

컨포멀 소나에서의 표적고각 추적 및 융합을 이용한 표적기동분석 성능향상 연구

이해호^{*,1)} · 박규태¹⁾ · 신기철¹⁾ · 조성일¹⁾

¹⁾ LIG넥스원(주) 해양연구소

A Study on Performance Improvement of Target Motion Analysis using Target Elevation Tracking and Fusion in Conformal Array Sonar

HaeHo Lee^{*,1)} · GyuTae Park¹⁾ · KeeCheol Shin¹⁾ · SungIl Cho¹⁾

¹⁾ Maritime Sonar & Naval Combat System R&D, LIG Nex1, Korea

(Received 19 December 2018 / Revised 28 January 2019 / Accepted 24 May 2019)

ABSTRACT

In this paper, we propose a method of TMA(Target Motion Analysis) performance improvement using target elevation tracking and fusion in conformal array sonar. One of the most important characteristics of conformal array sonar is to detect a target elevation by a vertical beam. It is possible to get a target range to maximize advantages of the proposed TMA technology using this characteristic. And the proposed techniques include target tracking, target fusion, calculation of target range by multipath as well as TMA. A simulation study demonstrates the outstanding performance of proposed techniques.

Key Words : Conformal Array Sonar(컨포멀 소나), Data Processing(정보처리), Target Tracking(표적추적), Target Fusion(표적융합), Multipath(다중경로), Target Motion Analysis(표적기동분석)

1. 서론

해양 무기체계에서 전략적인 핵심이 되는 잠수함의 중요성은 나날이 증가하고 있다. 최근 스텔스 기술의 발전으로 인한 함정 방사소음의 감소, 적 잠수함에 대한 수적 열세 및 SLBM(잠수함발사탄도미사일) 전략

등에 효율적으로 대응하기 위해서는 탐지능력 향상을 통한 원거리 표적탐지 및 표적위치 산출이 가능한 소나 개발이 요구된다. 수평 탐지능력만을 보유한 재래식 잠수함의 선수에 탑재된 원통형 함수수동소나는 저소음화 추세인 주변국의 수상함 및 잠수함을 감시하고 대응하기에 한계가 있는 상황이다. 위협세력을 조기 탐지 및 추적하기 위해서는 보다 우수한 수평 및 수직 탐지능력을 보유하고 표적위치 산출이 가능한 컨포멀 소나가 대안이 될 수 있으며, 수직 탐지능

* Corresponding author, E-mail: haeho.lee@lignex1.com
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

력을 통한 표적고각 정보는 본 논문에서 제안하는 정보처리 기술의 핵심요소이다. Fig. 1에서 좌측은 미국 Virginia급, 우측은 러시아의 Yasen급 잠수함을 위해 개발된 컨포멀 소나의 예이다.

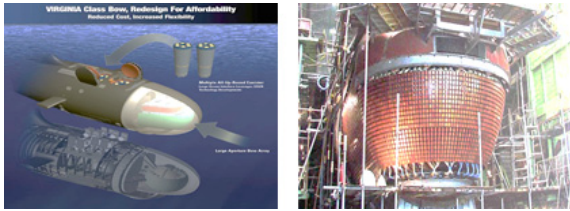


Fig. 1. The development trends of conformal array sonar^[10,11]

본 논문에서는 컨포멀 소나 기술에서 요구되는 다양한 핵심기술들 중 신호처리 기술을 통해 산출된 표적탐지 정보들(방위, 고각)을 이용하여 최종적으로 표적에 대한 기동(위치, 속도) 정보를 산출하는 정보처리 기술을 제안하고자 한다. 수직으로 배열된 수개의 수중청음기 아날로그 신호를 합하여 하나의 스테이브 신호로 생성하는 재래식 잠수함의 원통형 함수수동소나는 수평빔만을 형성하기 때문에 표적기동분석에서 사용 가능한 입력정보는 방위정보만이 존재하며, 방위정보만을 이용하여 표적위치를 추정하기 위해서는 다수의 자함 변침기동이 필수적이다. 또한 다수의 변침기동까지 긴 시간이 소요되는데, 이는 표적기동분석의 수렴까지 많은 시간이 소요된다는 것을 의미한다. 그러나 컨포멀 소나는 수평빔만 아니라 수직빔 조향까지 처리함에 따라 표적에 대한 고각정보까지 탐지/추적이 가능하며, 고각정보를 이용하여 표적에 대한 대략적인 거리정보를 얻을 수 있다. 이 표적거리 정보는 표적기동분석에서 방위정보와 함께 입력정보로 사용되어 정확도 높은 표적위치의 빠른 추정을 가능하게 하며 또한 방위정보만을 이용한 방위선 표적기동분석(BTMA : Bearings-only Target Motion Analysis)^[7-9]의 필수조건인 자함의 변침기동 없이도 솔루션을 찾을 수 있어 전술적 작전운용 측면에서도 큰 이점이 있다. 본 논문에서는 컨포멀 소나 정보처리 기술의 전체 구조와 함께 표적고각 정확도 향상을 위한 표적융합 기술, 컨포멀 소나에서 사용 가능한 표적정보들을 이용한 표적기동분석 기술을 제안하였다. 2장에서는 제안하는 컨포멀 소나 정보처리 기술에 대해 수록하였고, 3장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 각 기술에 대한

성능을 분석하고 검증하였다.

2. 컨포멀 소나 정보처리 기술

본 논문에서 제안하는 컨포멀 소나 정보처리 기술은 표적추적 기술^[1-5], 표적융합 기술^[5], 다중경로에 의한 표적거리 산출 기술^[6] 그리고 표적기동분석 기술^[7-9] 까지 일련의 과정을 포함한다. 먼저 표적추적 기술에서는 컨포멀 소나 탐지정보를 이용하여 표적방위 및 고각을 추적하고, 표적융합 기술에서는 표적추적 단에서 추적된 표적고각 추적정보들을 융합하여 보다 정확하고 신뢰도 높은 표적고각 정보를 산출한다. 또 다중경로에 의한 표적거리 산출 기술에서는 해양환경에서 다중경로에 따라 전달되는 표적신호에 대한 표적고각 융합정보와 해저수심, 자함 심도 등을 이용하여 표적거리를 산출하고, 표적기동분석 기술에서는 표적추적 단에서 추적된 표적방위 추적정보와 표적거리 정보, 그리고 자함정보(위/경도, 헤딩, 침로, 속도 등) 등을 활용하여 전술적인 표적정보를 생성하게 된다. 제안하는 컨포멀 소나 정보처리의 전체 흐름도는 Fig. 2에 표현되어 있다.

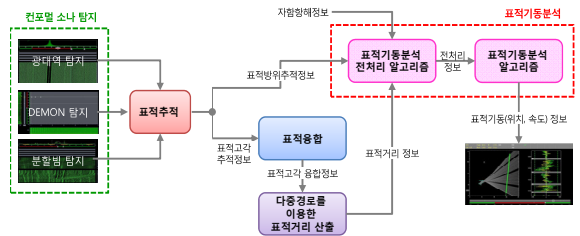


Fig. 2. The functional diagram of data processing in conformal array sonar

2.1절에서는 표적추적 기술, 2.2절에서는 제안하는 표적융합 기술, 2.3절에서는 다중경로에 의한 표적거리 산출 기술, 마지막으로 2.4절에서는 사용 가능한 표적정보들을 활용한 제안하는 표적기동분석 기술에 대해 논하고자 한다.

