (12)$$

3.2 스냅샷 데이터의 구축

설계점 w_1, \dots, w_M ($M=50$)을 ULH(Uniform Latin Hypercube)[9,10] 방법으로 선정하였다. M 개의 설계점에 대한 스냅샷 데이터는 구조해석용 절점의 3차원 좌표(즉, 공간 위치)와 요소 중심에서의 압력값으로 설정하였다. 따라서 스냅샷 벡터 $s = (s_1, \dots, s_M)$ 는 다음과 같다.

$$s_i = (\xi_{1,i}, \dots, \xi_{nn,i}, \nu_{1,i}, \dots, \nu_{nn,i}, \zeta_{1,i}, \dots, \zeta_{nn,i}, p_{1,i}, \dots, p_{ne,i}) \quad (13)$$

설계점과 스냅샷 벡터를 같이 묶어서 다음 Table 1과 같이 표현할 수 있다. 이때, ξ, ν, ζ 는 구조해석 모델 절점의 좌표, p 는 요소 중심에서의 압력, nn 은 절점의 개수, ne 는 요소의 개수이다. 따라서 스냅샷 벡터의 차수는 $N=3 \times nn + ne$ 이다.

적합직교분해법과 RBF 보간으로 스냅샷 데이터에 대한 대리근사모델이 구축되면 임의의 설계점에서 구조해석 모델의 절점 위치와 요소 중앙에서의 압력 값을 계산할 수 있다.

설계점에서 날개 스킨의 정확한 변형과 이때 가해지는 하중을 구하기 위하여 자동화된 공력, 구조 연계 시스템을 이용하였다. 초기 날개 형상에서 공력해

Table 1. Sampling and snapshot data

Snapshot Sampling		$w_1 \cdots w_M$
Design Variable	x_1	$x_{1,1} \cdots x_{1,M}$
	x_5	$x_{5,1} \cdots x_{5,M}$
Snapshot Vector		$s_1 \cdots s_M$
Structure Node Coord. (nn : No. of Nodes)	ξ	$\xi_{1,1} \cdots \xi_{1,M}$ $\vdots \quad \ddots \quad \vdots$ $\xi_{nn,1} \cdots \xi_{nn,M}$
	ν	$\nu_{1,1} \cdots \nu_{1,M}$ $\vdots \quad \ddots \quad \vdots$ $\nu_{nn,1} \cdots \nu_{nn,M}$
	ζ	$\zeta_{1,1} \cdots \zeta_{1,M}$ $\vdots \quad \ddots \quad \vdots$ $\zeta_{nn,1} \cdots \zeta_{nn,M}$
Pressure Data (ne : No. of Elements)	p	$p_{1,1} \cdots p_{1,M}$ $\vdots \quad \ddots \quad \vdots$ $p_{ne,1} \cdots p_{ne,M}$

석에 의한 압력 분포를 구하고 구해진 압력 분포를 하중으로 하는 구조해석을 수행하여 날개의 변형된 형상을 구하였다. 그리고 변형된 날개에서의 공력해석과 구조해석을 다시 반복적으로 수행하였다. 이렇게 변형된 형상에 대한 공력과 구조의 반복 계산 과정에서 변형된 날개 팁(tip)의 변위 차이가 수렴 범위 이내에 들어오면 해석을 종료하여 최종 날개의 형상을 구하였다. 변형된 날개에 대한 공력해석과 구조해석을 반복적으로 다시 수행하기 위해서는 변형된 날개의 형상에 맞게 공력 및 구조 격자를 재 생성해야 한다. 이 격자를 재 생성하는 방법은 초기 격자를 변형하여 사용하는 격자 움직임(mesh movement) 방법과 초기격자와 무관하게 전체격자를 다시 생성(mesh regeneration)하는 방법이 있다. 본 연구에서는 격자의 재생성 방법을 사용하였으며, 공력격자 구성을 위해서는 GAMBIT의 스크립트 언어를 사용하고 구조격자 구성을 위해서는 Nastran FX의 스크립트 언어를 사용하여 자동으로 재생성 되도록 하였다. 공력해석과 구조해석은 각자 계산의 효율성과 용이성을 위하여 서로 다른 좌표계를 가진다. 일반적으로 격자 모양과 격자 수의 차이로 공력해석 결과를 구조격자에 직접 적용할 수 없으므로 공력격자의 압력값으로부터 구조격자에 대한 하중값을 Volume spline method를 적용한 보간법으로 계산하였다[11]. 유동장 해석은 상용 패키지인 FLUENT를 사용하였으며 구조해석은 ABAQUS를 사용하여 비선형 해석을 수행하였다.