2.1 표적추적 기술

일반적으로 표적추적 기술은 소나, 레이더, 영상과 같은 다양한 종류의 센서를 통해 획득된 정보들을 이용하여 추적하고자 하는 표적의 상태변수를 추정하는

것이다. 획득된 측정정보가 표적정보만 포함되어 있는 경우, 칼만필터^[1,5,8]와 같은 비교적 간단한 알고리즘으로도 쉽게 설계가 가능하지만, 실제 센서를 통해 획득되는 측정정보에는 관심대상인 표적정보 외에 거짓정보인 클러터들도 다수 포함되어 있기 때문에 표적정보를 효율적으로 추출할 수 있는 자료결합 기법^[1-5]이 반드시 요구된다. 자료결합 기법은 필터 내 동역학 모델을 통해 예측된 위치를 중심으로 한 유효측정영역(Validation Gate)을 설정하여, 유효측정영역 내 존재하는 측정치들만을 이용하여 표적의 상태변수를 갱신하는데, 크게 거리정보만을 이용하는 NN(Nearest Neighbor) 계열^[2], 유효한 거리정보들에 대해 확률적 가중치를 부여하여 이용하는 PDA(Probabilistic Data Association)^[3], 신호세기정보만을 이용하는 SN(Strongest Neighbor) 계열^[4] 등 많은 기법들이 제안되었다. 본 논문에서는 유효측정영역 내 모든 측정치들을 사용하여 계산량 측면에서 단점이 있지만 추적 안정성에서 뛰어난 자료결합 필터인 PDAF(Probabilistic Data Association Filter)를 표적추적필터로 적용하였다.

2.1.1 표적추적 시스템 모델링

표적추적 기술을 설명하기 위해 앞서 표적 동역학 모델링과 측정치 모델링에 대해 제시하겠다. 본 논문에서 표적추적 대상은 표적에 대한 방위 또는 고각이다. 본 절에서는 표적방위를 기준으로 정리하였지만, 표적고각도 위첨자만 θ 에서 ψ 로 바뀔 뿐 내용은 동일하다. 먼저 일반적인 칼만필터를 전개하기 위해 시스템 모델이 선형이어야 하는데, 이 모델들을 선형시스템으로 표현하면 다음과 같다. 스캔 k 에서 표적의 상태변수는 x_k^θ 로 표현하였고, $x_k^\theta = [\theta \ \dot{\theta}]^T$ 와 같이 방위와 방위변화율을 성분으로 갖는다. 동역학 모델링은 식 (1)에 의해 전개될 수 있는데, 여기서 $F_{k,k-1}^\theta$ 는 상태변수 천이 행렬로, 등속직선운동(Constant Velocity)을 한다고 가정하였고, $t_k^\theta, t_{k-1}^\theta$ 는 각각 스캔 k 와 $k-1$ 에서의 시간, $t_k^\theta - t_{k-1}^\theta$ 은 두 스캔 사이의 시간간격, 즉 샘플링 타임을 나타내며, 공정잡음 v_k^θ 는 평균이 0이고 공분산 행렬이 $Q_{k,k-1}^\theta$ 인 백색 가우시안(White Gaussian) 잡음이다.

$$x_k^\theta = F_{k,k-1}^\theta x_{k-1}^\theta + v_k^\theta \tag{1}$$

다음으로 표적에 대한 방위 측정치 모델은 식 (2)와

같은데, 여기서 z_k^θ 는 방위 측정치 정보, w_k^θ 는 측정잡음으로 평균이 0이고, 공분산이 R_k^θ 인 백색 가우시안 잡음을 나타내며, 공정잡음 v_k^θ 와는 서로 독립이다.

$$z_k^\theta = \theta_k + w_k^\theta \tag{2}$$

2.1.2 자료결합 필터

자료결합 및 표적추적을 위해 광범위하게 사용되는 자료결합 필터인 PDAF^[3]는 유효측정영역 내 모든 측정정보들이 표적으로부터 기인되었을 확률을 산출하고 그 확률을 가중치로 사용하여 상태변수 추정치 및 오차공분산을 갱신하는 방법이다. 탐지확률이 낮고 클러터 밀도가 높은 열악한 환경에서 NN^[2] 및 SN^[4] 계열의 자료결합 필터에 비해 계산량이 많다는 단점이 있지만 추적성능은 월등히 우수한 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 방위/고각에 대한 표적추적 필터로 최적의 자료결합 필터로 알려진 PDAF^[3]를 적용하였다. PDAF는 다음과 같이 크게 상태변수 예측, 유효측정영역 설정, 자료결합 확률 산출 그리고 상태변수 갱신으로 구성된다.

2.1.2.1 상태변수 예측

스캔 $k-1$ 에서 k 로 예측된 상태변수 추정치와 오차공분산은 $\bar{x}_{k|k-1}^\theta, \bar{P}_{k|k-1}^\theta$ 로 표현하였고, 상태변수 예측은 식 (3)과 같다. 여기서 $F_{k,k-1}^\theta$ 는 상태변수 천이 행렬로 식 (1)과 동일하고, $Q_{k,k-1}^\theta$ 는 공정잡음 공분산, $\hat{x}_{k-1|k-1}^\theta$ 와 $\hat{P}_{k-1|k-1}^\theta$ 는 각각 스캔 $k-1$ 에서 유효측정치를 이용하여 갱신된 상태변수 추정치와 오차공분산을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k|k-1}^\theta &= F_{k,k-1}^\theta \hat{x}_{k-1|k-1}^\theta \\ \bar{P}_{k|k-1}^\theta &= F_{k,k-1}^\theta \hat{P}_{k-1|k-1}^\theta (F_{k,k-1}^\theta)^T + Q_{k,k-1}^\theta \end{aligned} \tag{3}$$

2.1.2.2 유효측정영역 설정

칼만필터 기반의 자료결합 필터는 유효측정치 선별을 위해 NDS(Normalized Distance Squared) 개념을 사용한다. NDS는 유효측정영역의 중심인 표적의 예측치와 측정치 간 거리인 측정잔차와 이에 대한 공분산을 이용하여 계산된 확률적인 거리로 정의된다. 식 (4)는 스캔 k 에서 i 번째 측정치인 $z_{k,i}^\theta$ 의 NDS를 나타내며, 산출된 NDS가 문턱치 γ 이하인 경우 측정치 $z_{k,i}^\theta$ 는 유

효측정치로 분류되어 표적에 대한 상태변수를 갱신하는데 사용된다. 식 (4)에서 측정잔차에 대한 공분산 S_k^θ 은 식 (5)와 같으며, 여기서 H_k^θ 는 측정치 행렬, R_k^θ 는 측정잡음 공분산을 나타낸다.

$$d(z_{k,i}^\theta) = (z_{k,i}^\theta - H_k^\theta \bar{x}_{k|k-1}^\theta)^T (S_k^\theta)^{-1} (z_{k,i}^\theta - H_k^\theta \bar{x}_{k|k-1}^\theta) \quad (4)$$

$$S_k^\theta = H_k^\theta \bar{P}_{k|k-1}^\theta (H_k^\theta)^T + R_k^\theta \quad (5)$$

2.1.2.3 자료결합 확률 산출

스캔 k 에서 유효측정영역 내 $m_k^\theta > 0$ 개의 유효측정치들이 존재하는 경우, 표적의 측정치가 존재하고 $m_k^\theta - 1$ 개의 클러터가 존재하는 사건과 m_k^θ 개의 모든 측정치들이 클러터일 사건을 고려하여 산출된 자료결합 확률은 식 (6)에 각각 기재되어 있다. 여기서 $N(z_{k,i}^\theta; H_k^\theta \bar{x}_{k|k-1}^\theta, S_k^\theta)$ 는 측정치 $z_{k,i}^\theta$ 가 평균이 $H_k^\theta \bar{x}_{k|k-1}^\theta$ 이고 공분산이 S_k^θ 인 가우시안 분포로 표현됨을 의미하며, P_D^θ, P_G^θ 는 각각 표적이 탐지될 확률과 유효측정영역 내 존재할 확률 그리고 λ_k^θ 는 클러터 공간밀도를 의미한다.

$$\beta_{k,i}^\theta = \begin{cases} \frac{P_D^\theta P_G^\theta \frac{p_{k,i}^\theta}{\lambda_k^\theta}}{1 - P_D^\theta P_G^\theta + P_D^\theta P_G^\theta \sum_{j=1}^{m_k^\theta} \frac{p_{k,j}^\theta}{\lambda_k^\theta}} & i = 1, \dots, m_k^\theta \\ \frac{1 - P_D^\theta P_G^\theta}{1 - P_D^\theta P_G^\theta + P_D^\theta P_G^\theta \sum_{j=1}^{m_k^\theta} \frac{p_{k,j}^\theta}{\lambda_k^\theta}} & i = 0 \end{cases} \quad (6)$$

where $p_{k,j}^\theta = N(z_{k,j}^\theta; H_k^\theta \bar{x}_{k|k-1}^\theta, S_k^\theta) / P_G^\theta$

2.1.2.4 상태변수 갱신

스캔 k 에서 유효측정치들을 이용하여 갱신된 상태변수 추정치와 오차공분산은 $\hat{x}_{k|k}^\theta, \hat{P}_{k|k}^\theta$ 로 표시하였으며, 이에 대한 식은 식 (7)에서 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k}^\theta &= \sum_{i=0}^{m_k^\theta} \beta_{k,i}^\theta \hat{x}_{k|k,i}^\theta \\ \hat{P}_{k|k}^\theta &= \sum_{i=0}^{m_k^\theta} \beta_{k,i}^\theta \left(\hat{P}_{k|k,i}^\theta + \hat{x}_{k|k,i}^\theta (\hat{x}_{k|k,i}^\theta)^\top \right) - \hat{x}_{k|k}^\theta (\hat{x}_{k|k}^\theta)^\top \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서의 각 성분은 식 (8)에 제시되어 있는데, $i=0$ 일 경우, 연관된 측정치가 없기 때문에 해당 계측은 갱신하지 않고, 예측치를 그대로 사용한다. 반면 $i > 0$ 일 경우, 측정치 $z_{k,i}^\theta$ 와 측정잡음 공분산 R_k^θ 를 사용하여 칼만필터의 갱신 단계를 이용하여 갱신된다. 식 (8)의 KF_U^θ 는 칼만필터의 갱신 단계를 나타내고 식 (9)에서 확인 가능하며, 식 (9)에서 K_k^θ 는 이득, I_k^θ 는 단위행렬을 나타낸다.

$$\left[\hat{x}_{k|k,i}^\theta, \hat{P}_{k|k,i}^\theta \right] = \begin{cases} \left[\bar{x}_{k|k-1}^\theta, \bar{P}_{k|k-1}^\theta \right] & i = 0 \\ KF_U^\theta \left(\bar{x}_{k|k-1}^\theta, \bar{P}_{k|k-1}^\theta, z_{k,i}^\theta, R_k^\theta \right) & i > 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k,i}^\theta &= \bar{x}_{k|k-1}^\theta + K_k^\theta (z_{k,i}^\theta - H_k^\theta \bar{x}_{k|k-1}^\theta) \\ \hat{P}_{k|k,i}^\theta &= (I_k^\theta - K_k^\theta H_k^\theta) \bar{P}_{k|k-1}^\theta \\ K_k^\theta &= \bar{P}_{k|k-1}^\theta (H_k^\theta)^T (H_k^\theta \bar{P}_{k|k-1}^\theta (H_k^\theta)^T + R_k^\theta)^{-1} \end{aligned} \quad (9)$$

2.2 표적융합 기술

본 절에서는 표적고각 정확도 향상을 위해 요구되는 표적융합 기술^[5]에 대해 논하고자 한다. 표적고각 정보의 정확도는 본 논문에서 제안하는 표적위치 추정, 즉 표적기동분석 정확도 향상에 있어서 중요한 요소로 작용된다. 표적융합 기술을 적용하기 위해서는 동일 표적에 대한 다수의 측정정보들이 요구되는데, 앞서 표적추적을 통해 산출된 표적고각 추적정보는 단일소스에서만 제공되는 것이 아니고, 광대역/DEMON/분할빔 등 다양한 소스를 통해 제공된다. 이러한 다양한 종류의 표적고각 추적정보들은 표적고각 정확도를 향상시킬 수 있는 표적융합 기술에 활용된다. 일반적으로 표적융합 기술은 중앙집중식 표적융합 기술과 분산식 표적융합 기술로 구분된다. 각 기술에 대해 간략히 설명하면, 중앙집중식 표적융합 기술은 모든 표적정보들을 융합센터로 전송 후 취합하여 처리하는 반면, 분산식 표적융합 기술은 개별 표적정보를 처리하여 로컬트랙 생성 후, 로컬트랙들을 융합하는 방법이다. 일반적으로 중앙집중식 표적융합 기술은 분산식 표적융합 기술에 비해 많은 연산량과 융합센터에 대한 높은 의존성으로 통신 장애에 따른 위험성을 갖고 있다는 단점이 있지만 각 센서소스 탐지확률이 낮을 경우 탐지확률을 높이는 효과로 인해 트랙유지 성능과 함께 추정성능도 우수하다는 장점이 있다.

따라서 본 논문에서는 최적의 트랙을 형성하는 중앙집중식 표적융합 기술 기반으로 다종의 표적고각

추적정보들을 융합하는 측정치 융합 기술을 사용한다. 적용한 측정치 융합 기술은 다종의 표적고각 추적정보들을 마치 측정치처럼 사용하는 칼만필터 구조로 구성되나, 이 때 다종의 표적고각 추적정보들은 측정치/측정오차 공분산 벡터를 확장하는 개념으로 설계된다. Fig. 3은 제안하는 표적고각 융합 흐름도를 나타낸 것이다. 먼저 표적고각에 대한 상태변수 $x_k^{\psi,f}$ 는 $x_k^{\psi,f} = [\psi_k^f, \dot{\psi}_k^f]^T$ 와 같이 고각과 고각변화율로 구성되고, 스캔 $k-1$ 에서 k 로의 표적고각 융합에 대한 상태변수 예측치와 오차공분산은 식 (10)과 같다. 여기서 상태변수 천이행렬 $F_{k,k-1}^{\psi,f}$ 와 공정잡음 공분산 $Q_{k,k-1}^{\psi,f}$ 는 식 (3)의 $F_{k,k-1}^{\theta}$, $Q_{k,k-1}^{\theta}$ 와 각각 동일하다.

$$\begin{aligned} x_{k|k-1}^{-\psi,f} &= F_{k,k-1}^{\psi,f} \hat{x}_{k-1|k-1}^{-\psi,f} \\ \bar{P}_{k|k-1}^{\psi,f} &= F_{k,k-1}^{\psi,f} \hat{P}_{k-1|k-1}^{\psi,f} (F_{k,k-1}^{\psi,f})^T + Q_{k,k-1}^{\psi,f} \end{aligned} \quad (10)$$

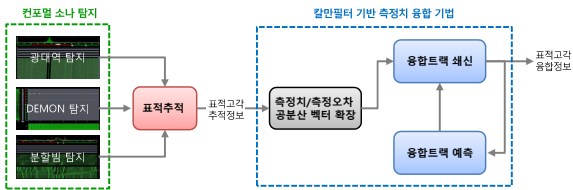


Fig. 3. The diagram of target elevation fusion

적용한 측정치 융합 기술은 광대역/DEMON/분할빔 표적고각 추적정보 수신 시 칼만필터의 측정치 벡터를 확장하여 측정치를 결합하는 방식으로 식 (11)과 같이 표현되며, 측정치 벡터와 함께 측정오차 공분산 벡터도 확장된다. 확장된 벡터 내 $x_{k|k}^{\psi,BDT}$, $\hat{P}_{k|k}^{\psi,BDT}$ 는 컨포멀 소나 광대역 탐지정보를 이용한 표적고각 추적 상태변수 추정치 및 오차공분산, $x_{k|k}^{\psi,DEM}$, $\hat{P}_{k|k}^{\psi,DEM}$ 은 컨포멀 소나 DEMON 탐지정보를 이용한 표적고각 추적 상태변수 추정치 및 오차공분산, $x_{k|k}^{\psi,Split}$, $\hat{P}_{k|k}^{\psi,Split}$ 은 컨포멀 소나 분할빔 탐지정보를 이용한 표적고각 추적 상태변수 추정치 및 오차공분산을 나타낸다.