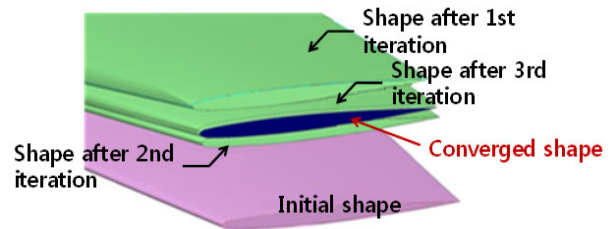


Fig. 2. Iteration convergence by FLUENT-ABAQUS interaction

Snapshot 데이터 구축을 위해 사용한 절차를 요약하면 다음과 같다.

- 각 실험점에 대하여 Step 1부터 Step 6까지 반복수행
- Step 1 CATIA로 날개 형상 모델링
- Step 2 공력격자 형성, 해석 및 압력 데이터 확보
- Step 3 구조격자 형성, 해석 및 격자점 변위 데이터 확보
- Step 4 수렴조건이 만족되면 Step 6으로 이동. 아니면 Step 5로 이동
- Step 5 격자점 변위에 따른 CATIA 날개 형상 수정, Step 2, Step 3 수행
- Step 6 스냅샷 데이터(구조 모델 노드점의 x, y, z 좌표와 요소 중심에서의 압력값) 구축

Step 1부터 Step 6까지를 수행하면 Fig. 2와 같이 수렴된 날개의 최종 변형 형상을 구할 수 있다.

3.3 적합직교분해와 대리근사모델 구성

스냅샷 벡터 $s = (s_1, \dots, s_M)$ 에 대하여 식 (4)와 같이 특이치 분해를 수행하여 기저벡터를 구하고 식 (5)로 적합직교분해 계수 $\alpha_i(w_i)$ 를 구하였다. RBF 보간에서 일반적으로 많이 사용되는 RBF는 식 (9)의 Gaussian 함수를 사용했다. 식 (8)로 RBF 보간 계수를 구해야 하는데 이때 폭계수 θ_i 의 값의 설정이 중요하다. 일반적으로 데이터 세트를 두 부분으로 나누어 한 부분은 보간에 의한 근사 계산용으로 사용하고 다른 한 부분은 오차에 대한 추정용으로 사용한다. LOOCV에서는 오차를 계산할 단일 데이터 포인트만 분리한 다음 나머지 데이터 포인트를 사용하여 보간하고 제외된 단일 포인트에서의 근사값을 구하여 데이터 값과의 오차를 계산한다. 이 절차를 N 개의 데이터 포인트 각각에 대해 반복하여서 N 개의 경우에 대한 오차의 합을 구하고 이를 최소화 하는 폭계수의 값을 찾는 방법이다. LOOCV 오류는 Rippl[8]에 의한 효율적인 공식의 사용 덕분에 비교적 용이하게 계산할 수 있다. 본 논문에서는 설계변수가 폭계수이고 LOOCV(Leave one out error)를 목적함수로 하며 조건수가 너무 커지지 않는 제약조건을 만족시키는 최적화 문제를 구성하여 이 문제의 전역적 최적해를 구

함으로써 폭계수의 값을 결정했으며 이로써 RBF 보간 오차를 최소화하였다. LOOCV 방법으로 에러를 최소화하여 $\theta_1 \sim \theta_M$ 를 결정하는 최적화를 수행하기 위하여, 각 실험점 $j=1 \sim M$ 에 대한 $\alpha_1(w_j) \sim \alpha_M(w_j)$ 중에서 i 점을 제외한 나머지 데이터로 보간하고 i 점에서 식 (7)로 계산한 값과 α_i 의 차이를 E_i 라 할 때 최적화 결과 $Total Error = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M |E_i| = 0.083$ 이었고 이

때의 $\theta_1 \sim \theta_M$ 값을 구했다. $\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M |\alpha_i(w_j)| = 2.92 \times 10^4$ 인 것을 감안하면 평균 에러가 0.00028% 수준이어서 보간은 상당히 정확했다.

폭계수와 RBF 보간 계수를 구하면 식 (6), (7)에 의해 임의의 설계점에서 구조해석용 절점의 3차원 좌표 (즉, 공간 위치)와 요소 중심에서의 압력값을 계산할 수 있다.