$$\begin{aligned} z_k^{\psi,f} &= \left[(\hat{x}_{k|k}^{\psi,BDT})^T (\hat{x}_{k|k}^{\psi,DEM})^T (\hat{x}_{k|k}^{\psi,Split})^T \right]^T \\ R_k^{\psi,f} &= \begin{bmatrix} \hat{P}_{k|k}^{\psi,BDT} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & \hat{P}_{k|k}^{\psi,DEM} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & \hat{P}_{k|k}^{\psi,Split} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

새롭게 확장된 측정치/측정오차 공분산 벡터는 칼만필터의 갱신단계에서 식 (12)와 같이 표적고각 융합에 대한 상태변수 추정치와 오차공분산을 갱신하는 데 사용된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k}^{\psi,f} &= \bar{x}_{k|k-1}^{-\psi,f} + K_k^{-\psi,f} (z_k^{\psi,f} - H_k^{-\psi,f} \bar{x}_{k|k-1}^{-\psi,f}) \\ \hat{P}_{k|k}^{\psi,f} &= (I_k^{\psi,f} - K_k^{-\psi,f} H_k^{\psi,f}) \bar{P}_{k|k-1}^{\psi,f} \\ K_k^{\psi,f} &= \bar{P}_{k|k-1}^{\psi,f} (H_k^{\psi,f})^T (H_k^{\psi,f} \bar{P}_{k|k-1}^{\psi,f} (H_k^{\psi,f})^T + R_k^{\psi,f})^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 다중경로에 의한 표적거리 산출 기술

앞 절의 표적융합 기술을 통해 정확도가 향상된 표적고각 정보는 해저수심, 잠수함 심도와 함께 표적거리를 산출하는데 사용된다. 표적거리 산출을 위해 논문에서는 Fig. 4와 같이 해저수심이 일정하다는 가정 하에 다중경로에 따라 전달되는 표적신호를 이용하여 거리를 산출하였으며, 이를 수식으로 표현하면 식 (13)과 같다⁶⁾. 여기서 R_k 는 2차원에서의 잠수함과 표적함 사이의 상대거리, H 는 해저수심, d_k 는 스캔 k 에서의 잠수함 심도 그리고 $\hat{\psi}_{k|k}^f$ 는 표적융합 기술을 통해 갱신된 표적고각 융합정보를 나타낸다.

$$R_k = \frac{2H - d_k}{\tan(\hat{\psi}_{k|k}^f)} \quad (13)$$

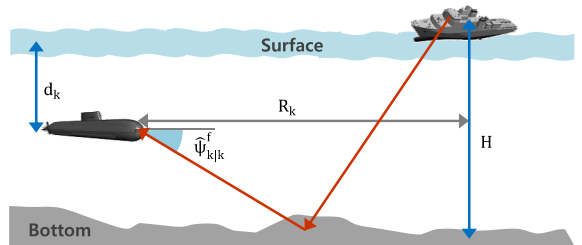


Fig. 4. The geometric relationship between submarine and target

그러나 실제 해저환경은 해저수심이 매우 불규칙하고 음파는 해저/수면에 의한 반사경로에 의해 다중경로로 진행 및 입사되며, 수중에서의 비균일한 물질에 의한 음파 굴절 등 실제 표적의 고각을 정확히 산출하기에 어려움이 있다. 이러한 부정확한 표적고각은 표적거리에 많은 오차를 발생시키게 되는데, 이에 대한 해결책으로 수중음향 전파 환경 특성을 정

합하는 MFP(Match-Field Processing) 등의 방법으로 불규칙한 음속구배 특성을 고려하여 고각 탐지 오차를 줄이는 방법이 있다. 하지만 본 논문의 범위는 고각 탐지 방법을 제안하는 것이 아니고, 고각 탐지가 되었을 때 거리를 산출하여 빠른 TMA 솔루션을 얻고자 하는데 있기 때문에, 이러한 불확실성을 표적고각에 대한 측정잡음을 크게 부여함으로써 간략화하여 고려하였다.

2.4 표적기동분석 기술

표적기동분석(TMA : Target Motion Analysis)^[7,9]이란 수동소나의 표적정보들을 이용하여 표적의 위치, 속도 성분 등을 추정하는 기술로서, 표적과 자함의 상대거리를 빠르고 정확하게 추정하는 것이 핵심이라 할 수 있다. 표적기동분석 기술은 표적방위 정보만을 이용하는 BTMA(Bearings-only TMA)^[7,8], 표적방위와 주파수 정보를 함께 이용하는 FTMA(Frequency TMA)^[8], 함소나와 예인 소나의 방위 교차를 통해 거리정보를 이용하는 효과를 얻는 XTMA(Cross-bearing TMA)^[8] 등이 있다. 본 논문의 대상이 되는 컨포멀 소나의 경우 표적방위 정보 외에 표적고각 정보를 이용하여 추가적인 표적거리 정보가 사용될 수 있다. 물론 표적고각 정보를 통해 산출된 표적거리 정보에 대한 정확도가 상당히 높은 것은 아니지만, 표적방위 외에 거리 정보까지 사용 가능하다는 점은 표적탐지 및 추적 후 표적기동분석의 빠른 수렴이 가능하다는 점에서 상당한 이득이 된다. 또한 기존 BTMA 상황에서 표적기동분석을 수행함에 있어서 가관측성 확보를 위해 자함의 변침이 필수적이지만, 표적거리 정보를 통해 자함의 변침 없이도 표적위치를 추정한다는 점은 잠수함 운용측면에서도 전략적인 우위를 얻을 수 있다는 이점이 있다. 2.4.1절에서는 원통형 함수수동소나와 컨포멀 소나 운용이 표적기동분석에 미치는 영향에 대해 분석하였고, 2.4.2절에서는 제안하는 표적기동분석 알고리즘에 대해 기술한다.

2.4.1 원통형 함수수동소나 및 컨포멀 소나 분석

기존 원통형 함수수동소나에서 표적기동분석 입력 정보로 사용 가능한 표적정보로는 표적방위 정보만 존재하며 이러한 상황에서는 BTMA만이 표적기동 정보를 추정할 수 있다. 그런데 만약 Fig. 5의 좌측과 같이 자함이 변침기동 없이 등속직선운동을 한다면 동일한 방위 히스토리를 갖는 표적들이 무수히 많이

존재하여 표적기동 정보를 추정할 수 없다. 따라서 표적방위 정보만을 이용한 BTMA 상황에서는 Fig. 5의 우측과 같이 가관측성을 확보하기 위해 자함의 변침기동이 필수적이며, 이에 따라 다수의 변침기동으로 BTMA를 통한 유일한 솔루션이 산출가능하다. 하지만 BTMA 솔루션의 수렴까지 많은 시간이 소요되며, 잠수함 작전운용에 있어서도 잠수함 기동에 제약이 따른다는 단점이 있다.

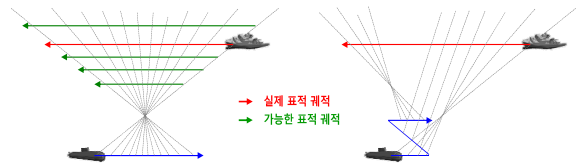


Fig. 5. The operation of cylindrical array sonar

제안하는 컨포멀 소나는 기존 BTMA에서의 단점들을 모두 보완할 수 있다. 제안하는 표적기동분석의 입력정보로 표적방위 정보뿐만 아니라 표적고각 정보를 통해 표적거리 정보가 동시에 산출되어 사용 가능하기 때문에, Fig. 6과 같이 자함의 변침기동이 필수적이지 않다. 따라서 잠수함의 자유로운 전술운용이 가능하고, 추가적인 표적거리 입력정보로 인해 빠른 가관측성 확보와 TMA 솔루션 수렴이 가능하다.

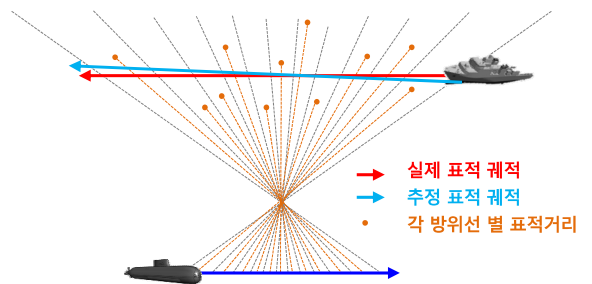


Fig. 6. The operation of conformal array sonar

2.4.2 표적기동분석 알고리즘

표적기동분석 알고리즘은 획득한 표적정보들을 처리하는 방법에 따라 배치추정(Batch Estimation) 기술과 순차처리(Sequential Estimation) 기술로 나뉜다. 배치추정 기술은 배치구간 동안의 표적정보들을 수집하여 표적의 상태변수를 추정하는 방법이고, 순차추정 기술은 획득되는 표적정보를 순차적으로 사용하여 표적의 상태변수를 추정하는 방법이다. 본 논문에서는

EKF(Extended Kalman Filter)^[8] 등의 순차추정 기술에 비해 비교적 안정적인 솔루션을 제공하는 배치추정 기술을 적용하였고, 매 TMA 주기마다 표적정보를 사용하는 구간이 증가되는 누적배치추정 기술을 적용하였다. 배치추정 기술은 배치구간동안 표적정보들을 수집하여 이를 최적화 문제에 대한 솔루션을 찾아 표적의 초기 상태변수를 추정하는 기술이고, 일반적으로 가장 알려진 것이 MLE(Maximum Likelihood Estimate) 방법이다^[7]. 먼저 컨포멀 소나 표적기동분석 기술에서 입력정보로 사용 가능한 표적방위와 거리 정보를 이용한 성능지수함수 J 를 정의하면 식 (14)와 같다. 여기서 표적 및 자함의 상태변수 x_t^{tgt}, x_t^{slm} 은 각각 스캔 t 에서의 x 축과 y 축에서의 위치(p_t^x, p_t^y)와 속도(v_t^x, v_t^y) 성분으로 구성되고, $z_t^{\theta,prf}, z_t^{r,prf}$ 는 각각 스캔 t 에서의 표적기동분석 전처리 알고리즘을 통해 산출된 전처리 표적방위 및 거리 정보를 나타내며, $w_t^{\theta,prf}, w_t^{r,prf}$ 는 각각 스캔 t 에서의 전처리 표적방위 및 거리 정보에 대한 가중치를 나타낸다. $N^{\theta,prf}, N^{r,prf}$ 는 각각 전처리 표적방위와 거리 정보가 산출된 최종 스캔을 나타내고, $h^\theta(x_t), h^r(x_t)$ 는 각각 스캔 t 에서의 표적방위 및 거리 방정식으로 추정된 표적정보를 나타낸다. 본 논문에서 적용한 표적기동분석 전처리 알고리즘은 일정 구간 동안 수집된 표적방위 추적정보 또는 표적거리 정보를 선형 회귀(linear regression)를 통해 각각 대푯값 및 편차를 산출하는 방법이다.

$$J(x_0^{tgt}) = \sum_{t=0}^{N^{\theta,prf}} (w_t^{\theta,prf} (z_t^{\theta,prf} - h^\theta(x_t)))^2 + \sum_{t=0}^{N^{r,prf}} (w_t^{r,prf} (z_t^{r,prf} - h^r(x_t)))^2 \quad (14)$$

where $x_t = x_t^{tgt} - x_t^{slm}$

식 (14)에서 정의한 성능지수함수는 누적배치구간동안 전처리 표적정보와 추정된 표적정보 간 누적 오차의 합을 의미하며, 결국 누적배치추정 기술은 누적 오차를 최소화 하는 표적의 초기 상태변수 x_0^{tgt} 를 찾는 최적화 기법이다. J 를 최소화하는 솔루션을 찾기 위해서는 복잡한 해석적인 방법보다는 수치적인 iteration 방법을 사용하게 되며, 본 논문에서는 수치해석 방법으로 Newton Raphson^[9] 방법을 이용하였다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_0^{l,tgt} = & \hat{x}_0^{l-1,tgt} + \left[\sum_{t=0}^{N^{\theta,prf}} \left((w_t^{\theta,prf})^2 \left(\frac{\partial h^\theta(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} \right)^T \left(\frac{\partial h^\theta(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} \right) \right) \right]_{x_t^{tgt} = \hat{x}_0^{l-1,tgt}}^{-1} \\ & \left[\sum_{t=0}^{N^{\theta,prf}} \left((w_t^{\theta,prf})^2 \left(\frac{\partial h^\theta(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} \right)^T (z_t^{\theta,prf} - h^\theta(x_t)) \right) \right]_{x_t^{tgt} = \hat{x}_0^{l-1,tgt}} \\ & + \left[\sum_{t=0}^{N^{r,prf}} \left((w_t^{r,prf})^2 \left(\frac{\partial h^r(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} \right)^T \left(\frac{\partial h^r(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} \right) \right) \right]_{x_t^{tgt} = \hat{x}_0^{l-1,tgt}}^{-1} \\ & \left[\sum_{t=0}^{N^{r,prf}} \left((w_t^{r,prf})^2 \left(\frac{\partial h^r(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} \right)^T (z_t^{r,prf} - h^r(x_t)) \right) \right]_{x_t^{tgt} = \hat{x}_0^{l-1,tgt}} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)는 Newton Raphson 방법을 이용하여 산출된 l 번째 반복계산에서 표적의 초기 상태변수 $\hat{x}_0^{l,tgt}$ 을 나타낸 것이다. 최종적인 표적기동분석 솔루션은 식 (15)를 이용한 다수의 반복계산을 통해 $\hat{x}_0^{l,tgt} - \hat{x}_0^{l-1,tgt}$ 의 norm값을 산출 후, 이 값의 수렴여부를 통해 판단하게 된다. 식 (15)에서 요구되는 표적방위 및 거리 방정식에 대한 편미분 행렬은 식 (16)에 제시되어 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial h^\theta(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} &= \frac{\partial h^\theta(x_t)}{\partial x_t^{tgt}} \frac{\partial x_t^{tgt}}{\partial x_0^{tgt}}, \quad \frac{\partial h^r(x_t)}{\partial x_0^{tgt}} = \frac{\partial h^r(x_t)}{\partial x_t^{tgt}} \frac{\partial x_t^{tgt}}{\partial x_0^{tgt}} \\ \frac{\partial h^\theta(x_t)}{\partial x_t^{tgt}} &= \begin{bmatrix} p_t^y & -p_t^x \\ r_t^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial h^r(x_t)}{\partial x_t^{tgt}} = \begin{bmatrix} p_t^x & p_t^y \\ r_t & r_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

3. 시뮬레이션

본 장에서는 제안하는 컨포멀 소나 정보처리 기술에 대한 성능 검증을 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한 결과를 제시하였다. 시뮬레이션 결과를 통해 표적 추적, 표적융합, 다중경로에 의한 표적거리 산출 그리고 표적기동분석에 대한 성능을 분석하고 검증하고자 한다. 총 2개의 시나리오에 대해 시뮬레이션을 수행하였고, 첫 번째 시나리오는 기존 원통형 함수수동소나와 제안하는 컨포멀 소나에서의 정보처리 성능 비교를 위한 자함 변침기동 시나리오이고, 두 번째 시나리오는 기존 원통형 함수수동소나에서는 표적기동분석이 불가능하지만 제안하는 컨포멀 소나에서는 표적기동분석이 가능한 자함 직선기동 시나리오이다.