3.4 최적화 과정 및 결과

샌드위치 구조의 상부 면재와 하부 면재로 사용될 재료는 고강도 탄소섬유강화플라스틱 복합소재, 코어의 재료는 폴리우레탄 폼을 사용하여 모델링 하였다. 설계 최적점은 유전자알고리즘[12] 프로그램을 본 문제에 맞게 수정하여 구했다. 각 세대 개체에 대한 적합도를 계산하기 위하여, 식 (6), (7)에 의해 구조해석 모델의 노드 좌표와 압력값을 구하고 이 모델에 대한 구조해석을 수행하여 목적함수와 구속함수 값을 계산하였으며 penalty function을 이용한 목적함수 값 ϕ 를 식 (14)로 구하여 유전자알고리즘의 적합도로 사용하였다. 이때 $g_i(x) \leq 0$ 는 제약조건이다.

$$\phi = f(x) + r \sum_{i=1}^2 g_i^+(x)^2, \quad g_i^+(x) = \max(0, g_i(x)) \quad (14)$$

최적값은 177세대 만에 구해졌으며 그 결과는 Table 2와 같다.

본 문제의 경우 최적점 근처에서 전역적 파괴 조건은 모두 만족되나, X_4 (90 deg 적층)와 X_5 (코어)의 두께가 날개 변위에 영향을 크게 미치며 X_4 보다 X_5 가 무게에 미치는 영향이 더 작아서 최적값이 Table 2와 같이 구해졌음을 알 수 있었다.

Table 2. optimum design

Design variables					Objective
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
0.247	0.166	0.263	2.347	5.484	158.667

IV. 결 론

항공기 날개의 샌드위치구조 최적설계를 위해 공력 - 구조 연계 해석 자동화 시스템을 이용하였으며, 공력 해석의 과다한 계산 시간을 방지하기 위하여 POD와 RBF를 사용한 대리근사모델을 구성하였다.

다분야 최적화에 대리근사모델을 사용함으로써 계산 시간을 획기적으로 단축시킬 수 있음을 확인하였으며 샌드위치 구조물을 사용한 항공기 날개 설계 문제의 최적화에 적용하여 실제적 설계 문제에 활용 할 수 있음을 보였다.

향후 본 연구를 기초한 추가 연구를 통해 항공기 날개 최적화 등의 다분야 최적화 문제를 효율적으로 수행할 수 있을 것으로 생각된다.

후 기

이 연구는 2015년도 경상대학교 발전기금재단 지원으로 수행되었음.

References

- 1) Joe, D. S., Yoo, J. H., Joe, C. Y., and Park, C. W., "Development of an Automated Aero-Structure Interaction System for Multidisciplinary Design Optimization for the Large AR Aircraft Wing," *Journal of the Korean Society Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 38, No.7, 2010, pp. 716~726.
- 2) Park, C. W., Chu, J. M., Shul, C. W., and Jun, S. M., "Optimization of Sandwich structures of a small aircraft wing using Automated Aero-Structure Interaction Systems," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 30, No. 10, 2013, pp. 1061~1068.
- 3) Park, K. H., Jun, S. O., Cho, M. H., and Lee, D. H., "Design Optimization of Transonic Wing/Fuselage System Using Proper Orthogonal Decomposition," *Journal of the Korean Society Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 38, No.5, 2010, pp. 414~420.
- 4) Park, C. R., and Lee, C. J., "Proper Orthogonal Decomposition Analysis of Flow Characteristics in Hybrid Rocket Engine," *Journal of the Korean Society Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 42, No. 5, 2014, pp. 383~389.
- 5) Iuliano, E., and Quagliarella, D., "Proper Orthogonal Decomposition, surrogate modelling and evolutionary optimization in aerodynamic design," *COMPUTERS & FLUIDS*, Vol. 84, 2013, pp. 327~350.

- 6) Gutmann, H. M., "A radial basis function method for global optimization," *Journal of Global Optimization*, Vol. 19, 2001, pp. 201~207.
- 7) Braconnier, T., Ferrier, M., Jouhaud, J. C., Montagnac, M., and Sagaut, P., "Towards an adaptive POD/SVD surrogate model for aeronautic design," *Comput Fluids*, Vol. 40, No. 1, 2011, pp. 195~209.
- 8) Rippa, S., "An algorithm for selecting a good value for the parameter c in radial basis function interpolation," *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 11, 1911, pp. 193~210.
- 9) Simpson, T. W., Dennis, L., and Chen, W., "Sampling strategies for computer experiments: design and analysis," *International Journal of Reliability and Applications*, Vol. 23, No. 2, 2001, pp. 209~240.
- 10) Simpson, T. W., "A concept exploration method for product family design," Ph.D Dissertation, G.W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute Of Technology, Atlanta, GA, 1998.
- 11) Hounjet, M. H. L., and Meijer, J. J., "Evaluation of elastomechanical and aerodynamic data transfer methods for non-planar configuration in computational aeroelastic analysis," National Aerospace Laboratory NLP, NLP-TP-95690 U., 1995.
- 12) Carroll, David, Fortran GA—Genetic Algorithm Driver, 2001.