3.1 자함 변침기동 시나리오

3.1.1 시뮬레이션 조건

시뮬레이션 조건, 시나리오 및 실제 표적정보는 각각 Table 1, Fig. 7, Fig. 8과 같고, 총 500번의 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 통계적인 추정오차를 분석하여 성능을 검증하였다. 그리고 표적은 등속직선운동을 한다고 가정하였고, 자함은 기존 원통형 함수수동소나에서의 방위선 표적기동분석(BTMA) 솔루션 산출을 위한 가관측성 확보를 위해 변침기동을 수행하였다. 자함의 변침기동은 Fig. 7에서 확인 가능하며, 총 4번의 변침을 수행하였다.

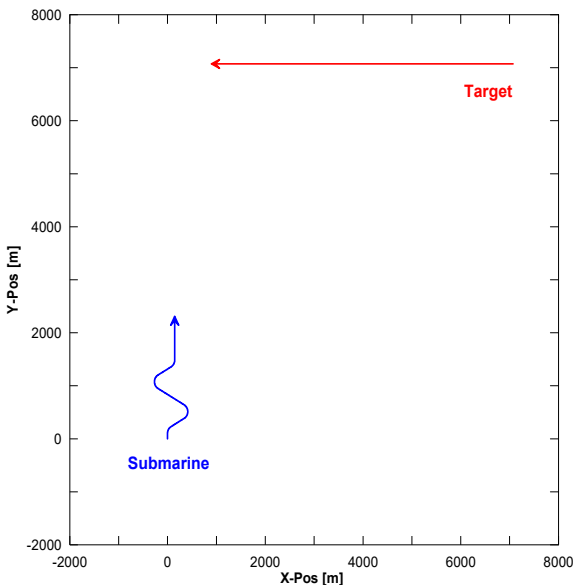


Fig. 7. The 1st scenario

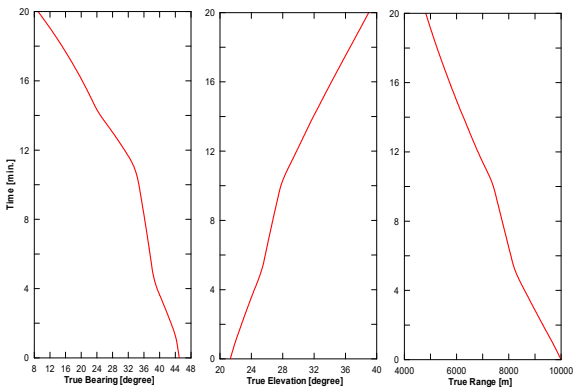


Fig. 8. The true target bearing, elevation, range data

Table 1. The simulation condition of 1st scenario

파라미터	값
표적추적/융합 주기	1.3 sec
표적기동분석 주기	10 sec
표적방위 측정잡음 표준편차	1 °
표적방위 클러터밀도	0.191
표적고각 측정잡음 표준편차	4.5 °, 5 °, 5.5 °
표적고각 클러터밀도	0.573
자함정보	침로 0 °, 속도 5 kts, 심도 100 m
표적정보	초기방위/거리 45 ° / 10 km, 침로 270 °, 속도 10 kts
해저수심	2 km
총 시뮬레이션 시간	20 min.
몬테칼로 횟수	500

3.1.2 시뮬레이션 결과

3.1.2.1 표적추적 기술

Fig. 9는 표적추적 기술의 표적방위 추적 RMSE (Root Mean Square Error) 결과를 나타낸 것이다. 본 시뮬레이션 시나리오에서 표적방위 측정잡음은 1 °로 설정하였는데, 추정된 표적방위 정보의 오차는 초반에 약 0.8 °로 다소 크지만 시간이 지나면서 표적추적 필터가 안정화됨에 따라 추정오차가 약 0.5 °로 비교적 높은 정확도로 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 약 0.5 °의 오차를 갖는 표적방위 추적정보는 표적기동분석 기술 성능분석 시 입력정보로 사용된다.

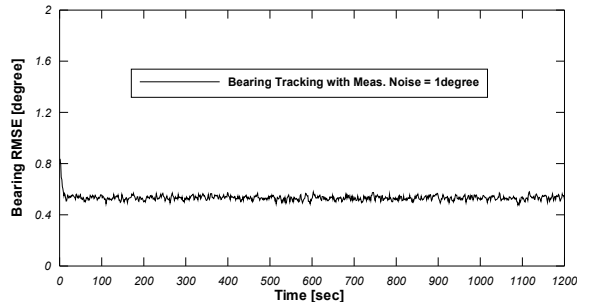


Fig. 9. The RMSE results of target bearing tracking

3.1.2.2 표적융합 기술

다음은 본 논문에서 제안하는 표적고각에 대한 융합 기술의 성능분석이다. 표적고각 융합의 대상은 표적고각 측정잡음을 각각 5.5°, 5°, 4.5°로 설정한 광대역/DEMON/분할빔 탐지정보를 이용한 표적고각 추적정보들이 되겠다. Fig. 10은 표적고각 추적 및 융합 RMSE를 나타낸 것인데, 먼저 표적고각 추적 RMSE 결과를 보면 약 2°의 오차를 갖는 것을 알 수 있고, 측정잡음이 작을수록 추적결과는 더 정확하다. 그리고 본 논문에서 제안한 칼만필터 기반의 측정치 융합 기법을 통한 표적고각 융합정보의 오차는 약 1° 이내로 수렴되며, 추적결과에 비해 정확도가 크게 향상되어 견실한 추정이 가능한 것을 확인할 수 있다.

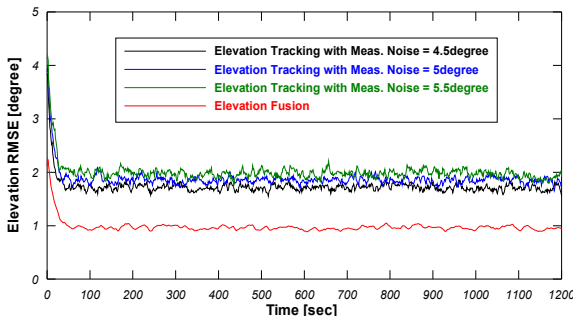


Fig. 10. The RMSE results of target elevation tracking and fusion

3.1.2.3 다중경로에 의한 표적거리 산출 기술

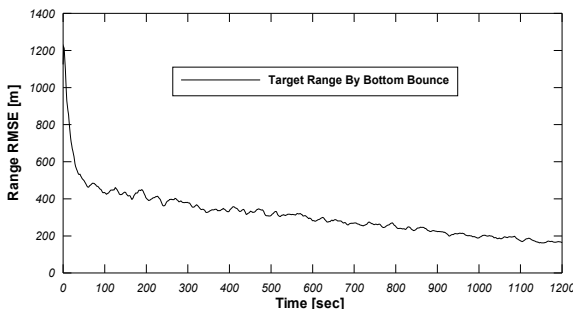


Fig. 11. The RMSE results of target range by multipath

앞 절에서 확인한 바와 같이 표적고각 융합 기술을 통해 신뢰도를 높인 표적고각 융합정보와 보조정보(자함심도, 해저수심)를 이용하여 산출된 표적거리 정보에 대한 RMSE 결과는 Fig. 11에 제시되어 있다. 초

반에 표적고각 융합정보의 안정화 전까지는 1 km 이상의 오차가 존재하지만, 표적고각 융합필터의 안정화 이후 약 8분 이후부터는 300 m 이내로 오차가 작아지는 것을 알 수 있다. 표적방위 추적정보와 마찬가지로 산출된 표적거리 정보는 제안하는 표적기동분석 기술 성능분석 시 함께 입력정보로 사용된다.

3.1.2.4 표적기동분석 기술

본 절에서는 표적방위 추적정보와 표적거리 정보, 자함정보를 이용한 표적기동분석 기술에 대한 성능을 분석해보도록 하겠다.

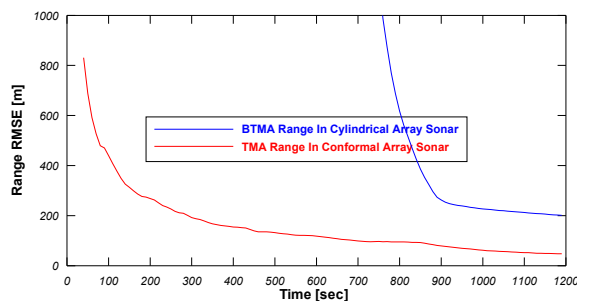


Fig. 12. The RMSE results of TMA range

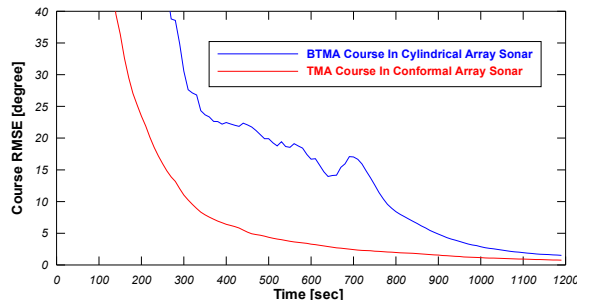


Fig. 13. The RMSE results of TMA course

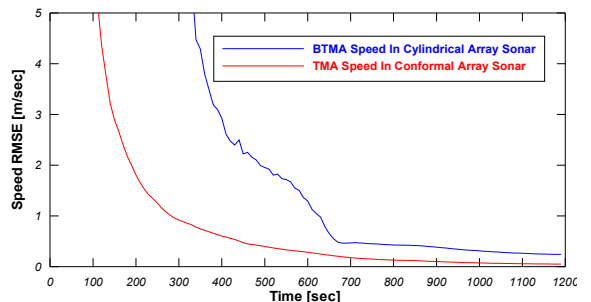


Fig. 14. The RMSE results of TMA speed

Fig. 12, 13, 14는 각각 표적기동분석 기술을 통해 추정된 거리, 침로, 속도 RMSE 결과를 나타낸 것이다. 먼저 거리 RMSE를 확인해보면 해당 시나리오의 경우 기존 원통형 함수수동소나에서는 다수의 변침기동이 끝나는 15분 이후부터 방위선 표적기동분석(BTMA)의 거리가 점점 수렴하는 것을 볼 수 있으며 최종 시점(20분)에서의 오차는 약 200 m다. 반면 본 논문의 대상인 컨포멀 소나에서는 표적방위 추적 정보 외에 표적거리 정보도 함께 사용함으로써 빠르고 정확하게 수렴하는 것을 볼 수 있으며, 최종 시점(20분)에서의 거리 오차는 약 47 m로 정확도가 크게 개선된 것을 확인할 수 있다. 또 침로 및 속도 RMSE에 대해서도 기존 원통형 함수수동소나에 비해 컨포멀 소나에서 성능이 크게 향상된 것을 알 수 있다.

3.2 자함 직선기동 시나리오

3.2.1 시뮬레이션 조건

본 절에서는 자함이 변침기동하지 않고 직선기동하는 시나리오에서의 성능을 분석하였다.

이는 기존 원통형 함수수동소나로는 표적기동(위치/속도) 정보를 추정할 수 없음을 의미한다. 따라서 본 절에서는 제안하는 컨포멀 소나에서의 정보처리 성능만을 분석하였다. 총 시뮬레이션 시간은 10분인 것을 제외하고 나머지 시뮬레이션 조건은 Table 1과 동일하며, Fig. 15는 실제 표적정보를 나타낸다.

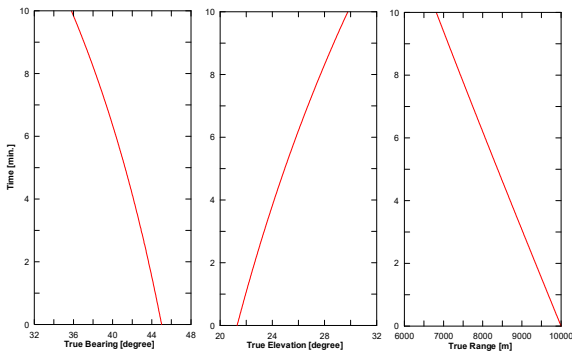


Fig. 15. The true target bearing, elevation, range data

3.2.2 시뮬레이션 결과

3.2.2.1 표적추적 기술

Fig. 16은 표적추적 기술의 표적방위 추적 RMSE 결과를 나타낸 것인데, 첫 번째 시나리오와 마찬가지로 추정된 표적방위 정보의 오차는 시간이 지남에 따라

약 0.5 °의 추정오차로 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

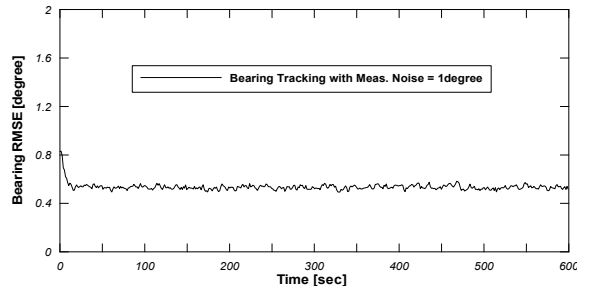


Fig. 16. The RMSE results of target bearing tracking

3.2.2.2 표적융합 기술

Fig. 17은 표적고각 추적 및 융합 RMSE 결과를 나타낸 것인데, 마찬가지로 제안하는 칼만필터 기반의 측정치 융합 기법을 통해 표적고각 정확도가 크게 향상된 것을 확인할 수 있다.

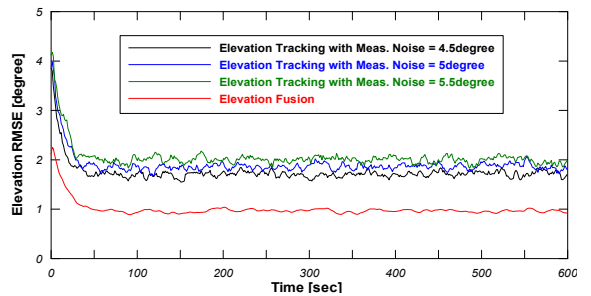


Fig. 17. The RMSE results of target elevation fusion

3.2.2.3 다중경로에 의한 표적거리 산출 기술

Fig. 18은 다중경로에 의한 표적거리 RMSE 결과를 나타낸 것으로, 표적고각 융합 정확도 수렴 이후 약 400 m 이내의 오차가 존재하는 것을 알 수 있다.

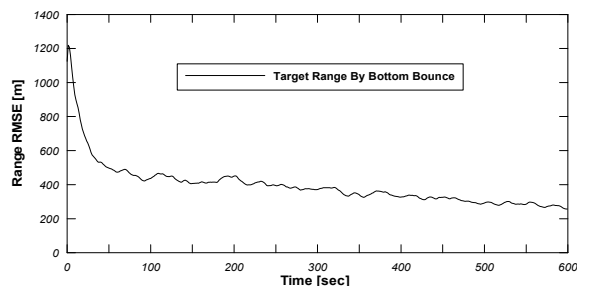


Fig. 18. The RMSE results of target range by multipath

3.2.2.4 표적기동분석 기술

Fig. 19, 20, 21, 22는 각각 표적기동분석 기술을 통해 추정된 방위, 거리, 침로, 속력 RMSE 결과를 나타낸 것이다. 먼저 방위 RMSE를 확인해보면 오차가 약 0.5 °인 표적방위 추적정보에 비해 표적기동분석 방위 오차는 약 0.2 ° 이내로 2.5배 이상 정확도가 향상된 것을 확인할 수 있다. 거리 RMSE에 대해서도 시간이 지날수록 누적된 입력정보의 증가로 인해 표적기동분석의 거리 정확도는 점점 향상되고 있으며, 최종 시점(10분)에서 거리 오차의 경우 입력정보는 약 270 m인 반면 표적기동분석을 통한 추정 거리는 약 110 m로 2배 이상 신뢰도가 높은 것을 알 수 있다.

이처럼 키포맬 소나의 수평뿐만 아니라 수직 탐지 능력 특성으로 인한 표적고각 탐지 및 추적/융합, 융합된 표적고각과 보조정보를 이용한 표적거리 산출은 정보처리 기술의 마지막 단계인 표적기동분석에서 큰 이점으로 작용하여 표적위치 추정의 빠른 수렴을 가능하게 하고, 정확도를 높이게 된다. 또한 자함의 변침기동 없이 표적기동(위치/속도) 정보 추정이 가능하다는 것은 잠수함의 자유로운 작전운용능력과 함께 수중전투능력을 높이는데 기여할 것으로 판단된다.

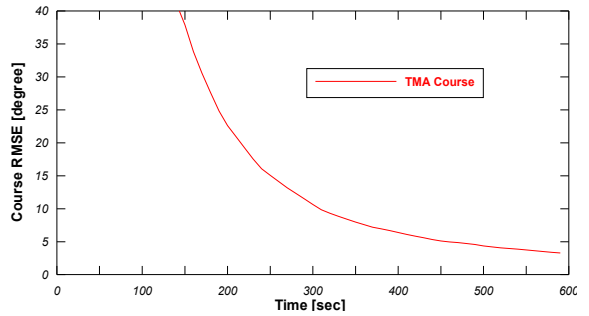


Fig. 21. The RMSE results of TMA course

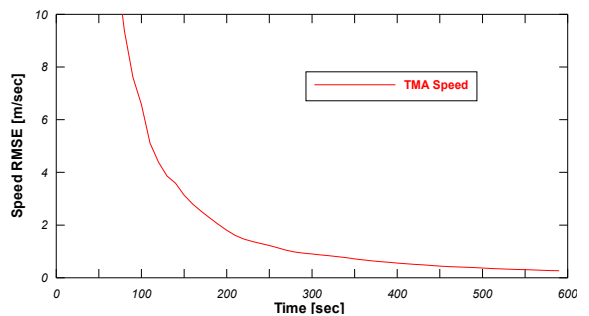


Fig. 22. The RMSE results of TMA speed

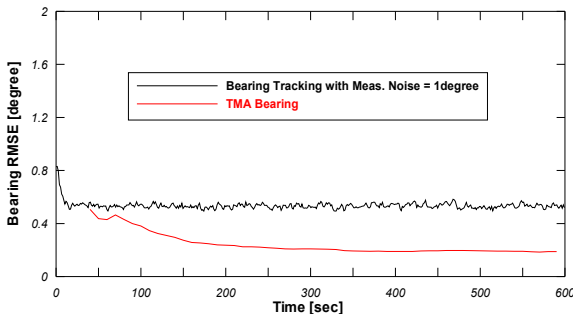


Fig. 19. The RMSE results of TMA bearing

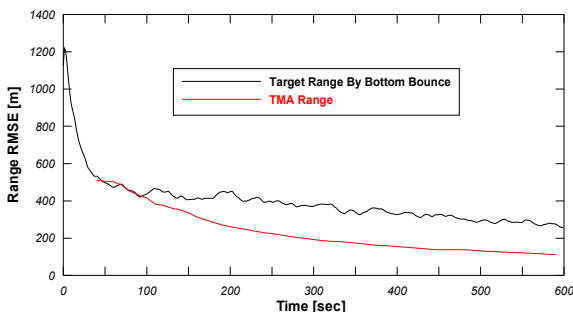


Fig. 20. The RMSE results of TMA range

4. 결론

본 논문에서는 키포맬 소나에서의 정보처리 기술을 제안하였다. 제안하는 정보처리 기술은 수평뿐만 아니라 수직 탐지능력까지 보유한 키포맬 소나의 특성에 맞게 표적방위/고각 추적, 표적고각 융합, 다중경로를 이용한 표적거리 산출 그리고 표적기동분석까지 일련의 과정을 포함하며, 특히 기존 원통형 함수수동소나에서의 방위선 표적기동분석(BTMA) 단점을 보완한 키포맬 소나의 특성에 맞는 표적기동분석을 제안하였다. 표적고각 융합정보를 이용하여 산출된 표적거리 정보는 표적방위 정보와 함께 표적기동분석의 입력으로 사용됨으로써 표적기동분석 솔루션의 빠른 수렴 및 자함의 변침기동 없이도 표적기동(위치/속도) 정보 추정이 가능함을 확인하였다. 또 몬테칼로 시뮬레이션을 통하여 제안한 기술들의 성능을 분석하고 우수성을 검증하였다. 본 논문에서는 다중경로에 의한 표적거리 산출 시 해저수심이 일정하다는 가정 하에 제안하였지만, 추후 연구를 통해 이상적인 환경이 아닌 실제 해상환경처럼 해저수심이 비균일한 환경 모델링을 적

용한 영향분석 및 최적화 방안에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

References

- [1] Y. Bar-Shalom and T. E. Fortman, "Tracking and Data Association," Academic Press, New York, 1988.
- [2] X. R. Li and Y. Bar-Shalom, "Tracking in Clutter with Nearest Neighbor Filters: Analysis and Performance," IEEE Trans. on AES., Vol. 32, No. 3, 1996.
- [3] Y. Bar-Shalom, F. Daum and J. Huang, "The Probabilistic Data Association Filter," IEEE Control Systems Magazine, Vol. 29, No. 6, pp. 82-100, 2009.
- [4] X. R. Li, "Tracking in Clutter with Strongest Neighbor Measurements-Part I: Theoretical Analysis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 43, No. 11, 1998.
- [5] Y. Bar-Shalom and X. R. Li, "Multitarget-Multisensor Tracking : Principles and Techniques," 1995.
- [6] A. D. Waite, "Sonar for Practising Engineers," 3rd edition, Wiley, 2002.
- [7] S. C. Nardone, A. G. Lindgren, and K. F. Gong, "Fundamental Properties and Performance of Conventional Bearings-Only Target Motion Analysis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 29, pp. 775-787, 1984.
- [8] B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon, "Beyond the Kalman Filter," Artech House, 2004.
- [9] S. C. Chapra, R. P. Canale, "Numerical Methods for Engineers," 6th Edition, Mc Graw Hill, 2009.
- [10] Weapons and Warfare, 2018, "UNITED STATES: VIRGINIA CLASS(2005)," <https://weaponsandwarfare.com/2018/08/03/united-states-virginia-class-2005/> (accessed May 25, 2019).
- [11] Pakistan Defence, 2015, "A Complete Information on Russian offer of Indian Amur 1650 & Analysis," <https://defence.pk/pdf/threads/a-complete-information-on-russian-offer-of-indian-amur-1650-analysis.367760/> (accessed May 25, 2019).